（Ｉ－15）　マイコンを使った耐震計算の基礎的研究

法政大学工学部　正会員　大地羊三
法政大学大学院　学生員○佐藤隆男

1、はじめに

日本のような地震多発地域において構造物を建設する場合では、地震が発生したときその地震に耐えられるかどうかを必ず考慮に入れなければならない。また、近年構造物が大型化し、固有周期の長い構造物が増加してきたために、今までのように震度法、修正震度法で耐震計算をするだけではものたらず運動方程式を使った「動的解析法」が使われるようになってきた。さらに構造物の大型化にともなって今までのようなマイクロコンピューターによる耐震計算では計算範囲が限られて不十分になるため大型計算機と接続が比較的容易で大型計算機の機能を十分に引きだせるマイクロコンピューターを使用して耐震計算のプログラムを作成し、例題を解くことを目的とした。

2、内容および手法

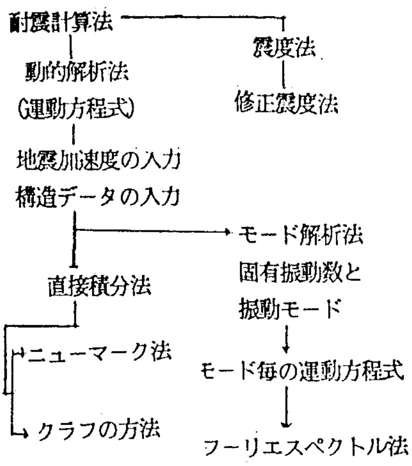
耐震計算は以前からいろいろな方法が考えられており図－１に分類しておいた。我が国での耐震規定はほとんどが震度法、修正震度法であるが重要な構造で固有周期の長いことが予想される場合は動的解析を検討することを義務づけている物も多い。動的解析法は与えられた構造物の運動方程式を作りこれを解く方法で以下の直接積分法とモード解析法に大別することが出来る。直接積分法は運動方程式をそのまま解いてしまう方法で、それに対してモード解析法はまず運動方程式から固有円振動数と振動モードを求め、運動方程式をモードごと分解してとくものである。モードごとに分解された運動方程式は直接積分法の手法を使って数値積分することもあるし、フーリエ変換してスペクトルの場で計算を進めることもある。ただし、１自由度の場合は振動モードといった概念は不必要なので運動方程式をモードごとに分解して解くモード解析法は意味を持たない。

さらに運動方程式を数値積分したりスペクトルの計算をしたりする場合には、入力として用いられる地震加速度ｘｅの記録を一定時間間隔で読み取ったデータが必要である。時間間隔は通常１／１００から１／２００秒であるが実際この間隔で読み取ることは不可能なので比較的読み取りやすい地震波記録の山と谷の時刻と振幅を読み取り、中間の値は補間公式で補間した値を使用した。この目的のためにヘルミートの補間公式を用いた。

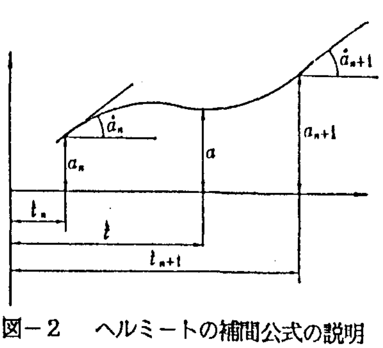
$$a=(1-3\xi^2+2\xi^3)a_n+(\xi-2\xi^2+\xi^3)\Delta t\,\dot{a}_n+(3\xi^2-2\xi^3)a_{n+1}+(-\xi^2+\xi^3)\Delta t\,\dot{a}_{n+1}$$

ただし　$\xi=(t-t_n)/(t_{n+1}-t_n)$

$\Delta t=t_{n+1}-t_n$　とおいた。



図－１　耐震計算法の流れ



図－２　ヘルミートの補間公式の説明

1) 1自由度の場合

直接積分法としてはニューマークのβ法とクラフの方法などが考えられるが今回はニューマークのβ法を使用した。時刻t_mとt_{m+1}の間で加速度が$\ddot{x}=\ddot{x}_m+g(t)(\ddot{x}_{m+1}-\ddot{x}_m)$のように変化するものとし、これを2回積分して

$\tau=t_{m+1}-t_m$、$\alpha\equiv\int_0^1 g(t)\,dt/t$、 $\beta\equiv\int_0^1\int_0^1 g(t)\times dt^2/\tau^2=(\tau-t)g(t)\,dt/\tau^2$

