

バイリニア型免震支承の合理的特性値の決定と実設計への応用

井嶋克志*・後藤茂夫**・和田忠治***

等価線形化手法の逆を利用すれば、1自由度線形系と等価な応答を示すバイリニア復元力特性値が、繰り返し計算の必要なく得られることを示した。さらに、バイリニア型免震支承の降伏前後の剛比が一定の条件のもとに、最大減衰定数の系と等価な応答を示すバイリニア特性値が唯一決定する。これを用いた1自由度系の地震応答計算結果から、線形加速度応答スペクトルを用いればバイリニア系の応答最大値が得られ、橋脚、橋台単体としての剛性を複素バネと仮定した連続橋における免震支承の合理的特性値の決定が容易に可能であることを、実設計への応用例とともに示した。

Key Words : seismic isolation, bridge bearing, bilinear restoring force

1. ま え が き

連続橋の耐震性の更なる向上のため、ニュージーランドで始まった免震支承は、我が国でも種々の免震支承形式の開発とともに実用化されつつある¹⁾。この免震支承の目的は、橋脚、橋台への作用桁慣性力の分担および長周期化による低減を図るとともに、これに伴う桁変位の増大を支承の履歴吸収エネルギーによる高減衰能化により防ぐものである^{1), 2)}。一方、これまでに開発された免震支承は、その復元力特性をバイリニアに近似できる場合が多く、連続橋における免震支承の設計は、与えられた免震支承形式のもとに、地震時の桁慣性力および桁変位をできる限り小さく抑えることのできる合理的な免震支承の1次剛性、2次剛性および降伏荷重を決定し、これに適合する支承構造を設計することが重要となる。

既に多数の連続橋に実用化されている鉛プラグ入り積層ゴム支承(以下、LRB支承と呼ぶ)に対しては、ニュージーランド³⁾⁻⁶⁾、カリフォルニア⁷⁾において幾つかの設計法が提案され用いられている。Turkington等の研究は特に膨大な応答計算に基づくものの、これらの設計法のいずれも、限られたパラメータおよび地震波を使用した非線形応答計算によるものであるため、その使用が限られ、また、決定された特性値がはたして最適であるかどうか根拠に乏しいと思われる。わが国でも、免震橋梁の実用化のため精力的に研究が行われているが、現状ではその地震応答を陽に表現できないバイリニア復元力特性からの等価剛性と等価減衰定数に基づく設計であるため、その決定は試行錯誤的繰り返し計算に寄らざるを得ない¹⁵⁾。

本研究は、バイリニア型免震支承の特性値の新しい決定法として、バイリニア系の地震応答最大値に比較的良好一致が得られる等価線形化手法に着目し、この手法と完全に逆の線形1自由度系と等価な応答を示すバイリニア系の特性値の誘導式(以下、等価バイリニア化式と呼ぶ。)を求めたものである。さらに、本法を利用し、一つの連続橋において、単体として剛性および減衰定数が種々異なる橋脚、橋台上の免震支承の合理的なバイリニア復元力特性値の決定法を提案するものである。

バイリニア型復元力特性を有する系は、たとえ非線形であっても線形系と同様に、地震波のスペクトル成分の中から外力に依存した共振振動数付近の成分を卓越させる傾向¹²⁾がある。また、位相共振状態でのバイリニア系の応答変位は、等価線形化手法に基づけば、履歴吸収エネルギーと外力の大きさのみによって決定する¹³⁾。この2点から、代表的等価線形化手法であるDynamic Stiffness法およびGeometric Stiffness法¹⁰⁾による地震応答最大値がバイリニア系のそれと良好一致を示す¹⁵⁾という結果は、これら2法がバイリニア系と線形系の共振振動数とこのときの消散エネルギーの等価性が満たされていることを意味する。

本研究は、バイリニア系からこれらの手法により等価線形系を求めた場合、繰り返し計算の原因となる1次剛性から2次剛性になる剛性の不連続点の位置が、線形系から等価バイリニア系を求めた場合、任意に与えることのできるパラメータとなり、繰り返し計算を行うことなく、線形系に対する等価バイリニア復元力の特性値が得られることを示したものである。さらに、免震支承の降伏後の2次剛性と初期の1次剛性の剛比が一定の条件を用いれば、最大減衰定数に対して等価バイリニア系の特性値が唯一決定する。Dynamic Stiffness法およびGeometrical Stiffness法それぞれに基づく等価バイリニア化式から得られたバイリニア系の地震応答と設定し

* 正会員 工博 佐賀大学理工学部助教授
(〒840 佐賀市本庄1)

** 正会員 工博 佐賀大学理工学部教授

*** 正会員 (株)フォーラムエイト代表取締役社長

た線形系の応答との比較を示し、この結果に基づく加速度応答スペクトルの利用について述べている。また、線形系であれば、連続橋全系の固有周期と減衰定数に等しくなるよう桁を分割した橋脚、橋台個々の系も全系と等しい地震応答を示すことより、この線形系と等価な1自由度バイリニア系の特性値を求めれば、合理的かつ容易に連続橋の免震支承の設計が可能となることを、最後に示した。

2. 線形1自由度系と等価な応答を示すバイリニア系の特性値

(1) Dynamic Stiffness 法に基づく等価バイリニア化式

バイリニア型復元力を有する1自由度系の正弦波地動による運動方程式は、 m を質点の質量、 $F(y, t)$ を復元力とすれば、

$$m\ddot{y} + F(y, t) = -m\alpha \cos \omega t \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 α 、 ω はそれぞれ入力加速度振幅値および円振動数である。Dynamic Stiffness法は Kryloff - Bogoliuboff法の第1近似解⁹⁾(以下、K-B解と呼ぶ。)に基づく等価線形化手法¹⁰⁾であり、この第1近似解における位相共振状態は、

$$n^2 = C/m \dots \dots \dots (2)$$

$$y_m S = -m\alpha \dots \dots \dots (3)$$

として表される。ここに、 n は位相共振状態の円振動数、 y_m は変位振幅値、

$$C = \frac{1}{\pi y_m} \int_0^{2\pi} F(y_m \cos \theta) \cos \theta d\theta \dots \dots \dots (4)$$

$$S = \frac{1}{\pi y_m} \int_0^{2\pi} F(y_m \cos \theta) \sin \theta d\theta \dots \dots \dots (5)$$

このK-B解は、応答変位と復元力を正弦波に近似した解と同一であり、復元力はそのフーリエ展開式¹¹⁾において、入力の円振動数 ω の項のみを用いた次式と同じになる。

$$F(y, t) = y_m \{ C \cos(\omega t - \varphi) + S \sin(\omega t - \varphi) \} \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 φ は入力に対する変位の位相角である。

