

# 一地点の観測記録を含む地震波形の時空間関数のシミュレーション\*

## SIMULATION OF SPACE-TIME VARIATION OF EARTHQUAKE GROUND MOTION INCLUDING A RECORDED TIME HISTORY

川上 英二\*\*

By Hideji KAWAKAMI

Strong motion records are often used as the ground motion inputs in the earthquake analysis and design of structures. In particular, for the design of underground structures, not only the time history at any particular point on the Earth's surface but also the space-time variation of the ground motion is needed. A method is developed for generating an artificial and simulated space-time variation which is characterized by a given cross-correlation function and includes a recorded strong ground motion at a point. Some examples of the application of the proposed method are given, and it is shown that a good convergence is obtained.

Keywords: earthquake, ground motion, simulation, underground structures

### 1. 序 文

トンネル、パイプライン、地中埋設管路等の地震波動の伝播に伴う動的応答解析、耐震設計を行う場合、これらの挙動は、応答変位法、動的解析法を用いて検討することが多い。まず、管路・地盤・基盤を含む力学モデルを作成し、地盤または基盤における地震動を入力する必要がある(図-1<sup>1)</sup>参照)。地盤または基盤からの地震入力は、管路に沿った各点で与える必要があり、この各点での変位の時刻歴を、つまり、時間および空間の関数としての地震波形をどのように想定するかは、管路の応答に支配的な影響を及ぼすため重要な問題である。

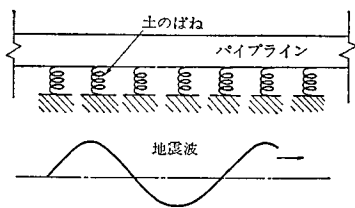


図-1 パイプラインの力学モデル(久保<sup>1)</sup>による)

従来、時間に関する入力地震動としては、エル・セントロ地震、タフト地震、十勝沖地震、新潟地震等の過去のある一地点で実測された強震観測記録に基づく波形が用いられることが多い。また、得られた波形を場所に関して伝播させる際には、

- ① 全く同一の波形が、ある一定の見掛け速度で水平方向に伝播する場合、または、
- ② 入力地震動の場所による違いが管路の挙動に及ぼす影響は、表面層の不均質性の影響に比べ少ないと考え、場所によらず同一波形、同一位相の波形を基盤から入射させる場合、

を想定することが多い。

しかし、①の考えに基づいた場合、見掛け速度として、地盤のせん断波速度を用いるか、アレー観測記録の相互相関関数のピークから求められた値を用いるかでは結果が著しく異なる可能性があること、また、合理的であるという点では、見掛け速度としては後者の値を用いるのが妥当であるが、この場合、波形が場所によらず同一であると仮定し、波形の変形の影響を無視しているため、危険側の評価を与える可能性があること等が問題である。

また、②の考えは主に地盤構造が場所により大きく異なる地盤に対して用いられている。しかし、たとえば、

\* 土木学会年次学術講演会I部(1988)で一部発表。

\*\* 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科  
(〒338 浦和市下大久保 255)

地表面が水平方向に一樣な場合には、地表面ではひずみが生じないという問題を含んでいる。

一方、近年、アレー観測結果を用いて、地震波動の場所による変形に関する研究が行われ、また、この波形変形が地盤のひずみに与える影響が検討されている<sup>2)-11)</sup>。

さらには、最近、時間・空間の関数としての地震動のシミュレーションに関する研究が、いくつか行われている。相互相関関数またはクロススペクトルを満足する、場所と時間との関数としての波形のシミュレーションが、Shinozukaら<sup>12),13)</sup>、Naganumaら<sup>14)</sup>、星谷ら<sup>15),16)</sup>、原田ら<sup>17)-19)</sup>、Deodatisら<sup>20)</sup>等により行われている。これらの相互相関関数、クロススペクトルを用いると、波形の定常性を仮定することになるが、観測結果のもつ情報を時間差、二地点間の距離、振動数、波数の関数として集約でき、波形の伝播、変形をともに考慮することが可能となる。

しかしながら、これらのシミュレーションでは、あまりにも数多くの波形がシミュレートできるため、逆に、これらの中から、応答解析に使用する、1, 2個の波形をどのように選ぶかが問題になる。また、いずれの方法においても、観測された強震記録をどの地点においても正確には満足していないために、入力波形として用いるには実際のようでなく、解析結果の説得力が弱い。このため、耐震設計に際し、少数の入力地震動を設定して応答計算を行うに際しては、現実的な地震波形であるという理由から、実際に観測された強震波形と、①, ②のように簡単な波形の伝播とを仮定して応答計算を行ってしまう場合が多いものと考えられる。

また、建築物の耐震設計を行う場合を考えてみても、入力地震動としては、人工的にシミュレートされた波形を用いる場合もあるが、エル・セントロ地震、タフト地震、十勝沖地震等の実測された地震動波形を用いて耐震性のチェックが行われることが多い。これは、実際に観測された波形は現実的であるという理由で尊重されている結果であると考えられる。建築物の場合には、これら一地点における波形で十分であると考えられるが、地中構造物の場合には地震動の時間のみでなく場所に関する変動、つまり、波動の伝播および波形の変形、が重要となるため、観測された地震動波形だけでは不十分である。地中埋設管に対しても、建築物に対してと同様に、代表的な、かつ、現実的な地震波形を作るための研究が必要であると考えられる。

本研究の目的は、現実的で、波形の変形を考慮した、地中埋設構造物に対する時空間関数としての入力波をシミュレートするための手法を展開することである。

まず、地盤の変位  $F(x, t)$  を埋設管路に沿った一次元の場所  $x$  と時間  $t$  に関する二重フーリエ級数に展

開する。関数  $F(x, t)$  は次の2つの条件を満足するものと仮定する。

① 従来の研究に基づき与えられた相互相関関数を満たす。この相互相関関数により、波動の伝播速度、波形の変形の程度（コヒーレンシー）等が与えられる。

② 一地点の観測地点においては観測記録を厳密に満たす。

本論文においては、これら2つの条件を満たす地盤変位をシミュレートする方法を2, 3. で示す2種類の方法で定式化した。2. で示す理論1は二重フーリエ級数の係数を未知数として最適化問題として定式化するアルゴリズムである。また、3. で示す理論2は二重フーリエ級数の係数を変数変換することにより、未知数を位相角とし、理論1の場合と同様に最適化問題として定式化したものである。なお、本論文で提案した方法でも、初期値を変えることにより、いくつかの解を求め得る可能性は存在するものの、まずは1つの解を求めることを目的としており、こうした意味で本論文は決定論的に展開されたものである。

