

作用時間遅れを考慮した構造物の震動制御

佐藤忠信*・土岐憲三**・橋本雅道***

構造物の制御を行う場合、外力の観測時間遅れや、制御力の作動時間遅れなどが存在する。本論文ではこれらの時間遅れを考慮したアルゴリズムの定式化を行い、時間遅れが震動制御効果に及ぼす影響を考察した。理論の展開にあたり、現時刻より未来の入力地震動を予測する必要がある。本論文では、地震動を自己回帰過程で表現できるとし、カルマンフィルターを用いて、地震動の予測を行った。

Keywords: active control, closed-open-loop, time delay, autoregressive process, seismic excitation

1. ま え が き

近年の建築土木技術の発達による構造物の高層化に伴い、ゆれることが無視できない、あるいはゆれることを前提とした超高層ビルが出現した。こうした構造物の出現に伴い、耐震設計思想は、受動的な考え方から脱皮し、より積極的に揺れを制御しようといった能動的な考え方を取り入れつつある。

この能動的な設計思想の一つとして、古くから機械や航空機の分野で発達してきた最適制御則を用いた土木構造物の振動制御があげられる^{1),2)}。

Yang^{3),4)}は土木構造物を対象として、多層構造物に最適制御則を適用するための研究を行った。彼らは時間依存型の評価関数を用いることにより、当該時刻までの情報のみで最適制御を行うための手法を定式化した。構造物に関する実験的研究としては、Active Tendon Controlを用いた Soong⁵⁾や走行荷重による高架橋の振動制御を見積りし、実際の高架橋を用いて実験を行った矢作、吉田⁶⁾のものがある。

これらの研究をふまえた上で、本論文では作用荷重として地震力を選び、構造物を単純な多質点でモデル化した上で、シミュレーション解析により振動制御理論の適用性について検討を加える。従来のレギュレータ問題では地震等の非定常外力が入力する場合、最適制御力を求めることは困難であった。Yang³⁾らは評価関数を時間依存型とし、始端から終端への現在の情報のみで最適制御力を求めるアルゴリズムを作成したが、この制御則は制御量が状態量のみから決定される、いわゆる閉ループ制御であり入力の特性は制御力に直接反映されていなかった。

本研究ではこうした問題点を克服するため構造物に inputsするエネルギーを考慮した定式化を行うことにより、制御量は状態量だけでなく外力も考慮した、いわゆる閉ループ制御則を構築した。

構造物の制御を行う場合、状態量や入力地震動を観測しそれを AD 変換して計算機にデータが送り込まれるまでに要する観測時間遅れや、制御力の計算に要する時間と計算された結果をアクチュエーターで作用させるまでに要する作動遅れ時間などが存在する。本論文ではこれらの時間遅れを考慮したアルゴリズムの定式化を行い、時間遅れが震動制御効果に及ぼす影響を考察した。

作用時間遅れを考慮したアルゴリズムを定式化するために、現時刻より未来の入力地震動を予測する必要がある。本論文では、地震動を自己回帰過程で表現できるとし、カルマンフィルタのアルゴリズムを利用して自己回帰過程のパラメーターを時々刻々同定し、地震動の予測を行う。

2. カルマンフィルタを用いた入力地震動の予測

(1) カルマンフィルタ⁷⁾

雑音に乱されている時系列信号から雑音成分を分離し、信号成分だけを取り出すことをフィルタリングという。フィルタリングを物理的に実現するものは、フィルタと呼ばれる。また時系列推定を行うアルゴリズムそのものも広義のフィルタとして捉えることができる。カルマンフィルタは要約すれば、(1) 信号を生成する線形システムの動特性、(2) 雑音の統計的性質、(3) 初期値に関する先見情報、および時々刻々と与えられる観測データの3種類を用いて、システムの状態に関する最小二乗推定値を逐次的に与えるオンラインデータ処理アルゴリズムである。アルゴリズムは、(1) システム方程式の線形性、(2) システム、および観測雑音の白色性、(3) 雑音のガウス性、(4) 最小二乗規範、という仮定

* 正会員 工博 京都大学防災研究所助教授 工学部土木工学科(〒611 宇治市五ヶ庄)

** 正会員 工博 京都大学防災研究所教授 工学部土木工学科

*** 学生員 工学 京都大学大学院 工学部土木工学科

に基づき、線形システムに対する状態空間表現と、最小分散推定の理論を組み合わせるにより、直交射影とベイズの定理を用いて導出される。一般的なカルマンフィルタのアルゴリズムは次の通りである。

線形離散時間確率システムは、次の観測方程式と状態方程式であらわされる。

$$x_{k+1} = \Phi_{k+1|k} x_k + G_k w_k \dots\dots\dots (1)$$

$$y_k = H_k x_k + v_k \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 x_k は時刻 t における n 次元状態ベクトル、 y_k は時刻 t における p 次元状態ベクトル、 w_k は m 次元ガウス白色雑音、 v_k は p 次元ガウス白色雑音、 $\Phi_{k+1|k}$ は $n \times n$ 次元状態遷移マトリックス、 G_k は $n \times m$ 次元のシステムノイズ係数マトリックス、 H_k は $p \times n$ 次元の観測マトリックスを表す。また $E\{w_k w_k^T\} = Q_k \times \delta_{is}$ 、 $E\{v_k v_k^T\} = R_k \times \delta_{is}$ であり、 E は期待値、 δ_{is} はクロネッカーのデルタである。

式 (1)、(2) で与えられる線形離散時間確率システムに対するカルマンフィルタのアルゴリズムは、以下に示す a) から d) で与えられる。

a) フィルター方程式

$$x_{k+1|k} = \Phi_{k+1|k} x_{k|k}$$

$$x_{k+1|k+1} = x_{k+1|k} + K_{k+1} [y_{k+1} - H_{k+1} x_{k+1|k}]$$

b) カルマンゲイン

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}$$

c) 推定誤差共分散

$$P_{k+1|k} = \Phi_{k+1|k} P_{k|k} \Phi_{k+1|k}^T + G_k Q_{k+1|k} G_k^T$$

d) 初期値

$$x_{0|0} = x_0 \quad P_{0|0} = P_0$$

このカルマンフィルタのアルゴリズムを用いて、入力地震動の予測を行うものとする。

(2) 自己回帰過程のカルマンフィルタによる同定

構造物の震動制御においては、制御力の作用時間遅れを考慮しなければならないので、この時間遅れに相当する時間だけ未来の入力地震動を予測する必要がある。しかし、構造物に入力する地震動を時々刻々と予測する場合には、対象とする実地震動の非正常特性を前もって設定しておくことは出来ないで、時々刻々観測を行いながら、入力地震動の非正常特性を予測しなければならない。ここでは、入力地震動の線形正常性を仮定し、自己回帰過程 (AR 過程) を用いて、入力地震動を予測する方法を提案する。このとき、自己回帰過程の係数をカルマンフィルタのアルゴリズムにより同定する。

