

九州大学 工学部 正員 小坪 清 眞
九州工業大学 正員 高西 照 彦

1. まえがき

着者等は前論⁽¹⁾において、比較的硬い地盤で得られた地震記録と下層基盤での入力波として用い、上層軟弱地盤の変形を考えた場合の鋼管橋脚の地震応答を計算した。前論においては、上層地盤が比較的浅い場合(鋼管長の約 $1/4$)について上層地盤の動力学的性質の差異が、それを貫いて築造された鋼管橋脚の地震応答に及ぼす影響を論じたが、本論は上層地盤が比較的深い場合(鋼管長の約 $1/2$)について同種の問題を取扱った。前論の解析では、鋼管橋脚と上層地盤とそれぞれ多次系に置換して modal analysis の手法を用いて鋼管橋脚の地震応答の計算を行ったが、その際鋼管橋脚の規準振動型としては上層軟弱地盤中で鋼管橋脚が自由振動を行うときの振動型を採用した。本論の解析においても modal analysis の手法を用いたが、鋼管橋脚の規準振動型としては上層地盤が存在しない場合の鋼管橋脚の自由振動の振動型を採用した。一般に地盤変形を考慮する場合の鋼管橋脚の地震応答を modal analysis によって求める場合、上層地盤の規準振動型と鋼管橋脚の上層地盤中部分のそれとがほぼ同型となるときは依次の振動型のみを採用してそれらの重ね合わせにより十分な精度で鋼管橋脚の地震応答の計算を行うことができると予想される。上層地盤が深い場合には浅い場合に比べて、地盤中で鋼管橋脚が自由振動をする場合の振動型と地盤のそれとの差異は(地盤の軟弱の度合によってその程度に差はあるが)一般に大きくなるので、鋼管橋脚の規準振動型として本論におけるように上層地盤が存在しない場合に鋼管橋脚が自由振動をするときの振動型(それは地盤の深さに関係しない)を採用する方がより優れているといえる。本論の解析法は上層地盤が浅い場合にも等しく適用できることは勿論で、したがって前論の解析法に比べてより一般性をもつ解析法であるといえる。さて、ここで地盤の変形を考慮する場合の鋼管橋脚の地震応答に及ぼす上層地盤の厚さの影響、あるいは上層地盤の動力学的性質の影響等解明すべき問題

は多いが、これらの問題は次回に論ずることにして、本論では、まず地盤変形を考慮する場合の鋼管橋脚の地震応答を求める一般式を導き、つぎにその一計算例として鋼管橋脚の振動型はどの程度の次数まで用いれば十分必要な精度で応答計算を行うことができるかを示した。

2. 鋼管橋脚の振動モデル

図-1 に示すような鋼管橋脚を図-2 に示すようにモデル化し、基本的には二層ラーメンとして解析を行い、鋼管橋脚が自

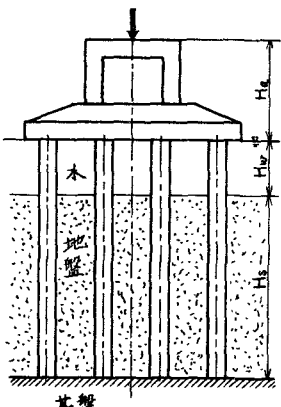


図-1 鋼管橋脚

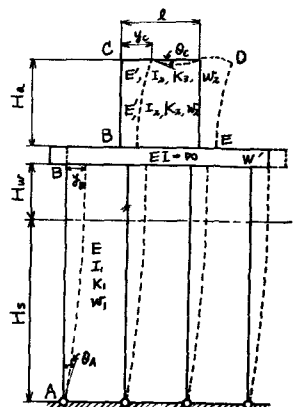


図-2 鋼管橋脚の計算モデル

由振動とするときの固有振動数とその振動型を求めた。計算式は文末の注に示した。

3. 鋼管橋脚の変位応答理論

(1) 地盤の変位応答

地震加速度 $\dot{\phi}(t)$ が与えられた場合の橋脚の応答を求めるには、まず $\dot{\phi}$ による地盤の動きを求める必要がある。地盤の変位応答は前論で求めた地盤のせん断振動の方程式を利用して modal analysis 法によって計算した。すなわち上層地盤を 図-3 に示すような集中質量系に置換して地盤のせん断振動方程式を求め、これより次に示すように地盤の振動型 \bar{U}_i に関する同次方程式を得る。

