

地震動による構造物への入力エネルギーの特性とその評価

ESTIMATION OF TOTAL INPUT ENERGY TO STRUCTURES UNDER EARTHQUAKES

郭 猷群*・西岡 隆**

By GUO Xian-Qun and Takashi NISHIOKA

This paper deals with the estimation of total energy put into structures under earthquakes. Using stochastic models of earthquake motion, the authors studied the relation between the total input energy and such parameters on ground motion as the maximum acceleration, duration time, the integral of squared acceleration and predominant period. As a result, the mean of input energy \bar{E} can be expressed by $\bar{E} = m \bar{Z}_{\max}^2 C_t T_p S_E$ or $\bar{E} = m \bar{P} T_p S_E$, where \bar{Z}_{\max} is the mean of maximum acceleration, C_t is a factor directly related to duration time, T_p is predominate period, \bar{P} is the mean of the integral of squared acceleration and S_E , called as normalized input energy spectra, is a non-dimensional scalar depending on the distribution of power spectrum of earthquake motion and independent of the scale of the earthquake motion. The normalized input energy spectrum is also studied with actual earthquake motions. As a design spectrum, S_E-T_p relation can be represented by the bilinear model.

Keywords : seismic damage, input energy, input energy spectra

1. 序 論

耐震設計を行う際に、地震動の荷重効果と構造物の耐力との関係をどのようにとらえるかということは最も基本的な問題であろう。中小の地震動に対しては、従来の考え方は構造物の最大応答が弾性範囲内に収まるように設計することを基本としてきた。しかし、最大級地震に対しても同様の考えで設計することは経済的に不可能であるため、このような地震に対しては、構造物が損傷を受けても崩壊しないように設計すればよいという考えが一般的に認められてきた。地震時における構造物の崩壊の基準として、地震動による構造物への入力エネルギーと構造物のエネルギー吸収能力を対比させることは、Housner によつてはじめて提案された¹⁾。こうした考えをより普遍化するためには、構造物のエネルギー吸収能力と地震による構造物への入力エネルギーを正確に評価しなければならない。

エネルギー吸収能力に関しては、実験的研究によつてその特性が解明され、材料の力学特性や構造特性からエネルギー吸収能力を算出する方法も開発されつつあ

る^{3)~7)}。一方、入力エネルギーを簡単に評価することも研究がなされてきている。構造物が塑性化するかしなにかにかかわらず、入力エネルギーは無減衰弾性系の速度応答スペクトル S_v を用いて、式 $E = \frac{1}{2} m S_v^2$ で評価できるという仮定が Housner によつて提案された²⁾。秋山ら、平尾らは多くの数値計算を行つて、Housner の仮定の有効性と問題点を検討した^{3), 8)}。また大野らは損傷に寄与するエネルギーが総入力エネルギーの中に占める割合を定量的に評価することにより、総入力エネルギーから損傷に寄与するエネルギーを求めることを提案した⁵⁾。地震動の特性が異なることにより、入力エネルギーが変化することについては、星谷、平尾らが数値解析により定性的に検討を行った^{3), 10)}。しかし、実際設計に使う簡便な入力エネルギーの評価法を確立するために、次の問題が依然として残されている。

(1) 与えられた地震動による入力エネルギーの評価には、応答スペクトル法による限り、少なくとも弾性振動の解析が必要である。弾塑性構造物の耐震設計に適用するためには、一層合理的な評価方法が望ましい。

(2) 地震動は非再現的であり、その特性は地震の規模(マグニチュード)、震央距離、震源の深さ、地震のメカニズムおよび、地盤の性状等によつてさまざまである。それらの特性が異なることに対する入力エネルギー

* 学生会員 筑波大学大学院 工学研究科
(〒305 茨城県つくば市天王台 1-1-1)

** 正会員 筑波大学教授 構造工学系(同上)

の変化はまだ十分に検討されていない。

問題点(1)を解決するためには、修正震度法と同様に平均応答スペクトルを使えばよいと思われる。しかし、エネルギー論的な観点では、地震動の強さとして修正震度法と同様に最大加速度だけをとらえてよいかどうかについての検討が必要である⁵⁾。したがって、問題(1)の解決は問題(2)の解決が前提ともなる。本研究は擬似地震動を用いて地震動の特性値と入力エネルギーの関連性を期待値レベルで調べるとともに、実地震動記録による考察も加えて、正規化入力エネルギースペクトルによる入力エネルギーの評価方法を検討する。

2. 構造特性の影響と構造モデル

最大級地震による構造物の応答は弾塑性応答であると考えなければならない。しかし、本研究の着目点は地震動特性の影響にあるから、できる限り簡単な構造モデルを選択する必要がある。ここでははじめに、入力エネルギーに対する構造特性の影響を考察し、弾性減衰系への入力エネルギーで弾塑性系への入力エネルギーを評価する妥当性を考察してみる。

1質点系の運動方程式は、

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + f(x) = -m\ddot{z}(t)$$

で表わされる。この方程式の両辺に $\dot{x}dt$ をかけて、地震動の全過程にわたって、積分すれば、次の式が得られる。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} m\dot{x}\ddot{x}dt + \int_{-\infty}^{+\infty} c\dot{x}\dot{x}dt + \int_{-\infty}^{+\infty} kf(x)\dot{x}dt = -\int_{-\infty}^{+\infty} m\dot{z}\dot{x}dt \dots\dots\dots(1)$$