いま、入力地震動を自己回帰過程で表せるとすれば、次式を得る。

$$g_t = -\alpha_1 g_{t-1} - \alpha_2 g_{t-2} - \dots - \alpha_q g_{t-q} + v_t \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 g_t は時刻 t における地震動の値、 v_t はスカラーのガウス白色雑音、 α_i は自己回帰過程の係数である。これを観測方程式とし、観測マトリックスを

$$H_{t-1} = \{-q_{t-1} - q_{t-2} \dots - q_{t-q}\} \dots\dots\dots (4)$$

とおけば式 (3) は次式のように表される。

$$g_t = H_{t-1} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_q \end{Bmatrix}_{t-1} + v_t \dots\dots\dots (3)'$$

また状態方程式を次式のように定義する。

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_q \end{Bmatrix}_t = [I] \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_q \end{Bmatrix}_{t-1} \dots\dots\dots (5)$$

式 (3)'、(5) に対し、前節で述べたカルマンフィルタのアルゴリズムを適用することによって自己回帰過程の係数 α_i を同定することができるので、以下に同定された α_i を用いて入力地震動の予測を行うための過程を説明する。

まず、式 (3)'、(5) を次式のような線形離散確率システムで表す。

$$\hat{\alpha}_{t+1|t} = [I] \hat{\alpha}_{t|t} \dots\dots\dots (6)$$

$$g_t = H_{t-1} \hat{\alpha}_{t|t} + v_t \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\hat{\alpha}_{t|t}$ は、時刻 t に観測更新された q 次元状態ベクトルであり、式 (6) で示されるとおり、この値は時間更新されない。また $E\{v_t v_t\} = R_t$ とし、 E は期待値である。時刻 $t+1$ における予測値 \hat{g}_{t+1} は式 (6) で示される $\hat{\alpha}_{t+1|t}$ を用いて、次式で求められる。

$$\hat{g}_{t+1} = H_t \hat{\alpha}_{t+1|t} \dots\dots\dots (8)$$

式 (6)~(8) で与えられる離散時間確率システムに対するカルマンフィルタと、それを用いた入力地震動の予測のアルゴリズムは以下に示すステップ1)~7) で与えられる。

- 1) 初期値 $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q\}_{t=0}^T$ とシステム共分散行列 P ($q \times q$) ならびに、観測共分散 R (スカラー) の設定
- 2) 時刻 $t-1$ までのデータに基づいてカルマンゲインを次式より求める

$$K_t = P_{t|t-1} H_t^T [H_t P_{t|t-1} H_t^T + R]^{-1}$$

3) 観測値 g_t をとり入れて α を次式により更新する

$$\hat{\alpha}_{t|t} = \hat{\alpha}_{t|t-1} + K_t (g_t - H_{t-1} \hat{\alpha}_{t|t-1})$$

4) 共分散マトリクスの更新を次式により行う

$$P_{t|t} = [I - K_t H_t] P_{t|t-1}$$

5) α の時間更新は次式で行われる

$$\hat{\alpha}_{t+1|t} = [I] \hat{\alpha}_{t|t}$$

6) 次式より $t+1$ での入力地震動を推定する

$$\hat{g}_{t+1} = H_t \hat{\alpha}_{t+1|t}$$

7) ステップ2)にもどる

ステップ3)4)は観測更新アルゴリズムと呼ばれるステップであり、ステップ5)は時間更新アルゴリズムのステップである。ステップ5)で明らかなように状態遷移マトリクスが単位のため α に対して時間更新は行われない。

(3) 観測情報に基づく入力地震動の予測

(2)では、ステップ6)において、時刻 $t+1$ での予測値を求めることができた。ここでは時刻 $t+1$ より先の値を予測する方法を提案する。

時刻 t のデータにより求めた $\hat{\alpha}_{t+1|t}$ が正確に地震波の特性を示していると考えれば、 $t+2$ での推定を行う場合、観測マトリクスとして $t+1$ における推定値 \hat{g}_{t+1} を入れた

$$H_{t+1} = \{ -\hat{g}_{t+1} - g_t \dots - g_{t-q+2} \} \dots \dots \dots (9)$$

式(9)を利用して $t+2$ における入力地震動の予測値を次式により求めることも可能である。

$$\hat{g}_{t+2} = H_{t+1} \cdot \hat{\alpha}_{t+1|t} \dots \dots \dots (10)$$

以下次々と予測を繰り返し、求めるステップまでの入力地震動を予測する。これはシステムの定常性を仮定し $\hat{\alpha}_{t+1|t}$ が予測すべき時刻 $t+n$ までのどの時刻においても同一の値と設定することと同等である。この方法を繰り返し代入法と呼ぶ(図-1)。

(4) 解析結果

(2)節の手法により、1ステップ(0.01 sec) 先の入力地震動を予測した場合について考察する。対象とする地震動は、1940年のImperial Valley地震の際のEl Centroで観測された記録のNS成分である。

α の初期値は、自己回帰係数の各々の重みが最初は等しいと仮定し、 α の項数を q として、 $\alpha_i = -1/q$, ($i=1, \dots, q$) とした。 α の項数を3($q=3$), $R=1000$, $P_{0|0}=0.01$ とした時の結果を図-2(a)に示す。下図が実地震波で、上図が予測波である。時刻 t での観測値 g_t と、時刻 $t-1$ で予測された値 \hat{g}_t との差の絶対値を誤差と

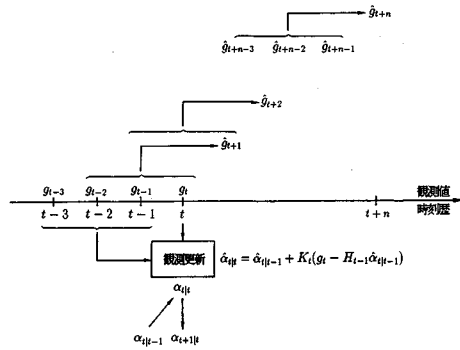


図-1 繰り返し代入法

すれば、誤差は図-2(b)で示される。また α の時刻歴は、図-2(c)で示される。図-2(a)の波形を見るかぎりほぼ同一の形となっているが、地動加速度に大きな変動のある時刻では、誤差が大きくなっている。 α の値も加速度が大きく変化する1.5秒から3.0秒にかけて変動するが、5.0秒以降は一定値に収束する。

