土木学会論文集 No.477／I-25, pp.97~100, 1993.10

EK-WLI-FEMを用いた動的パラメータ同定

須藤敦史*・星谷　勝**

地盤や構造物を対象とした時間領域における動特性やパラメータ同定は工学的に重要な分野になってきており，数多くの研究が行われている．その中で，拡張カルマンフィルタを用いたパラメータ同定は，静的・動的を問わず効率的に同定を行う手法である．一方，地盤や構造物はさまざまな形状を示しており，また地震時には複雑な応答特性を示す．そこで，本研究は地盤や構造物の空間的に分布する動特性を同定するために，EK-WLI法に有限要素法の運動方程式を組み込む定式化を行い，同時に本手法の有効性を数値解析を通して検証している．

Key Words：*extended kalman filter, FEM, pameter identification*

1.　はじめに

地盤や構造物の動特性同定や静的なパラメータ同定問題に対して対象システムを非線形状態方程式と観測方程式に分離し，基準軌跡において線形化する拡張カルマンフィルタを用いた研究が数多く行われている[1)~3)]．この手法は状態方程式中の状態ベクトルが未知パラメータを要素として構成され，観測値により状態ベクトルを逐次修正するシーケンシャルな同定手法である[4)]．

著者らは，拡張カルマンフィルタのアルゴリズムを基本とした拡張カルマンフィルタ重み付きローカルな繰り返し法（EK-WLI法）[5)]を用い，有限要素法と組み合わせて空間的に分布する地盤定数の同定を行っている[6)]．このパラメータ同定における定式化の特徴の第一は，状態方程式の状態ベクトルを未知量だけとし，その定常性を仮定している点である．第二には，支配方程式を観測方程式に記述している点である．

このような定式化は，有限要素法などの複雑な構成式を拡張カルマンフィルタのアルゴリズムに組み込むことができ，複雑な形状を有する地盤や構造物に対してパラメータ同定を行うことが可能である．

一方，構造物や地盤の動的なシミュレーション解析においても有限要素法や境界要素法などの離散化手法を用いた解析が広く用いられており，このうち有限要素法は非線形問題を扱うことができ，解析対象領域が不均質な場合や複雑な形状を有する場合に適した解析手法であると言われている．したがって，拡張カルマンフィルタに有限要素法などの動的解析手法を組み込むことができれば，解析領域の地盤定数が不均質な場合や形状が複雑な場合においても動特性の同定が可能になる．

* 正会員　武蔵工業大学　客員研究員　（株）地崎工業　技術開発室　（〒105　港区西新橋 2-23-2）
** 正会員　Ph. D.　武蔵工業大学教授　土木工学科

そこで，本研究ではEK-WLI法と有限要素法を用いて動的なパラメータ同定を行うための定式化を行い，数値解析を通して本手法の適用範囲や収束性に関して基本的な検討を行っている．

2.　EK-WLI-FEMの定式化

（1）　拡張カルマンフィルタ[4)]

拡張カルマンフィルタは，カルマンフィルタと同様なアルゴリズムであるが，非線形連続型状態方程式と非線形離散型観測方程式を基本式として以下に示す式で構成したものである．

$$dXt/dt=f(Xt,t)+Gtwt \quad \cdots\cdots (1)$$

$$Yt_k=h(Xt_k,t_k)+vt_k \quad \cdots\cdots (2)$$

Xt, Xt_k：連続型，離散型状態ベクトル

Yt_k：観測ベクトル

wt：システム雑音ベクトル

vt_k：観測雑音ベクトル

Gt：変換行列

この基本式に対するアルゴリズムは，式（1），（2）を推定状態ベクトル近傍で線形化し漸化的な最適状態ベクトルの推定アルゴリズムを構成したものである．

（2）　状態方程式

状態ベクトルは有限要素法中の力学的特性値を要素とし，時間的に遷移しないと仮定する．ここで，地盤中の力学的特性的は空間的なばらつきを有するものであり，また試験誤差や測定誤差を含む値である．そこで，これらを状態方程式のシステムノイズとする．そして状態遷移マトリクス$\boldsymbol{F}$［　］は単位マトリクス$\boldsymbol{I}$として状態方程式（1）を離散表示すると式（3）のようになる．