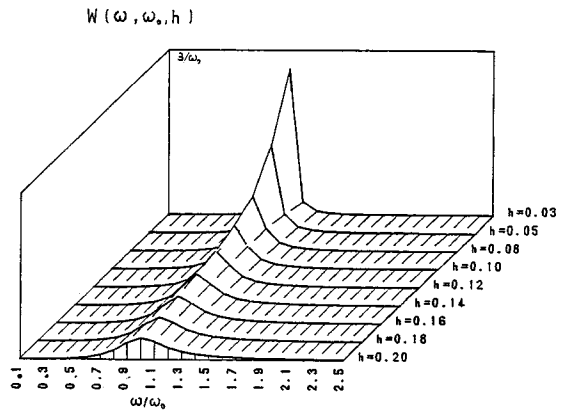
式(1)の左辺の第1項は運動エネルギー、第2項は減衰による消費エネルギー、第3項は弾塑性ひずみエネルギーで構造物の損傷に寄与するエネルギーである。右辺は地震による構造物への入力エネルギーである。入力エネルギーではなく塑性ひずみエネルギーの性質を検討することはすでに行われているので⁵⁾、本研究は入力エネルギーの評価に着目する。この入力エネルギーは1質点系弾性応答の場合、次式で解析的に表現できる¹¹⁾。

$$E(\omega_0, h) = -m \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{z}(t)\dot{x}(t)dt = m \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) |\ddot{Z}(\omega)|^2 d\omega \dots\dots\dots(2)$$

ここに、

$$W(\omega, \omega_0, h) = \frac{h\omega_0\omega^2}{\pi\{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega_0^2\omega^2\}}$$

また、 ω_0 は1質点系の固有円振動数、 h は減衰定数である。 $|\ddot{Z}(\omega)|^2$ は地動加速度のエネルギースペクトルである。式(2)から、弾性振動系への入力エネルギーと地動加速度のエネルギー・スペクトルの変換関係がわかる。すなわち、地動加速度のエネルギー・スペクトルの



図一 $W(\omega, \omega_0, h)$ 曲線

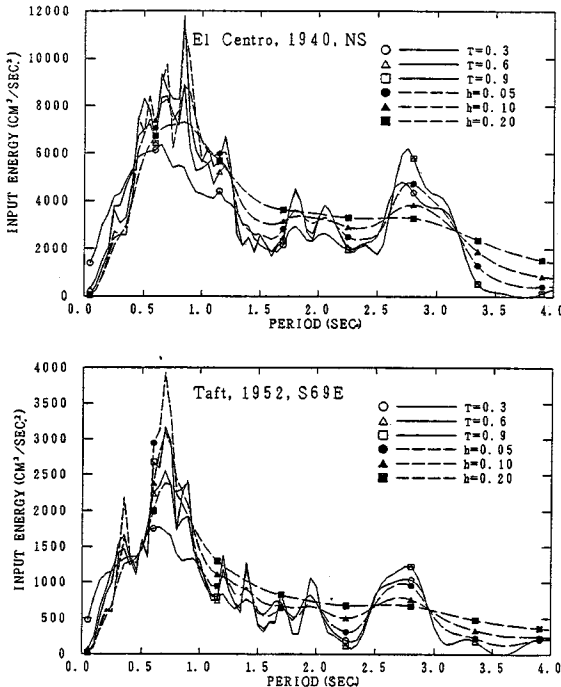
重み付き平均値(重み関数 $W(\omega, \omega_0, h)$)が入力エネルギーとなる。図一に示すように、減衰定数 h が大きいほど、 $W(\omega, \omega_0, h)$ の ω に関する曲線が平坦になる。逆に、 h が零に近づくほど、重みが ω_0 の近傍に集中する。式(2)を参照すれば、 h が大きい場合、地動加速度が包含する ω_0 に近い周波数成分も入力エネルギーにある程度の影響を与えることがわかる。また、この重み付き関数の重みの総量は次式で与えられる。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) d\omega = \frac{1}{\pi} \frac{\cos^{-1} h}{\sqrt{1-h^2}}$$

$h=0$ のとき、重みの総量は0.5、 $h=0.2$ のとき、重みの総量は0.45である。その差は10%に過ぎない。その特徴を入力エネルギーの評価式に反映させてみれば、 h が変化しても、入力エネルギーの全体的な変化がわずかである。すなわち、 h が大きくなることによる主な効果は、入力エネルギーに対する地動加速度の ω_0 近傍周波数成分の影響が大きくなり、入力エネルギーの値はほとんど変わらない。

弾塑性応答の場合は解析的に入力エネルギーを表現することが難しい。しかし、周知のように、定常振動の場合、等価線形化法などで、弾塑性振動系の履歴復元力によるエネルギーの消費と、弾性減衰振動系の減衰によるエネルギーの消費が相似する。地震動による非定常振動の場合は、等価固有円振動数と等価減衰定数は厳密に言えば、時間とともに変動しているが¹²⁾、前述により、減衰定数の変動による入力エネルギースペクトルの全体的レベルの変化はわずかである。また、式(2)を参照すれば、固有円振動数の変動は入力エネルギーを平滑化することだけであるということがわかる。したがって、次の式で弾塑性系への入力エネルギーを近似的に評価できる。

$$E = E(\omega_e, h_e) = m \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_e, h_e) |\ddot{Z}(\omega)|^2 d\omega$$



図—2 弾性系と弾塑性系への入力エネルギーの比較

ここに、 ω_e, h_e はそれぞれ等価固有円振動数と等価減衰定数である。

実地動加速度による完全弾塑性系（降伏強度係数 $\gamma =$ 降伏強度/ $(m \cdot |z(t)|_{\max}) = 0.3, 0.6, 0.9$, 減衰定数 $h = 0.02$ ）の応答を忠実に計算して求めた弾塑性系への単位質量当たりの入力エネルギーと弾性減衰系（ $h = 0.05, 0.10, 0.20$ ）への単位質量当たりの入力エネルギー E/m を図—2 に示す。入力波は El Centro (1940, NS) と Taft (1952, S69E) を用いている。縦軸は単位質量当たりの入力エネルギーを、横軸は固有周期を示している。破線は弾性減衰系の場合を、実線は弾塑性系の場合を示している。この図により、弾性系であるか、弾塑性系であるかにかかわらず、入力エネルギースペクトルの全体的レベルはほぼ一定であることがわかる。また、弾塑性系の降伏強度係数が小さくなるほど、入力エネルギースペクトルが平滑になる。これは弾性系の減衰が大きくなることによる影響と同様である。もっと詳細な数値解析結果は文献(4)を参照されたい。弾性減衰系への入力エネルギーと弾塑性系への入力エネルギーはこのような相似性があるので、これからの解析では構造物のモデルとして弾性減衰系を用いることにする。

