

九州大学 正員 小坪 清真
 " 学生員 島野 清
 " " 坂吉 利郎

1. 予えがき

単に、曲げ変形だけをうける橋梁の地震応答は、波動伝播を含め Modal Analysis で充分、求められる事が、単純梁、連続梁の模型実験及び計算から分った。しかし、単に曲げだけではない、撓み変形も同時に起こる構造物では、その地震応答を Modal Analysis を適用して求める事が可能かどうかを考察する必要がある。そういう理由から、曲げと共存して、撓みの生じる高い橋脚を有する橋梁を考え、その地震応答を、模型実験および Modal Analysis で求めた。

2. 概要

材料は厚さ 5mm のアクリル板で、桁高を 5cm とした。Fig 1 はこの模型で、外乱は一端 (A) に板バネを用いて作用させるのと、同様にして支保 (B) に作用させるのと 2 通りを行った。図中の X 印にゲージを張り、その応答をひかみで調べた。解析に必要な固有振動数、および減衰定数は moving coil で梁を電磁的に加振し、その共振周波数及び共振力や断後の自由減衰振動から求めた。

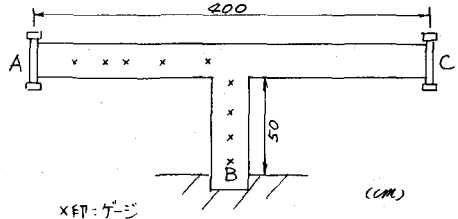


Fig 1

3. 計算

曲げ振動の微分方程式は一様断面であれば

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C_0^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad C_0^2 = \frac{EI\eta}{wA} \quad (1)$$

(1) 式の解は $y = X(C \cos \eta t + D \sin \eta t)$ と与えられ、これを (1) 式に代入すると

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - \frac{\eta^2}{C_0^2} X = 0 \quad \frac{\eta^2}{C_0^2} = \frac{\eta^2 w A}{EI \eta} = \eta_0^4 \quad (2)$$

(2) 式の一般解は $X_0 = A_0 \sin \eta_0 x + B_0 \cos \eta_0 x + C_0 \sinh \eta_0 x + D_0 \cosh \eta_0 x$

撓み振動の微分方程式は

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - C_t^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0 \quad C_t^2 = \frac{K G \eta}{I_0 w} \quad (3)$$

薄板では長辺を a、短辺を b とすると $K = \frac{1}{3} a b^3$

(3) 式の解は $\theta = \Theta(C' \cos \eta t + D' \sin \eta t)$ と与えられ、これを (3) 式に代入すると

$$\frac{d^2 \Theta}{dt^2} - \frac{\eta^2}{C_t^2} \Theta = 0 \quad (4)$$

(4) 式の一般解は $\Theta_0 = A'_0 \sin \frac{\eta_0}{C_t} x + B'_0 \cos \frac{\eta_0}{C_t} x$

橋桁が対称変形する時には橋桁にだけ生じ、逆対称の時には橋脚にだけ生じる事を考え境界条件を入れて解くと、対称変形の時の振動方程式は

$$\begin{aligned} & \sin \frac{n_s l}{c} l \left[(\sin k_s l - \tanh k_s l \cdot \cos k_s l) \left\{ \frac{K}{4} (\sin k_s l' - \sinh k_s l') + \frac{K}{4} (\cos k_s l' + \cosh k_s l') \right\} \right. \\ & + \cos k_s l \left\{ K (\sin k_s l - \sinh k_s l) (\cos k_s l' + \cosh k_s l') - K (\cos k_s l' - \cosh k_s l') (\sin k_s l + \sinh k_s l) \right\} \Big] \\ & + \frac{n_s}{c} \cos \frac{n_s l}{c} l \left[(\sin k_s l - \tanh k_s l \cdot \cos k_s l) \left\{ \frac{K_s}{4} (\sin k_s l' + \sinh k_s l') (\cos k_s l + \cosh k_s l) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{K_s}{4} \left\{ K_s (\sin k_s l' - \sinh k_s l') (\cos k_s l - \cosh k_s l) \right\} + \cos k_s l \left\{ K_s (\cos k_s l' - \cosh k_s l')^2 + K_s (\sin^2 k_s l' - \sinh^2 k_s l') \right\} \right] = 0 \end{aligned}$$

逆対称変形の時の振動方程式は

$$\frac{12IE}{ab^3G} K_s^2 \sin k_s l \cdot \sin \frac{n_s l'}{c} + K_s (\coth k_s l \cdot \sin k_s l - \cos k_s l) \cdot \frac{n_s}{c} \cos \frac{n_s l'}{c} = 0$$

但し、 l は橋桁の半分、 l' は橋脚の高さ

$$K = 3IE K_s^2 / 2ab^3G$$

以上の計算結果と実験結果をまとめると table 1 である。

Modal Analysis による解法

まず次の一般座標、固有振動数、振動型を a_n, n_s, X_n と

$$y = \sum_{s=1}^m a_s X_s(x)$$

すると変位の差位は $y = \sum_{s=1}^m a_s X_s(x)$ 変位のひずみ ϵ は

$$\epsilon = \sum_{s=1}^m a_s (-e X_s'(x)) \quad (5)$$

e : 部材の縁距離

	対 称		逆 対 称	
	計算 %	実験	計算	実験
1	1.29	1.28	1.24	1.14
2	2.95	2.96	4.42	5.05
3	6.56	7.14	9.67	10.64
4	12.52	13.60	16.99	15.40

(%)

table 1

次に、 S 次の減衰定数を h_s とすると、運動エネルギー K 、ひずみエネルギー V 、散逸関数 F は

$$K = \frac{WI}{2g} \sum_{s=1}^m a_s^2 \int_0^l X_s^2(x) dx, \quad V = \frac{WI}{2g} \sum_{s=1}^m n_s^2 a_s^2 \int_0^l X_s^2(x) dx, \quad F = \frac{WI}{2g} \sum_{s=1}^m 2h_s n_s a_s^2 \int_0^l X_s^2(x) dx \quad (6)$$

又、外乱を加える支点が、1だけ変位した時の静的弾性変形曲線を $f(x)$ とし、外乱加速度を $\dot{\phi}(t)$ とすると、一般力 Q_s は

$$Q_s = -\frac{WI}{g} \dot{\phi}(t) \left\{ \int_0^l f(x) X_s(x) dx \right\} \quad (7)$$

(6)式、(7)式を Lagrange の方程式に代入すると

$$\ddot{a}_s + 2h_s n_s \dot{a}_s + n_s^2 a_s = -\beta_s \dot{\phi}(t) \quad \text{但し} \quad \beta_s = \frac{\int_0^l f(x) X_s(x) dx}{\int_0^l X_s^2(x) dx} \quad (8)$$

(8)式を Runge-Kutta-Gill 法で a_s を求め、次に(5)式から、刻々のひずみを求めて、実験から得られたひずみ応答と比較する。

応答計算の結果は当日、発表の予定である。