$$X(t_{k+1}|t_k)=[I]X(t_k|t_k)+w_t \quad \cdots\cdots (3)$$

（3）　観測方程式

一般に，有限要素法における運動方程式は式（4）のように示される．

$[M]\ddot{u}+[C]\dot{u}+[K]u=f$ ……………………………(4)

$[M]$, $[C]$, $[K]$：質量，減衰，剛性マトリクス

u, $\dot{u}$, $\ddot{u}$：応答変位，速度，加速度ベクトル

f：荷重ベクトル

得られる観測波形が加速度波形のときは式（4）より応答加速度ベクトルは次式となる．

$\ddot{u}=[M]^{-1}\{f-[C]\dot{u}-[K]u\}$ ……………………(5)

一方，拡張カルマンフィルタにおける観測方程式は式（2）に示されるように，観測値は加速度にガウス性ホワイトノイズを加えたものである．観測方程式を有限要素法の運動方程式の形で表すと式(5)を用いて，式(6)，(7)となる．

$Y=\ddot{u}+v=h(X)+v$ ………………………………(6)

$h(X)=[M]^{-1}\{f-[C]\dot{u}-[K]u\}$ ……………(7)

ここで，剛性マトリクス $[K]$ は力学特性値で構成される状態ベクトルの関数となる．

また，ここで対象とする問題は観測値がある時刻において計測された値であり，その計測値より状態ベクトルの推定を行う．そこで式（6）を離散表示すると式（8）のように表すことができる．

$Yt_k=h(Xt_k)+vt_k$ …………………………………(8)

ここで，拡張カルマンフィルタのアルゴリズム中の変換行列は，式（7）を各状態ベクトルで偏微分して得られる．すなわち，変換行列 $M\{t_k;\hat{X}(t_k|t_{k-1})\}$ は式（9）のように表される．

$$M\{t_k;\hat{X}(t_k|t_{k-1})\}=\left[\frac{\partial hi(Xt_k,t_k)}{\partial xj}\right]_{Xt_k=\hat{X}(t_k|t_{k-1})} \cdots\cdots(9)$$

$hi(Xt_k,t_k)$：$h(Xt_k,t_k)$ の要素

xj：Xt または Xt_k の要素

ここで，式（9）に示されるように状態ベクトルは剛性マトリクス $[K]$ の中にあり，変換行列を偏微分により求める必要がある．ここでは，この変換行列を影響係数法により近似的に算出する[7]．

この影響係数法は，同定する状態ベクトルを順次微少量変化させ有限要素法の順解析を行い近似的に求める手法である．この手法では，有限要素法の運動方程式を直接微分を行うことなく変換行列が容易に求められ，EK-WLI-FEMによる動的なパラメータ同定を可能としている．

(4) EK-WLI法の概説[5),6)]

EK-WLI法は拡張カルマンフィルタのアルゴリズムを基本とした手法である．まず，ある時刻で得られるデータを1組とし，最初の1組目の観測値を用いて状態ベクトルの推定を行う（繰り返し1回）．繰り返し2回目以降には，観測方程式を線形化することにより生じる誤差の影響を減少させ，かつ推定誤差共分散行列の過度の減少を軽減するために，重み（W）を乗じて状態ベクトルの推定を行う．ここで，1回のローカルな繰り返しアルゴリズム中で，観測方程式の非線形性を減少させるため繰り返し拡張カルマンフィルタ[1),4)]を用いる場合もある．また，EK-WLI法では取り込む観測データは時系列の値であるから，繰り返しは時間には関係ないステップ回数になるが，非定常なパラメータ同定は可能である．この1組目の観測データによる推定で，状態ベクトルが収束しない場合には，次の時刻で観測された2組目以降の観測値を用い，同様な繰り返しを行い最適状態ベクトルの推定を行うシーケンスな特長を生かした同定手法である．