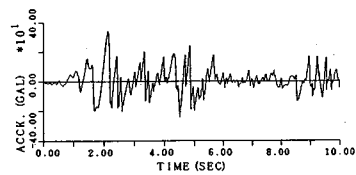
α がどの値に収束するかは R や P の初期値が大きく影響を及ぼす。これは、(3)節でのアルゴリズム2)で求めるカルマンゲイン K_t の値が P や R の値に依存しているため、この値の選び方により3)の観測更新において α 値が大きく変化するからである。ここでは α の変動が穏やかで、かつ、地震波の特性を的確に表していると思われる値として、 $R=1000$, $P_{0|0}=0.01$ を用いて解析を行う。これらの値を用いた場合、El Centroの記録だけでなく、他の地震動でも良好な結果を得ることができた。

α の項数の予測に及ぼす影響をみるために、 q を2, 3, 4, 5とした場合の α の時刻歴を図-3に示す。 α_1 以外の値は、ほぼ0に近づき、 α の項数は3以上ととてもあまり意味の無いことが分かる。

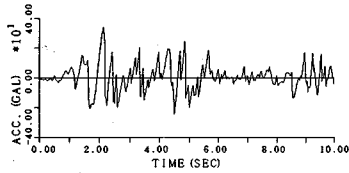
この結果は、地震動のシミュレーションを行うにあたり自己回帰係数のオーダーが3から4程度で十分であるといわれている事実と矛盾しない。

次に多ステップ先の予測を行った場合の結果を示す。(3)節の繰り返し代入法を用い、 α の項数が3, $R=1000$, $P_{0|0}=0.01$ としたときの2, 4, 6, 8ステップ先までの予測波を図-4に示す。細い線が実地震波で、太い線が予測波である。全体的に予測波の位相は実地震動のそれからステップ幅の分だけずれている。また時間幅が大きくなるに従って加速度の値が小さくなっている。これは、図-2(c)で示した α の時刻歴を見ると、 α_1 の値がほぼ-1に近く α_2, α_3 は正の微小な値を取り、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ を加えた和が-1以上であるなどの理由からと思われる。

この予測法を次章での入力地震動予測に適用する。ここでは作用時間遅れの時間間隔について自己回帰過程の



予測波



実地震波

図-2 (a) 実地震波と予測波

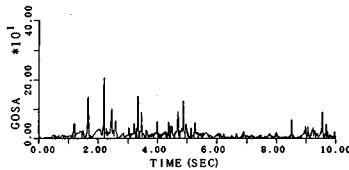


図-2 (b) 誤差

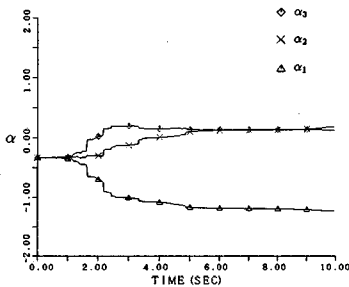
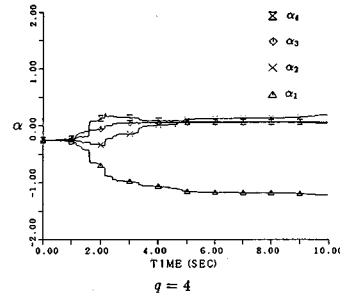
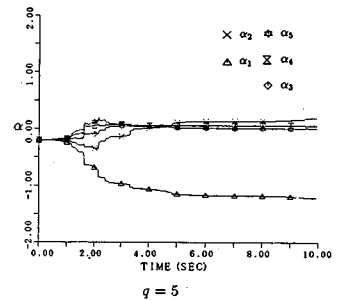


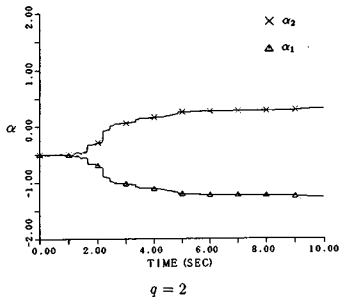
図-2 (c) αの時歴



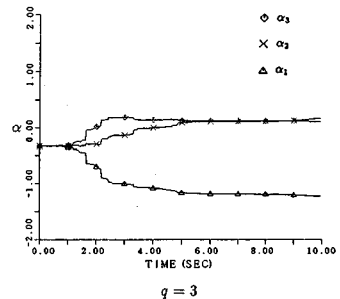
q = 4



q = 5

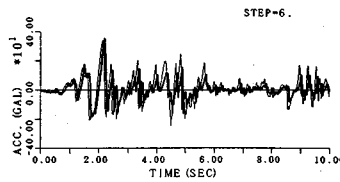


q = 2

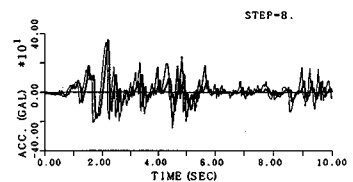


q = 3

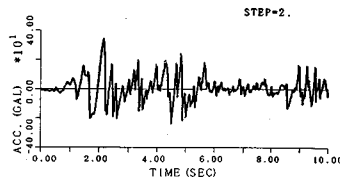
図-3 qを変化させた場合



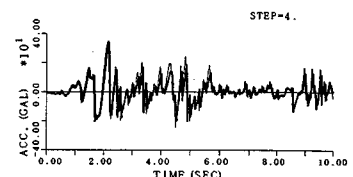
STEP-6.



STEP-8.



STEP-2.



STEP-4.

