

( I - 8 ) 軸力調整によるトラス構造物の制震と制御パラメータについて

早稲田大学理工学部 学生員○酒井理哉  
早稲田大学大学院 学生員 永田俊範  
早稲田大学理工学部 正 員 依田照彦

1. はじめに

近年、構造物の振動を積極的に抑制しようとの発想のもとに、アクチュエータを用いてアクティブに振動を制御する方法が盛んに研究されている。<sup>1)</sup>土木構造物においても研究の流れは耐震に始まって、免震、制震と広がってきている。大型構造物の振動を制御することは、構造物の機能を保たせる意味だけでなく、使用性向上にとって不可欠な要素である。

ここでは、振動を制御することが比較的簡単なトラス構造物を取り上げ、トラスの力の伝達機構が軸力のみである点に注目して、軸力をアクチュエータにより制御し、振動を抑制する方法について考察している。主な考察項目は、アクチュエータをトラス構造物のどこに付けたら有効か、制御パラメータの状態変数として速度を用いた方が良いか変位を用いた方が良いかの2点である。

2. 振動の制御方法

平面トラスの運動方程式は次式のようにかける。

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = f + U$$

ただし、M：質量行列 C：減衰行列 K：剛性行列  
f：外力ベクトル U：制御力ベクトル x：変位ベクトル  
ここで、状態変数を  $x_1 = x$ 、 $x_2 = \dot{x}$  とおくと式(1)より

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} f \quad (2)$$

が得られる。式(2)は状態方程式と呼ばれ、システムを内部記述した連立n次の微分方程式である。現代制御理論では、この

$$\dot{\underline{x}} = A \underline{x} + B u + f' \quad (3)$$

ただし、 $\underline{x} = [x_1, x_2]^T$ 、 $B = [0, M^{-1}]^T$ 、 $f' = [0, M^{-1}f]^T$ 、 $A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$

という状態方程式を用いて多変数システムを一般化し、制御システムの解析を行う。

振動制御の方法は、節点間に軸方向に変位するアクチュエータを入れ、軸方向の相対速度と相対変位に比例したフィードバック制御を行う。この場合の式(1)の制御力Uは、節点i、jの変位を  $u_i$ 、 $u_j$  とすると次式のようにかける。

$$U_1 = K_1 x, \quad x^T = (0, \dots, u_j - u_i, u_i - u_j, 0, \dots) \quad (4)$$

$$U_2 = K_2 \dot{x}, \quad \dot{x}^T = (0, \dots, \dot{u}_j - \dot{u}_i, \dot{u}_i - \dot{u}_j, 0, \dots) \quad (5)$$

ここに、 $K_1$ 、 $K_2$ はフィードバック係数である。

3. 数値計算結果

図1に示す平面トラスの有限要素モデルを作り、ヤコビ法により自由振動モードを求めた結果が図2である。

図3に節点3のy方向に初期荷重 1000tonを載荷させた後荷重を除き自由振動させた時の様子を、図4に節点1と5に1次の自

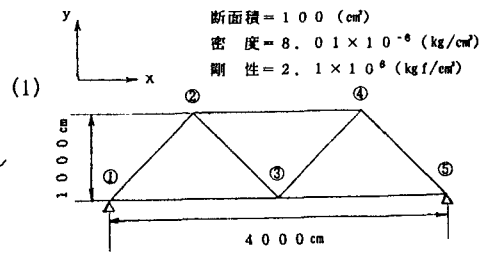


図1 平面トラス

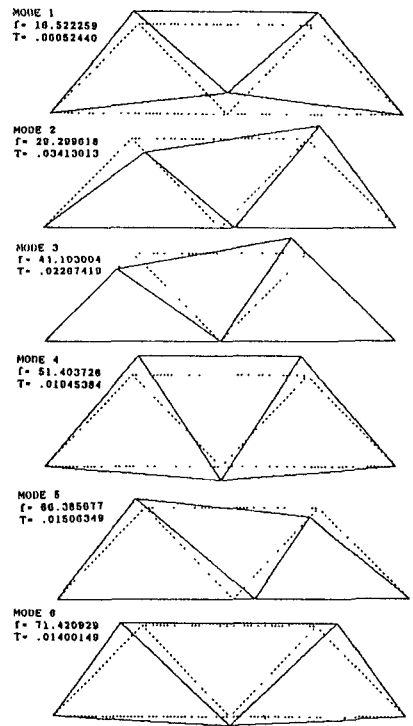


図2 トラスの振動モード

由振動モードと同じ周期で振幅1 cmの強制振動を与えた時の様子を示す。ここに、振動解析にはニューマークの $\beta$ 法を用いた直接時間積分法を用いている。図3、図4における縦軸は、節点3のy方向変位を示している。