次に、簡単な理論波形および相互相関関数が存在するいくつかの例に対して、提案した手法を適用し、最適化の計算を行い、理論どおりの収束結果が得られることを示した。

さらに、より実際問題に近い例として、観測波形としては、地震波のパワースペクトルに対する従来の経験式を満足する波形をシミュレートした。また、波が正方向にある波速で伝播し、また、二地点間距離が離れるほど、相関が減少するような、相互相関関数を想定し、時空間関数としての波形をシミュレートした。そして、この波形が、仮定した相互相関関数および観測記録を満足していることを示した。

## 2. 理論1（二重フーリエ級数の係数を未知数とする場合）

場所  $x$  と時間  $t$  における地盤の変位を  $F(x, t)$  で表わし、これを、 $0 \leq x \leq X$ ,  $0 \leq t \leq T$  の  $x-t$  平面内の長方形領域で二重フーリエ級数に展開する。

$$F(x, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \{ a_{mn} \cos(k_m x) \cos(\omega_n t) + b_{mn} \cos(k_m x) \sin(\omega_n t) + c_{mn} \sin(k_m x) \cos(\omega_n t) + d_{mn} \sin(k_m x) \sin(\omega_n t) \} \dots \dots (1)$$

ただし、 $k_m = 2\pi m/X$ ,  $\omega_n = 2\pi n/T$  である。この場合、係数は  $m \neq 0$ ,  $n \neq 0$  の場合

$$\left. \begin{aligned} a_{mn} &= \frac{1}{XT} \int_0^X \int_0^T F(x, t) \cos(k_m x) \cos(\omega_n t) dt dx \\ b_{mn} &= \frac{1}{XT} \int_0^X \int_0^T F(x, t) \cos(k_m x) \sin(\omega_n t) dt dx \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} c_{mn} &= \frac{1}{XT} \int_0^x \int_0^T F(x, t) \sin(k_m x) \cos(\omega_n t) dt dx \\ d_{mn} &= \frac{1}{XT} \int_0^x \int_0^T F(x, t) \sin(k_m x) \sin(\omega_n t) dt dx \\ &\dots\dots\dots (2) \end{aligned} \right\}$$

また、 $m=0, n=0$  の場合、積分の前の係数は  $4/(XT)$ 、 $m=0, n \neq 0$  または  $m \neq 0, n=0$  の場合、係数は、 $2/(XT)$  となる。

(1) 相互相関関数を満足する

位置  $x$ 、時刻  $t$  での変位  $F(x, t)$  が式 (1) で表わされる場合、位置  $x_0$ 、時間  $\tau$  だけ異なる点での変位は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} &F(x+x_0, t+\tau) \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [a_{mn} \cos\{k_m(x+x_0)\} \cos\{\omega_n(t+\tau)\} \\ &\quad + b_{mn} \cos\{k_m(x+x_0)\} \sin\{\omega_n(t+\tau)\} \\ &\quad + c_{mn} \sin\{k_m(x+x_0)\} \cos\{\omega_n(t+\tau)\} \\ &\quad + d_{mn} \sin\{k_m(x+x_0)\} \sin\{\omega_n(t+\tau)\}] \dots (3) \end{aligned}$$

そこで  $F(x, t)$  と  $F(x+x_0, t+\tau)$  を掛け合わせ、場所  $x$ 、時間  $t$  で平均する。そして、相互相関関数  $R_{x\tau}(x_0, \tau)$  を求める。

$$\begin{aligned} R_{x\tau}(x_0, \tau) &= a_{00}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} (a_{0n}^2 + b_{0n}^2) \cos(\omega_n \tau) \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2} (a_{m0}^2 + c_{m0}^2) \cos(k_m x_0) \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{4} (a_{mn}^2 + b_{mn}^2 + c_{mn}^2 + d_{mn}^2) \right. \\ &\quad \cdot \cos(k_m x_0) \cos(\omega_n \tau) \\ &\quad + \frac{1}{2} (a_{mn} d_{mn} - b_{mn} c_{mn}) \sin(k_m x_0) \\ &\quad \left. \cdot \sin(\omega_n \tau) \right] \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

一方、距離  $x_0$ 、時間差  $\tau$  の関数である相互相関関数  $R_{x\tau}(x_0, \tau)$  を二重フーリエ級数に展開したもの

$$\begin{aligned} R_{x\tau}(x_0, \tau) &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [A_{mn} \cos(k_m x_0) \cos(\omega_n \tau) \\ &\quad + B_{mn} \cos(k_m x_0) \sin(\omega_n \tau) \\ &\quad + C_{mn} \sin(k_m x_0) \cos(\omega_n \tau) \\ &\quad + D_{mn} \sin(k_m x_0) \sin(\omega_n \tau)] \\ &= A_{00} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{0n} \cos(\omega_n \tau) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{0n} \sin(\omega_n \tau) \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} A_{m0} \cos(k_m x_0) + \sum_{m=1}^{\infty} C_{m0} \sin(k_m x_0) \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [A_{mn} \cos(k_m x_0) \cos(\omega_n \tau) \\ &\quad + B_{mn} \cos(k_m x_0) \sin(\omega_n \tau) \\ &\quad + C_{mn} \sin(k_m x_0) \cos(\omega_n \tau) \\ &\quad + D_{mn} \sin(k_m x_0) \sin(\omega_n \tau)] \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