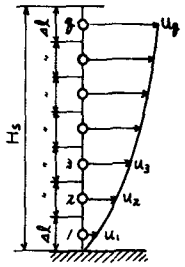


図-3 地盤の振動モデル

$$-m_i^2 \frac{\omega_i^2}{g} \bar{U}_i = -k_i (\bar{U}_i - \bar{U}_{i-1}) + k_{i+1} (\bar{U}_{i+1} - \bar{U}_i) \quad (i=1, 2, \dots, \gamma, \bar{U}_0=0, k_{\gamma+1}=0) \dots\dots (1)$$

ここに、 m_i は上層地盤の固有円振動数、 k_i は i 英と $(i-1)$ 英の地盤の相対変位に比例するバネ定数、 γ は土中の層数の数、 g は重力の加速度、 \bar{w}_i は i 英の集中重量で $\bar{w}_i = \rho_s \Delta l$ である。 ρ_s は土の単位体積重量、 Δl は地盤の分層長である。

(1) 式から地盤の固有円振動数 m_i 、振動型 \bar{U}_i が求められる。また、地盤の任意英 i の変位 u_i は $u_i = \sum_p b_p \bar{U}_{pi}$ によって求めることができる。 b_p は次の微分方程式から計算される。

$$\ddot{b}_p + 2h_{gp} m_{gp} \dot{b}_p + m_{gp}^2 b_p = -\delta_p \dot{\phi} \dots\dots (2) \quad \delta_p = \left(\frac{\sum_i \bar{w}_i}{g} \bar{U}_{pi} \right) / \left(\frac{\sum_i \bar{w}_i}{g} \bar{U}_{pi}^2 \right) \dots\dots (3)$$

ここに、 \bar{U}_{pi} は i 英の p 次の振動型、 m_{gp} 、 h_{gp} はそれぞれ地盤の p 次の固有円振動数及び減衰定数である。上式より $\dot{\phi}$ が与えられると刻々の u_i を計算することができる。

(2) 橋脚の変位応答

橋脚の α 次の振動型を Y とすれば、橋脚の任意英の変位は次式のように書くことができる。

$$y = \sum_{r=1}^R a_r Y_r \dots\dots (4) \quad \text{ここに、} a_r \text{ は一般座標、} R \text{ は採用した振動型の最高次数である。}$$

この系の運動エネルギー K は規準振動型の直交性を考慮すれば次のように表わせる。

$$K = \frac{1}{2g} \int_0^{H_s+H_w} N w_r \sum_{r=1}^R (\dot{a}_r^2 \dot{Y}_r^2) dx + \frac{1}{2g} W \sum_{r=1}^R (\dot{a}_r^2 \dot{Y}_r^2) + \frac{1}{2g} \int_0^{H_s} 2w_2 \sum_{r=1}^R (\dot{a}_r^2 \dot{Y}_r^2) dx + \frac{1}{2g} (W+w_2 l) \sum_{r=1}^R (\dot{a}_r^2 \dot{Y}_r^2) \dots\dots (5)$$

歪エネルギーは

$$V = \frac{1}{2g} \int_0^{H_s+H_w} N w_r \sum_{r=1}^R (m_{sr}^2 a_r^2 Y_r^2) dx + \frac{1}{2g} W \sum_{r=1}^R (m_{sr}^2 a_r^2 Y_r^2) + \frac{1}{2g} \int_0^{H_s} 2w_2 \sum_{r=1}^R (m_{sr}^2 a_r^2 Y_r^2) dx + \frac{1}{2g} (W+w_2 l) \sum_{r=1}^R (m_{sr}^2 a_r^2 Y_r^2) \dots\dots (6)$$