式(6)より、 C および $-S$ はそれぞれ複素剛性の実部と虚部に対応し、K-B解はバイリニア型復元力特性を線形の複素剛性に近似したものであり、ともに速度に依存しない点から合理的な近似解と言える。Dynamic-Stiffness法は、この近似された複素バネ系をさらに位相共振振動数一致のもとに、粘性減衰系に置換するものであるから、入力加速度振幅値一定の力励振の場合、それらの変位共振振動数は $\sqrt{1-2h^2}$ の割合で差異を有することになる。免震支承のように比較的大きい減衰定数を取り扱う場合、この差異は無視できず、また、本研究

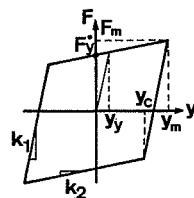


図-1 バイリニア復元力特性

は線形系の共振振動数にバイリニア系の共振振動数を一致させることを目的とするから、従来の粘性減衰系の位相共振振動数を単純に使用することは合理的でない。しかし、複素バネ系と粘性減衰系との変位共振、速度共振および絶対加速度共振の全てを同時に一致させることは困難であり、本研究では変位応答を重視し、その共振振動数の一致を図っている。なお、複素バネ系の変位共振振動数と粘性減衰系のそれとの交換は容易であるから、線形系からの等価バイリニア化式の誘導過程においては、複素バネ系の変位共振状態で定義される線形バネと等価減衰定数で表示し、最終的に、地震応答における線形応答スペクトル曲線の利用の便から粘性減衰線形系の線形バネと減衰定数に変換している。

式(2)、(3)より、バイリニア系と同一の位相共振振動数を有する複素バネ系の等価バネ定数 k_b および等価減衰定数 h_b は、無次元化を行うことなく示せば、次式で表される。

$$k_b C = C = k_{2D} + (\theta_c - \sin \theta_c \cos \theta_c) (k_{1D} - k_{2D}) / \pi \dots \dots (7)$$

$$2h_b k_b = -S = \sin^2 \theta_c (k_{1D} - k_{2D}) / \pi \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 k_{1D} 、 k_{2D} はそれぞれバイリニア型復元力特性における1次剛性、2次剛性、 θ_c は次式で表される。

$$\theta_c = \cos^{-1}(y_c / y_m) \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 y_c はバイリニアのヒステリシスにおいて1次剛性から2次剛性になる点の変位である。

バイリニア系の位相共振状態におけるヒステリシスが囲む面積 ΔW は、

$$\Delta W = \oint F(y, t) dy = -\pi y_m^2 S \dots \dots \dots (10)$$

であり、式(3)、(10)より変位振幅値は、

$$y_m = \Delta W / (\pi m \alpha) \dots \dots \dots (11)$$

で表される。式(11)より、K-B解においては、一定の位相共振振動数をとるバイリニア系であっても、一定の外力に対して、ヒステリシスが囲む面積のみ一定であれば、常に位相共振変位応答値は等しいことになる。また、このヒステリシスが囲む面積が一定のバイリニア系は無数に存在するから、線形系と等価なバイリニア系は一意的には決定しない。これは、式(10)より式(8)はヒステリシスの面積に関わる式を意味しているから、線形系とバイリニア系の位相共振振動数と変位応答振幅

値の等価性を図るとき、複素バネ系として独立な2つの変数 k_b, h'_b に対し、バイリニア系は独立な3つの変数 k_{1D}, k_{2D}, θ_c が式(7)および(8)を満たせばよいことから判る。

これらのことから、バイリニア系において θ_c を任意のパラメータとすることができ、これよりバイリニア系の1次剛性 k_{1D} と2次剛性 k_{2D} は次のように表される。

$$k_{1D} = \{1 + 2h_b(\pi - \theta_c + \sin\theta_c \cos\theta_c) / \sin^2\theta_c\} k_b \dots (12)$$

$$k_{2D} = \{1 - 2h'_b(\theta_c - \sin\theta_c \cos\theta_c) / \sin^2\theta_c\} k_b \dots (13)$$

降伏点の変位を y_y とすれば、

$$y_y = y_m(1 - \cos\theta_c) / 2 \dots (14)$$

であるから、2次剛性直線の切片荷重を F_{yD}^* とすれば、

$$F_{yD}^* = k_b y_m \cdot \pi h_b / (1 + \cos\theta_c) \dots (15)$$

を得る。

θ_c は、線形系の特性値からバイリニア系のそれを求める場合には、ヒステリシスが囲む面積を一定とするパラメータに過ぎず、 $0 < \theta_c < \pi$ の任意の値に設定できる。また、 y_m は線形系の変位応答値として得られるから、式(12)、(13)、(15)を用いれば、繰り返し計算の必要なく線形系と等価なバイリニア系の特性値を決定することができる。

式(12)、(13)および(15)は、定常応答における複素バネ系からの等価バイリニア式である。武島等は、弾塑性系のみかけの固有周期と言う表現を用いてバイリニア系の位相共振周期の近似式を誘導し、地震波の周波数成分の中でこの周期の成分を用いれば、弾塑性系の応答最大値が予測できることを、詳しい計算結果を用いて示している¹²⁾。この研究成果を用いれば、式(12)および(13)は、地震応答においてもそのまま使用でき、復元力の最大値は質点の最大慣性力であるから、加速度応答スペクトル S_A の使用の便から、式(15)における $k'y_m$ を次式のように置き換えればよいことになる。

$$\dot{F}_{yD}^* = m S_A \cdot \pi h_b / (1 + \cos\theta_c) \dots (15)'$$

粘性減衰系の変位共振状態とバイリニア系の位相共振状態の等価性を図れば、粘性減衰系のバネ定数を k_D 、減衰定数を h_D とすることにより、式(12)、(13)、(15)あるいは(15)'における k_b, h'_b を次式のように置換すればよい。

$$k_b = (1 - 2h_b^2) k_D, \quad h'_b = h_D / \sqrt{1 - 2h_b^2} \dots (18)$$

LRB支承に代表されるように、免震支承はバイリニア系の3つの特性値の内、2次剛性と1次剛性の剛比と降伏荷重が独立である場合が多い。また、3つの特性値が全て独立に決定できる免震支承であっても、剛比が $\mu \neq 0$ である場合を除いて、剛比を仮定しながらバイリニア系の特性値を求めれば、比較的容易にこの特性値を得ることができる。

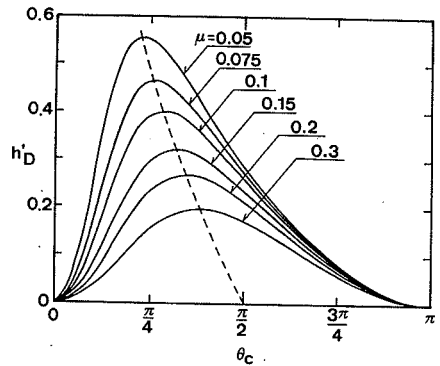


図-2 θ_c と減衰定数 h'_D

式(12)、(13)において、剛比 $\mu = k_{2D} / k_{1D}$ 一定の条件を用いれば、

$$h'_b = (1 - \cos 2\theta_c) / \{4\pi\mu / (1 - \mu) + 4\theta_c - 2\sin 2\theta_c\} \dots (19)$$