図-4 繰り返し代入法による予測

線形定常性を仮定しているが、この時間内での非定常性を考慮するためには非定常自己回帰過程に関するさらなる理論展開が必要となる。

3. 評価関数の提案と最適制御則の定式化

(1) 作用時間遅れを考慮した最適制御則の定式化

従来の最適レギュレータ問題は、評価関数が全制御時刻の積分値で表現されており、制御力に外乱の影響を考慮できないという問題があった。そこでYangらは現時刻だけの状態量で制御が行えるように評価関数を時間依存型として提案した。しかし、この定式化においても入力地震動の影響を直接考慮できる制御則を構成することができない。そこで、構造物に入力するエネルギー量に

着目し、これを評価関数に導入することにより、入力地震動の影響を直接考慮できるアルゴリズムを構築する。

またYangらによって提案された方法においては、現時刻での実際の状態量は、時間遅れなく観測できるものとし、また、制御力も作用時間の遅れなく構造物に入力されるものとしている。しかし実際には、観測される状態量を計算機に入力するために行うAD変換にともなう観測時間遅れや、制御力の計算時間や、電気信号を油圧に置き換えるための作用時間遅れが存在する⁸⁾。本論文では、これらの時間遅れを考慮した震動制御に関する定式化を行う。

観測時間遅れを dt_1 、作用時間遅れを dt_2 とする。時刻 t の状態量が、各層のセンサーによって観測され、そ

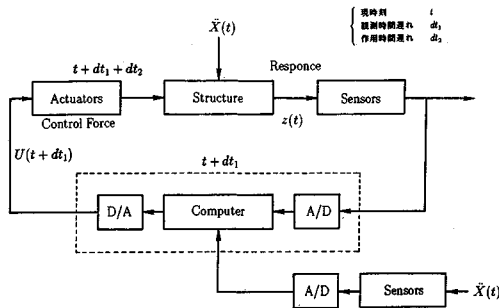


図-5 制御システム

の値が計算機に入力されるまでに dt_1 の遅れが生じる。つまり状態量は $z(t+dt_1)$ として与えられる。状態量が観測されたのち、制御力を求めるために要する時間やアクチュエータの作動までに要する時間を含め、作用時間遅れとして dt_2 が生じる。つまり、時刻 t での状態量をもとに計算された制御力は、時刻 $t+dt_1+dt_2$ に作用する(図-5)。したがって、 dt_1+dt_2 時間の遅れを考慮した制御則の定式化が必要となる。

制御力の作用時間遅れ dt_2 がある場合の運動方程式は次式で表される。

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = -m\ddot{X}(t) + Hu(t-dt_2) \dots\dots\dots (11)$$

M, C, K はそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスを表し、系が n 質点系ならばそれぞれ $n \times n$ 次元マトリックスである。また制御力が p 点で作用するならば H は $n \times p$ 次元の制御力の作用位置を表すマトリックスである。 $\ddot{X}(t)$ は入力地動加速度を表し、 m は質点の質量を表す n 次元ベクトルである。ここで

$$z(t) = \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

とおくことによって、次式のような状態方程式を得る。

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t-dt_2) + W_1\ddot{X}(t) \dots\dots\dots (13)$$

ここに

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}H \end{bmatrix}, W_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}m \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

サンプリング時間間隔を Δt とし、その間で、 u, \ddot{X} の値が変化しないと仮定し、式(13)を積分すれば、

$$z(t) = e^{A\Delta t} \{ z(t-\Delta t) + \Delta t Bu(t-\Delta t-dt_2) + \Delta t W_1 \ddot{X}(t-\Delta t) \} \dots\dots\dots (15)$$

となる。ここで、 $dt_1 = \lambda \Delta t$, $dt_2 = d \Delta t$ とし、時刻 t を $k + \lambda + d$, 時刻 $t-1$ を $k + \lambda + d - 1$ として式(15)を離散化すれば次式を得る。

$$z_{k+\lambda+d} = \Phi z_{k+\lambda+d-1} + Du_{k+\lambda-1} + G\ddot{X}_{k+\lambda+d-1} \dots\dots\dots (16)$$

$$\Phi = e^{A\Delta t}, D = \Delta t e^{A\lambda \Delta t} B, G = \Delta t e^{A\lambda \Delta t} W_1 \dots\dots\dots (17)$$

式(16)の右辺第1項の $z_{k+\lambda+d-1}$ の次数を下げて

$$z_{k+\lambda+d-1} = \Phi z_{k+\lambda+d-2} + Du_{k+\lambda-2} + G\ddot{X}_{k+\lambda+d-2} \dots\dots\dots (18)$$

とすれば、順次 z の次数は下がり、時刻 k まで次数を下げれば、次式を得る。

$$z_{k+\lambda+d} = \Phi^{i+d} z_k + (\Phi^{i-1} Du_{k-1} + \dots + Du_{k+\lambda-1}) + (\Phi^{i+d-1} Du_{k-d} + \dots + \Phi^i Du_{k-1}) + (\Phi^{i+d-1} G\ddot{X}_k + \dots + G\ddot{X}_{k+\lambda+d-1}) \dots\dots (19)$$

ところで、現時刻でわかり得る情報は時刻 k までのものであるとすれば、状態量 z_k , 入力地動加速度 \ddot{X}_k と時刻 $k-1$ までの入力制御力 u_i がわかることになる。式(19)におけるそれ以外の項には、予測値か先見の仮定値を代入しなければならない。まず、時刻 k 以降の入力制御力は次のように与えられるものとする。

$$u_{k+i} = \Gamma_i u_k \quad (i=0, 1, \dots, \lambda-1) \dots\dots\dots (20)$$

式(20)での Γ_i は、時間の関数となるべきであるが、ここでは簡単のために次式を仮定する。

$$\Gamma_i = 1 \dots\dots\dots (21)$$

入力地動加速度に対しては、時刻 $k+1$ 以降の値は2.(4)で示した繰り返し代入法を用いて予測を行う。すなわち \ddot{X}_R 以外の $\ddot{X}_{k+1}, \dots, \ddot{X}_{k+\lambda+d-1}$ に予測値を用いることにより、時刻 $k+\lambda+d$ での状態量の予測値を次式で求める。

$$z_{k+\lambda+d} = \Phi^{i+d} z_k + (\Phi^{i-1} + \dots + I) Du_k + (\Phi^{i+d-1} Du_{k-d} + \dots + \Phi^i Du_{k-1}) + (\Phi^{i+d-1} G\ddot{X}_k + \dots + G\ddot{X}_{k+\lambda+d-1}) \dots\dots (22)$$

式(22)を制約式とし、評価関数としては構造物に入力するエネルギーの項を導入したものを考え、次式のように定義する。

$$J = z_{k+\lambda+d}^T Q z_{k+\lambda+d} + u_k^T R u_k + \alpha \int_0^t \dot{x}(\tau) Hu(\tau-dt_2) d\tau \dots\dots\dots (23)$$

ここでマトリックス Q, R およびスカラー量 α は重みとよばれる。 Q は $2n \times 2n$ の対称かつ非負定値マトリックス、 R は $n \times n$ の対称かつ正定値マトリックス、