ここに、 m_{sr} は橋脚の α 次の固有円振動数、 Y_r, \dot{Y}_r はそれぞれ 図-2 において鋼管部 AB、上部ラーメン柱部 BC の α 次の振動型、同じく \dot{Y}_r, \dot{Y}_r は B、C 両英での規準振動型の大きさを表わすもので特に \dot{Y}_r については $\dot{Y}_r = 1$ とした。N は鋼管数、 w_1, w_2 は鋼管及びラーメンの単位長さ当り重量、 H_s, H_w, H_a, l はそれぞれ鋼管の地中部長さ、水中部長さ、上部ラーメンの柱部長さ、梁部長さを表わす。また、W は桁重量を W' は橋脚躯体重量を示す。

一般座標 a_r に対する一般力 Q_r は次式で表わされる。

$$Q_r = -\frac{1}{g} \int_0^{H_s} \{ F_s N A \rho_s \left(\sum_{r=1}^R \dot{a}_r \dot{Y}_r \right) \dot{Y}_r dx - \frac{1}{g} \int_0^{H_s+H_w} \{ F_w N A \rho_w \left(\sum_{r=1}^R \dot{a}_r \dot{Y}_r \right) \dot{Y}_r dx - \frac{1}{g} \int_0^{H_s+H_w} \{ N w_1 \dot{\phi} \dot{Y}_r dx - \frac{1}{g} W' \dot{\phi} \dot{Y}_r - \frac{1}{g} \int_0^{H_s} \{ 2w_2 \dot{\phi} \dot{Y}_r dx - \frac{1}{g} (W+w_2 l) \dot{\phi} \dot{Y}_r - \frac{1}{g} \int_0^{H_s} \{ F_s N A \rho_s \dot{\phi} \dot{Y}_r dx - \frac{1}{g} \int_0^{H_s+H_w} \{ F_w N A \rho_w \dot{\phi} \dot{Y}_r dx + \int_0^{H_s} \{ D N C k (u-y) \dot{Y}_r dx \dots\dots (7)$$

ここに、A、D は鋼管の断面積及び外径、 ρ_w は水の単位体積重量、C は群杭効果を示す係数、 k は土の動的な水平反力係数、 u は土のせん断変位、 F_s, F_w は土及び水の附着重量係数である。(7) 式で α 、

2項は土及び水の附着質量にもとづく慣性力による一般力E, 3, 4, 5, 6項は橋脚が受ける地震力による一般力E, 7, 8項は土及び水の附着質量が受ける地震力による一般力E, 9項は土の地盤反力による一般力Eをそれぞれ表わしている。

○r次の振動の減衰常数を h_{sr} とおけば(5)~(7)式をLagrange's equationに入れて次の微分方程式が得られる。

$$\ddot{a}_r + 2h_{sr} \dot{a}_r + m_{sr}^2 a_r = - \sum_{i=1}^R (m_{ri} \ddot{a}_i) - (s m_r + s m_r) \ddot{\phi} + \sum_{i=1}^R (m_{ri} n_{qi} n_{sr} b_i) - \sum_{i=1}^R (s m_{ri} n_{si} n_{sr} a_i) \dots \dots \dots (8)$$

ここに, $m_{ri} = \frac{1}{g} \frac{1}{m_r} \left\{ F_s N A B_s \int_0^{H_s} \gamma_r \gamma_i dx + F_w N A B_w \int_{H_s}^{H_s+H_w} \gamma_r \gamma_i dx \right\} \dots \dots \dots (9)$ $s m_r = \frac{DNC}{s m_r} \int_0^{H_s} k \frac{\gamma_r \gamma_i}{n_{sr} n_{qi}} dx \dots \dots \dots (12)$

$s m_r = \frac{1}{g} \frac{1}{m_r} \left\{ N W_i \int_0^{H_s+H_w} \gamma_r \gamma_i dx + W' \gamma_r + 2 W_2 \int_0^{H_s} \gamma_r \gamma_i dx + (W + W_2 l) \gamma_r \right\} \dots \dots \dots (10)$ $s m_{ri} = \frac{DNC}{s m_r} \int_0^{H_s} k \frac{\gamma_r \gamma_i}{n_{sr} n_{si}} dx \dots \dots \dots (13)$

