

## 任意方向単純せん断におけるダイレイタンシーの統一的解釈

## A UNIFIED LAW FOR DILATANCY UNDER MULTI-DIRECTIONAL SIMPLE SHEARING

福武毅芳\*・松岡 元\*\*

By Kiyoshi FUKUTAKE and Hajime MATSUOKA

Actual earthquakes generate complicated patterns of motions involving changes not only in amplitude but also in direction. In order to investigate the behavior under irregular pattern of shearing, several series of multi-directional drained simple shear tests on Toyoura sand were conducted by means of a simple shear test device incorporating two cyclic loading apparatus in two mutually perpendicular horizontal directions. Cumulative shear strain  $G^*$  and resultant shear strain  $\Gamma$  were introduced to find a unified law for dilatancy. And it was found that there exists a unique relationship between  $G^*$  and volumetric strains with a parameter of  $\Gamma$  independent of the shear strain history. Based on the arrangements of the test results, we find that the bowl-shaped slope, which compresses in accordance with  $G^*$ , exists in the strain space.

*Keywords*: dilatancy, multi-directional simple shearing, cumulative shear strain, resultant shear strain

## 1. はじめに

実際の地震のS波による水平地盤での挙動は、単純せん断変形に近く、しかも水平面における変位や加速度の軌跡は Fig. 1 に示すようにランダムな経路を描く。よって、地震時の砂地盤の挙動を検討するには、水平面内で任意方向へせん断したときの応力～ひずみ～ダイレイタンシー関係を算定する必要がある。しかし、従来の繰返しせん断試験は、三軸試験によるものが多く、また、繰返し単純せん断試験においても一方向の载荷に限られていた。

このような中で、軽部・福岡<sup>1)</sup>は水平二方向にせん断できる静的単純せん断試験装置を用いて排水繰返しせん断試験を行い、一方向繰返しせん断よりも多方向繰返しせん断の方が圧縮しやすいことを示している。また、Pype, Seed, Chan<sup>2)</sup>は振動台実験によって、多方向振動では一方向振動に比べて2倍の沈下が生じることを示している。さらに、石原・山崎<sup>3)</sup>、時松・吉見<sup>4)</sup>は、多方向せん断の影響が液化強度を低下させることを指摘

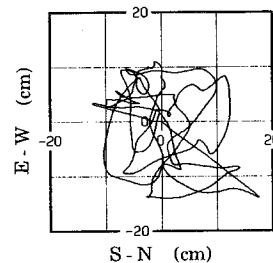


Fig. 1 Trajectory of displacement recorded in Hachinohe (Tokachi-oki earthquake, 1968).

している。よって、水平面（単純せん断面）内における多方向せん断の影響は大きく、ランダム方向の繰返しせん断時のダイレイタンシーの評価は重要であるといえる。

そこで、本研究ではまず豊浦砂を試料として、任意方向にせん断できる単純せん断試験機を用いて、回転経路を含む種々の経路の排水繰返しせん断を行った。そして上記の実験結果を統一的に検討するため、せん断ひずみ経路の長さを表す累加せん断ひずみ  $G^*$  と、半径方向の距離を表す合せん断ひずみ  $\Gamma$  とに着目した。この  $G^*$  と  $\Gamma$  を用いてダイレイタンシーを整理すれば、種々の経路のダイレイタンシーが統一的に解釈できることを

\* 正会員 工修 清水建設(株)大崎研究室研究員(元・名古屋工業大学大学院生)

(〒100 千代田区内幸町2-2-2 富国生命ビル27F)

\*\* 正会員 工博 名古屋工業大学教授 社会開発工学科  
(〒466 名古屋市昭和区御器所町)

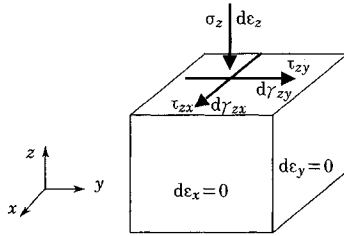


Fig. 2 Definition of stresses and strain increments.

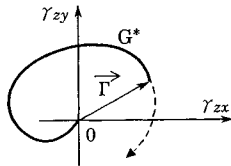


Fig. 3 The resultant shear strain  $\Gamma$  and cumulative shear strain  $G^*$ .

示した。

## 2. 諸量の定義

多方向単純せん断において、 $x, y, z$  軸の方向および応力やひずみ増分とそれらの正の方向を Fig. 2 のように定義する。単純せん断においては側方は固定されているため、 $d\epsilon_x = d\epsilon_y = 0$  である。したがって、鉛直ひずみ  $\epsilon_z$  は体積ひずみに等しい。また、応力はすべて有効応力を意味する。

任意方向へ単純せん断する場合のひずみ経路は、Fig. 3 のように水平面（単純せん断面）内でランダムなひずみ経路となる。そこで合せん断ひずみ  $\Gamma$  と累加せん断ひずみ  $G^*$  とを次式で定義する。

$$\Gamma = |\vec{\Gamma}| = \sqrt{\gamma_{zx}^2 + \gamma_{zy}^2} \dots \dots \dots (1)$$

$$G^* = \sum \Delta G^* = \sum |\Delta \vec{\Gamma}| = \sum \sqrt{\Delta \gamma_{zx}^2 + \Delta \gamma_{zy}^2} \dots \dots \dots (2)$$

$\Gamma$  は原点から半径方向の距離を表わし、 $G^*$  はひずみ経路に沿った長さを表わす。

水平面上のせん断・垂直応力比を次式で表わす。

$$X_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{\sigma_z}, \quad X_{zy} = \frac{\tau_{zy}}{\sigma_z} \dots \dots \dots (3)$$

$$X_z = |\vec{X}_z| = \frac{\tau_z}{\sigma_z} = \frac{\sqrt{\tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2}}{\sigma_z} \dots \dots \dots (4)$$