式(18)で定義される粘性減衰系の h_D も、 h'_b と同じ次の超越方程式の解 θ_c のもとに最大の減衰定数を得る。

$$\pi\mu / (1 - \mu) + \theta_c - \tan\theta_c = 0 \dots (20)$$

式(19)は図-2の実線で示される。図中の点線は、最大の減衰定数のラインである。

等価線形化手法では、与えられたバイリニア系の特性値のもとに、入力加速度が大きくなるに従い、 θ_c の値は π から 0 に変化し、これに伴い等価剛性および等価減衰定数の値も変わる。しかし、設計地震加速度よりも小さい入力加速度においては、バイリニア系も線形系と同様に、設計地震波に対する地震応答よりも常に小さい応答を示すのは当然である。したがって、等価バイリニア化手法において、図-2より、与えられた剛比のもとに、最大の減衰定数を取る θ_c を用い、式(12)、(13)、(15)' に代入すれば、設計地震波に対して最も合理的な応答値を示すバイリニア系の特性値が得られる。

図が示すように最大減衰定数のピークはそれ程先鋭ではなく、また、実地震応答においては減衰定数が比較的大きい場合には、減衰定数の僅かな変化に対しても地震応答最大値はあまり変わらない。このことは、式(20)より得られる厳密な θ_c でなくともピーク付近の θ_c を採用すれば、同程度の地震応答最大値を示すバイリニア系の特性値を得ることを意味し、 θ_c の値に対しバイリニア系の特性値は大きく変化するから、比較的幅広い範囲の特性値が採用できる。したがって、実際には、具体的支承形状および構造に制約が生じるから、図-2を参照しながらこれらの特性値を決定すれば便利であると思われる。

図の点線が示すように、剛比が $\mu \neq 0$ の場合の最大減衰定数は無限大となり、このときのバイリニア系は剛塑

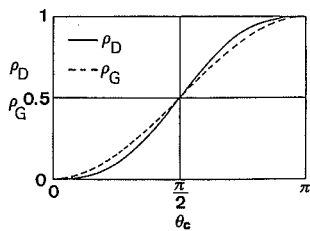


図-3 Dynamic Stiffness 法と Geometrical Stiffness 法の差異

性モデルに近づく。実地震応答において、2次剛性が0に近い場合は大きな残留変形を示す可能性が高いため、免震橋梁の設計の観点からは適当でなく、たとえ1次剛性は無限大でも、2次剛性には比較的大きい値を採用する必要がある。このような支承の決定すべき特性値は、2次剛性 k_2 と切片荷重 F_y^* となり、 $k_1 \rightarrow \infty$ の場合、 $\theta_c \rightarrow 0$ であるから、

$$k_{2D} = k_D \dots\dots\dots (21)$$

$$F_{yD}^* = k_D y_m \cdot \pi h_D' / 2 = m S_A \cdot \pi h_D' / 2 \dots\dots\dots (22)$$

を得る。式 (21) および (22) を用いれば、線形系からバイリニア系への変換は可能であるが、この場合の合理的な特性値は2次剛性に依存し、残留変形の問題からこの決定は応答計算に寄らざるを得ない。

(2) Geometrical Stiffness 法に基づく等価バイリニア化式

等価線形化手法には、Dynamic Stiffness 法の他によく使用される方法として、バイリニアの割線剛性を等価線形バネ定数 k_G とし、ヒステリシスが囲む厳密な面積から等価減衰定数 h_G を求める Geometrical Stiffness 法¹⁰⁾がある。なお、本手法も線形系は複素バネ系としている。

$\nu = y_m / y_u$ とすれば、

$$k_G = k_{1G}(1 - \mu + \mu\nu) / \nu = k_{2G} + (1 - \cos \theta_c) (k_{1G} - k_{2G}) / 2 \dots\dots\dots (23)$$

$$h_G = \frac{2(\nu - 1)(1 - \mu)}{\pi \nu (1 - \mu + \mu\nu)} \dots\dots\dots (24)$$

2つの等価線形化手法は、ともにヒステリシスが囲む厳密な面積を使用しているから¹³⁾、その差異は等価線形バネ定数を表す式 (7) と (23) における次の箇所である。

$$\rho_D = (\theta_c - \sin \theta_c \cos \theta_c) / \pi \dots\dots\dots (25)$$

$$\rho_G = (1 - \cos \theta_c) / 2 \dots\dots\dots (26)$$

図-3に示されるように、これらはそれ程大きな差異はなく、2次剛性 k_2 の値がそれほど小さくなければ、Geometrical Stiffness 法も合理的な等価線形化手法の一つであることが判る。

Dynamic Stiffness 法と同様に、 θ_c をパラメータとして線形系からバイリニア系の特性値を求めれば、

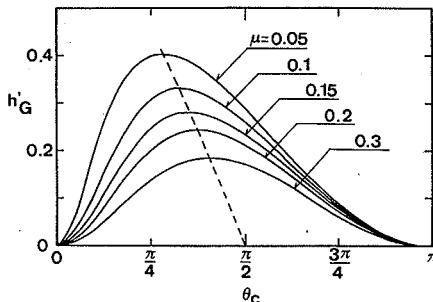


図-4 θ_c と減衰定数 h'_G

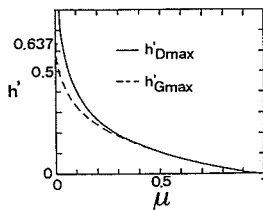


図-5 剛比に対する最大減衰定数

$$\cos \theta_c = 1 - 2/\nu = -1 + \pi h_G' (1 - \mu + \mu\nu) / (1 - \mu) = -1 + \pi h_G' k_{Gy_m} / F_{yG}^* \dots\dots\dots (27)$$

であるから、

$$k_{1G} = \{1 + \pi h_G' / (1 - \cos \theta_c)\} k_G \dots\dots\dots (28)$$

$$k_{2G} = \{1 - \pi h_G' / (1 + \cos \theta_c)\} k_G \dots\dots\dots (29)$$

$$F_{yG}^* = k_{Gy_m} \cdot \pi h_G' / (1 + \cos \theta_c) \dots\dots\dots (30)$$

式 (30) が示すように、Geometrical Stiffness 法に基づく等価バイリニア化式において、切片荷重は Dynamic Stiffness 法のそれと同一の式を与える。したがって、地震応答における等価バイリニア化式は、前節と同様に、式 (28), (29) はそのまま、式 (30) のみ式 (15)' に代えればよい。

式 (27)~(30) より、ヒステリシスの1次剛性から2次剛性に変わる剛性の不連続点の軌跡は次式で表され、

$$F = k_{Gy} \pm \pi h_G' k_{Gy_m} \dots\dots\dots (31)$$

これより、式 (28)~(30) は、 θ_c をパラメータとして、同一の割線剛性のもとにヒステリシスが囲む面積が一定のバイリニアの特性値を与える式であることが判る。