と、係数を比較すると、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} &m=0, n=0 \text{ の場合} \\ &A_{00} = a_{00}^2 \\ &B_{00} = 0 \\ &C_{00} = 0 \\ &D_{00} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} &m=0, n \neq 0 \text{ の場合} \\ &A_{0n} = (a_{0n}^2 + b_{0n}^2)/2 \\ &B_{0n} = 0 \\ &C_{0n} = 0 \\ &D_{0n} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} &m \neq 0, n=0 \text{ の場合} \\ &A_{m0} = (a_{m0}^2 + c_{m0}^2)/2 \\ &B_{m0} = 0 \\ &C_{m0} = 0 \\ &D_{m0} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} &m \neq 0, n \neq 0 \text{ の場合} \\ &A_{mn} = (a_{mn}^2 + b_{mn}^2 + c_{mn}^2 + d_{mn}^2)/4 \\ &B_{mn} = 0 \\ &C_{mn} = 0 \\ &D_{mn} = (a_{mn} d_{mn} - b_{mn} c_{mn})/2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

以上導かれた式 (6)~(9) は、波形の伝播および波形変形が、与えられた相互相関関数に従って行われるために満足すべき条件式である。

(2) 観測地点においては観測記録を厳密に満たす次に、②の条件に対しては、観測点の位置  $x=x_s$  を固定して考え、時刻  $t$  のみの関数として変位  $F(x_s, t)$  を考え、式 (1) のように二次元のフーリエ級数に展開されたものを、時刻  $t$  のみのフーリエ級数に書き直す。

$$\begin{aligned} F(x_s, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} \{a_{mn} \cos(k_m x_s) + c_{mn} \sin(k_m x_s)\} \right. \\ &\quad \cdot \cos(\omega_n t) + \sum_{m=0}^{\infty} \{b_{mn} \cos(k_m x_s) \\ &\quad \left. + d_{mn} \sin(k_m x_s)\} \sin(\omega_n t) \right] \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

一方、従来のスペクトル解析で行われているように、観測点  $x=x_s$  での変位記録  $F(x_s, t)$  は時刻  $t$  のみの関数であり、時刻  $t$  でフーリエ級数に展開すると次式となり、

$$F(x_s, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \{a_{sn} \cos(\omega_n t) + \beta_{sn} \sin(\omega_n t)\} \dots\dots\dots (11)$$

実測記録より係数  $a_{sn}, \beta_{sn}$  が求められる。式 (10), (11) の右辺の  $\cos, \sin$  の係数を比較し、次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} a_{sn} &= \sum_{m=0}^{\infty} \{a_{mn} \cos(k_m x_s) + c_{mn} \sin(k_m x_s)\} \\ \beta_{sn} &= \sum_{m=0}^{\infty} \{b_{mn} \cos(k_m x_s) + d_{mn} \sin(k_m x_s)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

本式の  $m, n$  に関する無限級数を有限な級数 ( $0 \leq m \leq M, 0 \leq n \leq N$ ) とし、マトリックス表示すると

$$\{1 : \cos(k_1 x_s) \sin(k_1 x_s) : \dots : \cos(k_m x_s) \sin(k_m x_s)\}$$

$$\times \begin{Bmatrix} a_{0n} \\ a_{1n} \\ c_{1n} \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{mn} \\ c_{mn} \end{Bmatrix} = a_{sn}$$

$$\{1 : \cos(k_1 x_s) \sin(k_1 x_s) : \dots : \cos(k_m x_s) \sin(k_m x_s)\}$$

$$\times \begin{Bmatrix} b_{0n} \\ b_{1n} \\ d_{1n} \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{mn} \\ d_{mn} \end{Bmatrix} = \beta_{sn} \quad (n \neq 0 \text{ の場合})$$

.....(13)

(3) 最適化問題への置き換え

結局, 以上の問題は, 制約条件を式 (13) として, 次の目的関数を最小とする係数  $a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}$  を求める最適化問題になる.

$$\Delta_n = \sum_{m=0}^M f(a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}) \rightarrow \text{minimum} \quad (=0)$$

.....(14)

ただし, 式 (6)~(9) より,

$$f(a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}) = \begin{cases} |A_{00} - a_{00}^2|^2 & (m=0, n=0 \text{ の場合}) \\ |A_{0n} - (a_{0n}^2 + b_{0n}^2)/2|^2 & (m=0, n \neq 0 \text{ の場合}) \\ |A_{m0} - (a_{m0}^2 + c_{m0}^2)/2|^2 & (m \neq 0, n=0 \text{ の場合}) \\ |A_{mn} - (a_{mn}^2 + b_{mn}^2 + c_{mn}^2 + d_{mn}^2)/4|^2 \\ \quad + |D_{mn} - (a_{mn}d_{mn} - b_{mn}c_{mn})/2|^2 & (m \neq 0, n \neq 0 \text{ の場合}) \end{cases}$$

.....(15)

この条件付最適化問題を数値計算を行うことにより解き, 係数  $a_{mn}, b_{mn}, c_{mn}, d_{mn}$  を求め, 式 (1) に代入し, 地盤の変位  $F(x, t)$  を求めればよいことになる.

3. 理論 2 (振幅および位相を未知数とする場合)

2. で示した理論 1 の場合と同様に, 場所  $x$  と時間  $t$  における地盤の変位を  $F(x, t)$  で表わし, これを,  $0 \leq x \leq X, 0 \leq t \leq T$  の  $x-t$  平面内の長方形領域で二重フーリエ級数に展開した式 (1) の係数を,

$$\begin{Bmatrix} a_{mn} \\ b_{mn} \\ c_{mn} \\ d_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \delta_{mn} & \cos \eta_{mn} \\ -\sin \delta_{mn} & -\sin \eta_{mn} \\ -\sin \delta_{mn} & \sin \eta_{mn} \\ -\cos \delta_{mn} & \cos \eta_{mn} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} g_{mn} \\ h_{mn} \end{Bmatrix} \dots\dots(16)$$

のように変換すると,

$$F(x, t) = g_{00} + \sum_{n=1}^{\infty} g_{0n} \cos(\omega_n t + \delta_{0n}) + \sum_{m=1}^{\infty} g_{m0} \cos(k_m x + \delta_{m0}) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{g_{mn} \cos(k_m x + \omega_n t + \delta_{mn}) + h_{mn} \cos(-k_m x + \omega_n t + \eta_{mn})\} \dots\dots(17)$$

ただし,  $h_{00} = h_{m0} = h_{0n} = 0, \delta_{00} = 0, \eta_{00} = \eta_{m0} = \eta_{0n} = 0, (n, m = 1, 2, \dots)$  とおき, 一般性を失うことなく, 関数  $F(x, t)$  が与えられた場合に, 係数  $g_{mn}, h_{mn}$  および位相角  $\delta_{mn}, \eta_{mn}$  が定まるようにした. また, 右辺第 4 項は負の方向に進む波であり, 第 5 項は正の方向に進む波である.