とおくと次の反復公式が得られる。

$$x_{m+1}=x_m+\dot{x}_m\tau+\ddot{x}_m(1/2-\beta)\tau^2+\ddot{x}_{m+1}\beta\tau^2 \quad \text{-----------------} \quad (1)$$

$$\dot{x}_{m+1}=\dot{x}_m+\ddot{x}_m(1-\alpha)\tau+\ddot{x}_{m+1}\alpha\tau \quad \text{-----------------} \quad (2)$$

$$\ddot{x}_{m+1}=-p^2x_{m+1}-2hp\dot{x}_{m+1}-\ddot{x}_{0,m+1} \quad \text{-----------------} \quad (3)$$

上式は、まずx_{m+1}にx_mの値を用いて右辺を計算し、(3)式でx_{m+1}が求められたならば、あらためてこれを用いて右辺を計算し直すことをx_{m+1}が収束するまで繰り返す。

フーリエスペクトル法：時間についての連続関数$x(t)$の複素フーリエ変換を下の左の式のように定義すると$X(\omega)$から$x(t)$への逆変換は下の右の式で計算できることが証明されている。

$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)^{-i\omega t}\,dt$ 《=》 $x(t)=1/2\pi\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{i\omega t}\,d\omega$　　ただし　$i=\sqrt{-1}$である。

この$X(\omega)$を$x(t)$の複素フーリエスペクトルとよんでいる。$x(t)$は時間の関数であるが、これをフーリエ変換することによって振動数の関数にすることができるし、またその逆も可能である。そこで、時間の場で作られた運動方程式を複素フーリエ変換して振動数の場の問題に直し、応答変位の複素フーリエスペクトルを求めてから、逆変換によって時間の場に戻す計算方法。時間の場では微積分の演算が必要であった運動方程式が、振動数の場にすると複素数を含むが代数演算だけですむ利点がある。

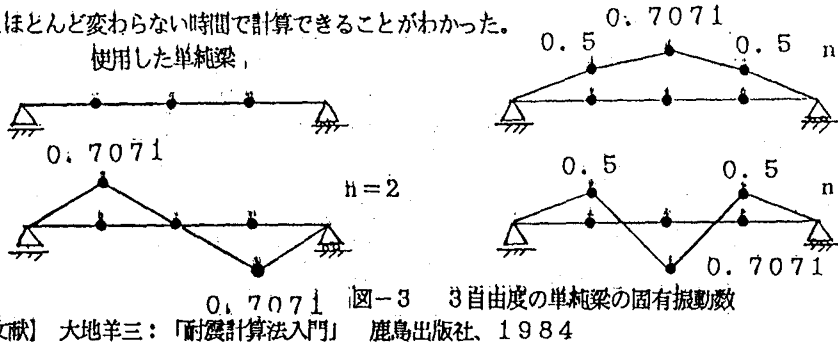
2) 多自由度の場合　地震力が構造物に作用する場合の運動方程式は次のようになる。

$$M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=-M\ddot{x}_e \quad \text{-----------------} \quad (4)$$

特に構造物が非減衰自由運動をする場合は、$x=x\sin pt$と仮定できるので式(4)は$KX=MXP^2$と書きかえられ固有値問題となる。これを$[m^{-1}km^{-1}](m^1x)=(m^1x)p^2$と変換し標準型に直して解いた。解法としては、直接固有値を求める方法ではなく、まず$m^{-1}km^{-1}$を3重対角化してから求められるギブンス法＋QR法を用いた。式(4)を振動モード行列Xを用いて$X\equiv Xq$で変数変換すると次式が得られる。$q+2hp\dot{q}+p^2q=-X^TM\ddot{x}_e$ -----（5）　式(5)はm個の連立常微分方程式であり変数(q_i)が完全に分離されているので一質点系の場合と同じようにして数値積分できる。また式(5)をフーリエ変換しqのフーリエスペクトルを求めることができれば、これより応答変位のフーリエスペクトル$X(\omega)$も求まり、さらにこれを逆変換すれば応答変位の時系列$x(t)$を求めることもできる。

3、まとめ

ニューマークのβ法において、$\alpha=1/2$，$\beta=1/6$に変えるだけでクラフの解法と一致することが解る。よってα、βを変えるだけでこの両方の解法は比較できる。3自由度の単純梁の固有振動数をギブンス法＋QR法により求めた結果を図－3に示した。また、ヤコビの方法でも求めたがQR法に比べて計算時間がかかった。連立一次方程式を解く方法は時間のかかる解法だとされていたが、三角化法により従来の収束計算の速さとほとんど変わらない時間で計算できることがわかった。



図－3　3自由度の単純梁の固有振動数

【参考文献】 大地羊三：「耐震計算法入門」 鹿島出版社、1984