粘性減衰系の変位共振振動数とバイリニア系の位相共振振動数の一致のためには、式 (18) における k_D を k_G に変えればよい。

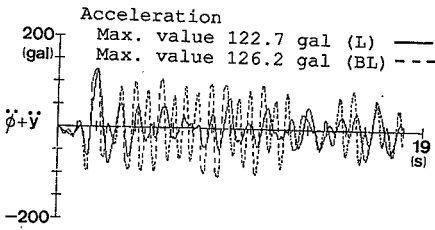
式 (28), (29) に剛比 μ が一定の条件を代入すれば、

$$\cos \theta_c = \pi h_G' / 2 \pm \sqrt{1 - \pi h_G' (1 + \mu) / (1 - \mu) + \pi^2 h_G'^2 / 4} \dots\dots\dots (32)$$

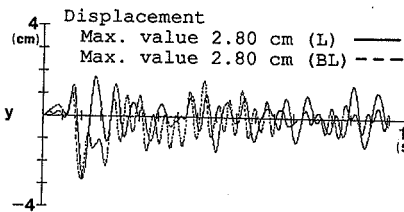
上式の根号内が負とならない条件を与えれば、等価線形化式から得られる式¹⁴⁾と同じ、剛比一定のもとでの最大減衰定数が得られる。

表一 線形系より決定したバイリニア系の特性値

T sec	k_D^*/m s ⁻²	S_{AD} cm/s ²	k_{1D}/m s ⁻²	k_{2D}/m s ⁻²	$F_y^* \cdot D/m$ cm/s ²	$k^*/g/m$ s ⁻²	S_{AG} cm/s ²	k_{1G}/m s ⁻²	k_{2G}/m s ⁻²	$F_y^* \cdot G/m$ cm/s ²
1.0	32.48	122.6	108.52	16.70	79.53	34.20	127.4	87.18	13.41	77.43
1.5	14.61	95.6	48.23	7.42	62.02	15.20	96.6	38.75	5.96	58.71
2.0	8.22	77.1	27.13	4.17	50.02	8.55	78.2	21.80	3.53	47.53
2.5	5.26	62.4	17.36	2.67	40.48	5.47	63.6	13.95	2.15	38.66
3.0	3.65	49.8	12.06	1.86	32.31	3.80	50.2	9.69	1.49	30.51



(a) 加速度



(b) 変位

図一6 1自由度線形系とバイリニア系の地震応答

$$h_G = (2/\pi)(1 - \sqrt{\mu}) / (1 + \sqrt{\mu}) \dots\dots\dots (33)$$

さらに、式(33)は $\cos \theta_c$ が重根を持つ場合であるから、式(28)~(30)より、一定の剛比から最大の減衰定数を取る唯一のバイリニア系の特性値が次のように簡単な式で与えられる。

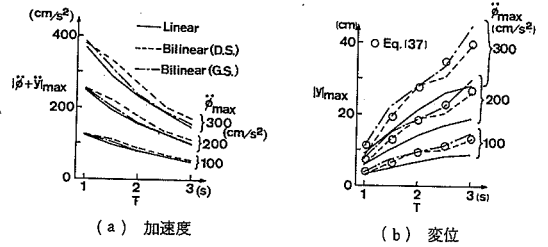
$$k_{1G} = k_G / \sqrt{\mu} \dots\dots\dots (34)$$

$$k_{2G} = \sqrt{\mu} k_G \dots\dots\dots (35)$$

$$F_y^* G = k_G y_m (1 - \sqrt{\mu}) = m S_A (1 - \sqrt{\mu}) \dots\dots\dots (36)$$

1次剛性が無限大による剛比 $\mu = 0$ の場合は、 $\theta_c = 0$ として式(29)、(30)に代入すればよい。

式(32)を図示すれば、図一4となる。図一5には、剛比に対する最大減衰定数を示している。剛比が0.3以上では2つの手法とも最大減衰定数はほぼ一致し、剛比が小さくなるほど Dynamic Stiffness 法の減衰定数が大きい値となる。これは2つの等価線形化手法による線形化定数の定義の違いによるものであり¹³⁾、定常位相共振応答値には何等影響ない。しかし、剛比一定の条件のもとでの最大等価減衰定数を有するバイリニア系の特性値を決定する場合には、設定する線形系の減衰定数そのものが2つの手法で異なり、また、得られるバイリニア系の特性値も異なる。地震応答におけるこれらの影響を次章に示す。



図一7 1自由度線形系とバイリニア系の地震応答最大値

3. 2つの手法による1自由度バイリニア系の地震応答

免震支承の設計の対象となる変位と加速度の地震応答最大値に着目して、設定した線形系のそれと、2つの等価バイリニア化手法により得られた特性値を持つバイリニア系の地震応答最大値の比較を行った。

この数値計算には、剛比 $\mu = 1/6.5$ 一定と与えられている LRB 支承を使用した。設定する線形系の固有周期として、免震橋梁の通常目標とされる1秒から3秒の間について、この剛比のもとに最大の等価減衰定数を示す1自由度バイリニア系の特性値を求め、線形系とこのバイリニア系の地震応答計算を行った。幾つかの地震波について応答計算を行った¹⁶⁾が、全てほぼ同様の結果が得られ、免震橋梁の建設は第1種地盤上が望ましいこともあるため、本論では修正開北橋記録¹⁷⁾による計算結果を示した。

この剛比のもとに、2つの手法により複素バネ系の最大減衰定数を求めれば、次のような値を得る。

$$h_D = 0.317 (\theta_c = 1.0056), \quad h_G = 0.278$$

これより、粘性減衰系の減衰定数を求めれば、

$$h_D = 0.289, \quad h_G = 0.259$$

それぞれの減衰定数と設定した固有周期のもとに、先ず線形系の最大応答加速度を計算し、Dynamic Stiffness 法に基づく等価バイリニア化式(12)、(13)、(15)および Geometrical Stiffness 法に基づく等価バイリニア化式(34)~(36)よりバイリニア系の特性値を求めれば、表一のようなになる。なお、 S_{AD} と S_{AG} は入力地震波の最大加速度100 cm/s²に対する最大応答加速度である。この線形系の最大応答値は減衰定数が約0.3程度と大きくなれば、減衰定数の僅かな違いも問題ならなくな

り、この結果として2つの手法によるバイリニア系の切片荷重の差異も小さくなる。しかし、1次剛性係数は比較的大きく異なることが判る。

このバイリニア系の特性値のもとに、地震応答計算を行った結果を図—6、7に示す。図—6は、Dynamic Stiffness 法に基づくバイリニア系の特性値を用いた場合の質点の加速度と変位の時刻歴の一例であり、入力最大加速度は100 cm/s²としている。バイリニア系の応答が線形系に比べ全体として大きく現れているが、変位も加速度も免震橋梁の設計上重要となる応答最大値付近では比較的良好一致している。