不定値のスカラー量で、これらは制御量をどの程度にするかを定めるパラメーターである。

式 (23) の右辺第 3 項のエネルギー項は式 (11) の各項に $d\dot{x}(=x dx)$ をかけ、時刻 t まで積分することによって求められ次式で表される。

$$\begin{aligned} & \int_0^t \dot{x}^T(\tau) Hu(\tau-dt_2) d\tau \\ &= \int_0^t \dot{x}^T(\tau) M \dot{x}(\tau) d\tau + \int_0^t \dot{x}^T(\tau) C \dot{x}(\tau) d\tau \\ &+ \int_0^t \dot{x}^T(\tau) K x(\tau) d\tau + \int_0^t \dot{x}^T(\tau) m \ddot{X}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(24)$$

式 (24) の t を、 $k+\lambda+d$ ステップと考えると、右辺の 4 項をそれぞれを台形近似し、式 (12) を導入すれば、次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} & \int_0^t \dot{x}^T(\tau) Hu(\tau-dt_2) d\tau \\ &= \sum_{i=0}^{\lambda+d-1} z_{k+\lambda+d-i}^T Q^T z_{k+\lambda+d-i} + \sum_{i=1}^k z_i^T Q_2 z_i \\ &+ \sum_{i=0}^{\lambda+d-1} z_{k+\lambda+d-i}^T W^T \ddot{X}_{k+\lambda+d-i} + \sum_{i=1}^k z_i^T W_3 \ddot{X}_i \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(25)$$

ただし、

$$Q^T = \begin{Bmatrix} Q_1 & (i=0) \\ Q_2 & (i \neq 0) \end{Bmatrix} \quad W^T = \begin{Bmatrix} W_2 & (i=0) \\ W_3 & (i \neq 0) \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\Delta t}{2} K & \frac{1}{2} M + \frac{\Delta t}{2} C \end{bmatrix} \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Delta t K & \Delta t C \end{bmatrix}$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\Delta t}{2} m \end{bmatrix} \quad W_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta t m \end{bmatrix}$$

式 (25) を式 (23) に代入することにより、評価関数が離散値の二次形式として与えられる。式 (22) で与えられる制約条件式を式 (23) に代入するために、次式を考える。

$$z_{k+\lambda+d-j} = \Phi^{\lambda+d-j} z_k + U_j + \sum_{i=0}^{\lambda+d-1-j} \Phi^i G \ddot{X}_{k+\lambda+d-1-j-i} \quad \dots\dots\dots(27)$$

ただし

$$U_j = \begin{cases} (0 \leq j \leq \lambda-1) \text{ の時} \\ \sum_{i=0}^{\lambda-1-j} \Phi^i D u_k + \sum_{i=1}^d \Phi^{\lambda-1-j+i} D u(k-i) \\ (\lambda \leq j \leq \lambda+d-1) \text{ の時} \\ \sum_{i=0}^{\lambda+d-1-j} \Phi^{\lambda+d-1-j-i} D u(k+\lambda-j-i) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(28)$$

式 (23) に (25) を代入し整理すれば次式を得る。

$$J = \sum_{i=0}^{\lambda+d-1} z_{k+\lambda+d-i}^T Q' z_{k+\lambda+d-i} + u_k^T R u_k + \sum_{i=0}^{\lambda+d-1} z_{k+\lambda+d-i}^T W' \ddot{X}_{k+\lambda+d-i} + I E_k \quad \dots\dots\dots(29)$$

ただし

$$Q' = \begin{cases} Q + \alpha Q_1 & (i=0) \\ \alpha Q_2 & (i \neq 0) \end{cases} \quad W' = \begin{cases} \alpha W_2 & (i=0) \\ \alpha W_3 & (i \neq 0) \end{cases}$$

$$I E_k = \alpha \left\{ \sum_{i=1}^k z_i^T Q_2 z_i + \sum_{i=1}^k z_i^T W_3 \ddot{X}_i \right\} \quad \dots\dots\dots(30)$$

式 (27) を式 (29) に代入し、両辺を u_k で偏微分し

$$\frac{\partial J}{\partial u_k} = 0 \quad \dots\dots\dots(31)$$

を満たす u_k を求めれば、 $\lambda+d$ の時間ステップの遅れを考慮した最適な制御力が次式のように与えられる。

$$u_k = -H^{-1} \{ z_0 z_k + z_1 + z_2 + z_3 \} \quad \dots\dots\dots(32)$$

ただし

$$H = \sum_{j=0}^{\lambda-1} (P A_j)^T Q' (P A_j) + R$$

$$z_0 = \sum_{j=0}^{\lambda-1} (P A_j)^T Q' \Phi^{\lambda+d-j}$$

$$z_1 = \sum_{j=0}^{\lambda-1} (P A_j)^T Q' \left\{ \sum_{i=1}^d \Phi^{\lambda-1-j+i} D u(k-i) \right\}$$

$$z_2 = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\lambda-1} (P A_j)^T W' \ddot{X}_{k+\lambda+d-j}$$

$$z_3 = \sum_{j=0}^{\lambda-1} (P A_j)^T Q' \left\{ \sum_{i=0}^{\lambda+d-1-j} \Phi^i G \ddot{X}_{k+\lambda+d-1-j-i} \right\}$$

$$P A_j = \left(\sum_{i=0}^{\lambda-1-j} \Phi^i \right) D$$

(2) 解析モデル

3 層ラーメン構造の建物を対象として、せん断変形のみを考慮して 3 自由度 3 質点系の集中質量系にモデル化した。質量は各質点とも同じ質量とし、また剛性は第一次固有周期が約 0.5 秒、モデルの一次モードがほぼ直線となるように決定した。ばねの復元力特性は線形の場合だけを考えた。また、減衰マトリックスは Rayleigh 減衰を仮定し、減衰定数は 2% とした。

構造物に制御力を加えるための制御装置として、Active Tendon を考えた。Tendon は各層間に設置し、それぞれ個別のアクチュエータによって制御できるものとした。また構造物の応答をフィードバックするためのセンサーはすべての階に設けられていると仮定した。解析モデルを図-6、その諸元を表-1 に示す。また、入力地震動としては、1940 年の El Centro 記録の NS 成分を用い、これを 0.5 倍することで、最大入力加速度を

