

## I まえがき

本四連絡橋など長大橋のタワー・ピア系は、巨大なピアと比較的フレキシブルなタワーから構成され、地下選散、地盤の履歴減衰などの影響をうけて一般にピアの減衰は大きくなりタワーの減衰は小さいと考えられる。このような構造物を一体として解析する場合ピア部分に大きな減衰を与えるモデルについて解析しなければいけないので比例減衰が成立しない。したがって普通のモード解析が適用できず、複素固有値問題としての取扱いが固有値および固有モードについて必要である。ここでは、ピアに大きな減衰を与えるタワー・ピア系について複素モードで各次モードに分解することによって応答解析を行ない、振動特性を検討した。

## II 複素固有値問題としての振動解析

タワー・ピア系の減衰振動方程式は、マトリックス表示で表わすと次式で与えられる。

$$[M]\ddot{y} + [C]\dot{y} + [K]y = \{f(t)\} \quad (1)$$

今複素数領域で論ずるため式(1)を次のように変形する。<sup>1)</sup>

$$\begin{Bmatrix} [0] [M] \\ [M] [C] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -[M] [0] \\ [0] [K] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{f(t)\} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで式(2)において右辺第1項の係数マトリックスを[A]、第2項のそれを[B]と与え、

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ y \end{Bmatrix}, \quad \{Q(t)\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{f(t)\} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

とすると、次のようになる。

$$[A]\{P\} + [B]\{P\} = \{Q(t)\} \quad (4)$$

固有値および固有モードは式(4)の右辺を{0}とにおいて、解を{P} = {X}e^{\lambda t} とすると、

$$([I]\lambda - [A]^{-1}[B])\{X\} = \{0\} \quad (5)$$

から求められる。今

$$\left. \begin{aligned} \lambda_j &= -\alpha_j + i\omega_j & \lambda_{j+1} &= -\alpha_j - i\omega_j \\ \{X\}_j &= \{Y\}_j + i\{Z\}_j & \{X\}_{j+1} &= \{Y\}_j - i\{Z\}_j \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

とすると、自由振動の実変位は次式で与えられる。

$$\{y\}_j = 2e^{-\alpha_j t} \{X\}_j \cos(\omega_j t - \{\theta\}_j) \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし } \{X\}_j &= \sqrt{\{Y\}_j^2 + \{Z\}_j^2} & ; j\text{次モードの複素振幅} \\ \{\theta\}_j &= \tan^{-1} \{Z\}_j / \{Y\}_j & ; j\text{次モードの位相差} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

次に強制振動は、\lambda\_j, \{X\}\_j が求まると modal matrix を [Ψ] として、式(4)を {P} = [Ψ]{B} と変換し、モードの直交性を考慮すると次式で示される。

$$\{y\} = \sum_{k=1}^{2N} \frac{1}{A_k} \{z\}_k \int_0^t e^{\lambda_k(t-\tau)} f_k(\tau) d\tau \quad (9)$$

$$\begin{cases} \text{ただし } [A_k] = [\Psi]^T [A] [\Psi] \\ \{f\} = [\Psi]^T \{Q(t)\} \end{cases} \quad (10)$$

式(9)は複素演算が必要であるが、実際には $\lambda_j, \{z\}_j$ の複素共役性から式(9)は実数演算のみで変位応答を求めることができる。

### Ⅲ タワーピア系の振動解析

Fig. 1に示すようなモデルについて、次のようなDamping matrixを用いて解析する。

タワー部  $C_{ij} = 2\beta_T \omega_i m_{ij}$  ;  $\beta_T$ , タワー部減衰率

ピア部  $C_{ij} = 2\beta_P \omega_i m_{ij}$  ;  $\beta_P$ , ピア部減衰率

複素固有値は式(5)から、Double QR method<sup>2)</sup>を用いて求めた。以上を用いて計算した結果まず地盤条件と系の固有円振動数の関係ピア減衰20%について示したのがFig. 2である。この図から固有円振動数はモードが接近する領域で互いに接近し他の所では比例減衰の場合とまったく同じであることがわかる。

次にFig. 3は地盤条件と減衰定数について示

したもので、これから各次の減衰定数はピアが大きく揺れるモードで大きくなることが明らかになった。1,2次モードの接近する領域と各次モードが完全に分離する所について各質点間の位相差を示したのがFig. 4である。これから位相差もピアが大きく揺れるモードで大きくなり、他のモードではほとんどないことがわかる。最後にFig. 5は系の最大値応答を示し、点線は複素モード応答、点線はFig. 3から求めた減衰定数を用いた場合のモード応答を表わす。各次モードが完全に分離する領域では、複素モード応答とモード応答はよく一致し、またピア減衰を大きくしても系の最大値応答はあまり低下しないことがわかる。1,2次モードの接近する領域ではピア減衰が10%のとき両者はよく一致するが、ピア減衰が20%では複素モード応答の方がモード応答より大きくなることがわかった。