速度フィードバック、変位フィードバックともに制御効果が見られる。しかしながら、制御効果の安全性の面から考えると、速度制御の方が効果があると思われる。

制御力をいれる位置としては、相対速度、相対変位の大きい所が制御効果が大きく、図1のトラスの場合には、節点3と固定端(節点1と5)の間にいれるのが好ましいと考えられる。

制御システムの設計で大切な事は、システムを安定にすることであり、今回のシミュレーションではフィードバックする状態量とフィードバック係数の大きさの選択に注意を払った。たとえば、フィードバック係数の大きさを変えてシミュレーションを行う場合、フィードバック係数が小さすぎると制御できず、逆にフィードバック係数が大きすぎると振動が発散してしまう現象が観察できた。また、加速度の制御も試みたが、振動が発散してしまっ

た。<sup>3)</sup> 現代制御理論のレギュレータの極の設定法の問題によると、本報告における制御入力Uは、

$$U = -F \underline{x} \quad (6)$$

F: フィードバック係数行列、 $\underline{x}$ : 状態変数ベクトルとなり、この式(6)を式(3)に代入すると、

$$\dot{\underline{x}} = (A - BF) \underline{x} + f \quad (7)$$

となる。(A - BF)の固有値をレギュレータの極といい、これが複素左半面に設定されれば、 $f = 0$ の場合、 $t \rightarrow \infty$ の時 $\underline{x} \rightarrow 0$ となり、安定な制御が可能になる。

#### 4. あとがき

本報告では、平面トラスの自由振動と強制振動について振動を制御する方法を考察した。限られた例しか取り扱っていないので一般的な結論を下すことは困難であるが、フィードバックする状態量としては速度が良く、制御力を荷す位置については相対速度の大きい箇所が良いことが分った。このときの制御効果は、トラスの全部材を制御したときと同じ程度の効果であることも確かめられた。

#### <参考文献>

- 1) 本橋・名取・他: 軸力変化によるビーム構造物の振動制御、第30回構造強度に関する講演会講演集、日本航空宇宙学会、1988年7月。
- 2) 久村富持: 制御システム論の基礎、共立出版、1988。
- 3) 小郷寛、美田勉: システム制御理論入門、実教出版、1979。

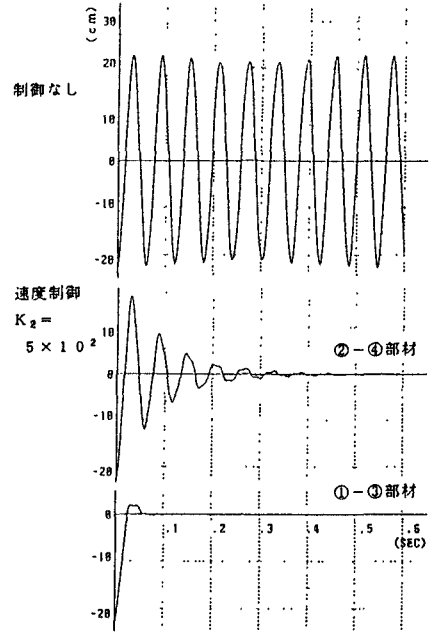


図3 自由振動の制御(応答変位)

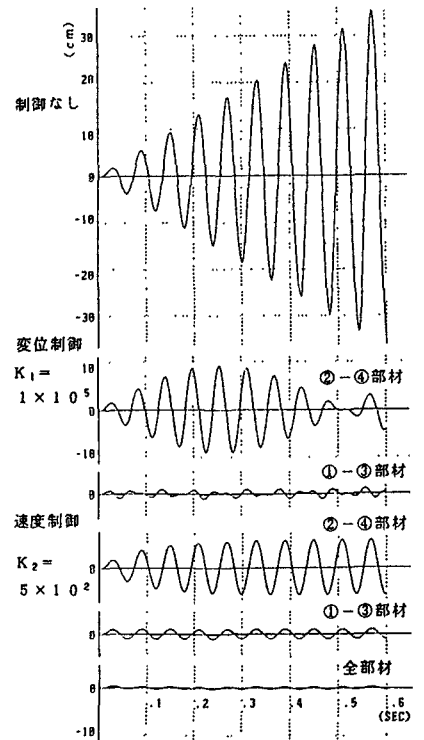


図4 強制振動の制御(応答変位)