

重力ダムに働く地震時動水圧に関する一々の考察

京都大学工学部 正員 尾島 勝

1. まえがき

1933年にWattergaardによって壁体に働く地震時動水圧が指摘され、以後一般には彼の与えた簡易式が広く用いられてきた。近年、水に接する構造物の耐震性が重視され、地震時動水圧に関して興味ある研究が続けられており、著者は今年の年次学術講演会で、重力ダム上流の河床二り配を考慮した地震時動水圧について発表したが、その後の考察結果をここに述べる。

2. 地震時動水圧

図-1のよう重力ダム上流面を円弧で近似して、図示した座標および諸元を用いる。この場合、河床の振動によって生ずる動水圧は、河床二り配が小さいことを考慮して無視するとして、ダムのみの変位 $y = Rg/\omega^2 \sin \omega t$ なる調和振動を設けると仮定すると、動水圧はつぎのように入らされる。

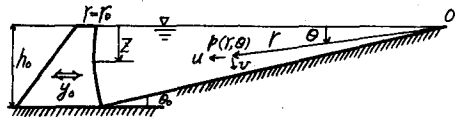


図-1 座標および諸元

$$p = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4k\beta R}{\lambda \theta_0} \cdot \frac{h_0 + 1}{h_0} \sin \theta_0 \cdot \frac{J_m(\lambda R)}{J_m(\lambda R)} \cdot \sin \mu_m \theta \cdot \cos \omega t \quad (1)$$

ここに、 R : 水平展度、 $\lambda = \omega/c = \omega/\sqrt{g}$ 、 K : 水の体積弾性係数、 ρ : 水の密度、 ω : 振動数、 θ_0 : 河床二り配、 g : 重力加速度、 $\mu_m = (2m-1)\pi/2\theta_0$ ($m=1, 2, \dots$): 固有値、 $J_m(\lambda R)$: 第1種ベッセル関数、である。したがって、重力ダム面に働く動水圧の最大値は、式(1)で $r=R$ 、 $\cos \omega t = 1$ とすればよい。

3. 考察

1) 理論解の簡易化

ダム面に働く動水圧の最大値は式(1)のようになる。

$$(C_{r=R})_{max} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4k\beta R}{\lambda \theta_0} \cdot \frac{h_0 + 1}{h_0} \sin \theta_0 \cdot \frac{J_m(\lambda R)}{J_m(\lambda R)} \cdot \sin \mu_m \theta = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4k\beta R}{\lambda \theta_0} \cdot \frac{h_0 + 1}{h_0} \sin \theta_0 \cdot \frac{J_m(\lambda R)}{J_{m-1}(\lambda R) - J_{m+1}(\lambda R)} \cdot \sin \mu_m \theta \quad (2)$$

しかし、この式から直接動水圧の持つ特性とその物理的意義を知らねばならず、また計算も繁雑となる。そこでこれを簡易化して特性を知り、計算も容易にするべきを試みる。

まず $\{h_0 + 1 - 1/\sin^2 \theta_0\}/(h_0 - 1)$ の項は、固有値 μ_m が $\mu_m = (2m-1)\pi/2\theta_0$ ($m=1, 2, \dots$) であり、河床二り配 θ_0 が小さいので、十分の精度で $\{h_0 + 1 - 1/\sin^2 \theta_0\}/(h_0 - 1) \approx 1/\mu_m$ と近似できる。

つぎに、高次のベッセル関数である $J_m(\lambda R)$ について m の近似が可能な λR の値の限界を計算して表-1に示し、河床二り配との関係を図-2に示した。すなわち、表-1に示された値より小さい λR を持つベッセル関数は、式(2)で与えられる近似式を用いることができる。

表-1

θ_0	1°	2°	3°	4°	5°
λR	67.02	33.50	22.30	16.70	13.34
h_0	269.8	269.8	269.5	269.1	268.5

$$J_m(\lambda h) \approx \frac{1}{\Gamma(1+m)} \cdot \left(\frac{\lambda h}{2}\right)^m = \frac{(\lambda h/2)^m}{m!}$$

一方、表-1 に示した値より大きい λh を持つベッセル関数は、

$$J_m(\lambda h) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi \lambda h}} \cos\left(\lambda h - \frac{2m+1}{4}\pi\right)$$