図—7は、最大応答加速度と最大応答変位を比較したものである。図中の ϕ は入力地震波の加速度を、D. S. および G. S. はそれぞれバイリニア特性値の計算手法を表す。線形系の最大応答値は、表—1が示すように2つの線形系ともにそれ程差はないため、Dynamic Stiffness 法に基づく等価バイリニア化手法に使用した線形系の最大応答値のみ示している。

図には、入力最大加速度を100 cm/s²、200 cm/s²、300 cm/s²と変えた場合の結果も示している。等価バイリニア化式によれば、このように入力加速度を変えてもバイリニア系の1次剛性および2次剛性は変化せず、線形系として1つの最大応答加速度が得られてさえおれば、式(15)よりバイリニア系の切片荷重のみ入力最大加速度に比例して変えればよく、設計地震波の最大値に応じて容易に特性値の変更が可能となる。このとき図が示すようにバイリニア系の最大応答値もほぼ比例した値となり、入力最大加速度が変わっても、線形系とバイリニア系の差異の割合は同一の固有周期のもとにほぼ同じである。

2つのバイリニア系の最大応答加速度は、線形系のそれと両者とも比較的良好一致する。しかし、等価バイリニア化式において変位共振振動数の一致を図っても、最大応答変位に関しては固有周期の増大と共にバイリニア系の応答変位が線形系のそれに比べ大きくなる。これは、表—1が示すように、設定した固有周期の増大と共に2次剛性が小さくなることに起因するものと思われ、2次剛性をあまりに小さくすることは、残留変形の問題とともに、目標とする線形系の応答より大きな応答を示すことになり好ましくないことがわかる。このように最大応答変位に関して、線形系とバイリニア系の完全な一致を図ることはできないが、最大応答加速度がほぼ一致し、また、バイリニア系では最大応答加速度と最大応答変位が同時刻に起こることから、線形系の最大応答加速度を用いて次式からバイリニア系の最大応答変位を予測することができる。

$$y_{\max} = (S_A - F_y^*/m) / (k_2/m) \dots\dots\dots(37)$$

Geometrical Stiffness 法に基づくバイリニア系の特

性値を用いて、式(37)より計算した結果を図中に○印で示している。図より、式(37)による予測値とバイリニア系の最大応答変位はよく一致していることがわかる。

本計算は一例であるため、さらに数多くの地震波に対して本手法の検証を行うことを必要とするが、設計地震波の加速度応答スペクトル曲線と式(37)を用いれば、バイリニア系の応答計算を行わずとも、比較的良好精度で応答加速度と共に応答変位の最大値の予測ができることは、免震橋梁の設計上、本手法の利点であると思われる。なお、本計算例では、最大減衰定数をとるバイリニア系の地震応答と線形系のそれを比較したのみである。しかし、後に示すように、種々の振動特性を有する橋脚上の免震支承の特性値は、必ずしも最大減衰定数が合理的とは限らず、それより小さい減衰定数を示すバイリニア系の特性値が望ましい場合がある。この場合についても計算を行ったが、本計算結果とほぼ同様であり、また、式(37)が成り立つことも確認出来たため、本論文ではその計算例は省略する。

2つの手法により得られたそれぞれのバイリニア系の最大応答加速度および変位を比較すれば、それ程の差異はなく、表—1に示される程度の特性値の違いでも最大応答値にはあまり大きな変化はない。したがって、図—2および図—4において最大減衰定数のピークが先鋭でないことを含めて、最大応答加速度と変位を小さくできるバイリニア系の特性値の範囲は比較的大く、2つの手法および図—2、図—4を利用すれば、免震支承の設計における形状および構造からの制限を満たす特性値は比較的良好に捜すことが出来るものと思われる。

4. 連続橋における免震支承の特性値の決定法

(1) 設計理論

本設計法は、橋軸方向の地震応答に対する免震支承の設計を対象とする。この場合、桁内を伝播する縦波の振動の影響は小さく、免震支承構造がピン支承に近ければ桁の鉛直振動による回転慣性の影響も無視できることになり、桁は単に水平剛体振動を行うものとして取り扱うことが出来る。また、免震支承の導入により桁の振動は長周期化するから、橋脚および橋台単体の固有周期は全体系のそれに比べ非常に小さい場合を対象として、橋脚および橋台の静的剛性のみ考慮する。ただし、橋脚、橋台からの振動時の消散エネルギーが存在するため、これを複素剛性と仮定して取り扱った。

図—8のもとに、桁の質量を m 、免震支承のバイリニア復元力特性を複素バネに近似し、 j 番目の橋台と支承あるいは橋脚と支承の合成複素バネを \bar{k}_j とすれば、桁の運動方程式は次式で表される。

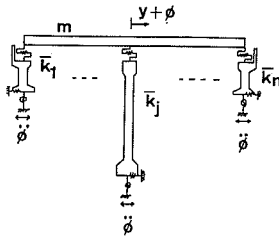


図-8 連続橋モデル

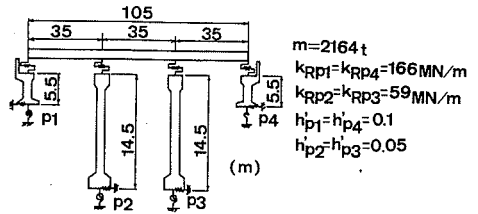


図-9 設計および数値計算に使用した連続橋モデル

$$m(\ddot{y} + \ddot{\phi}) + \sum_{j=1}^n \bar{k}_j y = 0 \quad \dots\dots\dots (38)$$

ここに、 $\ddot{\phi}$ は入力地震波の加速度、 $\bar{k}_j = k_{Rj} + ik_{Ij}$ 、 i は虚数単位である。

桁の固有周期を T 、減衰定数を h とすれば、

$$\sum k_{Rj} = (1 - 2h^2)m(2\pi/T)^2 \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$\sum k_{Ij} = 2h' \sum k_{Rj} = 2h' \sqrt{1 - 2h^2} m(2\pi/T)^2 \quad \dots\dots\dots (40)$$

のように複素剛性の実部と虚部が表される。ここに、 h' は複素バネ系の位相共振時における等価減衰定数である。

ここで、桁を各橋脚、橋台上毎に任意に分割し、分割された一つの桁、一つの免震支承、一つの橋脚あるいは橋台からなる 1 質点系 (以下、分割系と呼ぶ) それぞれが、全て同一の固有周期と減衰定数を持つように免震支承としての複素バネを設定すれば、これらを足し合わせた全体系も、橋脚を複素バネとしているから、分割系と同一の固有周期、減衰定数を有することになる。すなわち、各橋脚、橋台上の質量を m_j として、次の定数

$$\rho_j = m_j / m \quad \dots\dots\dots (41)$$

を設定し、各合成複素バネを次のように決めれば、

$$k_{Rj} = \rho_j \sum k_{Rj}, \quad k_{Ij} = \rho_j \sum k_{Ij} \quad \dots\dots\dots (42)$$