3. 地震動特性の影響

個々の実地震波はそれぞれ異なる特性を有し、その特性を定量的に比較することは難しい。入力エネルギーに

対する地震動特性の影響については、ここでは擬似地震動を用いて解析を行い、期待値レベルで定量的に検討する。

(1) 擬似地震動モデルとその特性値

地震動を確率過程と考え、いろいろなモデルが提案されている。現在、最も一般的に採用されているモデルは次式で表わされるモデルである。

$$z(t) = \phi(t) \cdot g(t)$$

ここに、 $\phi(t)$ は確定関数で、地震動の時間領域での非定常特性を表わす。 $g(t)$ は平均値ゼロの定常確率過程である。

$\phi(t)$ について、本研究では、最大地動加速度が関与する検討以外は、具体的な形式を定めていない。最大地動加速度の期待値を求めるところでは、次のような関数を確定関数 $\phi(t)$ として用いている。

$$\phi(t) = \begin{cases} (t/t_1)^2 & 0 < t < t_1 \\ 1 & t_1 < t < T_a + t_1 \dots \dots \dots (3) \\ e^{-c(t-t_1-T_a)} & t > T_a + t_1 \end{cases}$$

ここに、 T_a は強震継続時間、 t_1, c は定数である。

このような $\phi(t)$ を用いる場合、 $t_1 < t < T_a + t_1$ の範囲内では、 $z(t) = g(t)$ の関係から、 $z(t)$ を定常確率過程と考える。また、本研究では、定常確率過程 $g(t)$ のパワースペクトル $S_g(\omega)$ は次の3つのタイプを用いる。

タイプ1:

$$S_g(\omega) = S_0 |G(\omega)|^2 = S_0 \frac{\omega_g^4 + 4 h_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4 h_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \cdot \frac{1}{\pi \omega_g (2 h_g + 0.5/h_g)} \dots \dots \dots (4)$$

タイプ2:

$$S_g(\omega) = S_0 |G(\omega)|^2 = S_0 \frac{\omega_g^4}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4 h_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \cdot \frac{2 h_g}{\pi \omega_g} \dots \dots \dots (5)$$

タイプ3:

$$S_g(\omega) = S_0 |G(\omega)|^2 = S_0 \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^n \exp\left(-n \frac{\omega}{\omega_g}\right) \frac{n^n}{2 \omega_g (n-1)!} \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 S_0 は定常確率過程の強度を表わすパラメーターである。 $|G(\omega)|^2$ は便宜上、一般性を失うことなく、次のように正規化されているものである。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |G(\omega)|^2 d\omega = 1$$

タイプ1は地盤を1質点振動系（振動系の定数： ω_g, h_g ）と考えて、ホワイトノイズによる絶対加速度応答を $g(t)$ として、得られたものである。タイプ2は、地盤を1質点振動系（振動系の定数： ω_g, h_g ）と考えて、ホワイトノイズによる変位応答のパワースペクトルの形を地動加速度のそれに置き換えている。タイプ3は

実地震動の加速度記録をもとに推算し、得られたものである¹⁴⁾。文献14)では、 $n=4$ の形式で与えられている。本研究では、 $n=3, 5$ の場合についても検討する。パラメーター ω_0 は地震動の卓越周波数、 h_0 あるいは n は $|G(\omega)|^2$ の広がりを目盛りと考えてよい。

地震動は複雑な不規則波であり、多面的な特性を有する。耐震工学では意味があり、しかもよく研究された特性は周波数特性(卓越周期など)、最大加速度、継続時間、地動加速度の全エネルギーなどがある。前述した擬似地震動モデルは、周波数領域での地震動の統計的な特性を $|G(\omega)|^2$ の表現式で定めている。確定関数 $\phi(t)$ は継続時間の特性より、多くの時間領域での地震動特性を表わしている。しかし、最大地動加速度 $|\dot{z}(t)|_{\max}$ と地動加速度の全エネルギー $P = \int_{-\infty}^{+\infty} (\dot{z}(t))^2 dt$ は、確率的な量となる。そのため、これからの検討では、最大地動加速度 $|\dot{z}(t)|_{\max}$ と地動加速度の全エネルギー P の代わりに、それぞれ最大地動加速度 $|\dot{z}(t)|_{\max}$ の期待値と全エネルギー P の期待値を用いる。ここでは、まずこの2つの期待値を求めておく。

全エネルギー P は次式で与えられる。

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} (\dot{z}(t))^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\ddot{Z}(\omega)|^2 d\omega \dots \dots \dots (7)$$

式の両辺の期待値(多くの擬似地震動サンプルの平均値)をとると、

$$E|P| = \bar{P} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E|\ddot{Z}(\omega)|^2 d\omega \dots \dots \dots (8)$$

ここに、期待値の記号は $E|P|$ あるいは \bar{P} としている。地動加速度のエネルギースペクトルの期待地 $E|\ddot{Z}(\omega)|^2$ は次のように求められる。

$$\begin{aligned} |\ddot{Z}(\omega)|^2 &= \ddot{Z}(\omega)\ddot{Z}^*(\omega) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t_1)g(t_2)\phi(t_1)\phi(t_2)e^{i\omega(t_1-t_2)} dt_1 dt_2 \end{aligned}$$

