

○五洋建設株式会社

正員 三 藤 正 明

(株) 国際テクノロジー・センター

正員 竹 内 則 雄

東京大学生産技術研究所

正員 川 井 忠 彦

1. はじめに

今日、有限要素法は一般化された数値計算法として、地盤工学の分野においても各種土構造物の応力解析に用いられている。この有限要素法は、地盤そのものや土構造物の局所的な破壊の発生を調べるのに適しているが、斜面の安定や支持力などのように、全体崩壊を対象とする解析にはそれほど有効ではない。これは地盤の崩壊という現象が塑性平衡状態を取り扱うのに対して、有限要素法は不連続性を十分に考慮することが不得手なためである<sup>1)</sup>。本論文で述べる新離散化モデルは、上記に述べた通常の有限要素法では解析することが困難な地盤の崩壊現象の解析を目的として開発したものであり、一般化された極限解析用のモデルである。本文では、まず、新離散化モデルの動的問題に対する定式化について述べる。ひきつづき、水平無限地盤について本モデルを用いた場合の非線形応答解析結果について説明する。

2. 新離散化モデルの定式化

図-1に示す面内三角形要素を考える。いま、剛体要素の増分境界相対変位、増分境界応力ベクトルを $\Delta\delta$ 、 $\Delta\sigma$ とし、増分変位、増分物体力、増分表面力および増分地動加速度を $\Delta U$ 、 $\Delta P$ 、 $\Delta \bar{f}$ 、 $\Delta \ddot{U}_g$ とする。ここで、仮想増分境界相対変位を $\delta\Delta\delta$ 、仮想増分変位を $\delta\Delta U$ とすれば、

$$\sum_{\partial\Omega} \delta\Delta\delta^t \cdot \Delta\sigma \, ds - \sum_{\partial\Omega} \delta\Delta U^t \{ \Delta \bar{P} - \gamma (\Delta \ddot{U} + \Delta \ddot{U}_g) \} dA - \sum_{\partial\Omega} \delta\Delta U^t \cdot \Delta \bar{f} \, ds = 0 \quad (1)$$

となり、動的問題に対する増分形仮想仕事式が得られる。(1)式を整理すると、

$$\sum_{\partial\Omega} \delta\Delta U^t \cdot \Delta \ddot{U} \, dA + \sum_{\partial\Omega} \delta\Delta\delta^t \cdot \Delta\sigma \, ds = \sum_{\partial\Omega} \delta\Delta U^t \cdot \Delta \bar{P} \, dA + \sum_{\partial\Omega} \delta\Delta U^t \cdot \Delta \bar{f} \, ds - \sum_{\partial\Omega} \delta\Delta U^t \cdot \gamma \cdot \Delta \ddot{U}_g \, dA \quad (2)$$

となる。ここで、 $S_b$  は各要素境界辺についての領域であり、 $\sum_{\partial\Omega}$ 、 $\sum_{\partial\Omega}$  はそれぞれ各要素内、要素境界辺上について総和をとることを意味する。また、 $\gamma$  は単位体積重量、 $g$  は重力加速度である。いま、増分変位を $\Delta U_i$ とすれば、

$$\Delta U_i = \alpha_i \cdot \Delta U_i \quad (3)$$

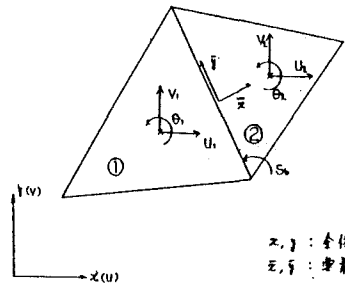
$$\Delta U_i^t = L \Delta U, \Delta V, \Delta \theta \quad (4)$$

$$\alpha_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y - y_{g1}) \\ 0 & 1 & (x - x_{g1}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

となる。ここで、 $\Delta U$ 、 $\Delta V$  は要素内の任意点での平行および垂直変位増分である。また、 $\Delta u_i$ 、 $\Delta v_i$ 、 $\Delta \theta_i$  は要素重心点での平行、垂直および回転増分変位である。そして、 $x_{g1}$ 、 $y_{g1}$  は重心点の $x$ 、 $y$ 座標値であり、下付きの1は要素番号を示す。増分加速度 $\Delta \ddot{U}_i$ は、

$$\Delta \ddot{U}_i = \alpha_i \cdot \Delta \ddot{U}_i \quad (6)$$

となる。さて、つぎに図-1に示すような隣り合う要素①、②を考える。いま、全体座標系に関する相対変位を $\Delta\delta$ とすれば



$x, y$ : 全体座標系  
 $\sigma, \bar{f}$ : 境界座標系

図-1 隣接する新しい三角形要素

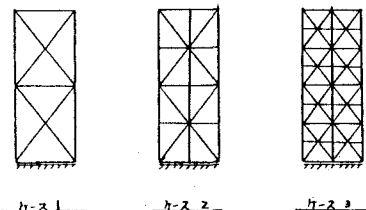
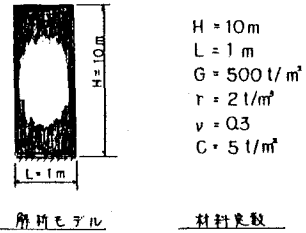


