

京都大学工学部 正 員 工博 小西 一郎  
 京都大学工学部 正 員 工博 白石 成人  
 京都大学工学部 学生員 〇野口 昌弘

1. まえがき

長大つり橋が、地震による振動をうけるときは、各二つの Anchor, Tower における地震力の位相、大きさが異なる場合も存在し、このため、その振動特性も刻々と変化するものである。ここでは、この問題解決の一方法として、Anchor, Tower に、図1、図2に示すような変位  $Z_A, Z_B$  をあたえ、各部材の応力、たわみをもとめ、これより、重ね合わせにより、図4のような系について、各部材の応力、たわみをもとめ、その後各系について、固有振動数、周期、振動モードをもとめた。なお、計算にあたっては、明石連絡橋を二次系と、した。

2. 理論式

図1、図2において、外力の仕事  $W_2$ 、ひずみエネルギー  $-V_{cable}, V_{st}, V_{tower}$  より、 $(V_c + V_{st} + V_{st} - W_2)$  をもとめ、Rayleigh-Ritz の方法をつかって、Cable 張力  $h_i (i=1, 2, 3)$ 、たわみ形  $\eta_i (i=1, \dots, 5)$  をもとめる。

1) 図1. の場合の基本式

拘束条件として、Tower 頂で Cable は固定されていると考えると、

$$\begin{aligned} \Delta_1 - \Delta_2 &= h_1 L_1 / EA_c - 8f/l^2 \int_0^{l_1} \eta_3 dx, & \Delta_1 - \Delta_2 &= h_2 L_0 / EA_c - 8f/l^2 \int_0^l \eta_4 dx \\ \Delta_2 &= h_3 L_1 / EA_c - 8f/l^2 \int_0^{l_1} \eta_5 dx, & \Delta_1 &= (h_1 - h_2) c^3 / 3EI_x, & \Delta_2 &= (h_2 - h_3) c^3 / 3EI_x \end{aligned}$$

エネルギー式として、

$$\begin{aligned} W_2 &= 1/2 [(h_1 - h_2) \Delta_1 + (h_2 - h_3) \Delta_2 - 8f/l^2 \cdot h_1 \int_0^{l_1} \eta_3^2 dx - 8f/l^2 \cdot h_2 \int_0^l \eta_4^2 dx - 8f/l^2 \cdot h_3 \int_0^{l_1} \eta_5^2 dx] \\ V_{st} &= 1/2 EI_x \left[ \int_0^c \eta_1'^2 dx + \int_0^c \eta_2'^2 dx \right] \\ V_c &= -1/2 \cdot H_w \left[ \int_0^{l_1} \eta_3 \eta_3'' dx + \int_0^l \eta_4 \eta_4'' dx + \int_0^{l_1} \eta_5 \eta_5'' dx \right] \\ V_{st} &= 1/2 EI_{st} \int_0^{l_1} \eta_3'^2 dx + 1/2 EI_{t0} \int_0^l \eta_4'^2 dx + 1/2 EI_{st} \int_0^{l_1} \eta_5'^2 dx \end{aligned}$$

2) 図2. の場合の基本式

拘束条件として、

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= h_1 L_1 / EA_c - 8f/l^2 \int_0^{l_1} \eta_3 dx, & \Delta_2 - \Delta_1 &= h_2 L_0 / EA_c - 8f/l^2 \int_0^l \eta_4 dx \\ -\Delta_2 &= h_3 L_1 / EA_c - 8f/l^2 \int_0^{l_1} \eta_5 dx, & \Delta_3 &= (h_1 - h_2) c^3 / 3EI_x, & \Delta_2 &= (h_3 - h_2) c^3 / 3EI_x \end{aligned}$$

エネルギー式として、

$$\begin{aligned} W_2 &= 1/2 [(h_1 - h_2) \Delta_3 + (h_3 - h_2) \Delta_2 - 8f/l^2 \cdot h_1 \int_0^{l_1} \eta_3 dx - 8f/l^2 \cdot h_2 \int_0^l \eta_4 dx - 8f/l^2 \cdot h_3 \int_0^{l_1} \eta_5 dx] \\ V_{st} &= 1/2 EI_x \left[ \int_0^c \eta_1'^2 dx + \int_0^c \eta_2'^2 dx \right] \\ V_c &= -1/2 \cdot H_w \left[ \int_0^{l_1} \eta_3 \eta_3'' dx + \int_0^l \eta_4 \eta_4'' dx + \int_0^{l_1} \eta_5 \eta_5'' dx \right] \\ V_{st} &= 1/2 EI_{st} \int_0^{l_1} \eta_3'^2 dx + 1/2 EI_{t0} \int_0^l \eta_4'^2 dx + 1/2 EI_{st} \int_0^{l_1} \eta_5'^2 dx \end{aligned}$$