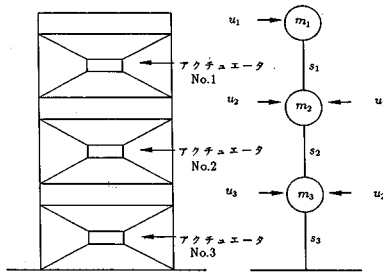


図-6 解析モデル

表-1 モデルの諸元

Active Tendon Control		
No.	Mass(ton)	Stiffness(ton/cm)
1	0.048	23.66
2	0.048	42.59
3	0.048	47.32

170 gal に調整した。

時間遅れは、観測時間遅れが最低1ステップ、作用時間遅れが最低1ステップ(1ステップは0.01秒)あるとし、入力地動加速度の予測は、2.(4)の繰り返し代入法を用いた。

(3) 解析結果

評価関数中に含まれる重み Q, R および α は、式 (23) からわかるように、制御量や状態量を定める重要なパラメーターであり、詳細に検討するためにはかなり立ち上がった議論が必要となる。しかし本研究の目的は観測および作用時間の遅れが震動制御効果に及ぼす影響を求めることであるので、 Q と R は以下に述べるように設定した値のみを用いた。

重み Q はモデルの質点数を n とすれば、 $2n \times 2n$ マトリックスとなる。

$$Q = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix}$$

ここで Q_{ij} は $n \times n$ マトリックスである。制御の作用する点の応答を重要視する重みとして、3質点系のモデルに対し次の場合を考えた。

$$Q_{11} = Q_{12} = 0$$

$$Q_{21} = Q_{22} = \begin{pmatrix} 1000 & 750 & 400 \\ 750 & 750 & 400 \\ 400 & 400 & 350 \end{pmatrix}$$

このマトリックスの特性を示すパラメーターとして Q_{22} の (1, 1) 要素を考え、 q とする。

制御力にかかる重みのマトリックス R は $n \times n$ マトリックスである。すべての制御力にかかる重みを一定とするため、対角要素のみで同一の値とする。 R の (1, 1) 要素を r とする。

また α は入力エネルギーに対する重みであるが、こ

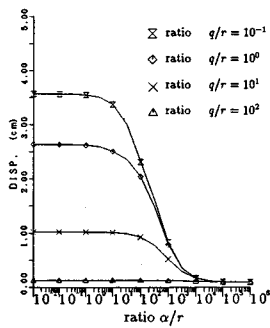


図-7 (a) 最大応答変位

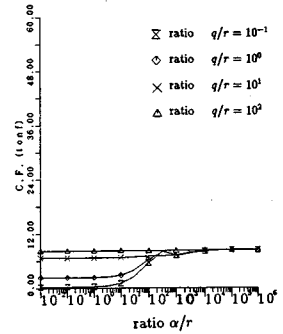


図-7 (b) 最大制御力

れは非負のスカラー量である。

制御力の大きさにはこれら3つのパラメーターが大きく影響するが、式 (23) より q/r と α/r の2つを用いて表されると考えられる。観測時間遅れのステップ数を λ 、制御力の作用時間の遅れのステップ数を d と表し、 $\lambda=1, d=1$ に対し、 q を1000とし、 $q/r, \alpha/r$ を変化させた場合の質点1の変位の最大値と制御力の最大値のグラフをそれぞれ図-7 (a) (b) に示す。入力エネルギー項の影響が出るのは、 α/r が 10^3 から 10^4 にかけてであり、 10^4 以下の値の場合は閉ループと同じになり、 10^4 以上だと制御力がある一定値に収束する傾向がみられる。よって以下では、重みのパラメーターとしては q/r と α/r の2つを用い、また、 α/r は 10^3 から 10^4 の間で変動させて、閉開ループの特性について検討を加える。

$\lambda=1, d=1$ の場合、図-8において、 $q/r=10, \alpha/r=10^3$ とした時の閉開ループ、 $q/r=10, \alpha=0$ の閉ループ、制御力なしの場合の質点1の変位を示す。エネルギー項を導入した閉開ループ制御では、閉ループ制御と比べ変位が低く抑えられているのがわかる。

次に時間遅れに関する考察を行う。重みとして $q/r=10, \alpha/r=10^3$ を用い、 $\lambda=1$ に固定し $d=1, 3, 5, 7$ とした場合の質点1の変位と制御力を図-9 (a) に示す。また $d=1$ に固定し、 $\lambda=1, 3, 5, 7$ とした場合の質点1の変位と制御力を図-9 (b) に示す。観測時間遅れ λ が大きくても制御力や変位に関してはあまり問題がないが、制御力の作用時間遅れが大きくなれば、制御力が増大する傾向が現れた。

$q/r=10$ に固定し、 α/r が $10^2, 10^3, 10^4$ とした場合に、 $\lambda=1$ で d が1から10まで変化する場合の質点1の変位の最大値を図-10 (a)、制御力の最大値を図-10 (b) に示す。変位は $\alpha/r=10^2$ の場合でもあまり大きくならない。しかし、エネルギー項の比率を大きくし、制御力がかかりやすい重みの状態である $\alpha/r=10^4$ では、過大な制御力が必要となり、大容量のアクチュエーターが必要となる。これは経済的にみても良くなく、また過大な制御力がかかることによる構造物への影響も無視できな