ここで，カルマンフィルタにおいて推定誤差共分散行列は，状態ベクトルの収束性の目安となる値である．しかし，本手法ではローカルな繰り返しの際に推定誤差共分散行列に重みを乗じているため状態ベクトルの収束性を別に調べる必要が生じる．そこで，得られた推定状態ベクトルを用いて推定観測値を有限要素法により計算し評価関数を求める．評価関数は，各観測点に対応する推定観測量と観測量の差の二乗平均値を正規化したものである．そして，これが最小になる時の推定状態ベクトルを最適推定値とするものである．実際の解析では評価関数の基準を設定し，推定観測値による評価関数が基準値を下回った場合には，初期推定値の影響が軽減されたものとし，EK-WLI-FEMにおけるローカルな繰り返しを1回とし，同時に重み（W）を1.0としてパラメータ同定を行う．

評価関数 θ を式（10），（11）に示す．

$q_it_k=y_it_k-h_i\{\hat{X}(t_k|t_k),t_k\}$ ……………………(10)

$$\theta_i=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}q_i^2t_k/\sum_{i=1}^{N}y_i^2t_k \cdots\cdots(11)$$

N：観測点数　y_it_k：観測量

$h_i\{\hat{X}(t_k|t_k),t_k\}$：推定観測量

3. EK-WLI-FEMによる数値解析例

本手法を地盤や構造物の動的挙動に対するパラメータ同定に用いるために，**Fig.1** に示すような簡単な解析モデルを用いて解析を行う．ここでは三層から成る不均質な地盤の基盤面に地震加速度を入力した場合，地表面(図中のNo.5）で得られる応答加速度波形を観測波形とし，地盤の上部二層のヤング率 E_1 と E_2 を未知パラメータとして同定を行っている．ここでポアソン比は確定値を用いている．なお，入力加波形はエルセントロ地震加速度波形を用い，波形のサンプル間隔は0.02 sec，継続時間は10 secである．