## 3. 任意方向単純せん断試験

### (1) 任意方向単純せん断試験機

本研究で用いた任意方向単純せん断試験機<sup>5)~7)</sup>の全景を Photo 1 に、また平面図と側面図を Fig. 4 に示す。形式としては NGI 型とほぼ同じであり、石原らの二方向単純せん断試験機<sup>3)</sup>を参考に作製した。供試体寸法は、直径 7 cm、高さ 2.7 cm の円柱形である。また、摩擦の

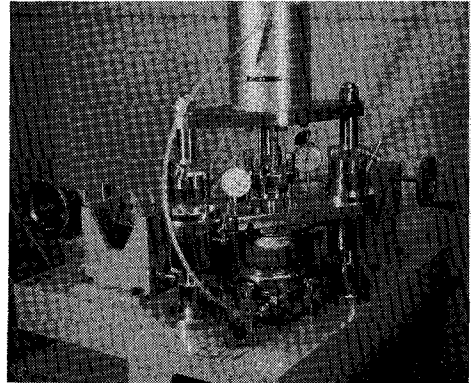


Photo 1 Multi-directional simple shear apparatus.

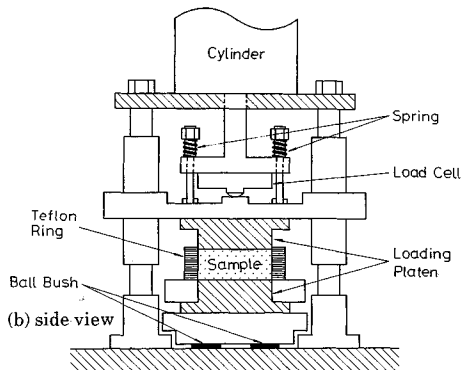
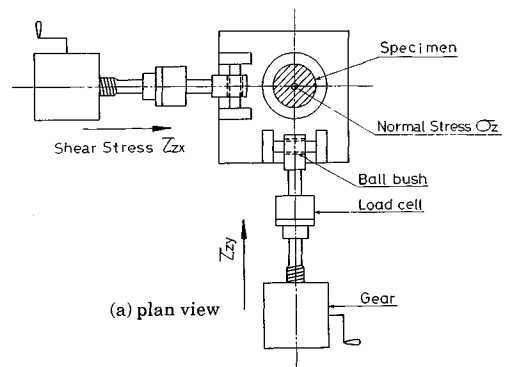


Fig. 4 Schematic illustration of the multi-directional simple shear apparatus.

非常に小さい薄い円形のテフロンリング 10 数枚を重ねて試料を拘束している。供試体の上下に取り付けるポラスストーンには直角二方向に金属の歯が付いており、試料とポラスストーンとの間ですべらないようにしてある。これによって、合せん断ひずみ  $\Gamma$  が 5% 程度までのせん断であればほぼ均一な変形が与えられる。 $\Gamma$  が 5% を越える場合には、試料とポラスストーンとの間ですべりが生じるので、実験はやや信頼性に欠ける

ものと思われる。鉛直応力  $\sigma_z$  は試料上部よりエアシリンダーを用いて載荷される。せん断応力  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_{zy}$  はエアシリンダーまたは手動ギアを用いてお互いに直交する二方向 ( $x$  方向,  $y$  方向) から独立に載荷され、応力制御でもひずみ制御でもせん断できる。せん断応力は試料下部の可動板に加えられ、これがボールベアリングの上で水平面上を任意方向に自由に動く。こうして任意方向の繰返しせん断が可能となる。試験中、 $\epsilon_x = \epsilon_y = \gamma_{xy} = \tau_{xy} = 0$  であり、 $\epsilon_z$ ,  $\gamma_{zx}$ ,  $\gamma_{zy}$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_{zy}$  は測定できるが、 $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  は測定できない。したがって厳密な三次元応力下での検討は困難である。

(2) 試料および供試体作製法

用いた試料は煮沸により飽和させた豊浦砂 ( $G_s = 2.65$ ,  $e_{max} = 0.95$ ,  $e_{min} = 0.58$ ) である。試料はスプーンで二層に分けて流し込んだのち、径 5 mm のアルミ棒で各層 30 回ずつ突いて作製した。せん断直前の間隙比  $e_0$  は 0.69~0.73 である。

(3) 実験方法

実験は、まず所定の鉛直応力  $\sigma_z$  のもとで  $K_0$  圧密する。 $K_0$  圧密終了時の鉛直応力は、以後、断りのない限り  $\sigma_z = 200 \text{ kN/m}^2$  である。引き続き排水せん断では、 $\sigma_z$  をそのまま一定値に保ってせん断する。

4. 任意方向単純せん断のダイレイタンスー特性

一般に土の体積ひずみ増分  $d\epsilon_z$  は、せん断によるひずみ増分  $d\epsilon_z^s$  と圧密によるひずみ増分  $d\epsilon_z^c$  とに分けられる。ここで、肩文字 's' はせん断成分を、'c' は圧密成分を意味している。 $d\epsilon_z^s$  は有効鉛直応力  $\sigma_z$  が一定のもとでせん断したときのダイレイタンスーのことであり、 $d\epsilon_z^c$  は  $\sigma_z$  の変化により生ずるひずみのことをいう。行った実験は、すべて  $\sigma_z$  が一定のもとでの排水せん断試験であるため、以下ではダイレイタンスー  $d\epsilon_z^s$  の特性について考察している。また、以下の記述に現われる  $x$  方向 ( $y$  方向) への載荷とは、Fig. 2 に示す  $x$  方向 ( $y$  方向) にせん断応力  $\tau_{zx}$  ( $\tau_{zy}$ ) を載荷することを意味している。