(1) 相互相関関数を満足する

位置  $x$ , 時刻  $t$  での変位  $F(x, t)$  が式 (17) で表わされる場合, 位置  $x_0$ , 時間  $\tau$  だけ異なる点での変位は次式で与えられる.

$$F(x+x_0, t+\tau) = g_{00} + \sum_{n=1}^{\infty} g_{0n} \cos(\omega_n t + \omega_n \tau + \delta_{0n}) + \sum_{m=1}^{\infty} g_{m0} \cos(k_m x + k_m x_0 + \delta_{m0}) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{g_{mn} \cos(k_m x + k_m x_0 + \omega_n t + \omega_n \tau + \delta_{mn}) + h_{mn} \cos(-k_m x - k_m x_0 + \omega_n t + \omega_n \tau + \eta_{mn})\} \dots\dots(18)$$

そこで,  $F(x, t)$  と  $F(x+x_0, t+\tau)$  を掛け合わせ, 場所  $x$ , 時間  $t$  で平均する. そして, 相互相関関数  $R_{XT}(x_0, \tau)$  を求める.

$$R_{XT}(x_0, \tau) = g_{00}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} g_{0n}^2 \cos(\omega_n \tau) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2} g_{m0}^2 \cdot \cos(k_m x_0) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} (g_{mn}^2 + h_{mn}^2) \cdot \cos(k_m x_0) \cos(\omega_n \tau) + \frac{1}{2} (-g_{mn}^2 + h_{mn}^2) \cdot \sin(k_m x_0) \sin(\omega_n \tau) \right] \dots\dots(19)$$

本式と, 距離  $x_0$ , 時間差  $\tau$  の関数である相互相関関数  $R_{XT}(x_0, \tau)$  を, 二重フーリエ級数に展開した式 (5) との係数を比較すると, 次式を得る.

$$\left. \begin{matrix} m=0, n=0 \text{ の場合} \\ A_{00} = g_{00}^2 \\ B_{00} = 0 \\ C_{00} = 0 \\ D_{00} = 0 \end{matrix} \right\} \dots\dots(20)$$

$$\left. \begin{matrix} m=0, n \neq 0 \text{ の場合} \\ A_{0n} = g_{0n}^2 / 2 \\ B_{0n} = 0 \end{matrix} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} C_{0n} &= 0 \\ D_{0n} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

$m \neq 0, n = 0$  の場合

$$\left. \begin{aligned} A_{m0} &= g_{m0}^2/2 \\ B_{m0} &= 0 \\ C_{m0} &= 0 \\ D_{m0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

$m \neq 0, n \neq 0$  の場合

$$\left. \begin{aligned} A_{mn} &= (g_{mn}^2 + h_{mn}^2)/2 \\ B_{mn} &= 0 \\ C_{mn} &= 0 \\ D_{mn} &= (-g_{mn}^2 + h_{mn}^2)/2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

以上導かれた式 (20)~(23) は、波形の伝播および波形変形が、与えられた相互相関関数に従って行われるために満足すべき条件式である。

(2) 観測地点においては観測記録を厳密に満たす

次に、1.②の条件に対しては、観測点の位置  $x = x_s$  を固定して考え、時刻  $t$  のみの関数として変位  $F(x_s, t)$  を考え、式 (1), (16) より二次元のフーリエ級数に展開されたものを、時刻  $t$  のみのフーリエ級数に書き直す。

$$\begin{aligned} F(x_s, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} \{ g_{mn} \cos(k_m x_s + \delta_{mn}) \right. \\ &\quad + h_{mn} \cos(k_m x_s - \eta_{mn}) \} \cos(\omega_n t) \\ &\quad + \sum_{m=0}^{\infty} \{ -g_{mn} \sin(k_m x_s + \delta_{mn}) \\ &\quad \left. + h_{mn} \sin(k_m x_s - \eta_{mn}) \} \sin(\omega_n t) \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (24)$$

一方、従来のスペクトル解析で行われているように、各観測点での変位記録  $F(x_s, t)$  は時刻  $t$  のみの関数であり、時刻  $t$  でフーリエ級数に展開すると式 (11) となり、観測記録より係数  $\alpha_{sn}, \beta_{sn}$  が求められる。式 (24), (11) の右辺の  $\cos, \sin$  の係数を比較し、次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{sn} &= \sum_{m=0}^{\infty} [g_{mn} \{ \cos(k_m x_s) \cos(\delta_{mn}) \\ &\quad - \sin(k_m x_s) \sin(\delta_{mn}) \} \\ &\quad + h_{mn} \{ \cos(k_m x_s) \cos(\eta_{mn}) \\ &\quad + \sin(k_m x_s) \sin(\eta_{mn}) \}] \\ \beta_{sn} &= \sum_{m=0}^{\infty} [g_{mn} \{ -\cos(k_m x_s) \sin(\delta_{mn}) \\ &\quad - \sin(k_m x_s) \cos(\delta_{mn}) \} \\ &\quad + h_{mn} \{ -\cos(k_m x_s) \sin(\eta_{mn}) \\ &\quad + \sin(k_m x_s) \cos(\eta_{mn}) \}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

実測波形が距離軸方向に  $M$  波まで、時間軸方向に  $N$  波までの展開で近似できるものと仮定し、本式の  $m, n$  に関する無限級数を有限な級数 ( $0 \leq m \leq M, 0 \leq n \leq N$ ) とし、マトリックス表示すると、 $n=0$  の場合と  $n \neq 0$

