H^{∞}制御理論によるＡＭＤ制震に関する基礎的研究

阿南工業高等専門学校　正　員○笹田　修司
徳島大学工学部　正　員　平尾　潔
青木建設（株）　岩田　航司

１．はじめに　構造物のアクティブ振動制御において、ロバスト性を確保することは、重要な問題であり、近年、モデルの不確かさに対するロバスト安定性の確保に有効なH^{∞}制御理論が注目されている。特に、モデルを構成する際に無視した高次の振動モードの影響によるスピルオーバーの回避に対しては、数多くの研究が行われ、有効であると報告されている。しかしながら、モデルの不確かさのうち、構造パラメータの同定誤差あるいは変動も実際的には存在し、どの程度の影響があるのか検討を行う必要があると思われる。このような観点より、本研究では、実験模型程度のモデルを対象とした数値シミュレーション解析によって、質量、減衰、剛性の構造パラメータの誤差による影響について若干の比較検討を行ったものである。

２．解析方法　本報告では、状態フィードバックによるH^{∞}制御とＬＱ制御との比較を行っており、それぞれの概略を以下に示す。なお、対象としたモデルは、図１に示す３自由度系モデルである。

（１）状態フィードバックによるH^{∞}制御理論[1),2)]　H^{∞}制御は、構造物に外乱wが作用したときの応答の観測出力値yとの周波数領域における関係を伝達関数Gを用いて、

$$\mathbf{Y}(s)=\mathbf{G}(s)\mathbf{W}(s) \qquad (1)$$

と考え、この伝達関数Gに対して、次式で定義されるようにH^{∞}ノルムをある値γ未満となるようにフィードバックゲインを決定する問題である。

$$\|\mathbf{G}(s)\|_{\infty}=\sup_{\omega}\bar{\sigma}\{\mathbf{G}(i\omega)\}<\gamma \qquad (2)$$

ここに、$\bar{\sigma}\{\mathbf{G}(i\omega)\}$は、$\mathbf{G}(i\omega)$の最大特異値を表わす。

状態方程式から直接的に求める解法によれば、制御対象である振動系を次の拡大系の状態方程式で表わし、式（２）を満たす解の存在性からフィードバックゲインを求める。

$$\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{B}_1 w+\mathbf{B}_2 u,\quad \mathbf{z}=\mathbf{C}_1\mathbf{x}+\mathbf{D}_{11}w+\mathbf{D}_{12}u,\quad \mathbf{y}=\mathbf{C}_2\mathbf{x}+\mathbf{D}_{21}w \qquad (3)$$

ここに、$\mathbf{x}$；状態量、w；外乱、u；制御力、$\mathbf{z}$；制御量、$\mathbf{y}$；観測出力値である。

さらに、式（３）において、$\mathbf{D}_{11}=0, \mathbf{D}_{12}=0$である場合の解は、Petersonによって求められており、結果だけを示すと、十分小さな正数$\varepsilon>0$に対し、次式のリッカチ方程式が正定解Pをもつことより、

$$\mathbf{A}^{T}\mathbf{P}+\mathbf{P}\mathbf{A}+\frac{1}{\gamma^2}\mathbf{P}\mathbf{B}_1\mathbf{B}_1^{T}\mathbf{P}-\frac{1}{\varepsilon}\mathbf{P}\mathbf{B}_2\mathbf{B}_2^{T}\mathbf{P}+\mathbf{C}_1^{T}\mathbf{C}_1+\varepsilon\mathbf{I}=0 \qquad (4)$$

ただし、本報告では、$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}0 & \mathbf{I}\\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\end{pmatrix}$, $\mathbf{B}_1=\begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}$, $\mathbf{B}_2=\begin{Bmatrix}0\\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{U}\end{Bmatrix}$である。

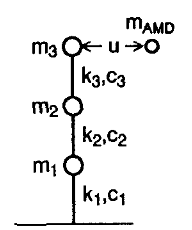

図１　解析モデル

状態フィードバックゲインFおよび制御力uは、次式となる。

$$\mathbf{F}=-\frac{1}{2\varepsilon}\mathbf{B}_2\mathbf{P},\quad u=\mathbf{F}\mathbf{x} \qquad (5)$$

（２）ＬＱ制御　次式で示される２次形式の評価関数を最小にするようにフィードバックゲインを求める。

$$J=\int_0^{\infty}(\mathbf{x}^{T}\mathbf{Q}\mathbf{x}+Ru^2)\,dt \qquad (6) \qquad \text{ただし、}\mathbf{Q}=\begin{pmatrix}\mathbf{I} & 0\\ 0 & \mathbf{I}\end{pmatrix}$$

この場合の状態フィードバックゲイン$\mathbf{F}'$および制御力uは、次式となる。

$$\mathbf{F}'=-R^{-1}\mathbf{B}_2\mathbf{P},\quad u=\mathbf{F}'\mathbf{x} \qquad (7)$$

ただし、Pは、リッカチ方程式$\mathbf{A}^{T}\mathbf{P}+\mathbf{P}\mathbf{A}-\mathbf{P}\mathbf{B}_2R^{-1}\mathbf{B}_2^{T}\mathbf{P}+\mathbf{Q}=0$の解である。