(1) 応力制御による直角二方向載荷試験

Fig. 5 に示すようなせん断応力経路で、 $y$  方向へ載荷除荷した後、 $x$  方向に載荷する応力制御の二方向せん断を行った。このときの  $\gamma_{zy} \sim \gamma_{zx}$  平面における  $x$  方向載荷 (第二載荷) 時のせん断ひずみ経路を Fig. 6 に示す。この図より、 $y$  方向に載荷除荷したとき 7.5% 程度の残留ひずみが残っており、次にこの状態から  $x$  方向に載荷すると、せん断ひずみ経路が  $y$  軸の負の方向にずれる傾向がみられる。この現象は次のようなものをイメージすると理解しやすい。

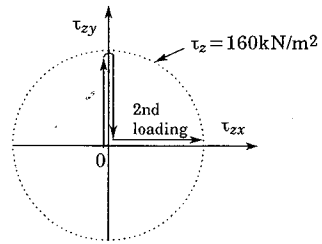


Fig. 5 Loading path in two-directional shearing.

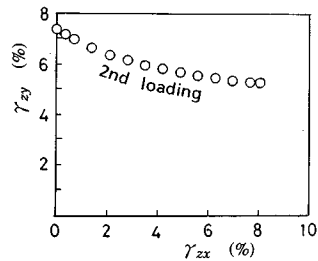


Fig. 6 Shear strain path in second loading to  $x$ -direction.

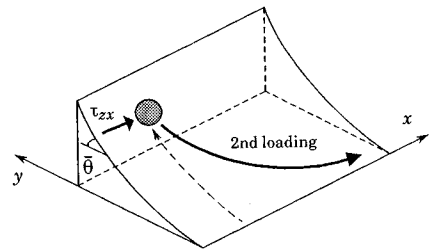


Fig. 7 Soil particle which is sheared with slipped down the slope.

$y$  方向に載荷除荷したときの平均的な土粒子の状態は、 $y$  方向へ上り勾配をもつ粒子接点角が卓越している状態にあると考えられる。これは土粒子が  $y$  方向載荷で形成された斜面に土粒子がまだとどまっている状態に対応する。このときの斜面の角度  $\bar{\theta}$  は、単純せん断面における粒子接点角の平均的な値に対応すると思われる。そのような状態のところへ第二載荷として  $x$  方向へせん断応力  $\tau_{zx}$  を載荷すれば、土粒子は Fig. 7 のように、 $y$  方向の第一載荷で形成された斜面をすべり降りながらせん断されることになる。そしていずれは  $x$  方向に斜面を形成し再び膨張し始めるであろう。このように解釈すれば、第二載荷時のせん断ひずみ経路が Fig. 6 のような曲線になることは納得できる。また、もし同様な二方向せん断を  $x$  方向と  $y$  方向との順序を逆にして行っても、同様な解釈が成り立つであろう。すなわちこのような斜面は放射上のあらゆる方向で考えることが可能である。よってこのような斜面を三次元的に拡張して考えると、「おわん」のような回転体の斜面が存在する

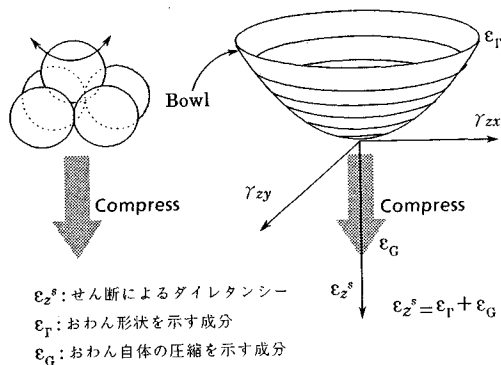


Fig. 8 The "bowl" in strain space and its microscopic image.

ものと仮想される。

(2) ひずみ空間において圧縮してゆく「おわん」<sup>8),9)</sup>

上記のような粒子接点角を反映した斜面上での粒子の動きは、物理空間におけるイメージであった。ここではこのイメージを Fig. 8 に示すようにせん断ひずみと体積ひずみ（鉛直ひずみ  $\epsilon_z^s$ ）を軸とするひずみ空間において仮定してみる。すなわち Fig. 8 に示すように、ひずみ空間において「おわん」のような回転体の斜面が存在するものと仮定する。このとき、おわんの接平面のなす立体角は単純せん断面上における平均的な粒子接点角を表わし、原点からの距離がせん断ひずみと体積ひずみに対応することになる。任意方向へのせん断時には、平均的な土粒子接点はこのおわん上を動くことになる。またこのとき同時におわん自体もせん断による攪乱とともに体積ひずみ方向（ $z$  方向）に圧縮してゆくものと考えられる。このような仮定に基づけば、結果的に観測されるせん断による体積ひずみ  $\epsilon_z^s$  は、おわん上を登り降りする成分とおわん自体が圧縮してゆく成分とを重ね合わせたものであると解釈される。このような多方向単純せん断の解釈は、Fig. 8 の左図に示すように土粒子が平均的に他の土粒子の間に落ち込んだりあるいは乗り上げたりしながら全体的に圧縮してゆくことに対応していると思われる。

ここでおわん上を登り降りする成分、すなわちおわんの底からあるところまでの高さを表わす成分を  $\epsilon_r$  とし、おわん自体がせん断による攪乱とともに圧縮してゆく成分を  $\epsilon_G$  とすれば、体積ひずみ  $\epsilon_z^s$  は、 $\epsilon_r$  と  $\epsilon_G$  との重ね合わせ； $\epsilon_z^s = \epsilon_r + \epsilon_G$  として表現できる。おわんの形を  $\epsilon_z^s$  軸（ $\gamma_{zx} = \gamma_{zy} = 0$ ）を中心とする回転体と仮定すれば、 $\epsilon_r$  は合せん断ひずみ  $\Gamma$  のみの関数で表現できる（ $\epsilon_r = f_1(\Gamma)$ ）。また、おわん自体の圧縮成分  $\epsilon_G$  は攪乱の関数（ $\epsilon_G = f_2(\text{攪乱})$ ）と考えられる。いま、攪乱を表わす指標として累加せん断ひずみ  $G^*$  を考えれば、 $\epsilon_G = f_2(G^*)$  のように  $G^*$  の関数として定式化できるものと思われる。そ

