

不均質弾性地盤の震動特性に関する近似解法について

京都大学大学院 学生員 堀 正幸

1. まえがき

地盤表面層を均質弾性体と仮定した場合には地表面でとれた地震記録より地中内部の波形、あるいは基盤での入力波形を求めることは容易である。しかし、通常地表面付近の地盤構造は複雑であり、また同一の上から下の場合でも拘束圧との関係から地下深所ほど弾性定数が增大することがある。このようないわば不均質地盤の震動特性を解析的に解くことは極めて難解な数学的手法を要する。本報告では多重層の重複反射理論を応用して地表面波形から地盤内波形を求めるための近似式を誘導し、さらにその妥当性の評価の為に、この数値例をもつて厳密解による震動特性と比較検討を試みた。

2. 近似式の誘導

いま基盤から垂直上方にSH波が上層の不均質層内に入射した場合を考える。不均質表面層のせん断弾性係数及び密度の深さ方向の変化が深さと共に一様に増加するある連続関数で与えられるものとし、また基盤層は均質弾性体からなるとする。さて不均質地盤は均質成層地盤を層数を無限大とした一つの極限と考えられるから図-1の様に不均質層を幾何の層に分割し上から第1層、第2層……第*n*層と名付け、分割された各層は均質弾性体からなるとして、その極限において分割数を無限大にもつてゆき、得られる階差式を積分形に変換することによって連続した不均質層内の任意深さでの地震動を与える式が誘導される。図-1において、 H_i は第*i*層の層厚、 ρ_i は密度、 U_i , D_i はそれぞれ上昇波、下降波である。また各層でのSH波の波速を C_i とする。第*i*層と第*i+1*層の間の振動インピーダンスの比は次式で与えられる。

$$\alpha_i = \rho_i C_i / \rho_{i+1} C_{i+1} \quad (1)$$

また透過係数(β_i, β'_i)、反射係数(β_i, β'_i)は α_i を用いて次式で表現できる。

$$\beta_i = 2 / (1 + \alpha_i), \quad \beta'_i = 2\alpha_i / (1 + \alpha_i), \quad \beta_i = (1 - \alpha_i) / (1 + \alpha_i), \quad \beta'_i = \alpha_i - 1 / (1 + \alpha_i) \quad (2)$$

第*i*層内の変位 $u_i(t, z_i)$ は次式である。

$$u_i(t, z_i) = U_i(t - z_i/C_i) + D_i(t - \tau_i + z_i/C_i) \quad (3)$$

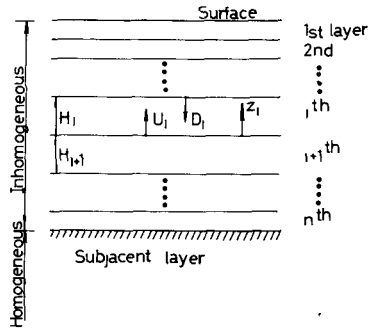
ここに、 U_i, D_i は次の波動方程式を満足する解である。 $\rho_i \partial^2 u_i / \partial t^2 = G_i \partial^2 u_i / \partial z_i^2$ (4)

また、 τ_i は各層の波動伝播時間であり次式で与えられる。 $\tau_i = H_i / C_i$ (5)

地表面第1層では次の関係がある。 $D_1(t) = U_1(t - \tau_1) = \frac{1}{2} u_H(t)$ (6)

ここに、 $u_H(t)$ は地表面で得られた地震記録(変位, 速度, 加速度記録)のうちどれでもよい。)である。

一方、第*i*層と第*i+1*層における上昇波、下降波の間には次の関係が成立する。



$$U_i(t) = \delta_i U_{i+1}(t - \tau_{i+1}) + \beta_i D_i(t - \tau_i) \quad (7)$$

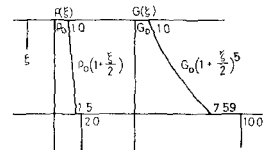
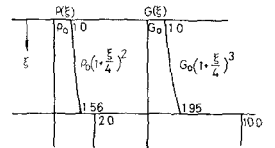
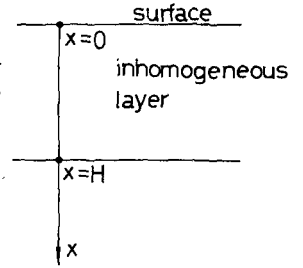
$$D_i(t) = \beta_{i-1} U_i(t - \tau_i) + \delta_{i-1} D_{i-1}(t - \tau_{i-1}) \quad (8)$$

(3), (7), (8)式より、 i 層の位置での変位を求める為に階数を一つずつ下げたとき、(6)式を用いることにより最終的に1次式で任意深さにおける変位を求めることができる。ただし座標系は図-2の如くである。

$$\begin{aligned} z U(t, z) = & A(x) \left\{ U_H(t - \int_0^x \frac{dx}{C(x)}) + U_H(t + \int_0^x \frac{dx}{C(x)}) \right. \\ & + \int_0^x B(y) \left\{ U_H(t + \int_0^y \frac{dx}{C(x)} - 2 \int_0^y \frac{dy}{C(y)}) + U_H(t - \int_0^y \frac{dx}{C(x)} + 2 \int_0^y \frac{dy}{C(y)}) \right\} dy \\ & + \int_0^x B(z) \left\{ \int_0^z B(w) \left\{ U_H(t - \int_0^w \frac{dx}{C(x)} + 2 \int_0^w \frac{dw}{C(w)}) \right. \right. \\ & \left. \left. + U_H(t + \int_0^w \frac{dx}{C(x)} - 2 \int_0^w \frac{dw}{C(w)}) \right\} dw \right\} dz \quad (9) \end{aligned}$$

ここに、 $A(x)$, $B(x)$ は不均質地盤における振動インピーダンスの分布形が $\chi(x)$ と与えられているならば1次式で表される。

$$A(x) = \left\{ \chi(0) / \chi(x) \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad B(x) = \chi'(x) / 2\chi(x) \quad (10)$$



3. 不均質地盤の振動特性

小域では図-3(a), (b)に示される様な不均質弾性地盤の振動特性を厳密解によって計算した。本報告では(9)式の近似交を評価する為に同一の例について、振動特性を求めた。図-4(a), (b)はそれぞれ図-3(a), (b)に対応する計算結果である。ここで、 a_0 は1次式で与えられる無次元化振動数である。

$$a_0 = \omega H / c_0 \quad (11)$$

ここに、 ω :角振動数、 H :不均質表面層の層厚、 c_0 :地表面での波速。一方、 $|A_s/a|$, $|A_H/a|$ は入射波の振中に対するそれぞれ地表面と基底との境界面での振中の比である。図-4によると(9)式の近似交は極めて良好で比較的不均質性の大きい図-3(b)の例による場合でもその厳密解との誤差は3%以内であった。不均質弾性地盤の振動特性は、不均質性が大きい場合には均質弾性体のもとの比に、かなりの傾向の差をみることが出来る。

