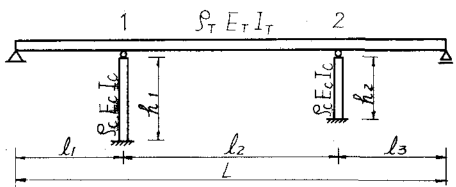
II-5 高い橋脚を持つ連続トラス橋の橋軸と直角方向の地震応答

熊本大学 正員 ○吉村虎蔵
同 同 田久英明
佐伯鶴城高校 庄司清美

最近各地において，30～60m高の橋脚をもついわゆるフレキシブル高橋脚の連続橋梁の設計あるいは架設が行われている。これらの形式の橋梁は従来，本邦では見られなかった構造形式であり，その橋軸と直角方向の耐震性あるいは地震時の挙動の研究は特に重要であると考えられる。これの震度法式による静的応答と比較する目的で，平均応答スペクトルを用いた動的解析を行った研究結果について報告する。固有値解析にあたっては，動的結合法[1]と集中質量法の2法を用いて両者を比較し，また応答スペクトルは，本邦地震記録によって作成された平均速度応答スペクトル[2]を用いた。数値計算のためには新地の山橋をモデルとして取上げた。

1. 固有値の解析（その1）

図－1のモデルの構造の橋軸と直角方向の水平振動の固有値を解くにあたって，まず動的結合法による振動数方程式を誘導しよう。支点1，2を外ずして，単純梁と2つの片持梁（橋脚）とに分ける。単純梁では点1，2にそれぞれ$P_{T1}\sin\omega t$，$P_{T2}\sin\omega t$なる強制周期力を働かせると，このときの点1，2の水平変位w_{T1}，w_{T2}は$\sin\omega t=1$の時刻では



図－1 モデル図

$$w_{T1}=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\Phi_{Tn}(l_1)\left\{\Phi_{Tn}(l_1)P_{T1}+\Phi_{Tn}(l_1+l_2)P_{T2}\right\}\right]/(\omega_{Tn}^2-\omega^2) \tag{1}$$

$$w_{T2}=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\Phi_{Tn}(l_1+l_2)\left\{\Phi_{Tn}(l_1)P_{T1}+\Phi_{Tn}(l_1+l_2)P_{T2}\right\}\right]/(\omega_{Tn}^2-\omega^2) \tag{2}$$

一方，片持ばりの橋脚の頭部にそれぞれ，$P_{c1}\sin\omega t$，$P_{c2}\sin\omega t$を働かせた時の柱頭の水平変位w_{c1}，w_{c2}は

$$w_{c1}=\sum_{n=1}^{\infty}\Phi_{c1n}^2(h_1)P_{c1}/(\omega_{c1n}^2-\omega^2) \tag{3}$$

$$w_{c2}=\sum_{n=1}^{\infty}\Phi_{c2n}^2(h_2)P_{c2}/(\omega_{c2n}^2-\omega^2) \tag{4}$$

点1における単純梁の水平変位と片持ばりの柱頭の水平変位は等しいから

$$w_{T1}=w_{c1} \tag{5}$$

同様に点2においても次式が成立する

$$w_{T2}=w_{c2} \tag{6}$$

さらに図－１の構造が一体となって自由振動しているときには，外力は働いていないから

$$P_{T1}+P_{C1}=0 \tag{7}$$

$$P_{T2}+P_{C2}=0 \tag{8}$$

であるべきである。

式（５）（６）に式（１）～（４）および（７）（８）を入れると次の２式が得られる。

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{\omega_{Tn}^2-\omega^2}\Phi_{Tn}^2(l_1)+\frac{1}{\omega_{C1n}^2-\omega^2}\Phi_{C1n}^2(h_1)\right\}P_{T1}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\omega_{Tn}^2-\omega^2}\Phi_{Tn}(l_1)\Phi_{Tn}(l_1+l_2)P_{T2}=0 \tag{9}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{\omega_{Tn}^2-\omega^2}\Phi_{Tn}(l_1)\Phi_{Tn}(l_1+l_2)P_{T1}+\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{\omega_{Tn}^2-\omega^2}\Phi_{Tn}^2(l_1+l_2)+\frac{1}{\omega_{C2n}^2-\omega^2}\Phi_{C2n}^2(h_2)\right\}P_{T2}=0\right. \tag{10}$$

P_{T1} と P_{T2} とが同時にゼロでないとき式（９）と（10）とが同時に成立するためには，式(9)(10) の P_{T1}，P_{T2} の係数よりなる行列式がゼロであるべきである．これがすなわち振動数方程式（11）となる。