こで、ここでは、 $\epsilon_r, \epsilon_G$  を  $A, B, C, D$  を係数として次式で仮定する。

$$\epsilon_r = A \cdot \Gamma^B \dots \dots \dots (5)$$

$$\epsilon_G = \frac{G^*}{C + D \cdot G^*} \dots \dots \dots (6)$$

$\epsilon_r$  成分は、粒子がおわんのどの高さのところに存在するかを示すもので、おわんの底を基準にして常に膨張側の成分を表わす。微視的には粒子どうしの乗り上がりを表わしている（Fig. 8 参照）。これに対して  $\epsilon_G$  成分は、攪乱とともに粒子構造の弱点部分が崩れ収縮安定化し、全体が圧縮してゆくことを示す成分である。この  $\epsilon_G$  成分は繰返しせん断時のダイレイタンスの基盤となる重要な成分でマスターカーブ的なものであり、 $\epsilon_r$  成分はそれに付随する波打ち成分である。また、 $\epsilon_G$  成分は双曲線と仮定しているため、粒子構造の弱点部分の圧縮変形はせん断の初期において特に顕著であり、せん断による攪乱がある程度継続すれば、粒子構造は全体的に安定化し  $\Gamma = 0$  でのダイレイタンスはやがて最終圧縮量  $1/D$ （これは双曲線の漸近線）に落ち着くことを示している。

よって、このような性質をもつ  $\epsilon_r$  と  $\epsilon_G$  との和としてダイレイタンスを表現しているということは、「ダイレイタンスは、粒子どうしの乗り上がりによる膨張する過程と、構造の相対的に弱いところが崩れ収縮してゆく過程との兼ね合いで決まる」と解釈していることになる。

以上の重ね合わせ法則に基づいて体積ひずみ  $\epsilon_z^s$  は結局次式で表わされる。

$$\epsilon_z^s = \epsilon_r + \epsilon_G = A \cdot \Gamma^B + \frac{G^*}{C + D \cdot G^*} \dots \dots \dots (7)$$

上式よりせん断ひずみ（ $\Gamma, G^*$ ）～体積ひずみ（ $\epsilon_z^s$ ）関係が

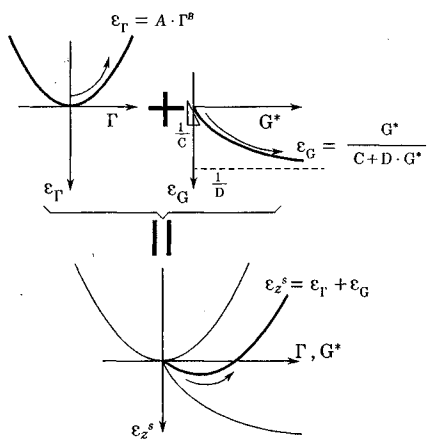


Fig. 9 Superposition of  $\epsilon_r$  and  $\epsilon_G$  in the case of uni-directional simple shearing.

求まったことになる。

Fig. 9には、単調载荷の場合の上式の重ね合わせ法則： $\epsilon_z^s = \epsilon_r + \epsilon_c$ を示す。 $\epsilon_z^s$ の最大圧縮点は、おわんを登る成分の増分 $\Delta\epsilon_r$ と、おわん自体が圧縮する成分の増分 $\Delta\epsilon_c$ とがちょうどバランスした状態( $\Delta\epsilon_r + \Delta\epsilon_c = 0$ )であると考えられる。

Fig. 10には、一方向繰返しせん断の場合を示す。途中の◎点で逆振りせん断した場合を考えると、粒子はそれまでおわんを登っていたのが、こんどは下ることになり、かつおわん自体も $G^*$ とともに圧縮してゆくので、ダイレイタンスの形は、第一载荷と比べてただらだとよく圧縮することになる。引き続きそのまません断して

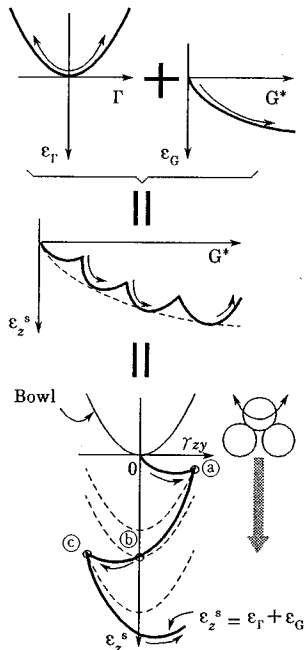


Fig. 10 Dilatancy in the case of repeated uni-directional simple shearing.

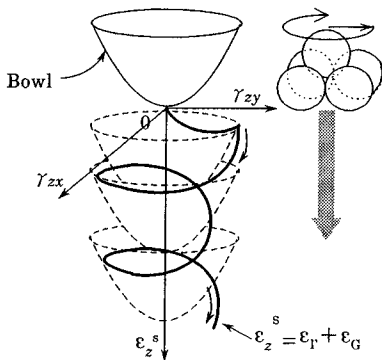


Fig. 11 Dilatancy in the case of repeated circular simple shearing.

