地震動に対する長大つり橋の振動性状について

正員　関西大学工学部　髙岡宣善

1　序論

地震動に対する構造物の動的応答を研究する場合に，一つの地震動に対する応答計算の結果のみから一般的な結論を引き出すと大きな誤りをおかすことがある．将来発生する地震動は過去の地震動とは異なった特性を有するかも知れないから，構造物の耐震設計法を確立するためには，いろいろな特性を有する地震動に対する構造物の応答を比較検討してみる必要がある．[*] 特に長大つり橋の耐震設計においては，地震動の特性に注意をはらわなければならない．なぜなら長大つり橋は，小さな固有周期を有する主塔と，大きな固有周期を有する補剛桁およびそれをつっている主ケーブルから成る連成振動系と考えられる．したがって長大つり橋が地震動の作用を受ける場合には，その構成各部分が地震動の特性に対応してそれぞれ特異な応答を示すからである．以下においては，これらの点に注意をはらいつつ，橋軸方向の水平地震動を受けるつり橋の動的応答について述べる．

2. 理論

上記の連成振動系を質点系で置換した場合の運動方程式は，最終的にはつぎの形で表わされる．

$$\ddot{q}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{q}_k + \omega_k^2 q_k = \omega_k^2 q_k^0 Z(t), \quad (k=1, 2, \ldots, n). \qquad (1)$$

ここに　　q_k, ω_k, ζ_k：それぞれ第 k 次振動の振幅・円振動数・減衰常数．

q_k^0：静的変位 $Z(t)=1$，$-\infty < t < \infty$ に対する q_k．

$Z(t)$：地動の変位．

すなわち長大つり橋の動的応答を，たわみ度理論を基礎にして求めようとすると，「ケーブル方程式」を考慮する必要性から運動方程式(1)の右辺には，地動加速度 $\ddot{Z}(t)$ ではなくて地動変位 $Z(t)$ が現われる．三径間つり橋においては $Z(t)$ は，左右のアンカーブロックの変位 Z_A，Z_D，あるいは2基の主塔の基部の変位 Z_B および Z_C として与えられる．

3. 計算例

地震動に対する動的最大応答の一般的性状を知るために，スライド1に示すような三種類の簡単な波形を有する地動を考える．地動生起時間 τ をいろいろ変化させることによっていろいろな特性を有する地動を作り出すことができる．スライド2およびスライド3は1954年12月21日の Eureka 地震(S11°E) および1957年3月18日の南カルフォルニア地震(Port Hueneme で記録)の記録である．これらの地震動に対する動的応答の最大値は，スライド1に示した地動に対するそれで充分正しく近似できる．

4. 計算結果の考察

記号 R，(R) および $(\bar{R})$ で，それぞれ真の最大応答値，各振動モードの最大値の総和および二乗平均値を表わすことにする．計算結果の考察から，つぎの結論が得られる．

① 補剛桁のたわみ v および曲げモーメント M：

$(\bar{v}) < v < (v)$ で，v は $(\bar{v})$ と (v) の相加平均に近い．

$(\bar{M}) < M < (M)$ で，M は $(\bar{M})$ と (M) の相加平均に近い．

② ケーブルの水平張力の増加量 H_p：

H_p はその二乗平均値 $(\bar{H}_p)$ より小さい（$H_p < (\bar{H}_p)$）．また H_p は，地動の生起時間 τ にはほぼ無関係に各地動の型ごとにそれぞれ一定値をとる．

③ 主塔の曲げモーメント M：

主塔の曲げモーメントの計算に際しては，地震動の（変位の）型および作用地点に注意をはらわなければならない．

a) 急激に変動する変位を有する地震動 ── τ の小さい地動に対応 ── が，注目している主塔の基部に作用する場合には，その主塔基部の最大曲げモーメント M は (M) に近い．しかし基部から上方に離れて行くに従って M は二乗平均値 $(\bar{M})$ に接近してくる．

b) ゆっくり変動する変位を有する地震動 ── τ の大きい地動に対応 ── が作用する場合あるいは a) で述べた地震動がアンカーブロックないしは他の主塔基部に作用する場合には注目している主塔の各部分の最大曲げモーメントは $(\bar{M})$ に近い．

5. 長大つり橋の実用的耐震設計計算法

式(1)を初期条件 $q(0)=0$，$\dot{q}(0)=0$ を用いて積分すると

$$q_k(t) = \frac{\omega_k^2 q_k^0}{\omega_k'}\int_0^t Z(\tau)\exp\{-\zeta_k' \omega_k'(t-\tau)\}\sin\omega_k'(t-\tau)\,d\tau, \quad (k=1,2,\cdots,n), \tag{2}$$

$$\text{ここに}\quad \omega_k' = \omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}, \quad \zeta_k' = \zeta_k(1-\zeta_k^2)^{-\frac{1}{2}} \tag{3}$$

が得られる．$\zeta_k \fallingdotseq 0$ の場合（小減衰）について，上記の積分を部分積分法で変形すれば

$$J_k \equiv \int_0^t Z(\tau)\sin\omega_k(t-\tau)\,d\tau = \frac{1}{\omega_k}Z(t) - \frac{1}{\omega_k^2}\int_0^t \ddot{Z}(\tau)\sin\omega_k(t-\tau)\,d\tau \tag{4}$$

となる．したがって

$$J_{k,max} = \left[\frac{1}{\omega_k}Z(t) - \frac{1}{\omega_k^2}\int_0^t \ddot{Z}(\tau)\sin\omega_k(t-\tau)\,d\tau\right]_{max} \leq \frac{1}{\omega_k}Z_{max} + \frac{1}{\omega_k^2}\cdot S_{v,k} \tag{5}$$

なる関係式が得られる．式(2)と式(5)から

$$q_{k,max} \leq q_k^0\left(Z_{max} + \frac{1}{\omega_k}S_{v,k}\right) = q_k^0(Z_{max} + S_{D,k}), \quad (k=1,2,\cdots,n). \tag{6}$$

上式中 $S_{v,k}$ および $S_{D,k}$ はそれぞれ擬速度スペクトルおよび変位スペクトルである．これらは4軸対数座標を使えば１つのグラフ上に同時に表示され，かつ Z_{max} も同図から直ちに読みとれる*)．したがって，すでに計算されている各地震の応答スペクトル線図を用いて容易かつ迅速に長大つり橋の動的耐震設計を行なうことができる．

式(6)によって計算した $q_{k,max}$ は一般に過大な結果を与える．これに対して

$$q_{k,max} = q_k^0\sqrt{Z_{max}^2 + S_{D,k}^2}, \quad (k=1,2,\ldots,n) \tag{7}$$

によって $q_{k,max}$ を求め，これから $(\bar{v})$ および $(\bar{M})$ を計算すれば補剛桁の v および M をほぼ正確に計算できる．主塔の M および H_p については 4. の②③を参照されたい．El Centro 40(N-S), Taft 52 (S69°E) 地震についても計算した（スライド）．主塔の曲げモーメントは El Centro 地震によるよりも Eureka 地震あるいは Taft 地震による方が大となる．その理由はこれらの地震動変位の型および変位の最大値 Z_{max} を吟味することによってはじめて説明される．

*) 高岡宣善：地震動特性と構造物のレスポンス．京都大学工業教員養成所研究報告第3号，1966年10月．