

九州大学 正員 小坪 清真  
 同大学院 学生員 〇原 田 譲 二

1. まえがき

従来の地震応答計算の考え方では、地動は構造物の各基礎において同一位相で作用すると仮定している。しかし、長大な構造物の各基礎における地動は厳密には位相差を生じているので、これを地震応答計算に考慮すべきであると思われる。著者等は前論<sup>1)</sup>において、ディダーク型式の橋梁の各基礎に作用する地震波の位相差が橋梁の地震応答におよぼす影響を考察し、それが地動位相差を考慮しない従来の地震応答に比べ大きな値となることを示した。しかし、これはディダーク型式という中央にヒンジを有する構造の橋梁についてのみの計算であった。そこで本研究では橋梁の型式の異なったものを若干例にとり、それらの地震応答を地動位相差を考慮して計算し、各型式ごとにその影響を調べ、どのような型式の橋梁に最も影響が大きいかを考察した。なお、前論で述べた理由により、動的応答計算に必要な外力としての不規則地震波は、変位を用いず加速度記録を入力として作用させた。

また、基礎の静的変位による橋梁の応答計算には、加速度記録を積分して得た変位を静的に加え、それによる応答値を求めた。

2. 基礎方程式

多質点系の modal analysis における基礎方程式は前論に述べたが、分布質量系の場合は次のようになる。

1). 従来の応答計算式

梁の  $S$  次の基準振動型を  $Y_s(x)$ 、 $S$  次の一般座標を  $a_s$  とし、梁の任意点  $x$  の変位  $y$  を

$$y = \sum_{s=1}^{\infty} a_s Y_s(x) \quad \dots (1)$$

で表わせば、系の運動エネルギー  $K$ 、歪エネルギー  $V$ 、一般座標  $a_s$  に対する一般力  $Q_s$  は次式で表わされる。

$$K = \frac{1}{2g} \sum_{s=1}^{\infty} \dot{a}_s^2 \int_x w(x) Y_s^2(x) dx \quad \dots (2)$$

$$V = \frac{1}{2g} \sum_{s=1}^{\infty} n_s^2 a_s^2 \int_x w(x) Y_s^2(x) dx \quad \dots (3)$$

$$Q_s = - \int_x \frac{w(x)}{g} Y_s(x) dx \cdot \ddot{\phi}(t) \quad \dots (4)$$

ここで、 $n_s$ : 梁の  $S$  次の円振動数、 $w(x)$ : 梁の単位長当りの重量、 $\ddot{\phi}(t)$ : 時刻  $t$  における地動加速度である。減衰係数を  $h_s$  とし、(2)~(4) 式をラグランジュの方程式に入れれば基礎方程式として次の微分方程式を得る。

$$\ddot{a}_s + 2h_s n_s \dot{a}_s + n_s^2 a_s = -\beta_s \ddot{\phi}(t) \quad \text{但し} \quad \beta_s = \frac{\int_x w(x) Y_s(x) dx}{\int_x w(x) Y_s^2(x) dx} \quad \dots (5)$$

ここで  $\beta_s$  は  $S$  次の影響係数である。

刻々の  $\ddot{\phi}(t)$  を (5) 式に入れて解き  $a_s$  を求めれば、(1) 式より各点の変位、また、(1) を  $x$  につき 2 回微分したもより曲げモーメントが得られる。

2). 地動位相差を考慮した場合の応答計算式

地動位相差を考慮すると各基礎は同一の動きをするのではなく、位相がずれて別々に変位すること

になる。各基礎が別個に変位したとき梁が受ける外力の加速度分布は梁の静的弾性線に比例する。従って、基礎 $j$ が単位大の変位を生じた場合の梁の静的弾性線を $f_j(x)$ で表わせば、 $a_s$ に対する一般力は次式で表わせる。

$$Q_s = - \int_x \frac{w(x)}{g} \gamma_s(x) \left( \sum_{j=1}^N f_j(x) \ddot{\phi}_j(t) \right) dx \quad \dots \quad (6)$$