ゆけば、粒子はいずれはおわんの底を通り過ぎ(◎点)またおわんを登ることになる。そして $\Delta\epsilon_r$ が $\Delta\epsilon_c$ をしのごとき再び膨張してくる(◎点)。以下何回も繰返しせん断を行えば上記のことを繰り返して波打ちながら圧縮してゆくことになる。繰返しせん断におけるこのような重ね合わせを用いたダイレイタンスの算定法は、Fig. 11に示すように、円経路せん断はもとより全くランダムな経路における繰返しせん断においてもそのまま適用できる。

また緩詰め、密詰めのだイレイタンス特性の差異は、 $\epsilon_c$ と $\epsilon_r$ との相対的な大きさの割合で表現できる。たとえば、非常に緩い砂や粘土のように構造的に弱点の卓越

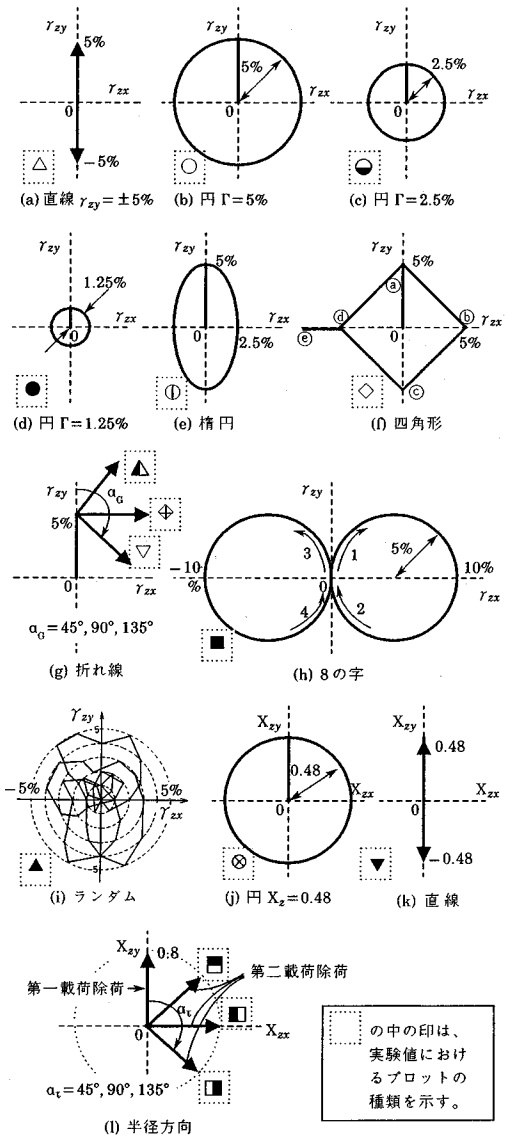


Fig. 12 Various loading paths in simple shear tests.

する土では、圧縮成分  $\epsilon_c$  が卓越し膨張成分  $\epsilon_r$  が相対的に小さいため、ダイレイタンスの形はほとんど  $\epsilon_c$  そのものとなる。

5. 排水繰返しせん断試験による検証

ここでは、前節のようなダイレイタンスの考え方を、種々の経路における排水せん断試験結果をもとに検証する。

まず Fig. 12 (b), (c), (d) に示すように  $\Gamma = 5\%$ ,  $2.5\%$ ,  $1.25\%$  なる3種類のひずみ円経路に沿ってせん断した場合の実験データについて考察する。この実験では、第一載荷として半径方向に所定の  $\Gamma$  となるまでせん断した後、円経路に沿って右回りにせん断するものである。ただし、 $\Gamma = 1.25\%$  の場合は途中の3周目 ( $G^* = 17\%$ ) から逆回り(左回り)となっている。

ひずみ円経路せん断では、 $\Gamma = \text{一定}$  であるから  $\epsilon_r$  成分が一定となり、マスターカーブ ( $G^* \sim \epsilon_z^s$  関係) に平行な滑らかな曲線に沿って圧縮することになる。よって、ひずみ空間におけるダイレイタンスの軌跡は Fig. 11 に示すようにらせん状になるものと思われる。このダイレイタンスを  $G^* \sim \epsilon_z^s$  関係で整理したのが Fig. 13 である。 $\Gamma$  の大小にかかわらず、また途中で回転方向が変わっても  $\epsilon_z^s$  が  $G^*$  に対して滑らかでお互いに平行な曲線に沿って圧縮してゆくのがわかる。またお互いの曲線間の距離はそれぞれの  $\epsilon_r$  成分の差異によるものであると考えられる。

次に Fig. 12 に示すすべての経路に沿ってせん断した場合の種々の実験データについて検討する。ただし、(a)~(i) はひずみ制御の実験であり、(j)~(l) は応力制御の実験である。これらすべての実験データを  $G^* \sim \epsilon_z^s$  関係で整理しても、おのおのの  $\epsilon_r$  成分がさまざまのためにばらばらになってしまう。そこで、 $\Gamma = 5\%$ ,  $2.5\%$ ,  $0\%$  の3つに着目し、 $\epsilon_r$  成分を固定して各種の実験データを整理すれば、Fig. 14 に示すようにそれぞれユニークに整理される。図中のプロットの種類は、載荷経路の違いにより区別しており Fig. 12 中に示してある。同図よりいかなる経路のせん断

試験結果も  $\Gamma = \text{一定}$  ( $\epsilon_r$  成分 = 一定) で整理してやれば、 $G^* \sim \epsilon_z^s$  関係が1本の曲線で整理されることがわかる。

また、Fig. 12 の経路の実験における体積ひずみのうち、 $G^* = \text{一定} = 10\%$  ( $\epsilon_c$  成分 = 一定) における体積ひずみを  $\Gamma$  に対して整理すると、Fig. 15 のようにユニークに整理される。この曲線は  $G^* = 10\%$  における  $\epsilon_r$  成分を表わしており、この形そのものがおわんの形を表わしている。すなわち、Fig. 15 で表わされるおわんが、Fig. 14 のように  $G^*$  とともに圧縮してゆくことになる。

以上の実験結果より、式 (7) がせん断経路のいかんを問わず成り立つことが検証された。

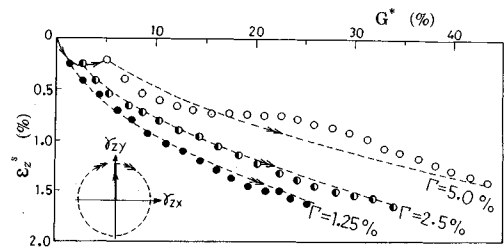


Fig. 13 Relation between  $G^*$  and  $\epsilon_z^s$  in circular shear strain path.