の場合に分かれてそれぞれ次のように表わされる。

[ $n=0$  の場合]

この場合には、式 (11) 内の  $\omega_0=0$  より  $\beta_{s0}$  が不定であり、また、前述のように、 $\delta_{00}=k_0=h_{m0}=\eta_{m0}=0$  ( $m=1, 2, \dots$ ) であるため、 $\alpha_{s0}$  のみに関する次の一次方程式の形に書き表わすことができる。

$$\begin{aligned} \{ &g_{10} \cos(k_1 x_s) - g_{10} \sin(k_1 x_s) \} \dots \\ &\dots \{ g_{M0} \cos(k_M x_s) - g_{M0} \sin(k_M x_s) \} \\ &\times \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{\cos(\delta_{10})} \\ \frac{\sin(\delta_{10})}{\cos(\delta_{10})} \\ \vdots \\ \frac{1}{\cos(\delta_{M0})} \\ \frac{\sin(\delta_{M0})}{\cos(\delta_{M0})} \end{array} \right\} = \alpha_{s0} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

[ $n \neq 0$  の場合]

この場合には、次の連立一次方程式の形に書き表わすことができる。

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{ccc} g_{0n} & 0 & \dots \\ 0 & -g_{0n} & \dots \\ h_{1n} \cos(k_1 x_s) & h_{1n} \sin(k_1 x_s) & \dots \\ h_{1n} \sin(k_1 x_s) & -h_{1n} \cos(k_1 x_s) & \dots \\ g_{Mn} \cos(k_M x_s) & -g_{Mn} \sin(k_M x_s) & \dots \\ -g_{Mn} \sin(k_M x_s) & -g_{Mn} \cos(k_M x_s) & \dots \\ h_{Mn} \cos(k_M x_s) & h_{Mn} \sin(k_M x_s) & \dots \\ h_{Mn} \sin(k_M x_s) & -h_{Mn} \cos(k_M x_s) & \dots \end{array} \right\} \\ \times \left\{ \begin{array}{c} \cos(\delta_{0n}) \\ \sin(\delta_{0n}) \\ \cos(\delta_{1n}) \\ \sin(\delta_{1n}) \\ \cos(\eta_{1n}) \\ \sin(\eta_{1n}) \\ \vdots \\ \cos(\delta_{Mn}) \\ \sin(\delta_{Mn}) \\ \cos(\eta_{Mn}) \\ \sin(\eta_{Mn}) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \alpha_{sn} \\ \beta_{sn} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

(3) 最適化問題への置き換え

結局、以上の問題は、制約条件を式 (26) または (27) として、次の目的関数を最小とする変数  $\cos(\delta_{mn}), \sin(\delta_{mn}), \cos(\eta_{mn}), \sin(\eta_{mn})$  を求める最適化問題になる。

$$\begin{aligned} \Delta_n &= \sum_{m=0}^M f[\cos(\delta_{mn}), \sin(\delta_{mn}), \cos(\eta_{mn}), \sin(\eta_{mn})] \\ &\longrightarrow \text{minimum} (=0) \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

ただし、正弦関数と余弦関数とが満足すべき関係より、  
 $f[\cos(\delta_{mn}), \sin(\delta_{mn}), \cos(\eta_{mn}), \sin(\eta_{mn})]$

$$\left\{ \begin{aligned} &=0 && (m=0, n=0 \text{ の場合}) \\ &=|\cos^2(\delta_{0n})+\sin^2(\delta_{0n})-1|^2 && (m=0, n\neq 0 \text{ の場合}) \\ &=|\cos^2(\delta_{m0})+\sin^2(\delta_{m0})-1|^2 && (m\neq 0, n=0 \text{ の場合}) \\ &=|\cos^2(\delta_{mn})+\sin^2(\delta_{mn})-1|^2 \\ &\quad +|\cos^2(\eta_{mn})+\sin^2(\eta_{mn})-1|^2 && (m\neq 0, n\neq 0 \text{ の場合}) \end{aligned} \right. \dots\dots\dots(29)$$

まず、仮定した相関関数  $R_{XT}(x_0, \tau)$  から、式 (2) と同様にして係数  $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}$  を計算する。次に、式 (20)~(23) を用いて、 $g_{mn}, h_{mn}$  (正の値を用いても一般性を失わない) を求める。一方、観測波形  $F(x_s, t)$  より、式 (11) の一次元フーリエ級数の係数  $\alpha_{sn}, \beta_{sn}$  を求める。次に、式 (26) または (27) を条件として、式 (28) の値  $\Delta_n$  を最小にする変数  $\cos(\delta_{mn}), \sin(\delta_{mn}), \cos(\eta_{mn}), \sin(\eta_{mn})$  を求める。その際、注目すべきことは、式 (26)~(29) より、この条件付最適化問題が、場所軸の波数  $m$  に関しては連成しているが、時間軸の波数  $n$  に関しては、連成していないことである。このため、各  $n$  に関する最適化問題を別々に解けばよいことになる。こうして求められた変数  $\cos(\delta_{mn}), \sin(\delta_{mn}), \cos(\eta_{mn}), \sin(\eta_{mn})$  を式 (16), (1) に代入し、地盤の変位  $F(x, t)$  を求めればよいことになる。

4. 数値計算結果

まず、簡単な理論波形および相互相関関数が存在するいくつかの例に対して、計算を行い、理論どおりの収束結果が得られるかどうかを検討した。ただし、最適化の数値計算に使用したプログラムは、東京大学大型計算機センター、数値計算プログラム・ライブラリ、非線形最適化プログラム MPLSUMT<sup>21)</sup> である。本論文で示した計算例においては理論 1 よりも理論 2 を使用した場合に収束結果を得やすかった。このため、本論文では、理論 2 による結果を示している。しかし、この傾向は最適化計算のプログラムにより異なる可能性があると考え、本論文ではあえて両方の手法を示してある。また、理論 1 の方が理論 2 よりある意味で基本的であるため、両方の定式化の結果を示しておくことは意味があるものと考えた。両理論の収束の容易さの比較、最適化の手法のさらなる検討等に関しては今後の課題としたい。また、本論文に示した例においては、未知数の初期値はすべて  $\delta_{mn}=\eta_{mn}=\pi/4$  とおき十分良い収束結果が得られたものである。