各分割系は全体系と同一の固有周期と減衰定数を持つことになり、その地震応答は線形系の場合、全て同一となる。このように設定される ρ_j は、橋脚の降伏強度に基づいて決める場合、あるいは単純に支点反力に基づいて決める場合などが考えられるが、各橋脚および橋台への作用桁慣性力の分担率となる。なお、図-8 では、橋台についても剛性を考慮しているが、橋台が地盤と同じ振動を行うものとするれば、橋台系の合成複素バネ \bar{k}_j そのものを免震支承の複素剛性とすればよい。

各橋脚、橋台の複素剛性および支承の複素剛性を次式のように表す。

$$\bar{k}_p = k_{Rp} + ik_{Ip}, \quad \bar{k}_b = k_{Rb} + ik_{Ib} \quad \dots\dots\dots (43)$$

なお、式 (43) 以下は、各分割系に着目しているので、サフィックス j を省略する。

力の連続条件より、支承の複素剛性は次式のように表される。

$$k_{Rb} = \frac{k_R(k_{Rp}^2 + k_{Ip}^2) - k_{Rp}(k_R^2 + k_I^2)}{(k_{Rp} - k_R)^2 + (k_{Ip} - k_I)^2} = \frac{1 + 4h_p'^2 - \sigma(1 + 4h^2)}{(1 - \sigma)^2 + 4(h_p' - \sigma h)^2} k_R \quad \dots\dots\dots (44)$$

$$k_{Ib} = \frac{k_I(k_{Rp}^2 + k_{Ip}^2) - k_{Ip}(k_R^2 + k_I^2)}{(k_{Rp} - k_R)^2 + (k_{Ip} - k_I)^2} = 2 \frac{h'(1 + 4h_p'^2) - \sigma h_p'(1 + 4h^2)}{(1 - \sigma)^2 + 4(h_p' - \sigma h)^2} k_R \quad \dots\dots\dots (45)$$

ここに、

$$h_b = k_{Ib} / (2k_{Rb}), \quad h' = k_I / (2k_R), \quad h_p' = k_{Ip} / (2k_{Rp}), \quad \sigma = k_R / k_{Rp} \quad \dots\dots\dots (46)$$

であり、 h' 、 h_b 、 h_p' は分割系の合成複素バネ、支承複素バネ、橋脚あるいは橋台単体としての複素バネのそれぞれの位相共振時における等価減衰定数、 σ は合成複素バネの実剛性と橋脚、橋台単体としての実剛性との比を表す。

式 (44)、(45) より支承の減衰定数は次式で表される。

$$h_b' = \frac{h'(1 + 4h_p'^2) - \sigma h_p'(1 + 4h^2)}{1 + 4h_p'^2 - \sigma(1 + 4h^2)} \quad \dots\dots\dots (47)$$

上式から、 $h_b' > 0$ であるためには、

$$\sigma < (1 + 4h_p'^2) / (1 + 4h^2) \quad \dots\dots\dots (48)$$

を満たさなければならない。したがって、橋脚、橋台単体としての剛性が式 (42) により設定した k_R とそれほど変わらない場合、全体系の減衰定数を小さく設定しなればならず、免震支承としての減衰性能の効果が薄れることになる。このような点も考慮に加えて分担率 ρ_j を決定しなければならない。

式 (47) より合成複素バネ系の減衰定数は次式で表される。

$$h' = \frac{1 + 4h_p'^2}{8\sigma(h_b' - h_p')} [\sqrt{1 + 16\sigma(h_b' - h_p')} \times \{h_b'(1 + 4h_p'^2) - \sigma(h_b' - h_p')\} - 1] \quad \dots\dots\dots (49)$$

式 (49) は、 σ が増加するに従い h' は減少し、その値は支承の減衰定数 h_b' よりも小さい値を示す。したがって、1 次剛性と 2 次剛性の剛比が一定の同一形式の免震支承を連続橋に適用する場合、 σ が最も大きい分割系について、式 (49) に、2 節で示した同一剛比での最大減衰定数 h_b' を代入し、この系の減衰定数 h' を求めれば、

この h' が全体系として設定できる最大の減衰定数となる。この計算において、式 (39) の h は未定であるから、先ず h を 0 として設定した固有周期 T および ρ_j のもとに k_{Rj} , σ の順に計算し、式 (49) より h' を求め、式 (18) により h に変換して式 (39) に戻る繰り返し計算を数回行う必要がある。この計算は僅か 2 回程度で収束値が得られる。

この決定された全体系の減衰定数と、各分割系の減衰定数を一致させる免震支承の減衰定数および線形バネ定数は、式 (47) および (44) より得られるから、これらの値を用いて 2. 節に示した方法により免震支承の特性値が得られる。なお、図-2 あるいは図-4 が示すように、最大減衰定数の場合を除いて、同一剛比のもとに一つの減衰定数の値を取るパラメータ θ_c は 2 つ存在するから、免震支承の構造および形状からの制約を考えて選択すればよいと思われる。

設定した固有周期 T および決定した減衰定数 h を用いて加速度応答スペクトル曲線から桁の最大加速度 S_A が得られるから、式 (37) の m を各橋脚、橋台上の質量 m_j に変えれば、各支承の最大変形量を得られ、これに $m_j S_A$ の慣性力による橋脚あるいは橋台の変形量を加えれば桁の最大変位量の予測値が得られる。

(2) 設計例および数値計算

図 9 に示す連続橋について、各橋脚、橋台上全てに LRB 支承が使用されるものとしてその特性値の設計例を示し、全体系の厳密な時刻歴応答計算と、設計において計算された応答予測値の比較を行った。

設計入力地震波は最大加速度 200 cm/s^2 に設定した修正開北橋地震波記録とし、橋脚と橋台の減衰定数はそれぞれ 5% および 10% としている。橋脚と橋台の実剛性は、天端に単位の静的水平荷重を作用させることにより計算した。

設計手順を以下に示す。

① 先ず、各橋脚、橋台への荷重分担率および固有周期を次のように設定した。なお、この設定は任意である。

$$\rho_1 = \dots = \rho_4 = 1/4, \quad T = 1.5 \text{ s}$$

これより、各橋脚、橋台上の質量は、

$$m_1 = \dots = m_4 = 541.014 \text{ t}$$

② 全体系の剛性 $\sum k_{Rj}$ は、先ず式 (39) の h^2 を無視して、

$$\sum k_{Rj} = m(2\pi/T)^2 = 37.97 \text{ MN/m}$$

各分割系の剛性は

$$k_{R1} = \dots = k_{R4} = 9.493 \text{ MN/m}$$

③ $\sigma_1 = \sigma_4 = k_{R1}/k_{Rp1} = 0.0572, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = k_{R2}/k_{Rp2} = 0.1613$