ここで、 $\ddot{\phi}_j(t)$ ：時刻 $t$ における基礎 $j$ の地動加速度、 $N$ ：基礎の個数。従って、基礎方程式は次式になる。

$$\ddot{a}_s + 2h_s n_s \dot{a}_s + n_s^2 a_s = - \frac{1}{\int_x \frac{w(x)}{g} \gamma_s^2(x) dx} \int_x \frac{w(x)}{g} \gamma_s(x) \left( \sum_{j=1}^N f_j(x) \ddot{\phi}_j(t) \right) dx \quad \dots \quad (7)$$

$\ddot{\phi}_j(t)$ に刻々の時間 $t$ における各基礎の地動加速度を入れて(7)式を解き $a_s$ を求めれば前述のようにして変位、曲げモーメントを得る。但し、この値は梁の各基礎が別個に変位した際の梁の静的弾性線を基準線とした相対的なもので、絶対的なものを求めるにはここで求めた値に各基礎が静的に変位した場合の値を加えなければならない。

### 3. 振動のモデル

応答を比較する橋梁の型式の例としては、デビダーク橋の他に3径間連続梁と単純梁を用いた。簡略化するために後の2種は等断面、対称型とし、支承部は全てヒンジとする。スパンは3径間連続梁は70+90+70 mとし、単純梁は90 mとした。いずれも連続体として解くので曲げ振動の振動数方程式は、

単純梁： $\sin k l = 0 \quad \dots \quad (8)$

3径間連続梁：
$$\left. \begin{aligned} (\varphi_1 + \varphi_2)(\varphi_2 + \varphi_3) - \psi_2^2 &= 0 \\ \varphi_i &= \coth k l_i - \cot k l_i \\ \psi_i &= \operatorname{cosech} k l_i - \operatorname{cosec} k l_i \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となる。但し、 $k = \sqrt{P^2 w / EI g}$ で $P$ は固有円振動数である。本計算では両型とも $w / EI g = 8.139 \times 10^{-16} \text{ sec}^2 \text{ cm}^{-4}$ とした。