ここに $\ddot{Z}^*(\omega)$ は $\ddot{Z}(\omega)$ の共役な複素数である。したがって、

$$\begin{aligned} E|\ddot{Z}(\omega)|^2 &= E \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t_1)g(t_2)\phi(t_1)\phi(t_2) \cdot e^{i\omega(t_1-t_2)} dt_1 dt_2 \right\} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E\{g(t_1)g(t_2)\phi(t_1)\phi(t_2) \cdot e^{i\omega(t_1-t_2)} dt_1 dt_2 \end{aligned}$$

定常確率過程 $g(t)$ の自己相関関数を R_g とすれば、

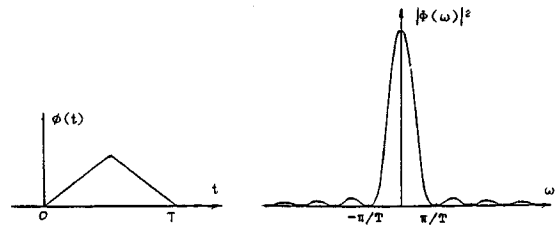
$$R_g(t_1-t_2) = E\{g(t_1)g(t_2)\}$$

また、

$$R_g(t_1-t_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_g(\omega_1) e^{i\omega_1(t_1-t_2)} d\omega_1$$

したがって、

$$E|\ddot{Z}(\omega)|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R_g(t_1-t_2)\phi(t_1)\phi(t_2)$$



図—3 $|\Phi(\omega)|^2$ の特徴

$$\begin{aligned} &\cdot e^{i\omega(t_1-t_2)} dt_1 dt_2 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_g(\omega_1) e^{i\omega_1(t_1-t_2)} d\omega_1 \right\} \\ &\cdot \phi(t_1)\phi(t_2) e^{i\omega(t_1-t_2)} dt_1 dt_2 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_g(\omega_1) \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t_1) e^{-it_1(\omega_1-\omega)} dt_1 \right. \\ &\cdot \left. \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t_2) e^{it_2(\omega_1-\omega)} dt_2 \right\} d\omega_1 \end{aligned}$$

$\phi(t)$ のフーリエ変換を $\Phi(\omega)$ とすれば、

$$E|\ddot{Z}(\omega)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_g(\omega_1) |\Phi(\omega-\omega_1)|^2 d\omega_1 \dots \dots (9)$$

$\phi(t)$ が加速度波形の包絡線と考えられ、比較的長周期であるので、この $\phi(t)$ のエネルギー・スペクトル $|\Phi(\omega)|^2$ は図—3に示している例のように、 $\omega=0$ の近傍以外、小さい。また、 $S_g(\omega_1)$ は穏やかな曲線である。したがって、式(9)の右辺に対して、狭帯近似が適用できる。すなわち、

$$E|\ddot{Z}(\omega)|^2 = \frac{1}{2\pi} S_g(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} |\Phi(\omega-\omega_1)|^2 d\omega_1$$

さらに、

$$\begin{aligned} E|\ddot{Z}(\omega)|^2 &= \frac{1}{2\pi} S_g(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} |\Phi(\omega_1)|^2 d\omega_1 \\ &= S_g(\omega) \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(t)|^2 dt \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

式(10)を式(8)に代入すると、

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_g(\omega) |\phi(t)|^2 dt d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_g(\omega) d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(t)|^2 dt \end{aligned}$$

式(4)、式(5)、式(6)で与えられた3つのタイプの $S_g(\omega)$ に対して、全エネルギーの期待値は次のように同じ形式で表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{2\pi} S_0 \int_{-\infty}^{+\infty} G(\omega)^2 d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(t)|^2 dt \\ &= \frac{1}{2\pi} S_0 \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(t)|^2 dt \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

一方、地動加速度のモデルとしている非定常確率過程の最大値の期待値を求めることは困難である。しかし、確定関数 $\phi(t)$ として式(3)を用いる限り、評価時間 T_a の間では定常確率過程 $g(t)$ の最大値の期待値 $E|g(t)|_{\max}$ を非定常確率過程 $z(t)$ の最大値の期待値

$E\{|z(t)|_{\max}\}$ と考えるとよい. 定常確率過程 $g(t)$ は定常狭帯域過程とみなして, その最大値の期待値は小堀らの結果に従うものとした¹⁵⁾.

$$E\{|g(t)|_{\max}\} = \sigma_g (2 \ln(\nu T_d))^{1/2} + 0.5772 (2 \ln(\nu T_d))^{-1/2}$$

ここに,

T_d : 評価時間

$$\sigma_g: g(t) \text{ の標準偏差, } \sigma_g^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_g(\omega) d\omega$$

ν : 単位時間当たり $g(t)$ の Zero-crossing の数

$$\nu = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_{\dot{g}}}{\sigma_g}$$

$\sigma_{\dot{g}}$ は $\dot{g}(t)$ の標準偏差で,

$$\sigma_{\dot{g}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 S_g(\omega) d\omega$$

タイプ1に対して, 積分 $\sigma_{\dot{g}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 S_g(\omega) d\omega$ は発散するから, この方法は適用できない. タイプ2とタイプ3についての結果は次のとおりである.