④ Geometrical Stiffness 法に基づく等価バイリニア化式を用いれば、LRB 支承は一定剛比 $\mu = 1/6.5$ のも

表-2 橋脚、橋台の自由振動特性

Pier No.	Natural period	Equivalent external force Equivalent mass	Participation factor	Damping constant
P1, P4	0.155 s	0.1089	1.555	0.099
P2, P3	0.290 s	0.0717	1.513	0.050
	0.100 s	-0.0148	0.638	0.050

とに、 $h'_6 = 0.278$ が最大減衰定数であるから、この値と σ_2 の値を用いて、式 (49) より全体系の減衰定数を求めれば、

$$h' = 0.2382, \quad h = 0.2257$$

を得る。これより、式 (39) において h^2 を考慮して、②~④の計算を行えば、

$$\sum k_{Rj} = 34.10 \text{ MN/m}, \quad k_{R1} = \dots = k_{R4} = 8.525 \text{ MN/m}$$

$$\sigma_1 = \sigma_4 = k_{R1}/k_{Rp1} = 0.0514, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = k_{R2}/k_{Rp2} = 0.1449$$

$$h' = 0.2425, \quad h = 0.2294$$

上の結果が示すように、この繰り返し計算は 2 回で十分と思われる。また、橋脚の剛性により、本連続橋に採用できる最大減衰定数は、LRB 支承の設定できる最大減衰定数の約 85% に減少することがわかる。

⑤ 各分割系の免震支承の線形バネ定数および等価減衰定数は、④の値を用いて式 (44), (47) から次のように決定される。

$$k_{Rb1} = k_{Rb4} = 8.947 \text{ MN/m}, \quad h'_{b1} = h'_{b4} = 0.252$$

$$k_{Rb2} = k_{Rb3} = 9.677 \text{ MN/m}, \quad h'_{b2} = h'_{b3} = 0.278$$

⑥ 設定した全体系の固有周期 $T = 1.5 \text{ s}$ および④において決定した減衰定数 $h = 0.229$ より、線形 1 自由度系の最大応答加速度は、 $S_A = 198.7 \text{ cm/s}^2$ 、また、参考のために最大応答変位は $y_{\max} = 10.35 \text{ cm}$ となる。

⑦ ⑤, ⑥の値と剛比 $\mu = 1/6.5$ を用いて、免震支承の特性値を式 (28), (29), (15)' および (32) より求めれば、橋台部については 2 組の特性値が得られ、

$$(a) \quad k_1 = 30.645 \text{ MN/m}, \quad k_2 = 4.715 \text{ MN/m},$$

$$F_y^* = 508.5 \text{ kN}$$

$$(b) \quad k_1 = 16.979 \text{ MN/m}, \quad k_2 = 2.612 \text{ MN/m},$$

$$F_y^* = 761.1 \text{ kN}$$

また、橋脚部については、式 (34)~(36) より、

$$k_1 = 27.764 \text{ MN/m}, \quad k_2 = 4.271 \text{ MN/m},$$

$$F_y^* = 653.3 \text{ kN}$$

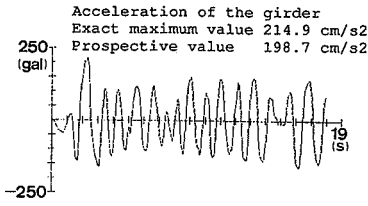
が得られる。橋脚上の支承について、上記の値を有する支承形状が製作可能でない場合は、図-4 のピーク付近の θ_c を選び、式 (28)~(30) よりその特性値を決めればよい。

⑧ 式 (37) より支承の最大変形量 Δ_j を計算すれば、

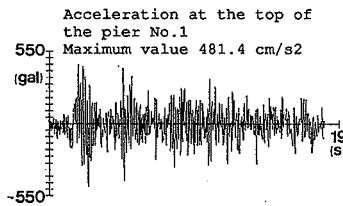
$$(a) \quad \Delta_1 = \Delta_4 = 12.01 \text{ cm}, \quad (b) \quad \Delta_1 = \Delta_4 = 12.02 \text{ cm}$$

$$\Delta_2 = \Delta_3 = 9.87 \text{ cm}$$

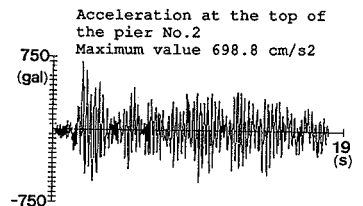
また、桁の最大変位量は、橋台天端の変位が 0.65 cm



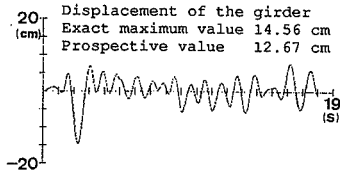
(a) 加速度



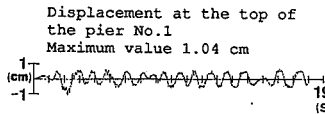
(a) 加速度



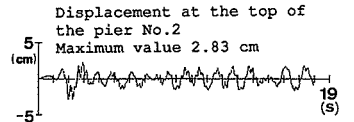
(a) 加速度



(b) 変位



(b) 変位



(b) 変位

図一10 桁の地震応答

図一11 橋台天端の地震応答

図一12 橋脚天端の地震応答

であるから橋台系が 12.66 cm と 12.67 cm, 橋脚天端の変位が 1.83 cm であるから橋脚系が 11.7 cm と約 1 cm の差はあるが、ほぼ等しい値を得る。

厳密解は、先ず橋脚、橋台単体としての自由振動モードを有限要素法により求め、設計例より得られた LRB 支承の特性値を用いて、桁の振動は全支承からのせん断力を外力とし、橋脚の振動は基礎の地動および天端のせん断力を外力として運動方程式を導き、モーダルアナリシスにより時刻歴応答計算を行った。このとき、桁と橋脚、橋台に作用するせん断力は、LRB 支承のバイリニア復元力であるから、決定された特性値のもとに桁と橋脚、橋台との相対変位からこれを厳密に計算することができる。本計算手法は、橋脚、橋台単体のモードとして、あらかじめ地震波の主たる周波数成分に存在するモードのみを選択できるから、高次振動による数値積分の精度の悪化要因を除去できる。なお、橋脚、橋台基礎の地動としてその入力の位相差も容易に考慮できるが、本計算例に使用した連続橋は短径間であるから、これを考慮していない。

自由振動解析より得られた橋台、橋脚のモードについて、その固有周期、橋脚天端の単位せん断力の換算外力と換算質量の比、刺激係数および採用した減衰定数を表一2に示す。これらの値は橋脚天端の変位を 1 に基準化したものである。

桁と橋台、橋脚天端の応答波形をそれぞれ図一10, 11, 12に示す。なお、これらの応答波形は橋台上の免震支承として (a) の特性値を使用したもので、(b) の場合でもほとんど同じ結果が得られたので省略する。

