

1. まえがき

最近、軸方向スベリを考慮した埋設管の地震応答解析に関する研究が多く見受けられる¹⁾が、これらの研究ではある特定の地盤-管系(管や地盤の特性や諸元がある特定の値に指定されたモデル)を用いることが多く、そのためスベリが生じる条件と管や地盤の特性、諸元との間の関係が明確にならなかったものがある。また、実験的に導いた力と相対変位の関係を直接応答解析に用いているため厳密な考察が妨げられていたようである。なぜなら、本来スベリが生じるか否かは管の外面上に生じる軸方向のせん断応力が管と地盤との間の摩擦抵抗を越えるか否かによって決定するものが合理的なはずであり、スベリの条件を表わすために相対変位に着目する方法は一般的でないと考えられるからである。従って、本研究では「応力」にもとづいて「スベリの条件」を規定する。ただし、スベリが生じるまでは、管と地盤との相互作用は弾性的であると考える。この弾性限度を越えると、正弦的な入力に対して、相対変位とせん断力とは弾完全塑性型ウヒステリシスループを描くものと仮定する。以下において、入射波は定常正弦波とし、また管の慣性力を無視した。

2. 弾完全塑性型ウヒステリシスループを描く場合の解析

図1のような弾完全塑性型ウヒステリシスループを描く場合を解析する。この図で f は単位管長あたり軸方向に作用する力、 v は管と地盤との間の軸方向の相対変位、 C_0 は単位管長あたりのスベリ抵抗、 v_0 は v の振幅である。 K_0 は地盤の動的なバネ定数であり理論的に求られている²⁾。地盤及び管の絶対変位を各々 u_s, u とすると $v = u_s - u$ ……(1) と表わせる。

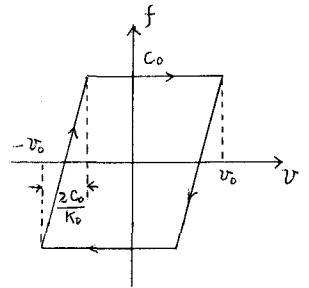


図1 弾完全塑性型ウヒステリシスループ

今、 f と v は時間と共に、図1中の矢印の方向に回転するとすれば、

$\frac{\partial v}{\partial t} > 0$ の部分に関して次の様なつり合い方程式が成り立つ。

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K_0(u_s - u + v_0 - \frac{C_0}{K_0}) = 0 \quad -v_0 < v < -v_0 + \frac{2C_0}{K_0}$$

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_0 = 0 \quad -v_0 + \frac{2C_0}{K_0} < v < v_0 \quad \dots\dots(2)$$

$K = \frac{K_0}{EA}$, $C = \frac{C_0}{EA}$ とおき、(1) 式を代入すると (2) 式は次のように表わせる。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - K v - K v_0 + C = \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} \quad -v_0 < v < -v_0 + \frac{2C}{K}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - C = \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} \quad -v_0 + \frac{2C}{K} < v < v_0 \quad \dots\dots(3)$$

入射波として、軸方向に振動・伝播するような定常正弦波を考え、 u_s と v の位相差を $\pi - \phi$ とすると

$$u_s = u_0 \cos(kx - \omega t + \phi) \quad v = -v_0 \cos(kx - \omega t) \quad \dots\dots(4)$$

と書ける。ただし、 k, ω は入射波の波数、角振動数であり、また ϕ, v_0 は未定定数である。(2) 式の一般解は

$$v_1 = C_3 \sinh \frac{\sqrt{K}}{k} (kx - \omega t) + C_4 \cosh \frac{\sqrt{K}}{k} (kx - \omega t) - v_0 + \frac{C}{K} + \frac{u_0 k^2}{k^2 + K} \cos(kx - \omega t + \phi) \quad -v_0 < v < -v_0 + \frac{2C}{K}$$

$$v_2 = \frac{C}{2k^2} (kx - \omega t)^2 + C_1 (kx - \omega t) + C_2 + u_0 \cos(kx - \omega t + \phi) \quad -v_0 + \frac{2C}{K} < v < v_0 \quad \dots\dots(5)$$