ただし、 $I_x, I_{st}, I_{t0}$ : Tower, 補剛桁 (side span), 補剛桁 (main span) の断面二次モーメント、 $A_c$ : Cable 2本の断面積、 $l, l$ : side span 長, main span 長。

f: Cable sag     $Hw$ : 死荷重による Cable 張力.     $h_i$ :  $Z_1, Z_2$  の変位によつて生ずる Cable 付加張力.     $c$ : Tower の高さ.

たわみ形として. 図 I の場合は.

$$\eta_1 = \Delta_1 (1 - \sin \pi x / 2c), \quad \eta_2 = \Delta_2 (1 - \sin \pi x / 2c), \quad \eta_3 = A_1 \sin \pi x / l_1,$$

$$\eta_4 = B_1 \sin \pi x / l, \quad \eta_5 = C_1 \sin \pi x / l_1 \quad \text{とすると Boundary condition は満足される.}$$

図 2 の場合は.  $\eta_1 = \Delta_3 (1 - \sin \pi x / 2c)$ , 以下同様である.

### 3) 固有振動の解析の基本式 [図 3]

$T$  を運動エネルギーとすれば. Rayleigh - Ritz の方法より. ( $T_{\text{Cable}} + T_{\text{st}} + T_{\text{Tower}} - V_C - V_f - V_z$ ) を極値にする条件によつて. 振動モードおよび. 振動数が求められる. 上のように仮定した各モードに対する拘束条件として.

$$h_2' - h_1' = EI_x \eta_1'''(x=0), \quad h_2' - h_3' = EI_x \eta_2'''(x=0), \quad \Delta_1 = L_1 h_1' / EA_c - 8f / l^2 \int_0^{l_1} \eta_3 dx$$

$$-\Delta_1 - \Delta_2 = L_0 h_3' / EA_c - 8f / l^2 \int_0^l \eta_4 dx, \quad \Delta_2 = L_1 h_3' / EA_c - 8f / l^2 \int_0^{l_1} \eta_5 dx$$

エネルギー式として.

$$T_f = 1/2 \cdot \omega^2 \left[ \int_0^{l_1} w_{f1} / g \cdot \eta_3^2 dx + \int_0^l w_{f0} / g \cdot \eta_4^2 dx + \int_0^{l_1} w_{f1} / g \cdot \eta_5^2 dx \right]$$

$$T_c = 1/2 \cdot \omega^2 \left[ \int_0^{l_1} w_c / g \cdot \eta_3^2 dx + \int_0^l w_c / g \cdot \eta_4^2 dx + \int_0^{l_1} w_c / g \cdot \eta_5^2 dx \right]$$

$$T_z = 1/2 \cdot \omega^2 \left[ \int_0^c w_z / g \cdot \eta_2^2 dz + \int_0^c w_z / g \cdot \eta_2^2 dz \right]$$

$$V_C' = -1/2 (Hw + h_1) \int_0^{l_1} \eta_3 \eta_3'' dx - 1/2 (Hw + h_2) \int_0^l \eta_4 \eta_4'' dx - 1/2 (Hw + h_3) \int_0^{l_1} \eta_5 \eta_5'' dx$$

$$+ 1/2 \cdot 8f / l^2 \cdot h_1' \int_0^{l_1} \eta_3 dx + 1/2 \cdot 8f / l^2 \cdot h_2' \int_0^l \eta_4 dx + 1/2 \cdot 8f / l^2 \cdot h_3' \int_0^{l_1} \eta_5 dx$$