$s m_r = \frac{1}{g} \frac{1}{m_r} \left\{ F_s N A B_s \int_0^{H_s} \gamma_r dx + F_w N A B_w \int_{H_s}^{H_s+H_w} \gamma_r dx \right\} \dots \dots \dots (11)$ $m_r = \frac{1}{g} \left\{ N W_i \int_0^{H_s+H_w} \gamma_r^2 dx + W' \gamma_r^2 + 2 W_2 \int_0^{H_s} \gamma_r^2 dx + (W + W_2 l) \gamma_r^2 \right\} \dots \dots \dots (14)$

Pは採用する土の最高振動次数, U_i は土の○i次の振動型を表わす。
上層地盤の変形を考慮しない場合は(8)式において $h_{sr} = 0$ とすればよい。また, 上層地盤が存在しない場合は $h_{sr} = 0, F_s = F_w = 0$ とおけばよい。したがって(8)式の右辺は $-s m_r \ddot{\phi}$ のみとなる。

橋脚天端の変位 y_c は $\gamma_r = 1$ であることを考慮して(4)式より $y_c = \sum_{r=1}^R a_r \dots \dots \dots (15)$ として求められる。

以上より $\ddot{\phi}$ が与えられれば(2), (8), (15)の各式から橋脚天端の刻々の変位を計算することかできる。

4. 計算例及び結果

数値計算は図-1に示すように前論と全く同じ鋼管橋脚について行った。したがって, 橋脚及び地盤に関する諸元は地盤の深さを除いては前論の値とそのまま用いた。本論では上層地盤の深さを H_s を橋脚長の約2倍即ち15mとした。鋼管橋脚の固有円振動数及び振動型に関する諸定数を○5次振動までと

r	1	2	3	4	5
m_{sr}	3.688	37.32	51.67	146.7	299.2
T_{sr}	1.704	0.168	0.122	0.043	0.021
γ_1	1.147	3.647	4.292	7.230	10.33
γ_2	0.315	1.004	1.181	1.990	2.841
γ_3	1.717	-0.669	2.706	-3.53	204.1
γ_4	-0.408	-0.030	0.030	0.054	0.008
γ_5	1.738	5.187	5.760	2.204	-15.48
γ_6	0.190	-3.109	-4.701	-14.74	-16.91
γ_7	0.797	2.857	3.336	0.270	-16.60

表-1 橋脚振動数及び振動型に関する定数

p	1	2	3	4	5
T_{sp}	3.772	1.662	1.056	0.764	0.594
m_{sp}	1.666	3.781	5.948	8.224	10.58
σ_p	1.508	-0.751	0.334	-0.119	0.034

表-2 地盤の固有振動週期及び刺激係数

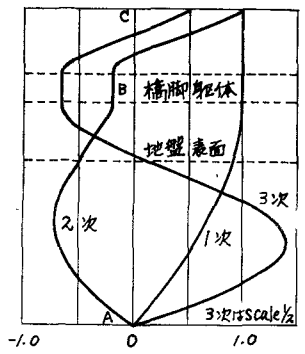


図-4 鋼管橋脚振動型

つぎに表-2は地盤の固有振動週期及び刺激係数 σ_p を, 図-5はその振動型を示す。ただし, 地盤は10等分に分割し, 地盤反力係数 k は下端で k_0 , 地表面で0の三角形分布と仮定した。一例として k_0 の値が $0.4 \frac{kg}{cm^2}$ の場合について計算した。(9)~(13)式の換算質量の計算値を表-3に示す。ここで, 附着質量係数 F_s, F_w 及び群沈効果を示す係数Cはすべて1とした。また, $s m_{ri}$ は地盤の振動型 U_i を集中質量系の振動型 U_p で近似し, (12)式を数値積分して求めた。