(例 1)

観測地点は  $x=0$  または  $X$  であり、 $t=0\sim T$  の間に 2 波入る振幅 1 の正弦波が観測された場合

$$F(0, t)=F(X, t)=\sin(\omega_2 t) \dots\dots\dots(30)$$

を考える。また、相互相関関数としては、

$$R_{XT}(x_0, \tau)=\cos(\omega_2 \tau)/2 \dots\dots\dots(31)$$

を仮定する。この相互相関関数は時空間関数としての波形の理論解として、

$$F(x, t)=\sin(\omega_2 t) \dots\dots\dots(32)$$

を想定して求めたものである。時空間関数として得られた波形および相互相関関数を図-2(a), (b) に示す。理論解と良く一致した収束結果が得られている。

(例 2, 3)

観測地点およびその記録は (例 1) と同じ (式 (30) 参照) であるが、相互相関関数としては、

$$R_{XT}(x_0, \tau)=\cos(\omega_2 \tau \mp k_1 x_0)/2 \dots\dots\dots(33)$$

とする。この相互相関関数は理論解として、波が正 (例 2), または負 (例 3) 方向に伝播する次式 (符号は複号同順)、

$$F(x, t)=\sin(\omega_2 t \mp k_1 x) \dots\dots\dots(34)$$

を想定して求めたものである。時空間関数として得られた波形および相互相関関数を、例 2 に対し図-2(c), (d) に、例 3 に対し図-2(e), (f) に示す。理論解と良く一致した収束結果が得られている。

(例 4)

観測地点およびその記録は (例 1) と同じであるが、二地点間距離が離れるほど、相関が減少する場合を考える。たとえば、相互相関関数としては、

$$R_{XT}(x_0, \tau)=\cos(\omega_2 \tau)/8 + \cos(k_1 x_0) \cos(\omega_2 \tau)/16 \dots\dots\dots(35)$$

を仮定する。この相互相関関数は、理論解として、

$$F(x, t)=\sin(\omega_2 t) \cos^2(k_1 x/2) \dots\dots\dots(36)$$

を想定して求めたものである。時空間関数として得られた波形および相互相関関数を図-3(a), (b) に示す。図-4(a') に示す式 (36) の理論解とよく一致した収束結果が得られている。

(例 5, 6)

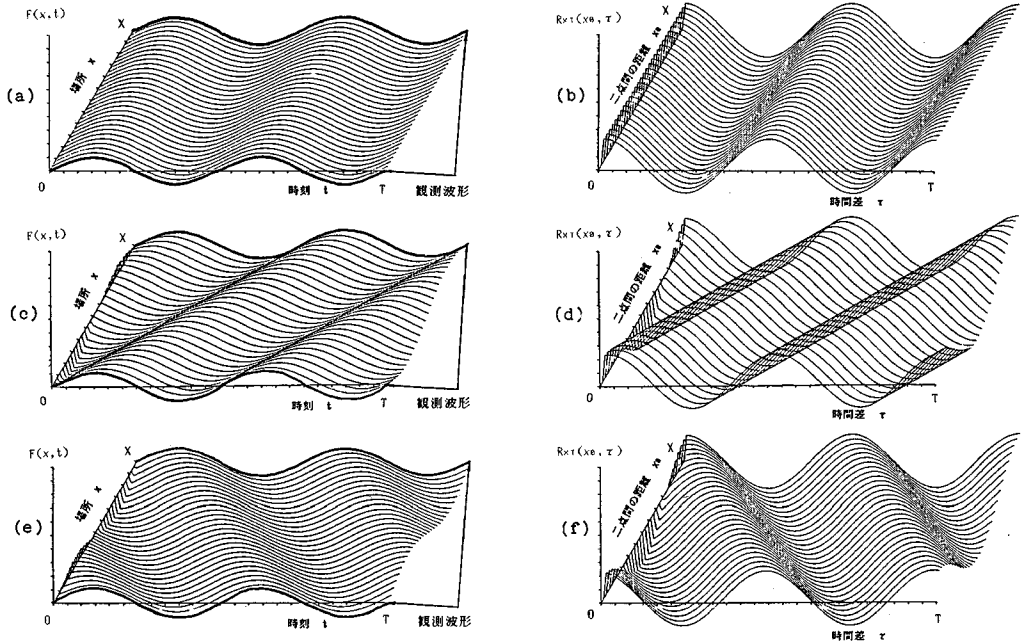
観測地点およびその記録は (例 1) と同じであるが、波が正 (例 5) または負 (例 6) 方向に伝播しており、二地点間距離が離れるほど、相関が減少する場合を考える。たとえば、相互相関関数としては、

$$R_{XT}(x_0, \tau)=\cos(\omega_2 \tau)/32 + \cos(k_1 x_0) \cos(\omega_2 \tau)/8 \pm \sin(k_1 x_0) \sin(\omega_2 \tau)/8 + \cos(k_2 x_0) \cdot \cos(\omega_2 \tau)/32 \pm \sin(k_2 x_0) \sin(\omega_2 \tau)/32 \dots\dots\dots(37)$$