タイプ2:

$$\sigma_g^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_g(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} S_0$$

$$\sigma_{\dot{g}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 S_g(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \omega_0^2 S_0$$

$$\nu = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_{\dot{g}}}{\sigma_g} = \frac{2}{T_g}$$

最大加速度の期待値 $E\{|z(t)|_{\max}\}$ を z_m とすると

$$z_m^2 = \sigma_g^2 \{ (2 \ln(2 T_d / T_g))^{1/2} + 0.5772 (2 \ln(2 T_d / T_g))^{-1/2} \}^2 \dots \dots \dots (12)$$

タイプ3:

$$\sigma_g^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_g(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} S_0$$

$$\sigma_{\dot{g}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 S_g(\omega) d\omega = \left(\frac{1}{2\pi} S_0 \omega_0^2 \right) (1 + 3/n + 1/n^2)$$

$$\nu = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_{\dot{g}}}{\sigma_g} = \frac{2}{T_g} (1 + 3/n + 1/n^2)$$

最大加速度の期待値を z_m とすると

$$z_m^2 = \sigma_g^2 \{ (2 \ln(2 \kappa T_d / T_g))^{1/2} + 0.5772 (2 \ln(2 \kappa T_d / T_g))^{-1/2} \}^2 \dots \dots \dots (13)$$

ここに, $\kappa = 1 + 3/n + 1/n^2$

便宜上, 簡略記号を使って, 式 (12) と式 (13) を次のように取りまとめて同じ式で表わす.

$$z_m^2 = \frac{1}{2\pi} \cdot S_0 \cdot C(T_d, T_g) \dots \dots \dots (14)$$

ここに,

$$C(T_d, T_g) = \begin{cases} \{ (2 \ln(2 T_d / T_g))^{1/2} + 0.5772 (2 \ln(2 T_d / T_g))^{-1/2} \}^2 & \text{タイプ2} \\ \{ (2 \ln(2 \kappa T_d / T_g))^{1/2} + 0.5772 (2 \ln(2 \kappa T_d / T_g))^{-1/2} \}^2 & \text{タイプ3} \end{cases}$$

(2) 入力エネルギーの期待値とその考察

周波数領域での入力エネルギー式

$$E(\omega_0, h) = m \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) |\ddot{Z}(\omega)|^2 d\omega$$

の期待値をとると,

$$\bar{E} = m \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) E\{|\ddot{Z}(\omega)|^2\} d\omega$$

式 (10) を代入すれば, 次の入力エネルギーの期待値の計算式が得られる.

$$\bar{E} = m \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) S_g(\omega) d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(t)|^2 dt$$

式 (4), 式 (5), 式 (6) で与えられた $S_g(\omega)$ を代入し, 質量 m を $m=1$ とおくと

$$\bar{E} = S_0 \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(t)|^2 dt \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) |G(\omega)|^2 d\omega \dots \dots \dots (15)$$

すなわち, 単位質量当たりの入力エネルギーの期待値が得られる (便宜上, これからの検討では, 単位質量当たりの入力エネルギーを単に入力エネルギーと称する).

以上の計算式を用いて, 次の2つの問題について考察する.

a) 地震動の強さのパラメーターの選択

最大加速度応答に着目して耐震安全性を評価する場合, 地動の最大加速度は地震動の強さのパラメーターとしてよく用いられている. しかし, エネルギー論的な観点で耐震安全性を考察する場合は, この考えが適用できるかどうかについて検討する必要がある. ここで, まず入力エネルギーの期待値を最大加速度の期待値の2乗で正規化する. 式 (14) と式 (15) により,

$$\bar{E} / z_m^2 = \frac{2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(t)|^2 dt \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) |G(\omega)|^2 d\omega}{\{ (2 \ln(2 \kappa T_d / T_g))^{1/2} + 0.5772 (2 \ln(2 \kappa T_d / T_g))^{-1/2} \}^2} \dots \dots \dots (16)$$

が得られる (タイプ2のときは $\kappa=1$). 式 (3) で与えられている $\phi(t)$ を代入すると

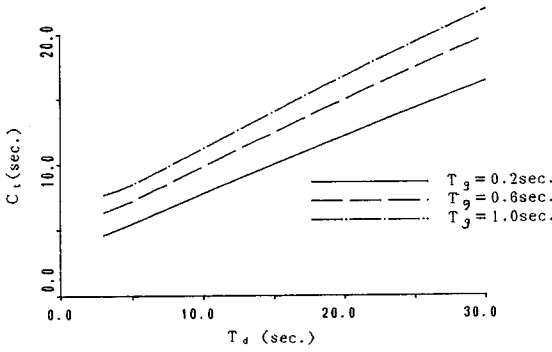
$$\bar{E} / z_m^2 = C_t \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) |G(\omega)|^2 d\omega \dots \dots \dots (17)$$

ここに,

$$C_t = \frac{2\pi(1/5 + 1/t_1 + T_d + 1/2/c)}{\{ (2 \ln(2 \kappa T_d / T_g))^{1/2} + 0.5772 (2 \ln(2 \kappa T_d / T_g))^{-1/2} \}^2}$$

式 (17) の右辺の積分項は周波数成分の分布特性のみに依存する. 第1項 C_t は継続時間 T_d に依存する. 図-4に示すように, C_t は継続時間 T_d が大きくなるにつれて増加する. したがって, 最大加速度を地震動の強さとして用いるならば, 継続時間 T_d が入力エネルギーに及ぼす影響を, 1つの修正項 (たとえば, C_t) として与えなければならない.