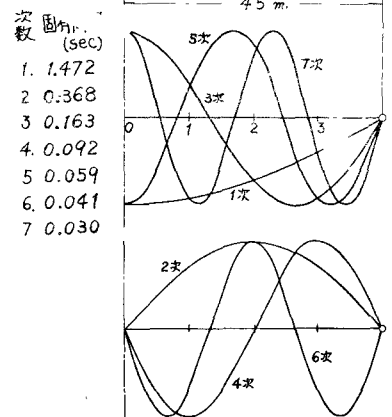


図-1. 単純梁の対称・逆対称振動型と固有周期

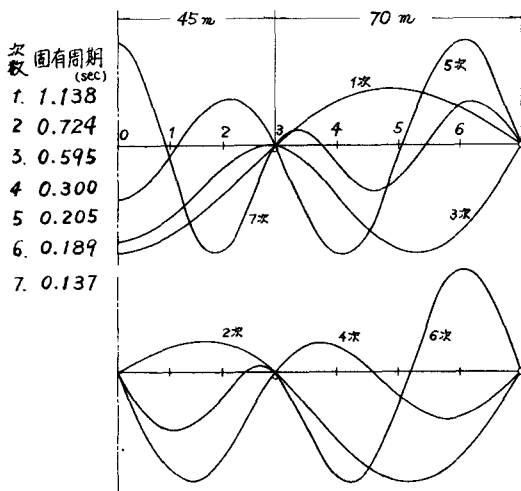


図-2 3径間連続梁の対称・逆対称振動型と固有周期

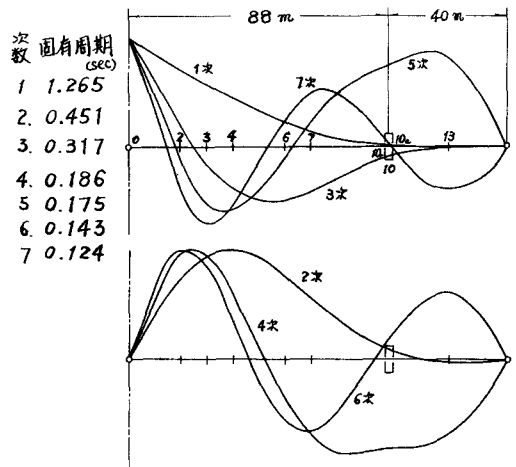


図-3 デビダーク橋の対称・逆対称振動型と固有周期

スビダーフ橋の振動方程式は前論に示した通りである。以上の式よりそれぞれの型式の橋梁の振動周期、振動型を求めた。これを図1~3に示す。

数値計算には九大計数施設OKITAC-5090Hを用いた。

#### 4. 応答計算

外力としての地震記録はEl Centro地震(1940.5, N-S成分)の加速度記録を用いた。加速度記録を直接積分すると不合理な変位を生じるので、変位曲線の基準線を3次曲線で近似し最小自乗法を用いて妥当な変位曲線を求め、加速度記録を調整した。

地震波は橋軸方向にのみ伝播するとしているが、その見掛け上の伝播速度は0.5, 1.0, 2.0 km/sec. それに $\infty$  km/sec(これは、地動位相差を考慮しない場合に相当する)の場合につき計算した。

各次の減衰常数 $\xi_n$ はいずれも2%とし次数は7までとった。応答計算は記録のピークが2~3秒で生じるので記録の5.5秒までを時間刻み0.01秒、線形加速度法で行なった。

応答計算の結果得られた各型式の橋梁の絶対曲げモーメントの最大値を図4, 6, 8に、相対変位(基準線は静的弾性線)の最大値を図5, 7, 9に示す。なお、計算を行なった梁の各点は図1~3に示した通りである。

