

1. まえがき

土木構造物の耐震計算法として従来慣用されている震度法は、構造物の固有振動週期が地震週期に比しはるかに短い場合にのみ適用できるもので、可塑性大きく、固有振動週期が地震週期より長いと見られる鋼管橋脚に対しては適用できない。このような長週期の構造物に対しては、いわゆる動的耐震解析を行って地震時応力の検討をしなければならない。本論では、鋼管橋脚の動的解析法とそれに附随する諸問題(基礎地盤の変形、水および土の附着質量など)について述べ、一計算例を示したものである。

2. 鋼管橋脚の振動モデル

図-1に示すような鋼管橋脚を連続弾性体として解析することは困難であるので、これを図-2に示すような多質点系に変換する。鋼管を $\Delta l$ の長さに分割し、その重心に質量が集中しているものと見れば、鋼管部分の質点の重量 $W_i$ は次式で表わされる。

$$W_i = \gamma A n \Delta l + F_w \gamma_w A n \cdot \Delta l + F_s \gamma_s A n \cdot \Delta l$$

$$= n A \cdot \Delta l (\gamma + F_w \gamma_w + F_s \gamma_s) \quad (1)$$

ここに、 $\gamma$ : 鋼杭の単位体積重量,  $\gamma_w$ : 水の単位体積重量,  $\gamma_s$ : 基礎地盤の単位体積重量,  $A$ : 鋼杭の断面積,  $n$ : 鋼杭の数,  $F_w, F_s$ : 水および土の仮想(附着)質量係数である。また、土の動的水平地盤反力係数を $k$ , 鋼管の直径を $d$ , 土の地震時におけるせん断変位を $U$ , 鋼管の弾性変位を $y$ , 群杭効果を示す係数を $C$ とすれば、 $W_i$ に作用する地盤反力 $P_i$ は次式で表わされる。

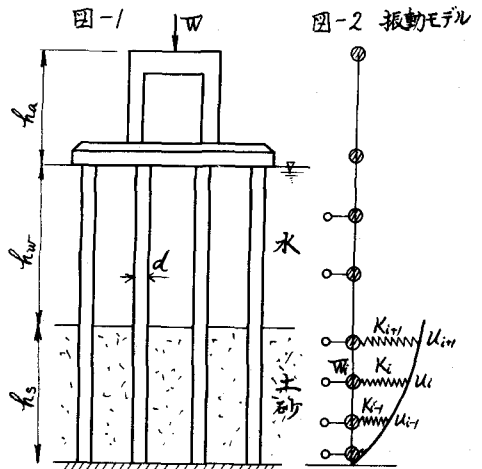
$$P_i = K_i (U - y_i), \quad K_i = k d n \cdot C \cdot \Delta l \quad (k \text{は深さの函数}) \quad (2)$$

3. 振動方程式

基礎の地震加速度を $\ddot{\phi}$ , 重力加速度を $g$ , 質点の数を $m$ とすれば振動方程式は

$$y_i = - \sum_{s=1}^m \frac{W_s}{g} \delta_{is} \ddot{y}_s + \sum_{s=1}^m K_s (U_s - y_i) \delta_{is} - \sum_{s=1}^m M_s \ddot{y}_s \delta_{is} - \sum_{s=1}^m \frac{W_s}{g} \delta_{is} \ddot{\phi} \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

ここに、 $g$ は土中の質点の数,  $\delta_{is}$ は $s$ 点に作用する単位荷重により $i$ 点に生ずる変位である。地動加速度は一般に不規則な時間函数であるから、与えられた地震波による橋脚の応答を計算するには、振動方程式を次の形で表わしておいたがよい。すなわち、



$$\left. \begin{aligned} \frac{W_i}{g} \ddot{y}_i &= -f_i(y_1, y_2, \dots, y_m) - \mu_i \dot{y}_i + K_i(u_i - y_i) - \frac{W_i}{g} \ddot{\phi} & (i=1, 2, \dots, g) \\ \frac{W_i}{g} \ddot{y}_i &= -f_i(y_1, y_2, \dots, y_m) - \mu_i \dot{y}_i - \frac{W_i}{g} \ddot{\phi} & (i=g+1, g+2, \dots, m) \end{aligned} \right\} (4)$$