本計算例による桁の最大応答加速度および最大応答変位は、予測値と比較的によく一致していると思われるが、ともに予測値に比べ約 1 割程度大きい値を示している。これは、橋台、橋脚自身の動的応答によるものであり、

2つの要因が考えられる。1つは橋脚、橋台の固有周期と全体系のそれとの近接であり、もう1つは地震波の周波数成分の中で橋脚、橋台単体としての固有周期に対応する成分が大きい場合である。本計算例では、図一12の橋脚天端の応答波形から判るように後者の要因と考えられ、橋脚の1次固有周期が0.3秒と使用した地震波において比較的卓越した周波数成分に位置し、このため橋脚の応答が増大し、厳密解が予測値より大きい値を示したものである。いずれの誤差要因とも厳密解が予測値を上回ることになるが、橋脚、橋台単体としての固有周期が地震波の主たる周波数成分と設定した全体系の固有周期に比べ十分小さければこの要因は無視でき、本設計法における最大値の予測式は有効となる。

5. 結 語

Dynamic Stiffness 法と Geometrical Stiffness 法の2つの等価線形化手法の逆を利用した、1自由度線形系に等価なバイリニア系の特性値の計算方法と地震応答による検証、および応答スペクトル曲線を利用した連続橋の免震支承の設計のための合理的特性値の決定法と最大応答値の予測式を提案した。これらの設計法および数値計算から次のことがわかった。

(1) 等価線形化手法では、繰り返し計算の原因となる1次剛性から2次剛性になる不連続点の位置が、等価バイリニア化手法では任意のパラメータとなり、繰り返し計算の必要なく線形系から等価バイリニア系が決定する。

(2) バイリニア復元力特性の2次剛性と1次剛性の剛比が一定の条件から、設定可能な線形系の最大減衰定数をとる唯一の等価バイリニア系が決まる。ただし、2つの手法において、最大減衰定数は異なるとともに、バイリニア復元力特性値も異なるが、通常使用される免震支

承を用いた地震応答計算結果から、これらの差異は問題とならず、どちらの手法を用いても差し支えないと思われる。

(3) LRB 支承の等価最大減衰定数を使用した線形 1 自由度系とこれより決定されるバイリニア系に対する地震応答計算の結果、最大応答加速度はよく一致し、設定した固有周期の増大とともに最大応答変位に差異が生じる。しかし、加速度応答スペクトルを用いればこのバイリニア系の最大応答変位は予測が可能となる。

(4) 連続橋における免震支承の合理的特性値の決定法を示した。

1 次剛性が無限大となる摩擦型免震支承の 2 次剛性および降伏荷重の合理的特性値の決定法は、残留変形の問題から直接地震応答計算に寄らざるを得ないため、本論文では扱わなかった。しかし、この免震支承は大きな減衰効果を期待できる可能性があり、その簡単な合理的特性値の決定法の研究を進める必要があると思われる。

謝 辞

著者の一人が平成 2 年度文部省若手在外研究員として、カンタベリー大学（ニュージーランド）に滞在中、土木工学科の Dr. P. Moss, Dr. A. Carr および森敦氏（(株) 日本技術開発）等との議論が本研究に役立ち、ここに記し感謝の意を表したい。

参 考 文 献

- 1) (財) 国土開発技術研究センター：道路橋の免震設計法ガイドライン（案），1989，3.
- 2) 川島一彦：免震設計技術の発展と今後の展望，土木学会論文集，No.398/I-10，pp.1~12，1988，10.
- 3) New Zealand Ministry of Works and Development：Design of lead-rubber bridge bearings，Civil Division Publication 818/A，1983.
- 4) Turkington, D.H.：Seismic design of bridges on lead-rubber bearings，Research Report, Civ. Engrg. Dept., University of Canterbury, New Zealand, 1987, 2.

- 5) Turkington, D.H., A.J. Carr, N. Cooke and P.J. Moss：Seismic design of bridges on lead-rubber bearings, J. Struct. Engrg., ASCE, Vol.115, No.12, pp.3000~3016, 1989, 12.
- 6) Turkington, D.H., A.J. Carr, N. Cooke and P. J. Moss：Design method for bridges on lead-rubber bearings, J. Struct. Engrg., ASCE, Vol.115, No.12, pp.3017~3030, 1989, 12.
- 7) Dynamic Isolation Systems：Seismic base isolation using lead-rubber bearings-design procedures for bridges, Berkeley, California, 1984.
- 8) Chapman, H.E. and D.K. Kirkcaldie：Seismic design of baseisolated bridges incorporating mechanical energy dissipators, Bridge design and research seminar, RRU Bull. 84, New Zealand, 1990.
- 9) Caughey, T.K.：Sinusoidal excitation of a system with bilinear hysteresis, ASME, pp.640~643, 1959, 8.
- 10) Jennings, P.C.：Equivalent viscous damping for yielding structures, ASCE, EMI, pp.103~116, 1963, 2.
- 11) 田治見宏：建築振動学，コロナ社，pp.134~139, 1969, 7.
- 12) 武島唯志・大野友則・西岡隆：不規則入力波に対する弾塑性構造物の線形的応答評価，土木学会論文集，No.344/I-1, pp.253~262, 1984, 4.
- 13) Watanabe, H. and H. Tochigi：A consideration on the equivalent linearization of restoring force characteristics of structures, JSCE Struct. Engrg./Earthq. Engrg., Vol.2, No.1, pp.195~205, 1985, 4.
- 14) 土木学会：動的解析と耐震設計，第 2 巻，動的解析の方法，技報堂出版，pp.76~99, 1989, 7.
- 15) 高橋一成・尾崎大輔・松原勝巳・高木 清・牧口 豊・水津洋二：道路橋の免震装置の等価線形化手法と特性値の設定方法について，第 12 回地震工学研究発表会講演概要集，pp.509~512, 1991, 7.
- 16) 井嶋克志・後藤茂夫・川崎徳明：バイリニア型免震支承の特性値の決定法，平成 3 年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集，pp.154~155, 1992, 3.
- 17) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，V 耐震設計編，1990, 2.

(1992. 4. 22 受付)

A METHOD FOR THE DETERMINATION OF RATIONAL CHARACTERISTICS OF BILINEAR RESTORING FORCE OF BRIDGE BEARINGS FOR SEISMIC ISOLATION

Katsushi IJIMA, Shigeo GOTO and Tadaharu WADA

This paper presents a method for the determination of rational characteristics of bilinear restoring force of bearings for seismic isolation in a bridge with multispans. The bilinear restoring force characteristics equivalent to a linear one-degree-of-freedom system can be easily determined by using the inverse of the equivalent linearization techniques without iterating calculation, and in the condition of the fixed ratio between two stiffnesses before and after yielding of a bearing, the unique bilinear characteristics with the maximum damping constant are determined. As computational results of seismic responses of a bridge, it is shown that the maximum response values can be obtained by using linear response spectra and bearings for seismic isolation can be rationally designed as well as easily.