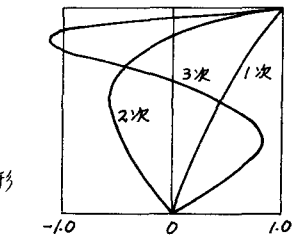


図-5 地盤の振動型

N	m_{ri}			$s m_r$			$s m_{ri}$				
	1	2	3	1	2	3	1	2	3		
1	0.117	-0.087	0.187	1.089	0.161	-1.207	-1.975	0.586	2.723	-0.315	0.152
2	-0.184	0.171	-0.511	-0.211	-0.295	-1.231	0.539	-0.263	-0.645	0.081	-0.227
3	0.064	-0.083	0.330	0.125	0.133	0.524	-0.265	0.153	0.291	-0.027	0.107

表-3 換算質量

地盤変形を考慮する場合の地震による鋼管橋脚天端の変位応答を示せば図-6の通りである。入力地

震波中としては ElCentro 地震波(1940.5.18. N-S 成分)を用い、地盤及び橋脚に対する減衰係数は一例としてそれぞれ $k_g = 0.3$, $k_s = 0.05$ を用いた。橋脚の振動次数はそれぞれオス次オ3次までとつた場合と計算した。なお、地盤の振動次数はいつでもオ3次までを用いた。応答計算には電子計算機(OKITAC-5090C型)を利用して Milne 法による数値積分を行った。time step は 0.01 秒とし、各 step で変位及び速度応答の誤差が共に 10^{-3} 以内になればそれで計算値は収束したとみなして次の step へ進んだ。応答計算に必要な精度という点から考えれば図-6 の両曲線はほぼ一致しているとみてよい。したがって、地盤変形を考慮する場合の橋脚の変位応答を求めるには橋脚の振動次数はオス次までとつて計算すればほぼ十分だといえよう。なお、本計算例は地盤が比較的軟らかい場合であるが地盤がそれより硬い場合についても同じくオス次振動まで位を考慮れば十分なのかどうかについても更に検討して講演時に発表したいと考えている。また、前論の計算法を用いて本論と同じ地盤の深さの場合について計算し、本論の解析法と比較検討すること、地盤の性質の差異が橋脚の変位応答に及ぼす影響を調べること等の問題についても更に検討する予定である。

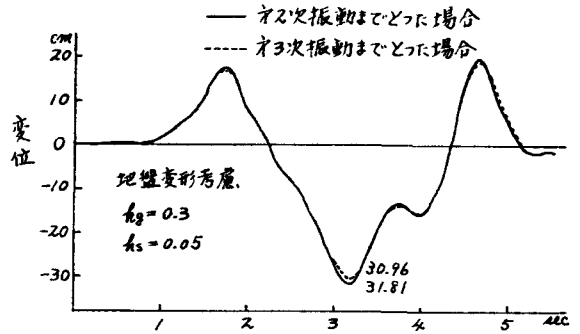


図-6 橋脚の変位応答

図-2において橋脚は基礎地盤とピンが結合をなし、上部ラーメンの下端と鋼管頭部は橋脚躯体で共に固定されていると考え、躯体の曲げ剛さは ∞ とした。橋脚の振動方程式は次式のように表わせる。