ここに、 $f_i(y_1, y_2, \dots, y_m)$  は変位  $y_1, y_2, \dots, y_m$  を生ぜしめるために、 $i$  点に加えるべき力で、 $S$  点 ( $S=1, 2, \dots, m$ ) に力  $f_s$  ( $S=1, 2, \dots, m$ ) を加えたとき、 $i$  点の変位  $y_i$  が

$$y_i = \sum_{S=1}^m \delta_{is} f_s \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (5)$$

と与えられるから、この式より  $f_i$  が次のように求められる。

$$f_i(y_1, y_2, \dots, y_m) = \sum_{S=1}^m \beta_{is} y_s \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (6)$$

#### 4. 土の地震による動き

(3)~(4)式より橋脚の動的変位を求めるには、地動加速度  $\ddot{\phi}$  による土の動きを先づ求めなければならぬ。従来の設計では土の動き  $u$  は無視されているが、本論ではその動きが橋脚の変位に及ぼす影響を調べた。土の動きは基礎の動き  $\ddot{\phi}$  により起されるせん断変位で、理論的には次のせん断の微分方程式

$$\frac{\partial}{\partial x} (G \frac{\partial u}{\partial x}) - \frac{\partial}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (7)$$

を境界条件、 $x=0$  で  $u=0$ 、 $x=h_s$  で  $G \frac{\partial u}{\partial x} = 0$

によって解けば求められるが、土のせん断弾性係数  $G$  は一般に土の深さ  $x$  の函数であるばかりでなく、土の歪みおよび歪速度の函数でもあるから、これらのすべての影響を含めて土の動きを

求めることは困難であるから、本論では  $G$  が  $x$  のみの函数であるとし、かつ、土を集中質量系に置換して求めた。土の深さを  $\Delta l$  に分割し、その間の土の重量を  $W_i$ 、 $i+1$  点と  $i$  点との間のバネ定数を  $k_{i+1}$  とすれば、振動方程式は

$$\frac{W_i}{g} \ddot{u}_i = k_{i+1}(u_{i+1} - u_i) - k_i(u_i - u_{i-1}) - \frac{W_i}{g} \ddot{\phi} \quad (i=1, 2, \dots, g) \quad (8)$$

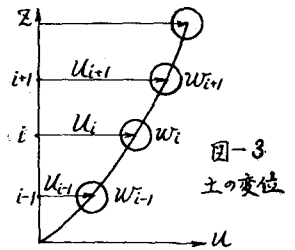
ここに、 $W_i = \rho_s \Delta l$  であり、 $k_{i+1}$ 、 $k_i$  は次式より求められる。

$$k_{i+1} = \frac{1}{\int_{z_i}^{z_{i+1}} \frac{1}{G} dz}, \quad k_i = \frac{1}{\int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{1}{G} dz} \quad (9)$$

$\ddot{\phi}$  が与えられると (8) 式より刻々の  $u_i$  が計算され、これを (3) 式または (4) 式に入れると、刻々における  $y_i$  が求められる。

#### 5. 水の仮想(附着)質量

鋼桁が振動する場合、鋼桁のまわりの水の一部が鋼桁と共に振動し、あたかも水が鋼桁に附着しているかのような動きをする。この場合、鋼桁/本が単独にある場合の附着質量についてはすでに明らかにされているが、群桁の場合の相互の影響についてはまだ明ら



かにされていない。本論ではこの問題をも合わせて考え、理論的な解明を行った。今、図-4に示すように、直径 $d$ の円柱が中心間距離 $2x_0$ で2本配置されているとき、円柱に働く動水圧 $\sigma$ は、双極座標 $(\xi, \eta)$ による $\sigma$ の微分方程式

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \eta^2} = 0 \quad (10)$$

を、境界条件

$x$ 方向振動の場合

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \eta}\right)_{\eta=0} = 0, \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \eta}\right)_{\eta=\pi} = 0, \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi}\right)_{\xi=\xi_0} = \alpha \beta_w a \frac{\cosh \xi_0 \cos \eta - 1}{(\cosh \xi_0 - \cos \eta)^2} \sin \omega t, (\sigma)_{\xi=0} = 0 \quad (11)$$