図-2 固有値解析モデル

$$\Delta \delta = B \cdot \Delta U \quad (7)$$

$$B = L \cdot \alpha_1, \alpha_2 \quad (8)$$

$$\Delta U^T = L \Delta U_1, \Delta V_1, \Delta \theta_1, \Delta U_2, \Delta V_2, \Delta \theta_2 \quad (9)$$

である。さて、質量行列Mは、(3)式を(2)式の右辺の第1項に代入すれば求まる。すなわち、

$$M = \iint_A \alpha_i^T \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \alpha_i \, dA \quad (10)$$

である。つぎに、要素剛性行列を求める。まず、相対変位 $\Delta \delta$ と相対応力 $\Delta \sigma$ を以下のように仮定する。

$$\Delta \sigma = D \cdot \Delta \delta \quad (11)$$

ここで、Dは要素境界面上のスプリング行列で、いわば、構成式を意味している。(7)式と(11)式を(2)式の右辺の第2項に代入すれば、要素剛性行列Kは

$$K = \int_{S_0} B^T \cdot D \cdot B \, dS \quad (12)$$

となる。増分の物体力による増分荷重ベクトル $\Delta F_p$ は

$$\Delta F_p = \iint_A \alpha_i^T \cdot \Delta \bar{p} \, dA \quad (13)$$

となる。また、表面力による増分荷重ベクトル $\Delta F_f$ は

$$\Delta F_f = \int_A \alpha_i^T \cdot \Delta \bar{f} \, dS \quad (14)$$

となる。地動の増分加速度による荷重ベクトル $\Delta F_m$ は

$$\Delta F_m = \frac{\gamma}{g} \iint_A \alpha_i^T \cdot \Delta \ddot{u}_g \, dA \quad (15)$$

となる。以上により、運動方程式を構成する係数行列および荷重ベクトルが求まった。なお、塑性化後のスプリング行列は関連流れ則に基づいて求めた。

### 3. 数値計算

本モデルの動的解に対する検討を行なうために図-2に示すモデルを用いて固有値解析を行なった。解析モデルとしては無限に広がる水平地盤の一部を取り出し、また、理論解と本モデルによる解および有限要素解との比較を行なった。要素数としては、8要素、16要素、48要素の合計3ケースである。表-1に各ケースの解析結果を示す。表より1次の固有周期に関しては、本モデルの値の方が有限要素解より小さ目の値を示している。2次の固有値に関しては、要素数の増加に伴い精度が単調に増加している。有限要素解と比較して精度は若干劣ると思われるが、全体的に見て、ほぼ工学的に問題のない解が得られることがわかった。さて、つぎに図-3に示す解析モデルを用いて弾塑性応答解析を試みる。本解析の目的は、本モデルが地震時のせん断すべり破壊現象を表現し得るかどうかの検討を行なうためである。地震波としてはSIN波を用い、基盤より水平加振させた。また、降伏条件式としてはトレスカの条件を用い、 $C = 5t/m^2$ と仮定した。図-4に最下端部でのせん断応力-せん断ひずみの応答波形を示す。図より、せん断ひずみは塑性化により塑性ひずみが増加し、最終的には明瞭な残留ひずみを示していることがわかる。

### 4. まとめ

増分形仮想仕事式を用いて、新離散化モデルの面内三角形要素に関する運動方程式を導びいた。また、簡単な解析モデルを用いて弾塑性応答解析を行い、通常の有限要素法では解析が困難だと思われる地震時における要素境界面に発生するせん断すべりを考慮した解析ができることがわかった。

### 参考文献

- 1) 川本眺万：地盤の変形における理論と実際，土と基礎，Vol.30, No.11, 1982

	浮動期	要素剛性			相対変位法		
		ケース1	ケース2	ケース3	ケース1	ケース2	ケース3
1次	0.81	0.76	0.79	0.79	0.80	0.80	0.81
2次	0.26	0.22	0.25	0.26	0.29	0.27	0.27

表-1 固有値比較表

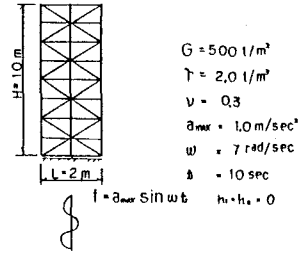


図-3 応答解析モデル

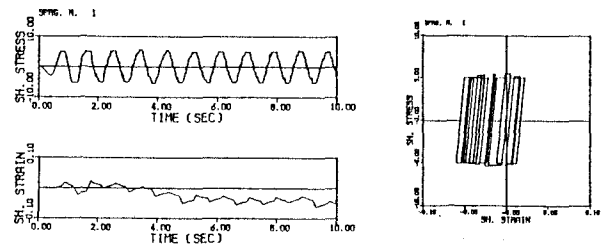


図-4 せん断応力-ひずみ応答図および履歴図