一方, 地動加速度の全エネルギーは次の統計式で表わ



図—4 継続時間の影響による修正項

されているように¹⁶⁾,

$$P = 0.133 T_d \cdot z_{\max}^2 \dots\dots\dots (18)$$

これは継続時間と最大加速度を総合的に評価できる地震動の特性値である。星谷・石井¹⁷⁾は全エネルギー P の平方根を地震動の強さを表すパラメーターとして用いることの可能性について検討している。また、亀田・大沢¹⁸⁾は継続時間の影響について検討するとき、式 (18) を用いて継続時間を評価している。すなわち、間接的に全エネルギーを地震動の強さのパラメーターとして用いている。しかし、これらの研究は、基本的に最大応答を指標とする枠内で行われているものである。ここで、入力エネルギーを指標とする場合、この問題を再検討してみよう。式 (11) と式 (15) により、入力エネルギーの期待値を全エネルギーの期待値で正規化すれば、次の式が得られる。

$$\bar{E}/\bar{P} = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) |G(\omega)|^2 d\omega \dots\dots\dots (19)$$

この式の右辺は周波数成分の分布 $|G(\omega)|^2$ のみに依存する。このことは、周波数成分の分布特性以外の地震動特性が入力エネルギーに与える影響を、 P で表わせることを意味している。入力エネルギーと P のこの緊密な関係は次式を参照すれば、理解することができる。

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega_0) d\omega_0 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) |\ddot{Z}(\omega)|^2 d\omega d\omega_0 \\ &= \frac{2 \cos^{-1}(h)}{\sqrt{1-h^2}} \cdot P \end{aligned}$$

入力エネルギーをできる限り少ないパラメーターで予測することは工学的に望ましい。式 (17) と式 (19) を比較すれば、エネルギー論的な観点からは、全エネルギー P は最大加速度より地震動の強さのパラメーターとして適しているといえよう。

b) 周波数特性の影響

式 (19) が示しているように、全エネルギーの期待値 \bar{P} で正規化された入力エネルギーの期待値 \bar{E}/\bar{P} は周波数成分の分布 $|G(\omega)|^2$ に依存する。ここで、用いる周波

数成分の分布 $|G(\omega)|^2$ のタイプ (1, 2, 3) またパラメーター (ω_g, h_g, n) が異なることによる \bar{E}/\bar{P} の変動を調べる。

まず式 (4), 式 (5), 式 (6) で与えられた3つのタイプの $|G(\omega)|^2$ を式 (19) の右辺に代入し、積分を求める。その結果¹⁹⁾は次のとおりである。

タイプ1:

$$\begin{aligned} \bar{E}/\bar{P} &= 2\pi \frac{1}{\pi\omega_g(2h_g+0.5/h_g)} \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) \\ &\cdot \frac{\omega_g^4 + 4h_g^2\omega_g^2\omega}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4h_g^2\omega_g^2\omega^2} d\omega = \frac{1}{\omega_g(2h_g+0.5/h_g)} \\ &\cdot \frac{\omega_g^2[\omega_g(\omega_g h_g + \omega_0 h) + 4h_g^2\omega_0(\omega_g h + \omega_0 h_g)]}{h_g[(\omega_g^2 - \omega_0^2)^2 + 4h_g h \omega_g \omega_0(\omega_g^2 - \omega_0^2) + 4\omega_g^2\omega_0^2(h_g^2 + h^2)]} \end{aligned}$$

タイプ2:

$$\begin{aligned} \bar{E}/\bar{P} &= 2\pi \frac{2h_g}{\pi\omega_g} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) \\ &\cdot \frac{\omega_g^4}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4h_g^2\omega_g^2\omega^2} d\omega \\ &= \frac{2\omega_g^3(\omega_g h_g + \omega_0 h)}{\omega_g h_g[(\omega_g^2 - \omega_0^2)^2 + 4h_g h \omega_g \omega_0(\omega_g^2 - \omega_0^2) + 4\omega_g^2\omega_0^2(h_g^2 + h^2)]} \end{aligned}$$

タイプ3: 積分を解析的に求めることは容易ではないので、ここで次のように整理して、数値積分を行う。

$$\begin{aligned} \bar{E}/\bar{P} &= 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega_0, h) \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^n \\ &\cdot \exp\left(-n \frac{\omega}{\omega_g}\right) \frac{n^2}{2\omega_g(n-1)!} d\omega \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h\omega_0\omega^2}{\pi\{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega_g^2\omega^2\}} \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^n \\ &\cdot \exp\left(-n \frac{\omega}{\omega_g}\right) \cdot \frac{n^n}{2\omega_g(n-1)!} d\omega \\ &= \frac{n^{n+2} h}{\omega_g(n-1)!} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right) \\ &\cdot \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^{n+2}}{\left[\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_g}\right)^2\right] + 4h\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)\left(\frac{\omega_0}{\omega_g}\right)} \\ &\cdot \exp\left(-n \frac{\omega}{\omega_g}\right) d\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right) \end{aligned}$$

この3つの結果は、次のように同じ式で整理できる。

$$\bar{E}/\bar{P} = T_g \cdot S_E(T_0/T_g, h, h_g \text{ あるいは } n)$$

ここに、 S_E は無次元量であり、本研究では正規化入力エネルギースペクトルとよぶ。この式によると、卓越周期 T_g は構造物の固有周期 T_0 との対比関係で入力エネルギーを左右するほか、固有周期の全領域で構造物への入力エネルギーに大きな影響を及ぼす1つの特性値であることがわかる。