$y$ 方向振動の場合

$$(\sigma)_{\eta=0} = 0, (\sigma)_{\eta=\pi} = 0, \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi}\right)_{\xi=\xi_0} = \alpha \beta_w a \frac{\sinh \xi_0 \sin \eta}{(\cosh \xi_0 - \cos \eta)^2} \sin \omega t, \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \xi}\right)_{\xi=0} = 0 \quad (12)$$

よって解けは求められる。ここに、 $2a$ は双極座標における2極間距離、 $\xi_0$ は円柱表面の座標で、 $\xi_0 = \cosh(2x_0/d)$ である。この解を求めれば、円柱の長さ方向単位長当たりの附着質量は $F_w \beta_w A$ で表わされ、係数 $F_w$ は $x$ 方向振動の場合、次式となる。

$$F_w = \frac{4}{\pi^2} \sinh^2 \xi_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh n \xi_0}{n} \left\{ \int_0^{\pi} \frac{(\cosh \xi_0 \cos \eta - 1) \cos n \eta}{(\cosh \xi_0 - \cos \eta)^2} d\eta \right\}^2 \quad (13)$$

$y$ 方向振動の場合、次式で表わされる。

$$F_w = \frac{4}{\pi^2} \sinh^4 \xi_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\coth n \xi_0}{n} \left\{ \int_0^{\pi} \frac{\sin n \eta \cdot \sin n \eta}{(\cosh \xi_0 - \cos \eta)^2} d\eta \right\}^2 \quad (14)$$

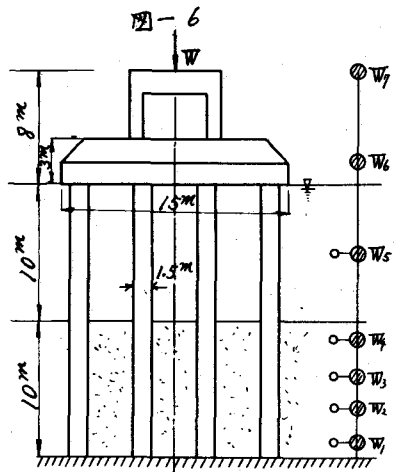
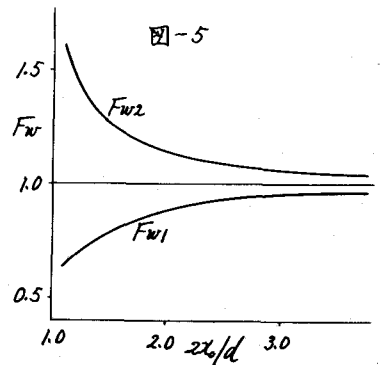
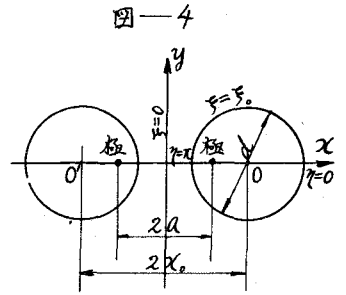
図-5は $F_{w1}$ 、 $F_{w2}$ の値を $2x_0/d$ をいろいろ変えて計算した結果を示したもので、 $2x_0/d$ が3以上になれば、群杭の効果はほとんど考慮する必要のないことがわかる。

## 6. 土の仮想(附着)質量

土の仮想質量についてはまだ不明確な点が多く、群杭にいたってはほとんど解明されていない。これについては目下、著者は研究中であるが、本計算例では $F_s = 1$ とした。

## 7. 計算例

図-6は計算に用いた鋼管橋脚で $d=1.5\text{m}$ 、 $n=11$ 本、 $\beta_s=1.8\text{ t/m}^2$ 、 $\beta_g$ は深さの1次函数と仮定し、地盤表面で0、下部で $\beta_g=200\text{ t/m}^2$ 、 $\beta_0=400\text{ t/m}^2$ とし、土中部分は $\Delta l=2.5\text{m}$ として4点に分け、橋脚全部で7質点とした。土中で多くの質点を考えたのは土の変形の影響を調べるためである。土および橋脚の振動方程式作成に必要な諸係数を求めると表-1のようになる。橋脚下端は土のせん断変形によって大きな曲げモーメントを受けるので固定とは考えられない