注: 橋脚の固有円振動数と振動型の計算式

図-2において橋脚は基礎地盤とピンが結合をなし、上部ラーメンの下端と鋼管頭部は橋脚躯体で共に固定されていると考え、躯体の曲げ剛さは ∞ とした。橋脚の振動方程式は次式のように表わせる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\gamma_1^2}{2I_1} \sin^2 \gamma_1 h_1 & \frac{\gamma_1^2}{2I_1} (Ah_1 + \sin^2 \gamma_1) & \frac{(H_1 H_2 + W H_1^2) \gamma_1^2}{4E I_1 g} - \frac{\gamma_1^2}{2I_1} (\sin \gamma_1 \cos \gamma_1 + \cos^2 \gamma_1) & 0 \\ \frac{\gamma_1^2}{2I_1} (\sin \gamma_1 \cos \gamma_1 - \cos^2 \gamma_1) & \frac{\gamma_1^2}{2I_1} (ch_1 - \cosh \gamma_1) & -\frac{\gamma_1^2}{2I_1} \sin \gamma_1 \cos \gamma_1 & 0 \\ \frac{H_1 H_2}{2} \frac{\gamma_1^2}{I_1} (\sin \gamma_1 \cos \gamma_1 - \cos^2 \gamma_1) & + Ah_1 - \sin^2 \gamma_1 & & 0 \\ \frac{\gamma_1^2}{2I_1} (ch_1 - \cosh \gamma_1) & \frac{\gamma_1^2}{2I_1} (\sin \gamma_1 \cos \gamma_1 + \cos^2 \gamma_1) - \frac{W H_1^2 \gamma_1^2}{4E I_1 g} & -\frac{\gamma_1^2}{2I_1} (Ah_1 + \sin^2 \gamma_1) & 0 \\ & + \frac{N E I_1 + H_1^2}{2E I_1 (H_1 + H_2)} \gamma_1^2 \frac{ch_1 \cosh \gamma_1}{\sin \gamma_1 \cos \gamma_1 - \cos^2 \gamma_1} & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_c \\ y_B \\ y_c \\ y_c \\ y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで、 $\gamma_1 = \sqrt{H_1 \gamma_1^2 / E I_1 g}$, $\gamma_2 = \sqrt{H_2 \gamma_2^2 / E I_2 g}$, $\gamma_3 = \sqrt{H_3 \gamma_3^2 / E I_3 g}$, $\Delta_1 = 2(1 - \cos \gamma_1 \cos \gamma_1)$ ($i = 1, 2, 3$)

鋼管部 AB, 上部ラーメン柱部 BC のオス次の振動型 y_r , z_r は $y_r = y_0 \frac{H_1}{H_1 + H_2}$, $z_r = y_0 \frac{H_2}{H_1 + H_2}$ とおけば

$y_r = A_r \sin \gamma_r x_r + C_r \cos \gamma_r x_r$, $z_r = 2A_r \sin \gamma_r x_r + 2B_r \cos \gamma_r x_r - A_r \cos \gamma_r x_r + D_r \cos \gamma_r x_r$ と表わせる。

ここで $A_r = \frac{1}{\Delta_1} \{ (\cos \gamma_1 \cos \gamma_1 + \sin \gamma_1 \cos \gamma_1 - 1) \frac{H_1 + H_2}{\gamma_1} \theta_c - (ch_1 + \sin^2 \gamma_1) y_B \}$
 $C_r = \frac{1}{\Delta_1} \{ (\cos \gamma_1 \cos \gamma_1 - \sin \gamma_1 \cos \gamma_1 - 1) \frac{H_1 + H_2}{\gamma_1} \theta_c + (ch_1 + \sin^2 \gamma_1) y_B \}$
 $2A_r = \frac{1}{\Delta_2} \{ (ch_1 - \cosh \gamma_1) \frac{H_2}{\gamma_2} \theta_c + (\sin \gamma_2 \cos \gamma_2 + \cos^2 \gamma_2) y_B - (Ah_1 + \sin^2 \gamma_1) y_c \}$
 $2B_r = \frac{1}{\Delta_2} \{ -(ch_1 - \cosh \gamma_1) \frac{H_2}{\gamma_2} \theta_c + (\cos \gamma_2 \cos \gamma_2 - \sin^2 \gamma_2 - 1) y_B + (ch_1 - \cosh \gamma_1) y_c \}$
 $2D_r = \frac{1}{\Delta_2} \{ (ch_1 - \cosh \gamma_1) \frac{H_2}{\gamma_2} \theta_c + (\cos \gamma_2 \cos \gamma_2 + \sin^2 \gamma_2 - 1) y_B - (ch_1 - \cosh \gamma_1) y_c \}$

鋼管橋脚の諸元が与えられればその固有円振動数と振動型は上式から計算することができる。

(1): 小坪・高面「鋼管橋脚の耐震性におよぼす基礎地盤変形の影響」土木学会論文集 vol.148. 昭42.12.