正規化入力エネルギースペクトル S_E は図—5 に示しているように、 h_g あるいは n の変化によって、かなり

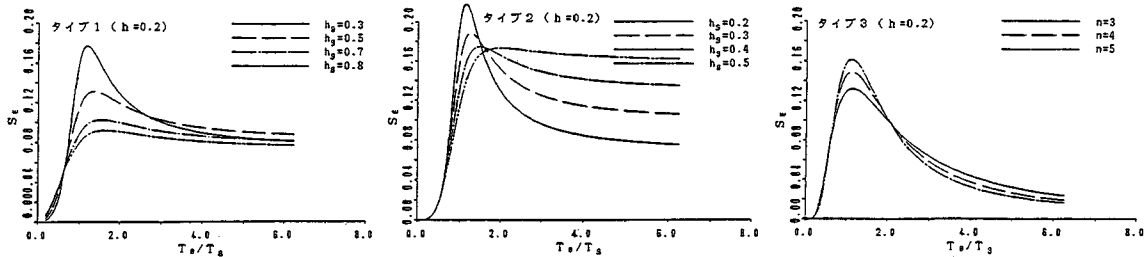


図-5 h_g による S_E の変化

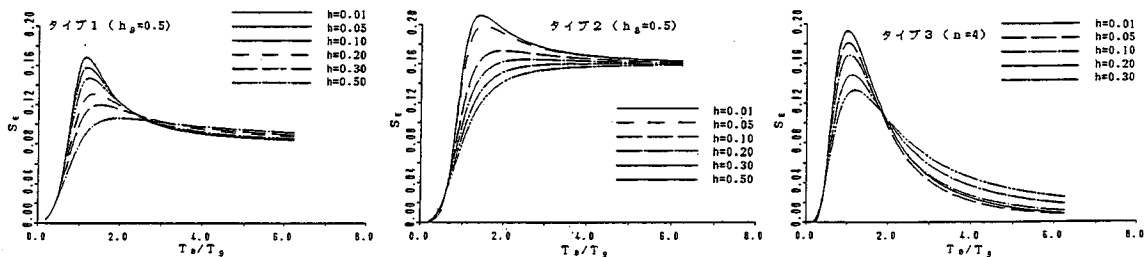


図-6 h による S_E の変化

変動する。しかし、その変動は T_g の影響ほど大きなものではない。また、 T_g は構造物の建設地点が決まると与えられるが、しかし、 h_g を与えることは難しく、たとえ与えられても、その信頼性が低い。現段階では、地盤の種類別に応じて定まる値を h_g として用いている。また、この図によると、タイプ1とタイプ2の S_E が長周期領域では一定のレベルを維持することと対照的に、タイプ3の S_E は急に下がる。その差は3つのタイプの $|G(\omega)|^2$ が周波数の小さい領域でかなり相違することによるものである。実際の設計に使う S_E を求める際に、それぞれの地盤の特性に応じる $|G(\omega)|^2$ を用いることが必要である。

2. での検討では、構造物の減衰定数 h が大きくなるにつれて、個々の実地震動によるスペクトル S_E の局所的な平滑化の効果に注目した。それに対して、ここで得られた結果はすでに期待値で与えられているから、図-6に示しているように、 h が大きくなることによる正規化入力エネルギースペクトル S_E の全体的な平均化の効果が目立つ。すなわち、固有周期が卓越周期に近いところでは、スペクトルのピークが低くなり、固有周期の長い領域では、スペクトルのレベルが一定になる。

4. 実地震動による正規化入力エネルギースペクトルの考察

個々の実地震動の特性がそれぞれ異なり、それによる構造物の応答も異なる。しかし、入力エネルギーのような総合的な応答値を指標とするならば、時間領域の局所

的な特性や周波数領域の局所的な特性の影響は比較的小さい。実地震動の時間領域の総合的な特性値（地動加速度の全エネルギー P ）、周波数領域の総合的な特性値（卓越周期 T_g ）と入力エネルギーの関係は擬似地震動による期待値レベルでの結果と類似することが予想できる。

ここで、実地震動による弾塑性系への入力エネルギースペクトル E を mPT_g で正規化し、得られた正規化入力エネルギースペクトルの特徴を調べてみる。すなわち、

$$S_E = E / (mPT_g)$$

ここに、入力エネルギー E は構造物の時刻歴応答解析を行い、次式により求めている。

$$E = -m \int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{z}(t) \dot{x}(t) dt$$

地動加速度の全エネルギー P は

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} (\ddot{z}(t))^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\ddot{z}(\omega)|^2 d\omega$$

により求める。ところで、実地震波から1つの卓越周期

表-1 各実地震動の特性値

Location and Data	Max. Acc Z_{max} (gal.)	Strong-Motion Duration T_g (sec.)	Total Energy P (cm^2/sec^3)	ω_g (rad/sec)
EL Centro, Calif., 1940. NS	341.7	24.1	107309.2	20.0
HIYAGIKENOKI 1978. NS	258.1	8.4	68058.4	19.7
KOCHI, HYUGANADA, 1968. EW	96.7	9.9	15898.2	7.1
Pacoima Dam, Calif., 1971. S16E	1148.1	6.3	438349.3	25.5
Taft, 1952. S69E	178.3	20.1	34710.5	22.9
HACHINOHE, TOKACHI, 1968. EW	79.5	8.9	10654.8	8.8

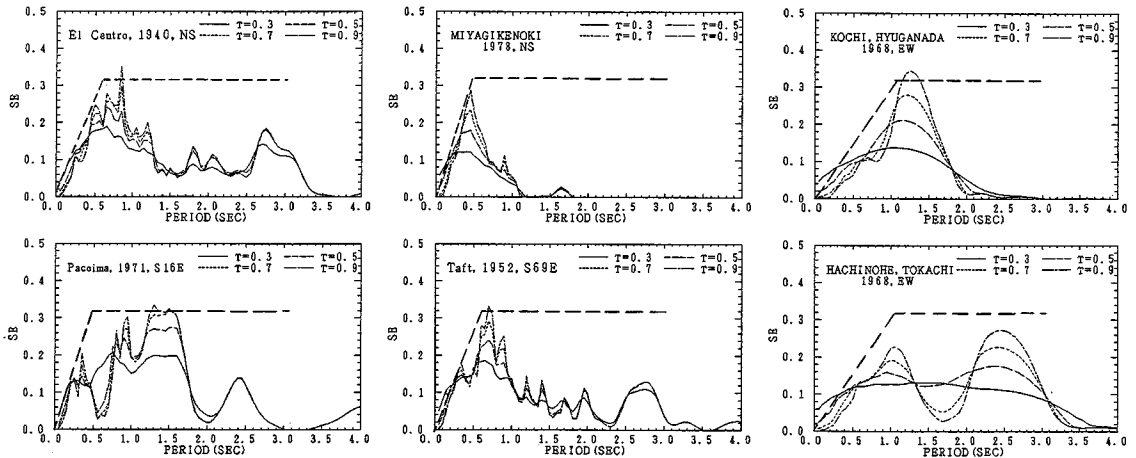


図-7 実地震動による S_E

T_g を求めることには無理がある。なぜならば、実地震波のエネルギー・スペクトルは常に多数のピークがあり、また単一のピークの場合でもそのピークの位置を1つの値で与えにくい。ここでの T_g はむしろ地動加速度のエネルギー・スペクトルの全体的な分布特性を表す重心 ω_c から換算の方が意義がある。すなわち、