から、ヒンゲと仮定して  $\delta_{is}$  を求めた。

表-1 (t.m単位)

$i$	$k_{i+1}$	$k_i$	$K_i$	$W_i$
1	59.4	151.2	1442	214
2	39.3	59.4	1030	214
3	18.2	39.3	618	214
4	18.2	—	206	214
5	—	—	—	755
6	—	—	—	1120
7	—	—	—	1620

表-2  $\delta_{is}$  の値 ( $\delta_{si} = \delta_{is}$ )

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7
1	0.0002	0.0045	0.0083	0.0115	0.0168	0.0185	0.0185 $\times 10^{-3}$
2		0.0199	0.0312	0.0409	0.0570	0.0619	0.0619
3			0.0499	0.0660	0.0930	0.1011	0.1011
4				0.0882	0.1256	0.1373	0.1373
5					0.1876	0.2070	0.2070
6						0.2316	0.2316
7							0.2324

これらの常数をを用い、土のせん断の振動方程式を立て、固有週期を求めると、 $T_1 = 1.57$  秒、 $T_2 = 0.70$  秒となる。地震加速度  $\dot{\phi} = \alpha g \sin \omega t$  とし、 $\omega$  の種々な値に対する土の変位を求めると図-7 のようになる。すなわち、軟弱な地盤では地震時にはきわめて複雑な変形をなすことがある。

次に橋脚に対して(3)式を用いて振動方程式を立て、固有週期を求めると  $T_1 = 1.80$  秒となる。従って、地震週期が余程長い場合でなければ従来の震度法は用いられない。表-3 は地震加速度  $\dot{\phi} = \alpha g \sin \omega t$  の場合、いろいろの  $\omega$  に対する橋脚の動的変位を、土の動きの影響も考慮に入れて求めた結果を示したものである。表中の左端は従来の震度法による変位の計算値である。

表から明らかなように、地震週期が橋脚の固有週期に近づけば、きわめて大きな変位を生じ、これに土の固有週期が近づけば最悪の状態となる。一方、地震週期が橋脚の固有週期より短くなるれば、橋脚の変位は小さくなり、一種の免震構造となる。従って、鋼管橋脚の合理的な耐震設計を行うには土の性質を十分調査し、この地震時における動きをも考慮して、橋脚の動的変位を求めなければならぬ。それには勿論、架橋地点の地震波の性質を知る必要がある。

本論では、橋桁の振動変形を無視したが、長大スパンの橋梁の橋軸直角方向地震に対する安全度を検討するには、橋桁の変形をも考慮して解析を行う必要がある。これについては目下解析中である。

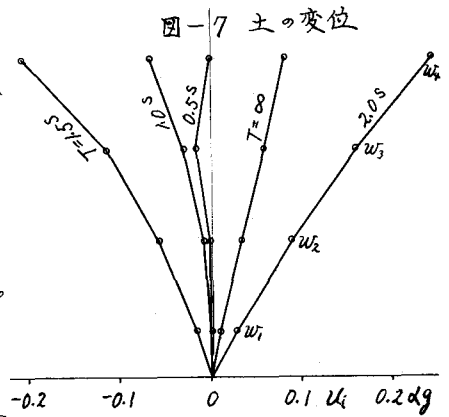


表-3 地動による橋脚の変位 (y/d)

$i$	従来の震度法	$\omega = 0$ $T = \infty$	$\omega = 3.14$ $T = 2 \text{ Sec}$	$\omega = 4.71$ $T = 1.5 \text{ Sec}$	$\omega = 12.56$ $T = 0.5 \text{ Sec}$
7	0.8090	0.8911	4.2451		
6	0.8077	0.8897	4.2345		
5	0.7243	0.7995	3.8010		
4	0.4818	0.4812	2.5292		
3	0.3547	0.3950	1.8679		
2	0.2168	0.2420	1.1430		
1	0.0643	0.0708	0.3394		