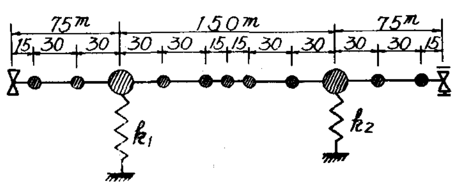
$$\begin{vmatrix} \sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{\omega_{Tn}^2-\omega^2}\Phi_{Tn}^2(l_1)+\frac{1}{\omega_{C1n}^2-\omega^2}\Phi_{C1n}^2(h_1)\right\} & \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\omega_{Tn}^2-\omega^2}\Phi_{Tn}(l_1)\Phi_{Tn}(l_1+l_2) \\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\omega_{Tn}^2-\omega^2}\Phi_{Tn}(l_1)\Phi_{Tn}(l_1+l_2) & \sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{\omega_{Tn}^2-\omega^2}\Phi_{Tn}^2(l_1+l_2)+\frac{1}{\omega_{C2n}^2-\omega^2}\Phi_{C2n}^2(h_2)\right\} \end{vmatrix}=0 \tag{11}$$

ここに，Φ_{Tn}，Φ_{C1n}，Φ_{C2n}はそれぞれ単純梁，片持梁の橋脚１，２の正規化振動モード．ω_{Tn}，ω_{C1n}，ω_{C2n} はそれぞれの固有円振動数である。

式(11) より固有円振動数ωを求め，式（９）（10）に入れて，P_{T1} と P_{T2} の比を求め，これらの値を（1）(3)(4)の式のうち変位測定点の座標をxに変えた式に入れると，それぞれのωに対応する固有振動モードが得られる。

2. 固有値の解析（その２）

固有値解析の才２法としては，集中質量法を用いた。このとき橋脚を水平方向のばねに置きかえ，図－２の多質点系とした．橋脚の質量は，片持梁の１次の固有振動と，置換えた１質点系の固有振動数とが等しくなるように集中質量を選び，これを橋脚柱頭に置いた．図－２の梁のたわみの影響係数を用いて生れる固有行列は $|\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I}|=0$ 形となり，これを解いて固有値・モードが得られることは周知の通りであるから詳細を省略する．



図－2

3. 数値計算

新泄の山橋の径間は 75＋150＋75 m，橋脚高は 57.5 m，46.6 m である．本橋について上記２法による固有周期 T_m と固有振動モード φ_m を求め比較すると図－３のようになる．計算は熊大 FACOM-231 によった．才１法では，解析モデルの径間割が 1:2:1 であるため，単純梁の $n=4$ 次のモード※で振動

するとき点1，2では変位がなく，$P_{T1}=P_{T2}=0$となる。この条件を満たす固有値は式(11)には含まれないので，式(11)を解いてもすべての固有値が出ないことがあることを注意すべきである。単純梁の8次のモードで振動するときも同様であり，これらのときは橋脚は振動せずそのモードはゼロ値であることを付記しておこう。

4. 応答について

平均速度応答スペクトルを用い，各次数について最大変位応答$q_{m\,max}$を求め，構造各点の変位の最大値$W_{max.prob}$をroot mean square法により示すと

$$W_{max.prob}=\left\{\sum_m\left(\beta_m\,\varphi_m\,q_{m\,max}\right)^2\right\}^{1/2}$$