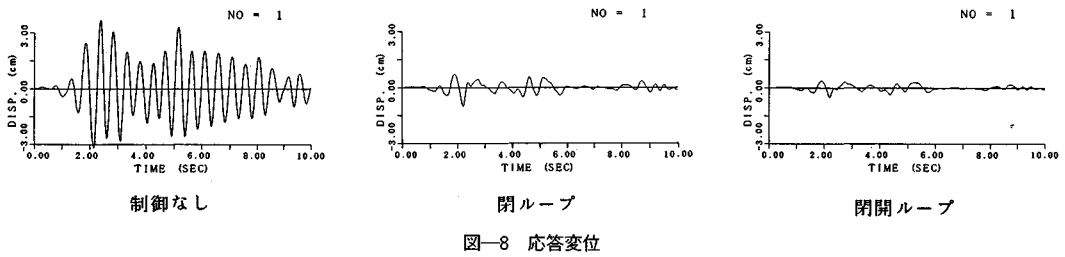


図-8 応答変位

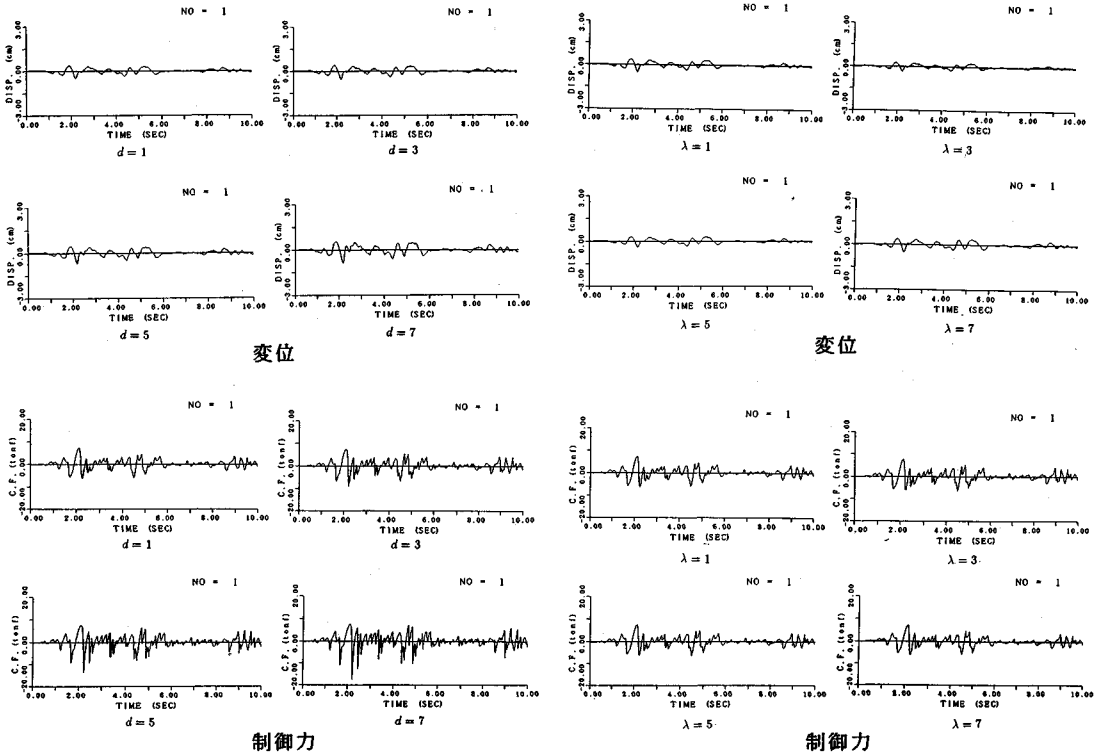


図-9 (a) $\lambda=1$ で d を変化させた場合

図-9 (b) $d=1$ で λ を変化させた場合

い。よって、変位に対して強い制限がないのなら、変位に対する重み、すなわち q/r を小さくすることによって、作用時間に遅れが生じた場合でも、大きな制御力が働かないようにすることができる。

4. 制御力が働く場合の系の周波数特性

(1) Z変換を用いた周波数応答関数の定式化

地震などの外乱による震動を制御するために制御力が系に入力すれば、系の振動特性が変化すると考えられる。以下にその考察を行う。

状態量の観測や制御力の入力等は等時間間隔ごとに行われ、系は離散時間システムである。連続時間関数で表される系の周波数応答関数が、フーリエ変換を利用して解かれるのと同じ手法で、離散時間システムの周波数応答関数は、Z変換を利用して求めることができる⁹⁾。Z変換は時間のシフトに対して次のようである。

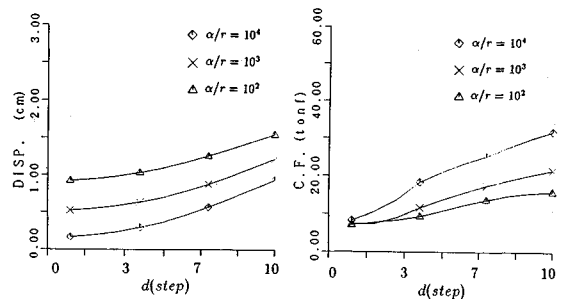


図-10 (a)

最大応答変位と d との関係

図-10 (b)

最大制御力と d との関係

時刻 k における状態量を z_k 、時刻 $k+1$ における状態量を z_{k+1} とした時、時刻 k の状態量の Z 変換を $Z(z)$ とすれば時刻 $k+1$ の状態量の Z 変換は $e^{-i2\pi f \Delta t} Z(z)$ と表現できる。ここで f は振動数を、 Δt は状態量 z のサンプリング時間間隔をあらわす。

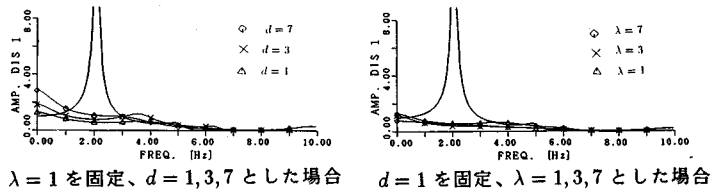


図-12 時間遅れと変位の周波数応答関数

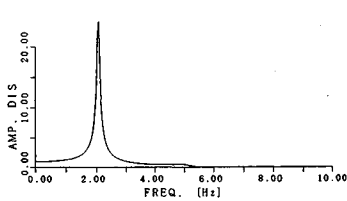
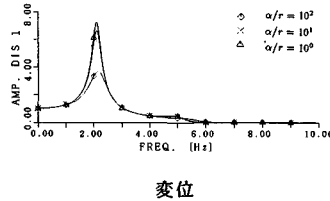
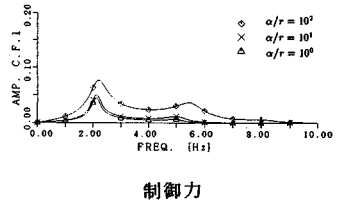


図-11 変位の周波数応答関数



変位



制御力

図-13 変位および制御力の周波数応答関数

この手法を用い、式(22)および(32)をZ変換して、状態量および制御力の周波数応答関数を求めることができる。

(2) 解析結果

解析するモデルは3.(3)で述べた3質点系の構造物とする。上層を質点1、下層を質点3とする。図-11に制御力が作用しない場合の質点1の変位の周波数応答関数を示す。図は制御力がない場合の $f=0$ のときの応答値を1として応答値を正規化したものである。観測時間遅れや制御力の作用時間遅れのステップ数の表示は3.と同じく λ, d とする。また重みの表示も q, r, α を用いる。