であり、積分定数 C_i ($i=1, 4$) は次の条件より決める。

$$kx - \omega t = 0 \quad \text{で} \quad v = -v_0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad ; \quad kx - \omega t = -\pi \quad \text{で} \quad v = v_0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots(6)$$

さらに、 v_1 と v_2 は $kx - \omega t = -\gamma$ ($0 < \gamma < \pi$) で一致するよう

$$kx - \omega t = -\gamma \quad \text{で} \quad v_1 = v_2 = -v_0 + \frac{2C}{K}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial t} = \frac{\partial v_2}{\partial t} \quad \dots\dots(7)$$

が成立せねばならぬ。(5), (6), (7) 式より次の2つの方程式が得られる。

$$\sin \phi \left\{ -\frac{k^2}{k^2 + K} \cosh \frac{\sqrt{K}}{k} \gamma - \frac{K}{k^2 + K} \cos \gamma - 1 \right\} + \cos \phi \left\{ -\frac{\sqrt{K} k}{k^2 + K} \sinh \frac{\sqrt{K}}{k} \gamma + \frac{K}{k^2 + K} \sin \gamma \right\} = \frac{C}{u_0 k^2} \sinh \frac{\sqrt{K}}{k} \gamma - \frac{C}{u_0 k^2} (\pi - \gamma) \quad \dots\dots(8)$$

$$\sin \phi \left\{ -\frac{\sqrt{K} k}{k^2 + K} \sinh \frac{\sqrt{K}}{k} \gamma + \frac{K}{k^2 + K} \sin \gamma \right\} + \cos \phi \left\{ -\frac{K}{k^2 + K} \cosh \frac{\sqrt{K}}{k} \gamma + \frac{K}{k^2 + K} \cos \gamma \right\} = \frac{C}{u_0 k^2} (1 + \cosh \frac{\sqrt{K}}{k} \gamma)$$

$\sin^2\psi + \cos^2\psi = 1$ の条件より ψ を求め、さらに (8) 式より θ を求めると、それより応答変位、応答軸歪など算出することが出来る。以上では、入射波は軸方向に伝播・振動するものとしたが、入射波がラジアル波のように振動し入射角 ψ をなして入射する場合には、上記パラメータのうち、 u_0 、 L を各々 $u_0 \sin \psi$ 、 $L \cos \psi$ と置き換えれば対応する解が得られる。

次に、スベリが生じるための条件を弾性論的な計算より求めると $1 > \beta(1 + \alpha^2)$ …… (9) となる。ただし、 $\alpha = \frac{\sqrt{K_0}}{K_0}$ 、 $\beta = \frac{C}{K_0 u_0}$ 。従って、以上の解析は (9) 式が成立する場合に可能となる。(9) 式より、スベリ出し時には $(ka)^2 = \left(\frac{K_0}{K_0} a^2\right) / \left(\frac{K_0}{K_0} u_0 - 1\right)$ …… (10) が成り立つ。ここで、 a は管外半径である。 $ka = \frac{2\pi a}{L}$ (L は波長) であるので、(10) 式よりスベリが生じる際の波長と管外半径の比 $\frac{L}{a}$ が決まる。ただし、 K_0 は $\frac{L}{a}$ の関数であるため試行錯誤的に求める必要がある。

3. 計算結果と考察

紙数の都合上、一例のみをあげる。・地盤：ポアソン比 0.495、密度 1.8 g/cm³、S 波速度 50 m/s ・入射波：正弦 S 波、入射角 45°、変位振幅 25 cm ・管：鋼、管厚 0.3 cm、管径 30 cm ・埋設深さ 1.5 m、摩擦係数 0.4。