ここで，EK-WLI-FEMの同定精度や収束性とともに，重み（W）の影響と観測波形に含まれるノイズの割合が収束に与える影響を検討する．

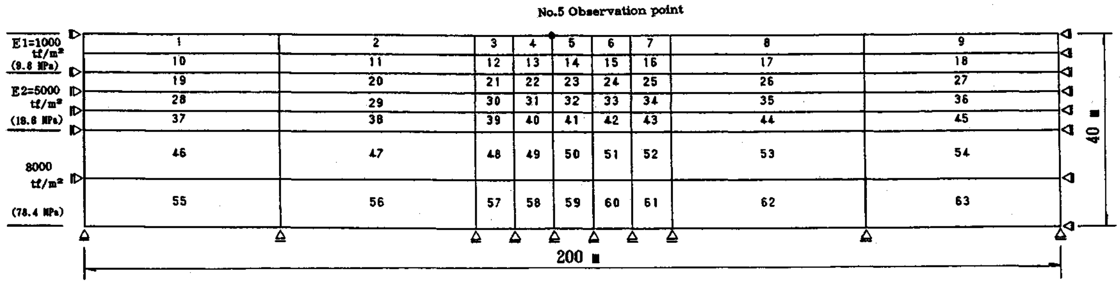

Fig.1 FEM model

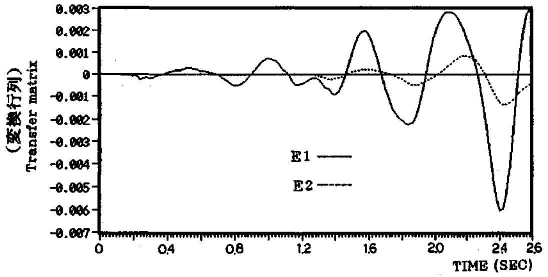

Fig.2 Transfer matrix E_1, E_2

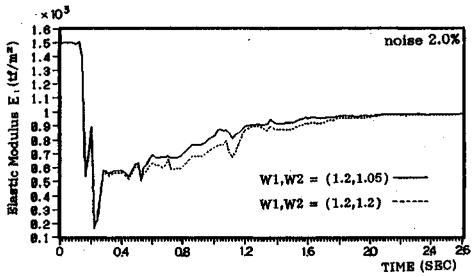

Fig.3 Identified Parameter E_1

本解析で観測点は，地表面に相当するNo.5の値を用いており，未知パラメータE_2は観測点に接していない．したがって，観測波形に含まれるパラメータE_2の情報が少なく同定精度や収束速度はE_1に比べ悪くなると予想される．求めようとする未知パラメータの収束精度は村上ら[2)]が静的有限要素法で検討しているように，動的な有限要素法を用いる本手法においても観測点の感度行列の大きさが同定精度に関係する可能性が大きい．また，観測点の感度行列はEK-WLI-FEMでは，変換行列にあたり，この変換行列とパラメータの収束速度に影響を与える量である．そこで，観測波形にノイズが2.0％含まれる場合に得られる変換行列を**Fig.2**に示す．

ここで，観測点に接していないE_2の変換行列はE_1に比べ小さい値を示し，観測波形に含まれるE_2の情報は少ないことがわかる．

未知パラメータの収束精度や収束速度に関わる要因は，著者らの検討[6)]では変換行列と推定誤差共分散行列の大きさが関係し，変換行列が小さい場合には未知パラメータの更新量が微少となり，本手法では同定精度や収束速度を高めるために重みを乗じている．しかし変換行列が小さいE_2の重みをE_1と同じ値とすると観測値に含まれるE_2の情報量を過大評価していることになる．そこで，E_2の推定誤差共分散値に乗ずる重みを小さくした場合の同定結果を比較する．

観測波形にノイズが2.0％含まれる場合の同定結果を**Figs.3, 4**に示す．また，本解析におけるローカルな繰り返し回数は2回，その際の推定初期値を**Table 1**に示す．

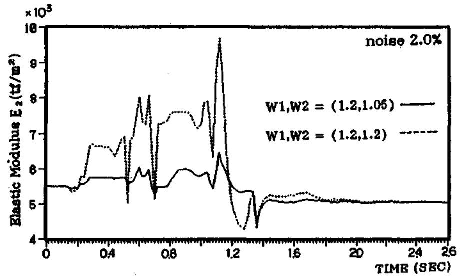

Fig.4 Identified Parameter E_2

Table 1 Initial Conditions

Paremeter	x_1	x_2
$X(t_0/t_0)$	1500 (14.7 MPa)	5500 (53.9 MPa)
$P(t_0/t_0)$	10^4	10^4

Note : $R=1.0*10^{-4}$, W=1.2
Iteration number=2
Objecive function
noise=2.0 % ($\theta=1.0*10^{-3}$)

X : Initial State vector(ty/m²)
P : Covariance matrix pf the error State vector
R : Observation noise Covariance matrix

Figs.3, 4より未知パラメータの収束速度は速くなり，安定していることがわかる．したがって，本手法において重みを変換行列の大きさに応じて与えれば観測点の感度が悪いパラメータの収束向上も可能であると言える．また，動的なEK-WLI-FEMにおける重みは，推定誤差共分散行列の過度の減少を抑えるため静的な場合より小さい値になる．