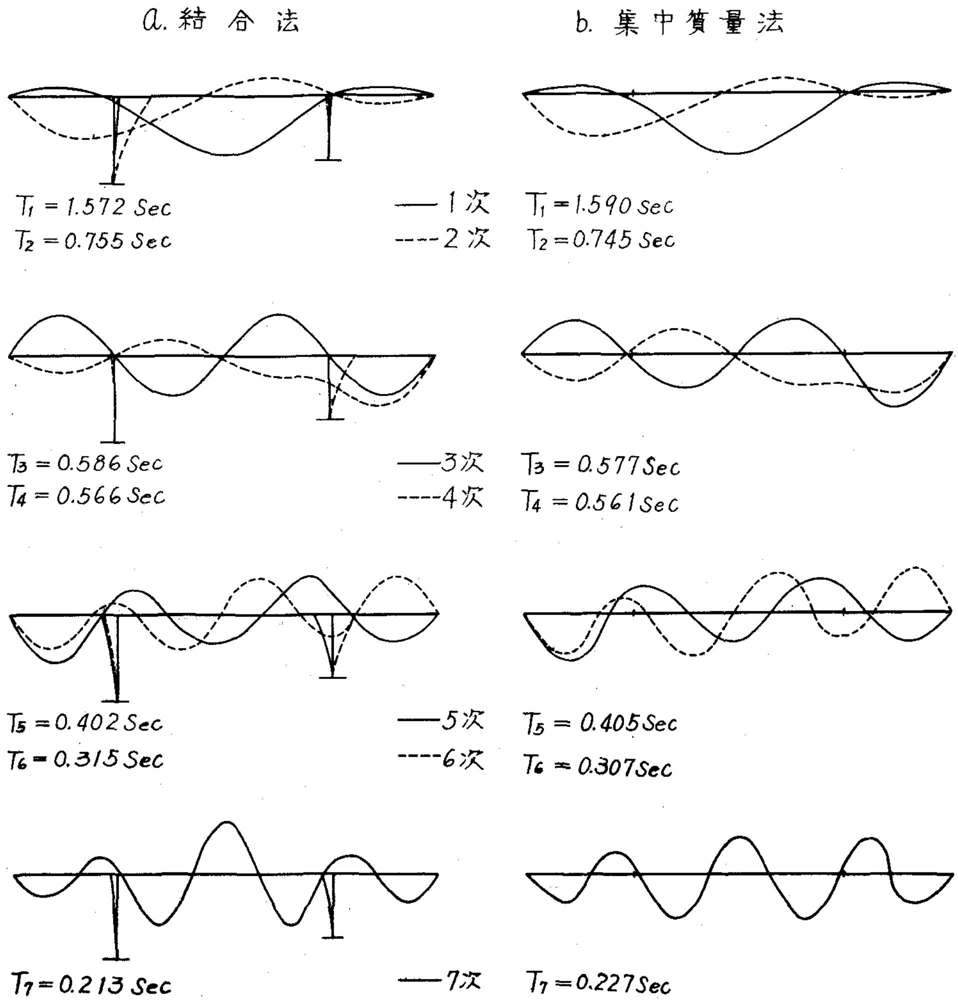


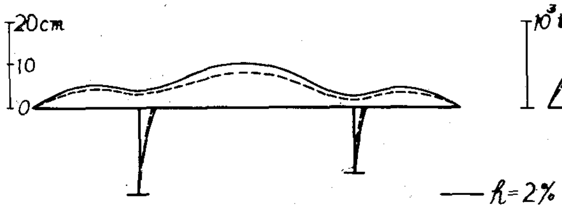
図-3 モードと固有周期の比較

ここに

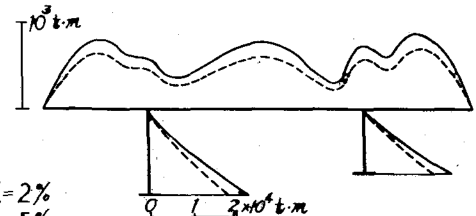
$$\beta_m = \sum_i M_i \varphi_m(x_i) / \sum_i M_i \varphi_m^2(x_i)$$

M_i は i 点の質量であるが，才1法によるときは $\sum_i$ は構造全体についての積分となる。また集中質量法における β_m の計算では，振動解析に用いた橋脚柱頭の質量 $0.24 M_c$（ただし M_c は橋脚の片持梁の全質量）を用いたのでは不合理であるので，連続体片持梁と1質点系片持梁との両者において，β_m 式の分子・分母それぞれの値が等しくなるような換算質量を用いねばならない。片持梁の1次振動モードについて換算すると分子では $0.391 M_c$，分母では $0.250 M_c$ となる。これを用いて最大変位応答を求め，才1法のそれと比べ，図－4を得た。

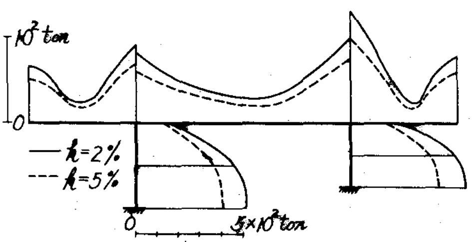
才1法による最大 M，最大 Q の応答は図－5，図－6の通りである。



図－4 変位応答（$\ddot{z}$=100gal）



図－5 曲げモーメント応答（$\ddot{z}$=100gal）



図－6 せん断力応答（$\ddot{z}$=100gal）

(註)(1) 同様の解析法は吉村・平井「ランガー桁の動的解析」土木学会論文集101号，その他で多く用いられている。

(註)(2) 例えば土木技術者のための振動便覧（土木学会）P.176．土木研究所報告 128の1，1964．

＊ 図－3(a)では3次のモードがこれに対応する。