図 2 に動的地盤反力係数 K_0 及びスベリ出し時の相対変位 $u_a - u_0 \sin \lambda$ と L/a ($=$ 波長 / 管外半径) との関係を示す。左座標は $2\pi\mu$ ($\mu = P/Q$; 地盤のせん断係数) 及び a で割り無次元化している。 K_0 は複素数である故、実部と虚部を示した。以下の計算では K_0 の実部のみを用いている。また簡単な計算より $u_a - u_0 \sin \lambda = 2\pi a \tau_0 / K_0$

(τ_0 : スベリ時のせん断応力) とおろせるのがわかる。図 2 より K_0 及び相対変位は波長、管径の影響をかなり受けるのがわかる。図 3 は無限長管に生じる応答軸歪の最大値と L/a との関係を示したものである。実線は図 1 のようなループを描く場合、一点鎖線は弾性変形する場合、破線は桜井¹⁾の式 (図 1 で $K_0 = \infty$ とした場合の解) による場合のものである。本図より、 L/a の値によっては弾性解との違いが 10 倍以上になりうること、 L/a が大きい場合には軸方向スベリは生じず管は弾性変形すること、及び桜井の式と本研究による解とは大きな違いにはならないこと、などがわかる。図 3 より、 $L/a = 2500$ ($\therefore L = 375$ m) 程度で弾性変形すると考えて良い。このとき、図より $\epsilon_a / (u_0/a) = 1.2 \times 10^{-3}$ である

$\epsilon_a = 2.0 \times 10^{-3}$ 。これを応力に換算すると 4.2 kg/mm² となり、相当大的な値である。本例のような数値をもつ地震波が現実存在するかどうかについては問題があるけれども、 L/a が大きい場合には軸方向スベリを生じず地盤内の大きな歪が直接管に伝わり、大きな応力を管に生じしめることと本例は示している。このことは、表面波のように、波長が長く、かつ管に大きな歪を生じしめる波に対しては重要な意味を持つだろう。なお、スベリが生じている際の軸歪の波形は宮本³⁾が実験より得た波形と良く類似することがわかった。これは、本理論の妥当性を肯定するものである。

謝辞 筆者の一連の研究は東工大山口柏樹教授の指導のもとに行われていることと先記し深謝の意を表します。

参考文献 1) 桜井「地盤の震動解析に基づく……」S.46.10 2) 鶴飼他、才川回地震工学研究発表会 1976.7

3) 宮本他、才川回地震工学研究発表会 4) 高田、土論 No.249, 1976-5 5) Caughey, J. App. Mech. 1960, 12

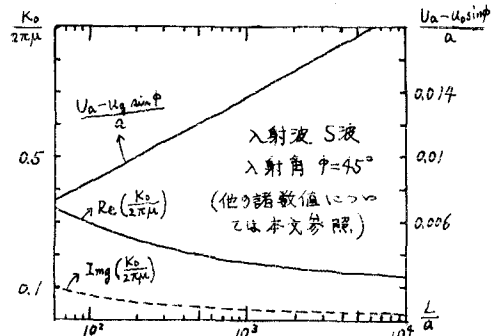


図 2 動的地盤反力係数及びスベリ出し時の変位

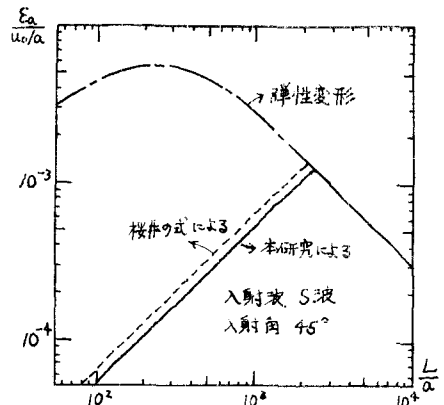


図 3 無限長管に生じる最大軸歪と L/a との関係