の近似式を用いる。したがって、それぞれの場合に対して式(2)は、

$$(\sigma_{rs})_{\max} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{8k_0 p g h_0}{(2m-1)\pi^2} \cdot \frac{\sin\frac{(2m-1)\pi}{2} \theta}{2} \cdot \frac{\sin\frac{(2m-1)\pi}{2} \frac{z}{h_0}}{2} \quad (3)$$

$$(\sigma_{rs})_{\max} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{8k_0 p g h_0}{(2m-1)\pi^2} \cdot \frac{1}{F} \cdot \frac{\sin\frac{(2m-1)\pi}{2} \frac{z}{h_0}}{2} \quad (4)$$

$$: = K, F = 1 - \frac{\lambda h_0}{(2m-1)\pi} \cdot \tan\left(\lambda h_0 - \frac{\pi}{4} - \frac{(2m-1)\pi^2}{4\theta}\right)$$

と近似する。とができる。

式(3)、(4)で与えられる解は、Westergaard が求めた級数解 $\sigma = 8k_0 p g h_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)\pi^2} \cdot \frac{1}{C_{2m-1}} \cdot \sin\left(\frac{(2m-1)\pi}{2} \cdot \frac{z}{h_0}\right)$, $C_{2m-1} = \sqrt{1 - 4h_0/(2m-1)TC}$ と形式的にはまったく同じである。 λh が与えられ h/h_0 の関係が図-2 に示された曲線より上側の場合には動水圧は式(3)で計算せられ、地震の加速度と水深に比例するのみで、地震周期と河床への配には無関係に一定値をとる。この値はWestergaard の値には一致する。一方、 h/h_0 の関係が曲線より下側にある場合には、動水圧は式(4)で計算される。この値は地震加速度・水深に比例するのみならず、地震周期・河床への配にも、とも変わり、共振現象も起る。数値計算については改めて述べる。

2) 理論解の共振に関する吟味

$J_m(\lambda h) = 0$ の根 X を求める。とにより共振周期が求まる。
 与えられ、 $X \approx 360/\sqrt{F} \cdot (h/h_0)$ より、第1次共振周期は次式で与えられる。

$$T_{res1} = \frac{360 h_0}{\sqrt{F}} \cdot \frac{1}{\left[\frac{(45 + \frac{1}{2})\pi - \frac{4(\frac{360}{\sqrt{F}})^2 + 1}{8(\frac{360}{\sqrt{F}})^2} - \frac{112(\frac{360}{\sqrt{F}})^2 + 328(\frac{360}{\sqrt{F}})^2 - 9}{3841(\frac{360}{\sqrt{F}})^2} \right]} \quad (5)$$

式(5)から明らかなように、共振周期は水深に比例し、河床への配と水中音速に反比例する。水深を100mとし、河床への配を1°, 2°, 3°, 4°, 5° とした場合について、水中音速を1400, 1450, 1500 m/sec と仮定して第1次の共振周期を計算すると表-2 のようになる。また、 (h/h_0) と θ との関係を図-3 に示したが、図中の曲線は第1次の共振点を与え、この曲線より上側には共振点が存在するが、曲線より下側では共振は起らない。水の圧縮性に関する有る温度の影響については、図-4 からわかるように、水中音速が大きくなるにつれて共振周期が小さくなるが、これは温度が低くなること水の体積弾性係数が大きくなる、したがって水の圧縮性が低くなるからである。

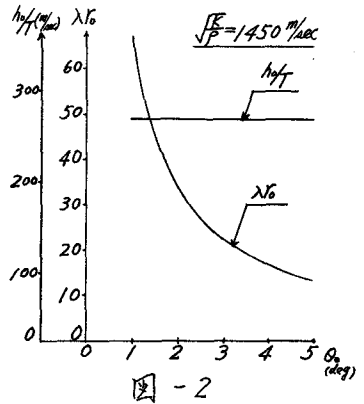


図-2

表-2 第1次固有周期 (sec)

$\sqrt{F} \theta$	1°	2°	3°	4°	5°
1400	0.240	0.238	0.236	0.234	0.231
1450	0.232	0.230	0.228	0.226	0.223
1500	0.224	0.222	0.220	0.218	0.216

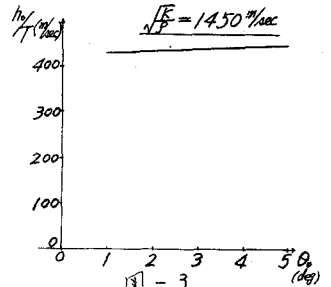


図-3

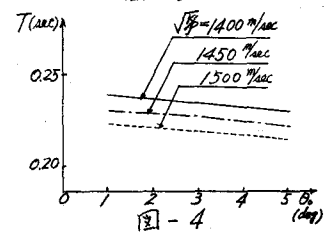


図-4

参考文献 坂瀬川、尾島 重力場の地震時動水圧に対する水床への配の影響について

工学全集第20号地震学講座全論集巻II-57 1946