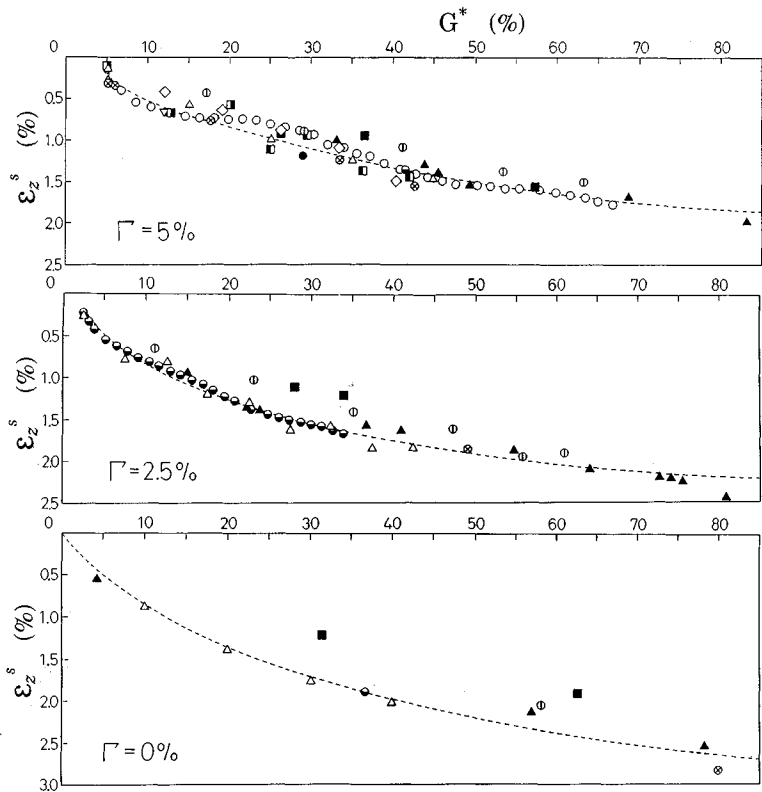


Fig. 14 Relation between  $G^*$  and  $\epsilon_z^s$  in various loading path (at  $\Gamma = 5\%$ ,  $2.5\%$ ,  $0\%$ ).

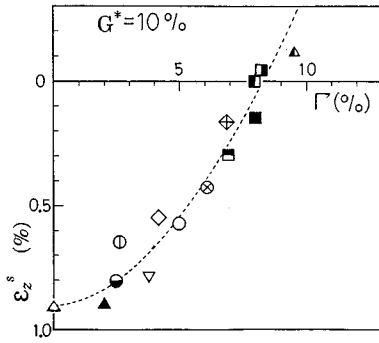


Fig. 15 Relation between  $\Gamma$  and  $\epsilon_z^s$  in various loading path (at  $G^*=10\%$ ).

6. 合せん断ひずみ  $\Gamma$  をパラメーターとしたときの累加せん断ひずみ  $G^*$  と体積ひずみ  $\epsilon_z^s$  との関係

上記のような実験結果より、 $G^* \sim \epsilon_z^s$  関係には Fig. 16 に示すような  $\Gamma$  をパラメーターとした曲線群が存在するものと思われる。すなわち、一定の  $\Gamma$  に着目（おわんの同じ高さに着目）すれば  $G^*$  が大きいほど圧縮量が多い。Fig. 17 に示すように、一方向繰返しせん断試験のデータを同じ  $\Gamma$  における  $\epsilon_z^s$  を連ねることによっても、これらの曲線群を得ることができる。これらの曲線群のうち、 $\Gamma=0\%$  における曲線はおわんの底の軌跡を表わすため、 $\epsilon_z^s$  の最大値に相当する。よって、式 (6)

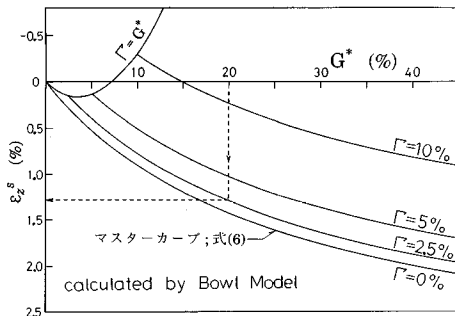


Fig. 16 Relation between  $G^*$  and  $\epsilon_z^s$  with parameter of  $\Gamma$ .

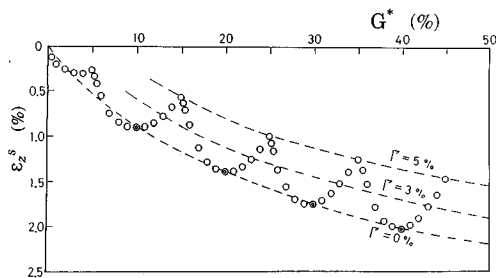


Fig. 17 Method for determining curves with constant  $\Gamma$  from the data of uni-directional simple shear test.

