

地盤の非線形震動解析についての一考察

京都大学防災研究所

佐藤忠信

1. まえがき

土の力学的特性を支配する要因は数多くあるが、その動的特性はヒズミあるいは応力の大きさによって異ってくる。以上までもなく、我々が対象とする基礎地盤は基礎層に比較して軟弱であり、地盤内で地震波動は大きく増幅されるから、土の動的なヒズミ依存性を考慮した震動解析を行う必要がある。ここでは、土の応力-ヒズミ関係が bi-linear 要素で表現できるとする仮定の基で、地下伝散減衰も考慮に入れて、有限要素法によって表層地盤の動特性をシミュレートする。

2. 解析手法

図-1に示すように半無限弾性基礎上に載った水平形成層地盤を考える。地震波は鉛直下方から入射するSH波とすれば、表層地盤は単位幅のせん断ばりと考えられるから、有限要素法により表層地盤を(m-1)個の1次元要素に分割すれば、表層地盤は自由度mの振動系に置換できる。この場合、j要素に発生するせん断応力τとヒズミγ_jとの間には次式の関係がある。

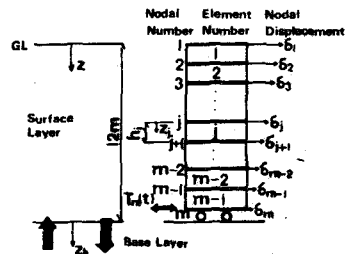


図-1 表層地盤の有限要素化

$$\tau = a_j \gamma_j + b_j + \nu_j \dot{\gamma}_j \quad (1)$$

表-1 応力ヒズミ関係

ここに、 ν_j はせん断粘性係数、 a_j, b_j は各々j要素内の初期せん断弾性係数 G_1 、弾塑性傾斜率 n 、降伏ヒズミ γ_y の関数で表-1に示すような値を取る。

いま、j番目の要素を考え鉛直下方へ z_j なる極所座標を取れば、要素内の運動方程式は次式で表わされる。



$$\rho_j \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau}{\partial z_j} \quad (2)$$

プランチ	a_j	b_j
①	G_1	$G_1 n (\gamma_y - \tau_0)$
②	$(1-n)G_1$	$-G_1 n \tau_y$
③	G_1	$-G_1 n (\tau_y + \tau_0)$
④	$(1-n)G_1$	$G_1 n \tau_y$

ここに、 u, ρ_j は各々j要素の水平変位と密度である。式(2)の両辺にj要素内の仮想変位 u^* を乗じて0から h_j まで積分すれば次式を得る。

$$\int_0^{h_j} \tau \frac{\partial u^*}{\partial z_j} dz_j + \int_0^{h_j} \rho_j \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} u^* dz_j = [\tau u^*]_0^{h_j} \quad (3)$$

j要素の節点変位を δ_j, δ_{j+1} 、仮想節点変位を $\delta_j^*, \delta_{j+1}^*$ とすれば u は u^* は次式で与えられる。

$$u = (1 - \frac{z_j}{h_j}) \delta_j + \frac{z_j}{h_j} \delta_{j+1}, \quad u^* = (1 - \frac{z_j}{h_j}) \delta_j^* + \frac{z_j}{h_j} \delta_{j+1}^* \quad (4)$$

式(1)、(4)を式(3)に代入し、仮想節点変位が変位が任意に取れることを考慮して次式を得る。

$$[m]_j \begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_j \\ \ddot{\delta}_{j+1} \end{Bmatrix} + [c]_j \begin{Bmatrix} \dot{\delta}_j \\ \dot{\delta}_{j+1} \end{Bmatrix} + [k]_j \begin{Bmatrix} \delta_j \\ \delta_{j+1} \end{Bmatrix} + b_j \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau_j \\ \tau_{j+1} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

いま，系全体の質量マトリックスを $[M]$ ，粘性係数マトリックスを $[C]^*$ ，剛性マトリックスを $[K]$ とおくと系全体の振動方程式は次式で与えられる。

$$[M] \{\ddot{\delta}\} + [C]^* \{\dot{\delta}\} + [K] \{\delta\} + \{B\} = \{T\} \quad (6)$$

ここに， $\{\delta\}$ は節点変位ベクトル， $\{T\}$ は節点に作用する外力ベクトル， $\{B\}$ は b_j より構成されるベクトルで次式のような成分をもつ。

$$B_i = -b_i, \quad B_j = b_j - b_{j+1}, \quad B_m = b_m - 1, \quad T_j = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m-1) \quad (7)$$

T_m の表現は，基盤層内の上昇波を $f(t + z_b/c_b)$ ，下降波を $g(t - z_b/c_b)$ とすれば，次式で与えられる。

$$T_m = \rho_b c_b (f(t) - g(t)) = \rho_b c_b (z f(t) - \dot{\delta}_m) \quad (8)$$

式(8)を式(6)に代入することによって次式をうる。

$$[M] \{\ddot{\delta}\} + [C] \{\dot{\delta}\} + [K] \{\delta\} + \{B\} = \{P\} \quad (9)$$

なお，式(6)の $[C]^*$ と式(9)の $[C]$ との関係はつぎに $\{P\}$ の表現は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} C_{ij} &= C_{ij}^* \quad (i \neq m, j \neq m), \quad C_{mm} = C_{mm}^* + \rho_b c_b \\ P_j &= 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m-1), \quad P_m = z \rho_b c_b f(t) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

3. 数値計算例

計算に用いた表層地盤と基盤層の条件を表-2に示した。図-2は正弦波が入射した場合の地表面の変位の応答倍率を示したものである。入力加速度振幅を 20, 50, 80, 100 gal と変化させてある。振動次数の高いところでは入力強度に関係なく線形解と非線形解が一致する。これは bi-linear 要素を用いた震動解析では高周波成分の減衰が起るなりことを示している。また1次モードの卓越する用波数領域の応答倍率が共振振動数は入力強度の増加に伴って減少することが見られる。なお 50 gal 以下の入力強度では入力強度の増大とともに応答倍率は減少するが，50 gal を越える場合には，逆に増大する傾向のあることも判明する。図-3は弾塑性傾斜率が変化した場合の変位の応答倍率である。弾塑性傾斜率が増大するに伴って応答倍率は減少し共振点も低周波側へ移行する。

謝辞：日頃からご指導をいただいている京都大学教授 味田 徹先生，土岐憲三先生に感謝します。

表層	基盤層
$\rho_s g = 2.24 \text{ t/m}^3, C_s = 160 \text{ \%/s}$	$\rho_b g = 2.3 \text{ t/m}^3$
$\delta_y = 5 \times 10^{-4}, n = 0.5, H = 12 \text{ m}$	$C_b = 720 \text{ \%/s}$

表-2 地盤構成

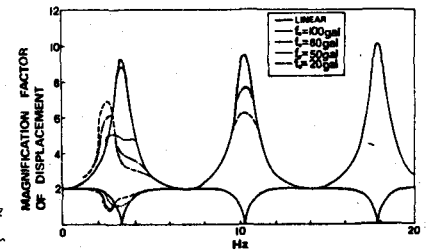


図-2 変位の応答倍率(入力強度が変化)

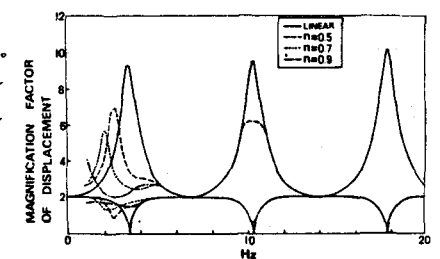


図-3 変位の応答倍率(nが変化)