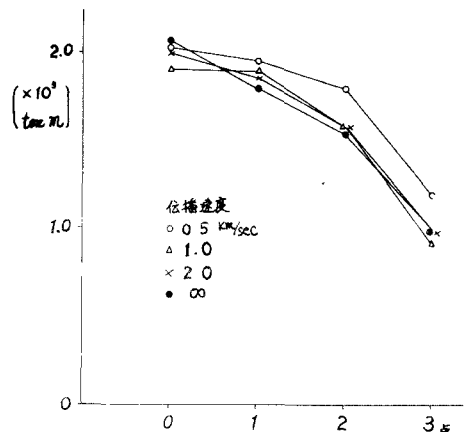


図-4 単純梁各点の最大絶対曲げモーメント

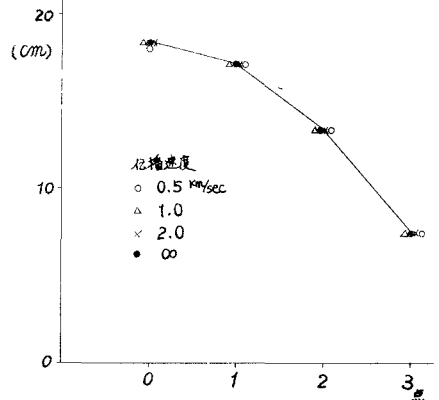


図-5 単純梁各点の最大相対変位

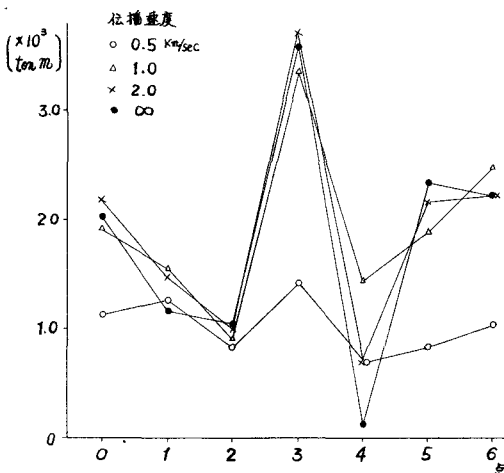


図-6 3径間連続梁各点の最大絶対曲げモーメント

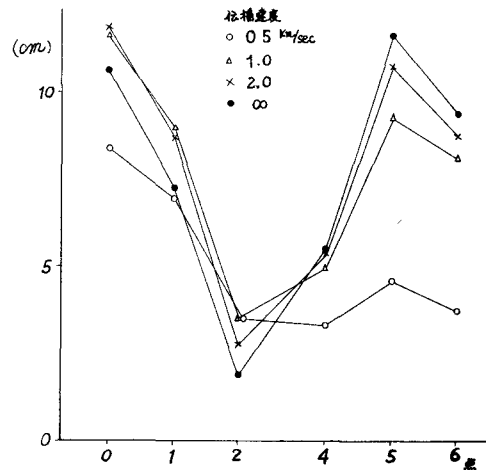


図-7 3径間連続梁各点の最大相対変位

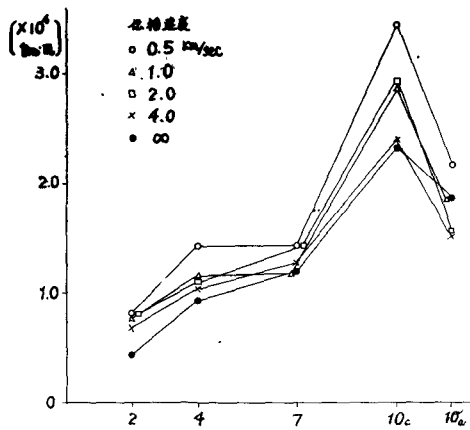


図-8 デビダーク橋の各点の最大絶対曲げモーメント

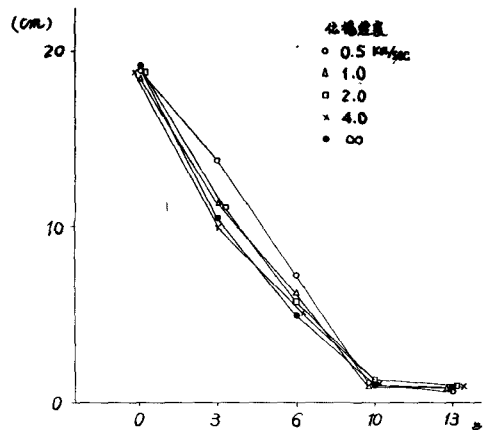


図-9 デビダーク橋の各点の最大相対変位

### 5. 計算結果および考察

地動位相差を考慮した場合、橋梁の各型式別の応答におよぼす影響はデビダーク型式の場合が非常に大きく、3径間連続梁、単純梁の場合はこれに比べてそれほど大きくないという結果が出た。

曲げモーメント応答に関しては、各型式とも対称構造なので従来の地動位相差を考慮しない計算では逆対称振動の影響が出ないけれども、地動位相差を考慮した場合はこの影響が顕著である。特に中央にピン構造を有するデビダーク橋の場合、ピンに生じるせん断力が曲げモーメントに大きく影響し、スパンの中央付近や橋脚と橋桁の接合部で2次の振動によるものが卓越している。3径間連続梁の場合も応答の値が小さい場所などで局所的に10倍程度の影響を示しているが、全般的に地動位相差の影響は小さく0.4~1.3倍程度である。単純梁の場合は伝播速度が0.5 km/secの場合が∞ km/secの場合の1.0~1.3倍程度の値を示すが、これも中央におけるせん断力の影響が加わり、2次振動が大きいためである。相対変位の最大値には地動位相差は局所的には影響するが、全般的には影響は小さい。これは変位においては一次振動が卓越し、逆対称振動がほとんど現れないからである。

伝播速度についてみれば、速度が遅く位相のずれが大きい方が応答におよぼす影響が大きいとは限らず、3径間連続梁の場合には逆に小さくなっている。これは地震波の伝播速度と梁のスパン長、地震波の卓越周期のかわあいにより影響されるものとと思われる。また、伝播速度0.5 km/secの場合を除けば速度の増加に従い地動位相差を考慮しない応答値に近づく。modal analysisの次数は変位、曲げモーメントの応答ともに7次までとれば充分で、特に単純な構造系においては変位、曲げモーメントともに非常に早く収束する。相対的な応答値に比し基礎の変位による静的な曲げモーメントの割合は小さくデビダーク橋の場合でも2~10%程度である。

### 6. おまわり

以上の計算により各型式別にみれば中央にヒンジを有する構造系に対し地動位相差が特に影響すること、単純な構造系に対してもモーメント応答に若干の影響があることが解った。速度をいろいろ変えて応答を求めるには膨大な計算を必要とするので耐震設計の目的の為に統計的解明が必要である。

文献) 小坪、原田 "デビダーク橋の地震応答におよぼす地動位相差の影響" 九大工学集報 40巻6号。