表１　構造パラメータ

質量	$m_1=m_2=m_3=30$kg
減衰	$c_1=c_2=c_3=244880$N/m
剛性	$k_1=k_2=k_3=60.05$N・s/m

３．数値計算例　対象としたモデルは、図１および表１に示すような３自由度系モデルであり、著者らが振動実験模型として使用している程度のものである。ＡＭＤのアクチュエータは、小型のサーボモータ（60W）で、

質量（m_{AMD}）＝２kgの補助質量（質量比＝約２％）に対し、最大制御力が12.8N程度である。以下の結果は、この最大制御力も考慮して、入力地震動にエルセントロ波形（最大加速度１m／s）を用い、試行的に計算した結果より、H^{∞}制御では、$\gamma=5, \varepsilon=0.0001$、ＬＱ制御では、$R=0.0003$とした。図２～図４は、それぞれ質量、減衰、剛性のマトリックスに、次式のように係数を掛けて誤差を与えて、フィードバックゲインを計算して、制御シミュレーションを行ったときの、m_3 の最大応答値と最大制御力値を示したものである。

$$M \leftarrow C_M \times M, \quad C \leftarrow C_C \times C, \quad K \leftarrow C_K \times K \tag{8}$$

その結果、H^{∞}制御、ＬＱ制御ともに、質量および剛性の誤差による影響は、ほとんど無いが、減衰の誤差に対しては、減衰を大きくするにつれ、各最大応答値とも大きくなり、最大制御力は小さくなる傾向となった。また、この場合、最大応答値に対しては、H^{∞}制御、ＬＱ制御の差はほとんど無いが、最大制御力に対しては、若干、ＬＱ制御よりもH^{∞}制御の方が影響が少なくなっている。

４．おわりに　質量、減衰、剛性に誤差を与えてシミュレーションを行った結果、状態フィードバックのH^{∞}制御においても、減衰の誤差による影響が若干あることが明かとなった。特に、制御力に及ぼす影響は、アクチュエータの性能にかかわる問題であり、注意すべき点のひとつであると思われる。しかしながら、今回の結果は、$D_{11}=0, D_{12}=0$の場合の基礎的なH^{∞}制御理論を用いた適用例であり、制震システムの開発のためには、さらに検討が必要であると思われる。

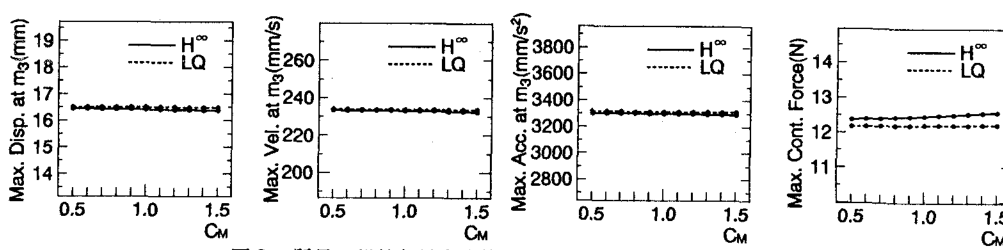

図２　質量の誤差が最大応答値（質点３）と制御力に及ぼす影響

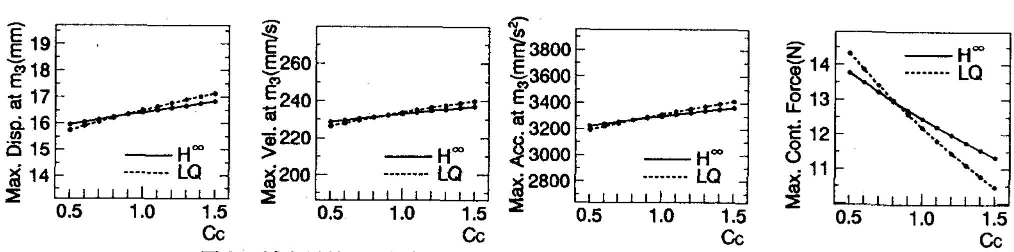

図３　減衰係数の誤差が最大応答値（質点３）と制御力に及ぼす影響

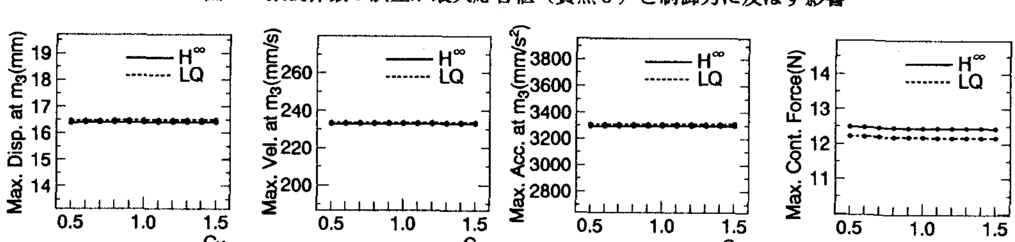

図４　剛性の誤差が最大応答値（質点３）と制御力に及ぼす影響

参考文献　１）山口，野田，丸山，藤野，玉木：構造物のアクティブ制御入門－ＬＱ制御からH^{∞}制御理論へ－，第２回振動制御コロキュウムＰＡＲＴ　Ａ，pp. 235-273，1993年8月

２）三平，美多：状態空間論によるH^{∞}制御の解法，計測と制御，pp. 19-25，1990年２月