のマスターカーブは一方向繰返しせん断において、 $\Gamma=0\%$  における  $\epsilon_z^s$  を連ねることによって得られる。 $\Gamma=G^*$  の曲線は半径方向単調載荷の場合のダイレイタンスであり、最もよく膨張する場合に相当する。したがって、Fig. 16 のような  $G^* \sim \epsilon_z^s$  関係において、いかなる経路のせん断においても、ダイレイタンスは必ず  $\Gamma=0\%$  の曲線と  $\Gamma=G^*$  の曲線との間に存在することになる。

ここで Fig. 16 の曲線群が一方向繰返しせん断試験などから得られたとする。そして Fig. 18 に示すような任意のひずみ経路を考え、点②までの累加せん断ひずみ  $G^*$  と合せん断ひずみ  $\Gamma$  とがたとえば  $G^*=20\%$ 、 $\Gamma=2.5\%$  とすれば、Fig. 16 中の破線の矢印で示しているように、②点での体積ひずみは簡単に求めることができる。

ところで、Fig. 12 のデータのうち、振幅  $\gamma_{zy} = \pm 5\%$  の直線経路せん断と  $\Gamma=5\%$  の円経路せん断の試験結果に着目すると、1周期当たりの  $G^*$  は円経路せん断の方が  $(2\pi \times \text{半径}) / (4 \times \text{半径})$  倍 = 1.57 倍長い。よって体積ひずみ  $\epsilon_z^s$  を繰返し回数  $N$  で整理すれば、円経路せん断の方がよく圧縮することになる。Fig. 19 は、直線経路 ( $\Delta$ 印) と円経路 ( $\circ$ 印) のせん断試験の  $\Gamma=5\%$  での  $\epsilon_z^s$  を繰返し回数  $N$  に対してプロットしたものである。やはり円経路せん断試験の体積ひずみの方がよく圧縮しており、 $G^*$  に対してユニークに整理できたダイレイタンスも、 $N$  に対してはユニークに整理できない<sup>(10),(11)</sup>ことになる。ただし、直線経路のせん断試験では、おわんの底を通るので、図中の破線のように波打ちながら圧縮する。よって、 $N$  が小さいときは部分的に直線

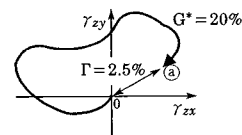


Fig. 18 Shear strain path.

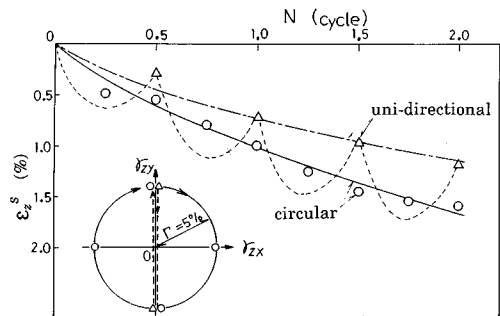


Fig. 19 Relation between  $N$  and  $\epsilon_z^s$  at  $\Gamma=5\%$ .

経路の方が良く圧縮することもあるので注意を要する。なお、円経路せん断では直線経路せん断よりも体積ひずみが1.5倍程度よく圧縮する傾向は、松岡ら<sup>12)</sup>が三主応力制御試験機を用いて行った正八面体面上の応力経路においても示されているのは興味深い。このような傾向より、液状化問題においては、一方向せん断よりも多方向せん断の方が危険であるといえる。

7. ダイレイタンスーの計算例

ここでは、式(7)に示す提案したダイレイタンスーモデルに基づいた計算結果を示し、実験結果と比較する。対象とした実験は、Fig. 12の(a)に示す一方向繰返しせん断と(i)に示すランダムなひずみ経路でのせん断試験結果である。(i)は、実際の地震の水平面上の変位軌跡を意識して行った試験であり、その経路は折線であって折れ曲がり点では $\Gamma$ がちょうど0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%となっている。

用いたパラメーターは、一方向繰返しせん断試験結果より決定した。すなわち、式(6)のマスターカーブに関するパラメーターC, Dについては、Fig. 20に示すように $G^* \sim G^*/\epsilon_z^s$ の直線関係から決定した。パラメーターA, Bについては、マスターカーブである $\epsilon_G$ 成分を決定後に、 $\epsilon_z^s$ のカーブフィッティングより決定した。カーブフィッティングは、 $\epsilon_z^s$ より $\epsilon_G$ 成分を差し引いた成分について行った。用いた値は、 $A = -0.03$ ,  $B = 1.6$ ,  $C = 8.0$ ,  $D = 0.3$ である。Fig. 16に示す曲線は、このパラメーターを用いた式(7)の計算曲線であり、Fig. 13, 14の実験結果と良く一致している。

Fig. 21には、一方向繰返しせん断とランダムひずみ経路(Fig. 12(i))のせん断試験の実測値と計算値との

比較を示す。ランダム経路の実験では、ひずみ経路の折れ曲がり点の値をプロットしており、図中の実線は単にそのプロットを結んだものである。計算値も同様である。実測値も計算値も $\Gamma$ が同じところでの結果はプロットの形を同じにしてある。実測値において注目すべきは、一見ランダムに圧縮してゆくようにみえる体積ひずみも、 $\Gamma$ が同じところでみてやれば1本の滑らかな曲線となることである。たとえば、 $\square$ プロットを連ねると波打たない滑らかな1本の曲線となる。このように全くランダムな経路においても、 $\Gamma$ をパラメーターとした曲線が存在することは興味深い。

また、このダイレイタンスー計算法に基づけば、どのようなせん断経路においてもマスターカーブ( $G^* \sim \epsilon_G$ )は1本となる。マスターカーブは式(6)より $G^* \rightarrow \infty$ で $\epsilon_G \rightarrow 1/D$ となる。したがって、一方向の数回の繰返しせん断試験のデータをFig. 20のように整理し、その直線の傾き(D)を求めれば、任意経路で多数回繰り返したときの最大圧縮量(1/D)は予測できることになる。

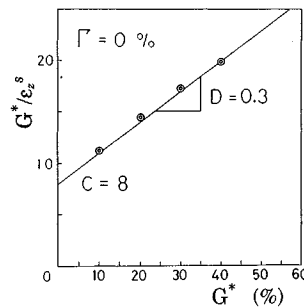


Fig. 20 Determination method of C and D by relation between  $G^*$  and  $G^*/\epsilon_z^s$ .