### Ⅳ 結 論

- (1) 取扱った系の1,2,3次の減衰定数はピアが大きく揺れるモードで大きくなり、その他のモードでは比例減衰の場合とまったく同じである。
- (2) 位相差はピアが大きく揺れるモードでピア減衰が大きくなる程大きくなる。
- (3) 系の最大値応答について、1,2次モードが接近し、かつピア減衰が大きい(20%)ところ以外では複素モード応答とモード応答はよく一致し、複素固有値から求めた減衰定数を用いたモード解析に用い

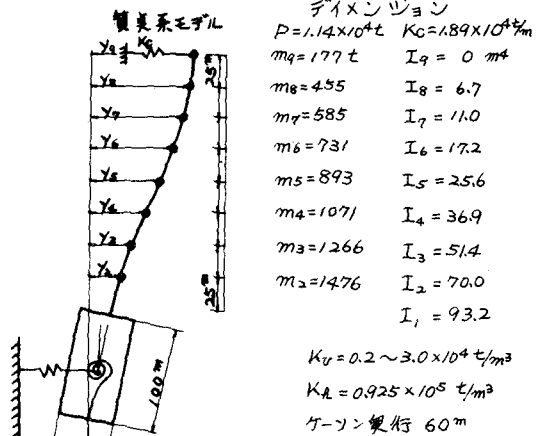


Fig. Model

てよいことがわかった。但し上述の条件では危険側になり注意が必要である。

(4) 1,2次モードの接近する領域以外では、ピア減衰も増加させても、系の最大値応答はほとんど同じであることがわかった。

なお Damping matrix と Stiffness matrix  $[K]$  から作成した場合の計算結果は当日発表する。

参考文献

- 1) Yu-Chen: "Vibration: Theoretical Methods" Addison Wesley, Ontario, 1966
- 2) Francis, J.G.F.: "The QR Transformation," Part 1 & Part 2' Computer J., 1961, 1962

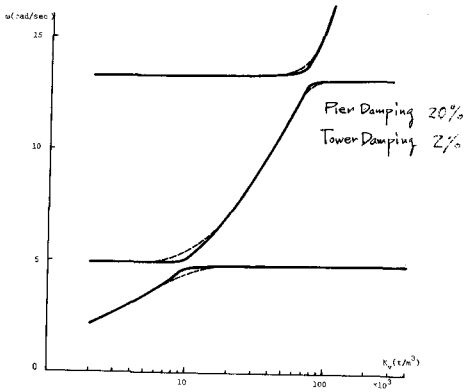


Fig. 2 Freq. - Foundation Condition

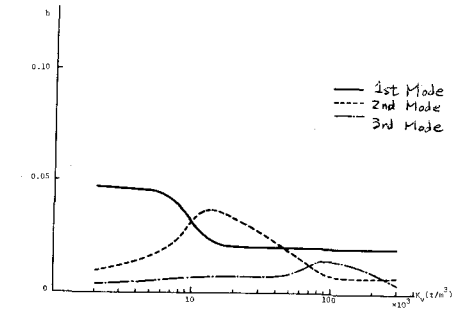


Fig. 3(a) Damping Factor - Foundation Condition

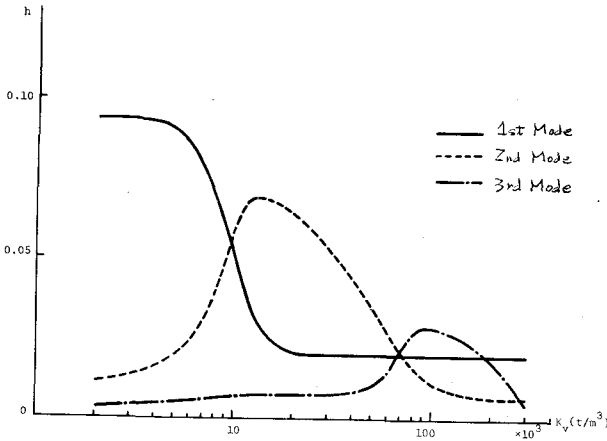


Fig. 3(b) Damping Factor - Foundation Condition

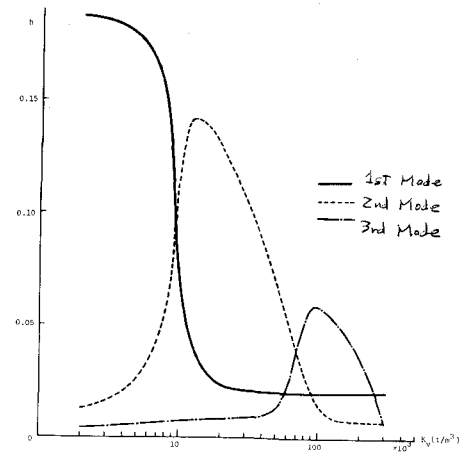


Fig. 3(c) Damping Factor - Foundation Condition