観測時間遅れや制御力に作用時間遅れがある場合について考察する。 $q/r=10^1, \alpha/r=10^3$ で、 $\lambda=1$ を固定し、 $d=1, 3, 7$ とした場合、および、 $d=1$ を固定し、 $\lambda=1, 3, 7$ とした場合の質点1の変位の周波数応答関数を図-12に示す。3.では λ の遅れは応答変位に大きな影響を与えず、 d の遅れが影響を及ぼした。図-12を比べても d が大きくなる方が変位の応答は大きくなる。しかし全域で共振点なくなり時間遅れが存在しても変位の応答値は小さくなることが分かった。しかしながら制御力が大きい場合や、時間遅れが大きい場合は応答関数は低周波に対して応答値が高くなる傾向があった。

$\lambda=1, d=1, q/r=1.0$ で $\alpha/r=10^0, 10^1, 10^2$ とした場合の質点1の変位および制御力の周波数応答関数を図-13に示す。左側が変位、右側が制御力の周波数応答関数である。制御力の周波数応答関数の縦軸は単位入力地震動(1 gal)に対する制御力の大きさを表す。系の固有振動に近い地震動が入力すれば、制御力は大きくなることわかる。 α/r が大きくなれば、制御力も全周波数領域で大きくなることわかる。

制御力の作用時間遅れが大きい場合は応答値はやや大

きくなるが、観測時間遅れは余り影響がないことがわかった。この傾向は3.の考察でも説明していたことであり、本論文で提案した制御則はこうした特徴を有することが周波数応答関数からも分かる。

5. 結 論

本論文では、地震等の非定常な外力に対して構造物の震動を最適に制御するためのアルゴリズムを構築し、状態量や地震動の観測時間遅れや、制御力の作用時間遅れを考慮に入れた定式化を行い、時間遅れが震動制御効果に及ぼす影響を調べた。このような震動制御を行うために未来の入力地震動を予測する必要があり、その予測法として、自己帰帰過程とカルマンフィルタを用いた方法を提案した。また震動制御効果を確認する方法として、制御力が作用する場合の周波数応答関数を求め、制御力や、観測時間および作用時間の遅れが系にどのような影響を与えるかを考察した。

本研究で得られた成果を以下に述べる。

- ① 構造物に入力するエネルギーを評価関数に取入れ、観測時間や制御力の作用時間に遅れが存在する場合の最適制御則を提案した。観測時間の遅れに関しては、震動制御効果に大きな影響は与えないが、作用時間の遅れに関しては、制御力が大きく求まる傾向が得られた。しかし、いずれの場合も制御効果は十分にあった。
- ② 自己帰帰過程を用いた地震動の予測は、予測の時間幅が小さければよい精度で求めることができた。また、カルマンフィルタのアルゴリズムにおけるシステム共分散 P の初期値や観測共分散 R の値によって予測波形は大きくかわり、これらの値を適切に選ぶことによって比較的よい精度で予測値を求めることができた。
- ③ 本研究では一般的レギュレータ問題の重み Q, R 以外に入力地震エネルギーを考慮した重み α がある。

制御力は q/r と α/r の2つのパラメーターで決まりこれらの値を適切に選択すれば、震動制御効果を十分に発揮できることを明らかにした。

④ 制御力が入力される場合の系の周波数特性は大きく変化し、応答値が小さくなることがわかった。この周波数特性も q/r と α/r の2つのパラメーターによって決定された。また観測時間と作用時間に遅れがある場合でも系の応答は十分抑えられていた。

終わりに本論文に関して今後の研究課題を以下に述べる。

- 1) 時刻 $k+\lambda+d$ ステップでの状態量を予測する場合に時刻 k 以降に入力する制御力はすべて同一としたが、実際は時間の関数で表されるので、この最適予測問題を解く必要がある。
- 2) 入力地震動の予測に関して数ステップを予測した場合は位相がずれた形態となってしまったが、この原因との1つとして、カルマンフィルタのアルゴリズムで自己回帰係数が時間更新しないことが挙げられる。状態遷移マトリクスを単位ではないある時間の関数で表す必要がある。

参 考 文 献

- 1) 最適制御入門：加藤寛一郎，東京大学出版社，1987
- 2) 最適制御理論：辻岡邦夫，産業図書，1977
- 3) Yang, J.N. Akbarpour, A. and Ghaemmaghami, P. : New Optimal Control Algorithms for Structural Control, Journal of Engineering Mechanics Division ASCE, Vol.113, No.9, pp.1369~1387, Sep. 1987.
- 4) Yang, J.N. and Akbarpour, A. : Practical Considerations for Structural Control : System Uncertainty, System time Delay, and Truncation of Small Control Forces, National Center for Earthquake Engineering Research (NCEER), Technical Report Nceer-87-0018, Aug. 1987.
- 5) Soong, T.T. and Skinner, G.T. : Experimental Study of Active Structural Control, Journal of Engineering Mechanics Division ASCE, Vol.107, No.EM 6, pp.1057~1067, Dec. 1981.
- 6) 矢作 枢・吉田和彦：高架橋における交通振動のアクティブコントロール，土木学会論文集，第356号/I-3, pp.435~444, 1985.
- 7) 片山 徹：応用カルマンフィルタ，朝倉出版，1983.
- 8) Rodellar, J. Chung, L.L. Soong, T.T. and Reinborn, A.M. : Experimental Digital Control of Structures, Journal of Engineering Mechanics, Vol.115, No.6, June. 1989.
- 9) 小島紀夫・篠崎寿夫：Z変換入門，東海大学出版会，1981.
(1990.4.16・受付)

PREDICTIVE CONTROL OF SEISMIC RESPONSE OF STRUCTURE WITH TIME DELAY

Tadanobu SATO, Kenzo TOKI and Masamichi HASHIMOTO

A new closed-open-loop optimal control algorithm is proposed that has been derived by minimizing the sum of the quadratic time-dependent performance index and the seismic energy input to the structural system. This new control law provides feasible control algorithms that can easily be implemented for applications to seismic-excited structures. To apply the developed continuous-time control algorithms to a real structural system we must take into account the time delay not only for digitizing the observed input motion and system response but for calculating the control force and for applying it in the form of stepwise functions through A/D converters. We developed the discrete-time formulations of active structural control which include the time delay compensation.

To compensate the time delay of control force the input earthquake motion must be predicted for the period to be used for generating the control force. We assumed an earthquake ground motion to be defined as an autoregressive process. We also developed a prediction method of earthquake motion for a few time step ahead of observation time by using Kalman filtering technique.