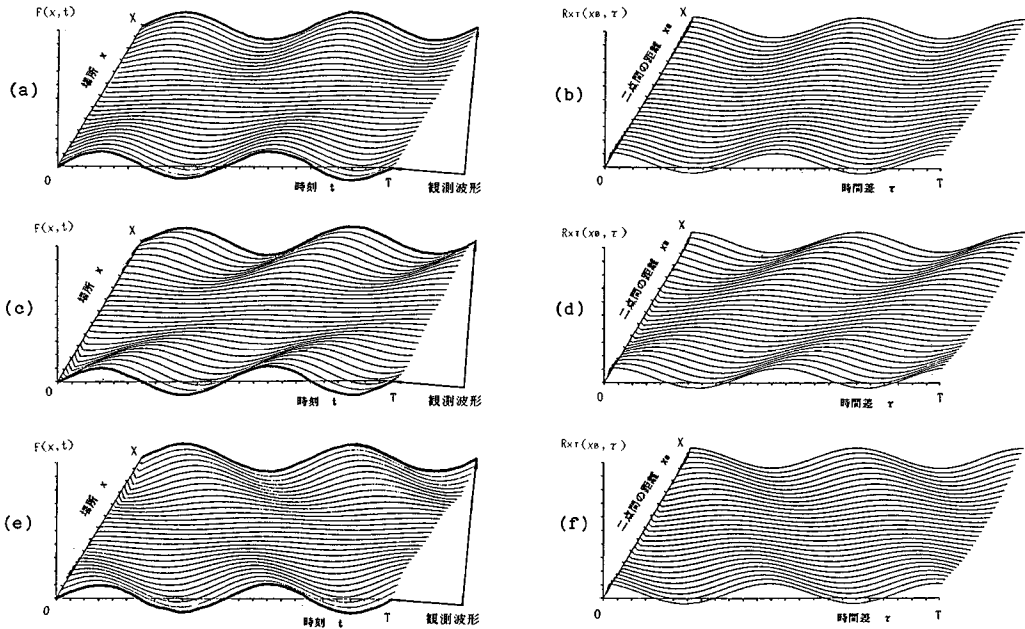
を仮定する。この相互相関関数は、理論解として、

$$F(x, t)=\sin(\mp k_1 x + \omega_2 t) \cos^2(k_1 x/2) \dots\dots\dots(38)$$

を想定して求めたものである。時空間関数として得られた波形および相互相関関数を、例 5 に対し図-3(c), (d) に、例 6 に対し図-3(e), (f) に示す。図-4(c'), (e')



図—2 例1~3の (a, c, e) 観測波形, 波形の時空間関数  $F(x, t)$ , および, (b, d, f) 仮定した相互相関関数  $R_{Xt}(x_0, \tau)$



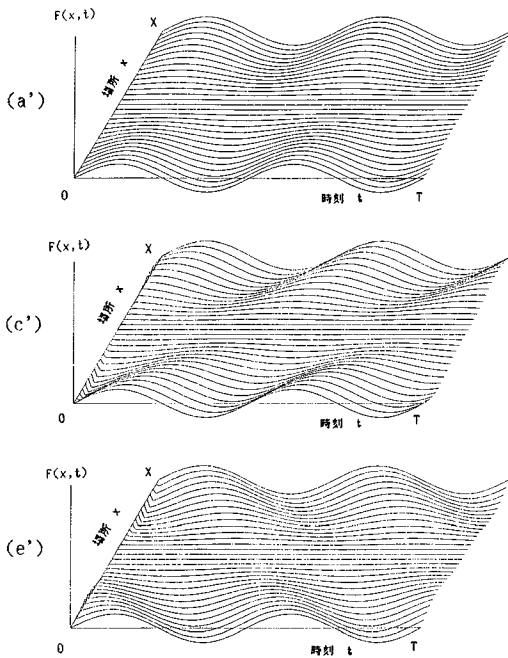
図—3 例4~6の (a, c, e) 観測波形, 波形の時空間関数  $F(x, t)$ , および, (b, d, f) 仮定した相互相関関数  $R_{Xt}(x_0, \tau)$

に示す式 (38) の理論解と良く一致した収束結果が得られている。

(例7)

例1から6では時間の関数としては単一の周期の正弦波を扱ったのに対し, 本例ではより実際問題に近い例を

考える。まず, 時間領域としては  $0 \leq t \leq 4$  s を, 場所領域としては,  $0 \leq x \leq 4$  km を設定する。Goto, Kameda<sup>22)</sup> による地震波のパワースペクトルに対する経験式を用いて, 時間軸方向の成分としては  $N=8$  の場合, すなわち, 0.25 Hz 刻みに 0 Hz から 2 Hz まで 9 つの成



図—4 例4~6の  $F(x, t)$  の理論解

分が重なり合った波形を作成し、これを観測波形とした (図—5 参照)。また、参考文献 11) の式 (24) に基づき、波が正方向に伝播し、また、二地点間距離が離れるほど、相関が減少するような、相互相関関数を図—6 に示すように仮定した。

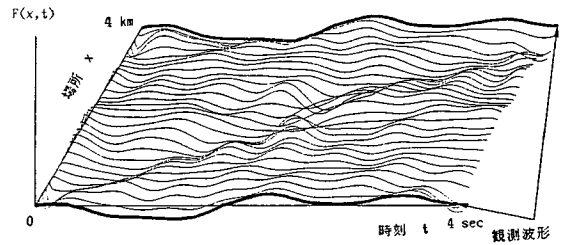
計算された時空間関数としての波形を図—5 に、この波形の相互相関関数を図—7 に示す。図—6 と図—7 の相互相関関数はよく一致しており、仮定した相互相関関数および観測記録を満たす収束結果が得られていることがわかる。

### 5. 結 論

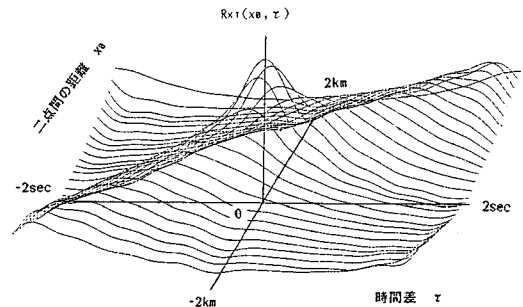
地震波動の伝播に伴う埋設管路の挙動は、応答変位法、動的解析法を用いて検討されることが多いが、本方法においては、地震入力の時刻歴を管路に沿った各点でどのように与えるかが重要な問題である。本研究の目的は、観測された一地点での強震記録を正確に満足する、時間と場所との連続的な時空間関数としての地盤変位を合理的にシミュレートすることである。