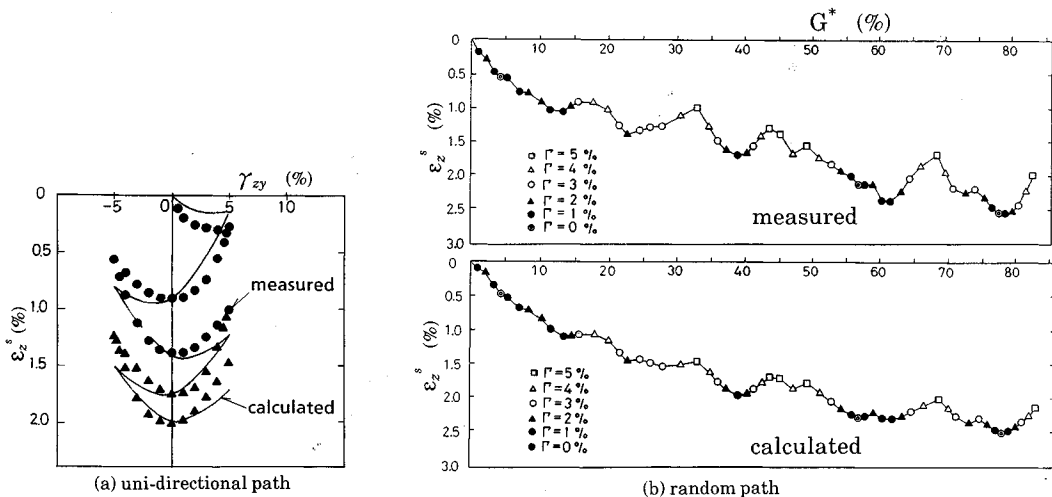


Fig. 21 Comparison of measured values with calculated values of  $\epsilon_z^s$ .



## 8. 結 論

実際の地震時の地盤の挙動を解明するため、任意方向にせん断できる単純せん断試験機を用いて種々のせん断経路の排水せん断試験を行った。そして、これらのダイレイタンシー特性を统一的に整理するため、累加せん断ひずみ  $G^*$  と合せん断ひずみ  $\Gamma$  を導入した。その結果、せん断経路のいかんにかかわらず、体積ひずみ  $\varepsilon_v^*$  と  $G^*$  との間に  $\Gamma$  をパラメータとしたユニークな関係があることを見出した。これらのことは、ひずみ空間においておわんの形をした斜面が存在し、そのおわんが  $G^*$  とともに圧縮してゆくモデルを考えることによって解釈できた。このモデルにより種々のダイレイタンシーが统一的に説明できることを示した。

本論文は第一著者が名古屋工業大学修士論文としてまとめたものの一節である。

最後に、この論文を執筆するにあたり、実験等でご援助いただき有益なご助言を頂いた竹田一夫助手（現・愛知県庁）、陳 越助教授（中華人民共和国福州大学）、学部生 宮林辰雄氏、森山幸司氏（現・建設省）、伊藤 学氏（現・五洋建設）、三田村裕和氏（現・日栄建設）に感謝の意を表します。

### 参 考 文 献

- 1) 軽部大蔵・福岡良武：砂の XY シンプルシア試験，昭和49年度土木学会関西支部年次学術講演会Ⅲ-3，pp.1~2，1974.
- 2) Pyke, R., Seed, H. B. and Chan, C. K. : Settlement of sands under multidirectional shaking, JGED, ASCE, Vol.101, No. GT4, pp.379~398, 1975.
- 3) Ishihara, K. and Yamazaki, F. : Cyclic simple shear tests on saturated sand in multi-directional loading, Soils and Foundations, Vol. 20, No. 1, pp. 45~59, 1980.
- 4) Tokimatsu, K. and Yoshimi, Y. : Liquefaction of sand due to multidirectional cyclic shear, Soils and Foundations, Vol. 22, No. 3, pp. 126~130, 1982.
- 5) 竹田一夫・松岡 元・福武毅芳：水平面内全方向単純せん断試験機による砂の繰返しせん断特性，第38回土木学会年次講演会Ⅲ-22，pp.43~44，1983.
- 6) 松岡 元・竹田一夫・福武毅芳・宮林辰雄・森山幸司：任意方向単純せん断試験における砂の応力・ひずみ挙動，第19回土質工学研究発表会118，pp.277~278，1984.
- 7) Chen, Y. and Matsuoka, H. : Analysis of multi-directional simple shear tests on sand, Soils and Foundations, Vol. 25, No. 4, pp. 147~158, 1985.
- 8) 福武毅芳・松岡 元・竹田一夫・陳 越：任意方向単純せん断における体積ひずみ特性，第39回土木学会年次講演会Ⅲ-29，pp.57~58，1984.
- 9) 松岡 元・福武毅芳・伊藤 学・三田村裕和：任意方向単純せん断時の砂の応力・ひずみ関係と液状化解析，第20回土質工学研究発表会118，pp.287~290，1985.
- 10) 八木則男：繰返しせん断による砂の体積変化と過剰間隙水圧，第7回土質工学研究発表会75，pp.297~300，1972.
- 11) Oh-oka, H. : Drained and undrained stress-strain behavior of sands subjected to cyclic shear stress under nearly plane strain conditions, Soils and Foundations, Vol.16, No. 3, pp.19~31, 1976.
- 12) Matsuoka, H., Koyama, H. and Yamazaki, H. : A constitutive equation of sands and its application to analyses of rotational stress paths and liquefaction resistance, Soils and Foundations, Vol. 25, No. 1, pp. 27~42, 1985.

(1989.5.31・受付)