最後に，観測波形に含まれるノイズの比率を大きくし

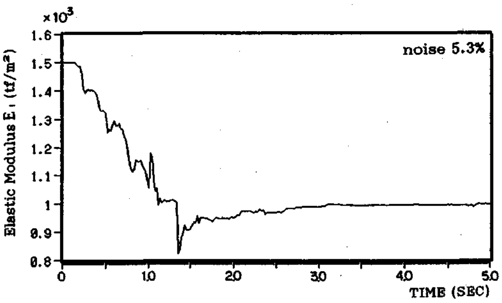

Fig.5 Identified Parameter E_1

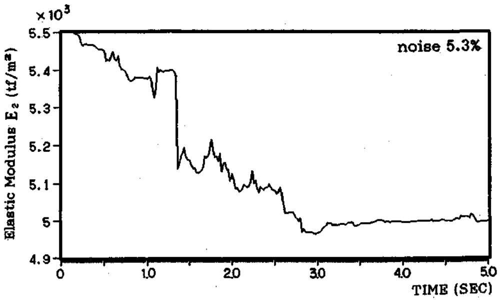

Fig.6 Identified Parameter E_2

ノイズが5.3%含まれる場合のパラメータ同定結果を **Figs.5, 6** に示す.

Figs.5, 6 より約3.0secで収束しているが，収束速度は観測ノイズが2.0%含まれる場合より遅くなる.

4. 結　論

本研究は，拡張カルマンフィルタ理論によるEK-WLI法と有限要素法を用いて動的なパラメータ同定を容易に行うため，影響係数法を用いて定式化を行っている.

次に，地盤モデルを想定し観測波形に含まれる誤差の影響，重みの大きさによる同定精度や収束性等の基礎検討を数値解析を通して行い，以下の結論が得られた.

（1） 本手法を用いた動的な状態ベクトルの同定は可能であり，観測波形に観測誤差が含まれる場合にも安定した同定結果が得られる.

（2） 観測位置の同定精度や収束速度に与える影響は，拡張カルマンフィルタ中の変換行列の大きさに依存することがわかり，本手法では重み変換行列の大きさに応じて与えれば，収束速度を早めることができ安定した状態ベクトルの推定が可能になる.

今後は，本手法により状態ベクトル（地盤定数）が時間に対して依存する系の検討や空間的に分布する状態ベクトルの同定の検討を実観測値を用いて行う予定である．最後に，本研究は第二著者の指導のもとで第一著者が行ったものである.

参考文献

1) Hoshiya, M. and Saito, E. : Structual identificatin by Extended Kalman Filter, Jour. E. M. Div., ASCE, Vol,110, No.12, December, 1984.
2) 村上 章・長谷川高士：Kalmanフィルタ有限要素法による逆解析と観測点配置，土木学会論文集，No.388, pp.227～235, 1987.
3) 斉藤悦郎・古賀重利・鎌田正孝：拡張カルマンフィルター支援による山留め工事計測管理手法，土木学会論文集，No.391, pp.115～124, 1988.
4) Jazwinski, A.H. : Stochastic processes and filtering theory, Academic press, 1970.
5) 須藤敦史・星谷 勝：拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案，土木学会論文集，No.437, pp.203～211, 1991.
6) 須藤敦史・星谷 勝：EK-WLI法と有限要素法を用いた逆解析，土木学会論文集，No.446, pp.177～185, 1992.
7) W. G-W. Yeh : Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology : The Inverse Problem, Water Resources Research, 22 (2) : pp.95～108, 1986.

(1993.1.26 受付)

DYNAMIC PARAMETER IDENTIFICATION BY THE EK-WLI-FEM

Atsushi SUTOH and Masaru HOSHIYA

A dynamic parameter identification has become increasingly important in area of structural and geotechnical engineering, particularly in time domain which estimates dynamic parameters from observation data sampled in time.
In the past, the extended Kalman filter was effectively used in structural and geotechnical system identification of static as well as dynamic phenomena. These systems are generally complex and of large size, and manifest intricate behavior under seismic excitation. In order to assess such systems more effectively, this paper studies a EK-WLI procedure incorporated with the finite element method relevant to the dynamic parameter identification, and numerical analysis is provided with such complex systems.