地盤の変位を、埋設管路に沿った場所と時間とに関する二重フーリエ級数に展開し、次の2つの条件、

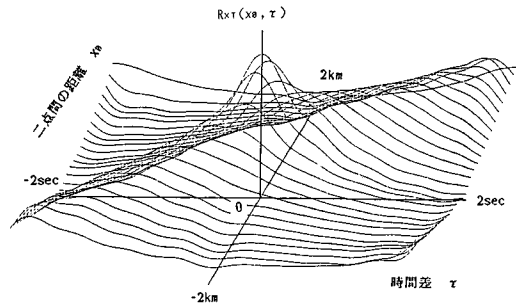
- 1) 与えられた相互相関関数を満たす。
  - 2) 観測地点においては観測記録を厳密に満たす。
- を満足するものと仮定した。そして、二重フーリエ級数の係数を最適化手法により算定するための二種類のアルゴリズムを展開した。



図—5 例7の観測波形、および、波形の時空間関数  $F(x, t)$



図—6 例7で仮定した相互相関関数  $R_{xt}(x_0, \tau)$



図—7 例7の波形の相互相関関数  $R_{xt}(x_0, \tau)$

まず、観測波形が正弦波である場合を考える。簡単な理論波形および相互相関関数が存在するいくつかの例に対して、最適化の計算を行い、理論どおりの収束結果が得られることを示した。

次に、より実際問題に近い例として、地震波のパワースペクトルに対する従来の経験式を満足する波形を作成し、観測波形とした。また、波が正方向に伝播し、また、二地点間距離が離れるほど、相関が減少するような、相互相関関数を想定し、時空間関数としての波形をシミュレートした。そして、得られた波形が、仮定した相互相関関数および観測記録を満足していることを示した。

謝 辞：本研究をまとめるにあたり埼玉大学工学部 渡辺啓行先生に貴重なご助言を頂きました。数値計算を行うにあたり、埼玉大学建設工学科の学生であった田中淳・小嶋伸一・城内正徳君にご協力を頂きました。また、



文部省科研費（重点領域研究（1））、代表者：佐武正雄教授）のご援助を受けました。記して感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 久保慶三郎：地震と土木構造物，鹿島出版会，p.127, 1981.
- 2) Tsuchida, H. and Kurata, E. : Observation of earthquake response of ground with horizontal and vertical seismometer arrays, 第4回日本地震工学シンポジウム，pp.137~144, 1975.
- 3) Tsuchida, H. and Iai, S. : Observation of earthquake response of ground with horizontal and vertical seismometer arrays (2nd report), 第5回日本地震工学シンポジウム，pp.169~176, 1980.
- 4) 田村重四郎・加藤勝行・前田 弘：軟弱地盤表面の線上における地震動の特性について，土木学会第29回年次学術講演会，pp.538~539, 1974.
- 5) 土岐憲三：強震加速度記録による位相速度の検出，第4回日本地震工学シンポジウム，pp.265~272, 1975.
- 6) 和泉正哲・栗田 哲・飯塚節夫・佐藤智美・相羽朋紀：アレー地震動記録を用いた地震波の相関性と伝達特性に関する基礎的研究，日本建築学会構造系論文報告集，No. 395, pp.28~39, 1989.
- 7) 表俊一郎ほか：アレー観測による岩盤の強震地動に関する研究（その1—その7），日本建築学会大会，1980, 1981.
- 8) Katayama, T., Farjoodi, J. and Sato, N. : Measurement of seismic ground strain by a dense seismograph array, 8 WCEE, Vol.2, pp.207~214, 1984.
- 9) Loh, C.H. and Leu, C.Y. : Analysis of spatial characteristics of seismic ground motions—SMART-1 array data, Proceedings of the Trilateral seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering, pp.107~121, 1985.
- 10) 高田至郎・Wright, J.P. : ライフライン系解析のための相対地盤震動，土木学会論文報告集，No. 299, pp.13~21, 1980.
- 11) 川上英二・佐藤靖彦：地盤の相対変位・ひずみの推定結果に及ぼす地震波形の変形の影響，土木学会論文報告集，No.337, pp.37~46, 1983.
- 12) Shinozuka, M. and Lenoe, E. : A probabilistic model for spatial distribution of material properties, Engineering Fracture Mechanics, Vol.8, pp.217~227, 1976.
- 13) Shinozuka, M., Kameda, H. and Koike, T. : Ground strain estimation for seismic risk analysis, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.109, No.1, pp.175~191, 1983.
- 14) Naganuma, T., Deodatis, G. and Shinozuka, M. : ARMA model for two-dimensional processes, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.113, No.2, pp.234~251, 1987.
- 15) 星谷 勝・石井 清・栗田博昭：空間時間分布特性を有する地震動シミュレーション，土木学会論文集，No.386 / I-8, pp.359~367, 1987.
- 16) Hoshiya, M. and Chiba, T. : Simulation methods of multi-dimensional nonstationary stochastic processes by time domain models, 土木学会論文集，No.296, pp.121~130, 1980.
- 17) 原田隆典・篠塚正宣：表層地盤の確率応答と地震動の空間—時間パワースペクトル，第19回地震工学研究発表会講演概要，pp.33~36, 1987.
- 18) 否笠友紀・原田隆典：確率特性を有する地盤の応答と地震動の空間—時間特性について，土木学会第43回年次学術講演会，I-463, pp.976~977, 1988.
- 19) Harada, T. and Shinozuka, M. : Stochastic analysis of seismic ground motions in space and time, Proc., 9 WCEE, pp. II-825~830, 1988.
- 20) Deodatis, G. and Shinozuka, M. : Digital simulation of seismic ground motion using stochastic wave theory, Proc., 9 WCEE, pp. II-801~806, 1988.
- 21) HITAC 数値計算プログラム・ライブラリ，非線形最適化プログラム，MPLSUMT 解説書.
- 22) Goto, H. and Kameda, H. : Statistical influence of the future earthquake ground motion, Proc., 4 WCEE, Chile, Vol.1, A-1, pp.39~54, 1969.

(1989.3.17・受付)