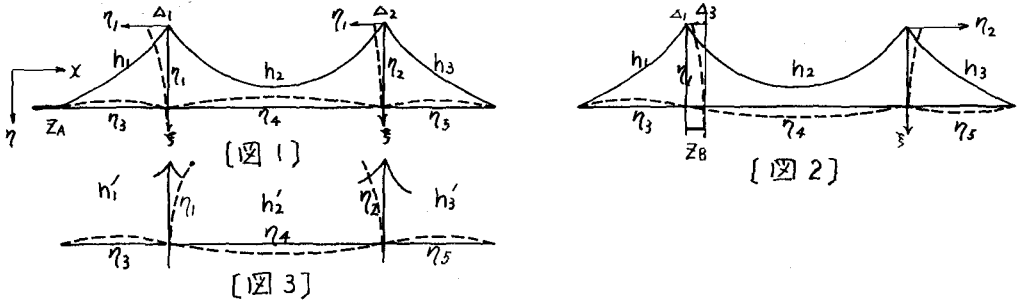
$V_f, V_z$  は前述.

ただし.  $\omega$ : 固有振動数.  $w_{f1}, w_{f0}, w_z, w_c$ : 補剛桁 (side span), 補剛桁 (main span) Tower, Cable (2本分) の単位長当りの重量.  $h_i' (i=1,2,3)$ : 振動時に Cable に生ずる付加張力. また. たわみ式は. 図 I の場合と同じ.

### 3. 結論

この研究は. 構造系の境界の変化が. 動力学的にどのように変わるかを知らしめるために行なつたものであり. 第一段階として. 第一次対称モードのみを対象としたが. つり橋のような構造では. 基礎部からの外力の伝達. 可変わら. 地震時の挙動を解析する上で. 構造系の境界の変化は. 無視しえないように思われる. 以上の考察より 二,三の結論を求めれば次のようである.

固有振動周期は. Tower, anchor の変位により. 9.45 sec ~ 12.35 sec の間を変動している. 特に. Tower 底の変位の場合よりも. anchor が変位したときが. つり橋の自由振動にあたる影響が大であり. この計算では. 約 +20 ~ -10% の振動数の変動が考えられる. 高次の固有振動周期についても. ある中をもつて. 固有振動周期が存在することが推定される. したがって. つり橋が受振する外力の振動周期の範囲が. 拡大することになり. この長は. 耐震設計上注意されねばならない問題であると考えられる.



[4-1]	$h_1=0$   $h_2=0$   $h_3=0$		$\omega = 0.5926/\text{sec}$ $T = 10.604 \text{ sec}$
[4-2]	$8025$   $6822 \text{ Ton}$   $6568$ $Z_A=2\text{m}$		$\omega = 0.6285/\text{sec}$ $T = 9.997 \text{ sec}$
[4-3]	$-8025$   $-6822$   $-6568$ $Z_A=2\text{m}$		$\omega = 0.5525/\text{sec}$ $T = 11.372 \text{ sec}$
[4-4]	$14593$   $13644$   $14593$ $Z_A=2\text{m}$		$\omega = 0.6621/\text{sec}$ $T = 9.490 \text{ sec}$
[4-5]	$-14593$   $-13644$   $-14593$ $Z_A=2$   $Z_A=2$		$\omega = 0.5087/\text{sec}$ $T = 12.351 \text{ sec}$
[4-6]	$1457$   $0$   $-1457$ $Z_A=2\text{m}$   $Z_A=2$		$\omega = 0.5920/\text{sec}$ $T = 10.613 \text{ sec}$
[4-7]	$1206$   $-267$   $-251$ $Z_B=2\text{m}$		$\omega = 0.5932/\text{sec}$ $T = 10.592 \text{ sec}$
[4-8]	$-1206$   $267$   $251$ $Z_B=2\text{m}$		$\omega = 0.5908/\text{sec}$ $T = 10.635 \text{ sec}$
[4-9]	$954$   $-533$   $954$ $Z_B=2\text{m}$   $Z_B=2$		$\omega = 0.5951/\text{sec}$ $T = 10.558 \text{ sec}$
[4-10]	$-954$   $533$   $-954$ $Z_B=2$   $Z_B=2\text{m}$		$\omega = 0.5894/\text{sec}$ $T = 10.660 \text{ sec}$
[4-11]	$1457$   $0$   $-1457$ $Z_B=2\text{m}$   $Z_B=2\text{m}$		$\omega = 0.5920/\text{sec}$ $T = 10.613 \text{ sec}$

[Fig 4]

ただし  $h_1, h_2, h_3$  は + の Tension