$$T_g = 2\pi / \omega_c$$

で計算する。

以上の式を用いて完全弾塑性系(降伏強度係数 $\gamma = 0.3$ から 0.9 、減衰定数 $h = 0.02$)の場合について、表-1に示している6つの実地震動による正規化入力エネルギー・スペクトル $S_E = E / (mPT_g)$ を求める。その結果を図-7に示した。

図-7によると、正規化入力エネルギー・スペクトル S_E の形状はそれぞれ地震動の特性によりかなり異なるが、全体的な傾向として次の2種類に大別することができる。

1) 正規化入力エネルギー・スペクトル S_E は多数のピークを有し、長周期範囲でも一定なレベルが持続する(たとえば、PACOIMA, TOKACHI 記録による S_E)。これらは硬い地盤における多くの周波数が卓越する地震記録によるものである。

2) 構造物の固有周期が大きくなるにつれて、 S_E が最大値まで増加した後、徐々に減る、あるいは急に減る(たとえば、EL CENTRO, TAFT, MIYAGIKENOKI, KOCHI-HYUGANADA 記録による S_E)。このような分布は比較的軟らかい地盤において、単一周波数が卓越する地震記録によるものである。しかし、地震動の長周期成分を正確にとらえることができないことから、実際設計に用いる正規化入力エネルギー・スペクトル S_E は図-7に示している太い破線のように長周期の範囲でも最大値を持続しているとしたモデル化が安全である。

また、それぞれ実地震動の特性がかなり異なるにもかかわらず、降伏強度係数 γ が等しい限り、各正規化入力エネルギーの最大値 S_{EM} は互いに割合近い(たとえば $\gamma = 0.9$ のとき、この最大値は大体 0.30 から 0.35 までの間にある)。この6つの各正規化入力エネルギーの最大値 S_{EM} と降伏強度係数 γ の関係は次の線形回帰式にまとめられる。

$$S_{EM} = 0.2357 \gamma + 0.0986 \dots \dots \dots (19)$$

降伏強度係数 γ が大きいほど、正規化入力エネルギー・スペクトル S_E のレベルが大きくなる。すなわち、全入力エネルギーが大きくなる。しかし、全入力エネルギーの中に占める塑性ひずみエネルギーの割合が小さくなるので、損傷に寄与する入力エネルギーが単純に大きくなるわけではないことに注意すべきである。

以上の考察をまとめて、入力エネルギーの評価式は次のように模式化できる。

$$E = mPT_g S_E$$

$$S_E = \begin{cases} S_{EM} \cdot T_0 / T_{g1} & 0 < T_0 < T_{g1} \\ S_{EM} & T_0 > T_{g1} \end{cases} \dots \dots \dots (20)$$

ここに、 T_{g1} は地震動の最小卓越周期である。

式(19)、(20)はあくまでも6つのみの実地震動と完全弾塑性系による結果である。より信頼性の高い評価式を作成するためには、より多くの実地震動を用いて、地盤別に S_E の上限値を求める必要がある。これは今後の課題と考えている。

5. 結 論

本研究は地震動による構造物への入力エネルギーを正確に、しかも簡潔に評価するために、入力エネルギーと地震動特性の関連性を検討したものである。得られた結果は次のようにまとめられる。

- (1) 地震動の継続時間は入力エネルギーを大きく左

右する特性値である。地動最大加速度を地震動の強さのパラメーターとして用いて入力エネルギーを評価するならば、継続時間の影響を1つの修正項 C_t として考慮しなければならない。

(2) 地動加速度の全エネルギー P は最大加速度と継続時間を総合的に反映できる地震動の強度のパラメーターとして、入力エネルギーの評価に適している。

(3) 地震動の卓越周期 T_g は構造物の基本周期 T_0 との対比関係で入力エネルギーに影響を及ぼすほか、固有周期の全領域で入力エネルギーを大きく左右する。

(4) 実地震波を用いて、正規化入力エネルギースペクトル $S_E = E / (mPT_g)$ の特徴を考察し、1つの入力エネルギーの評価方式を提案した。

参考文献

- 1) Housner, G.W. : Limit design of structures to resist earthquake, Proc. of 1st WCEE, 1956.
- 2) Housner, G.W. : Behavior of structures during earthquake, ASCE, EM4, Oct. 1959.
- 3) 加藤 勉・秋山 宏 : 強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷, 建築学会論文報告集, 第235号, 昭和50年9月.
- 4) 秋山 宏 : 建築物の耐震極限設計, 東京大学出版会, 1980年9月.
- 5) 大野友則・西岡 隆・藤野陽三 : 構造物が地震時に受ける塑性ひずみエネルギー量の定量的評価, 土木学会論文報告集, 第333号, 1983年5月.
- 6) Ohno, T. and Nishioka, T. : Experimental Study on Energy Absorption Capacity of Columns in Reinforced Concrete Structures, Proc. of JSCE, Structural Eng. / Earthquake Eng., Vol.1, No.2, Oct., 1984.
- 7) 藤掛一典・大野友則・西岡 隆 : 鉄筋コンクリートラーメンのエネルギー吸収能力に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第390号, 1987年2月.
- 8) 平尾 潔・沢田 勉・成行義文・笹田修司 : 強震下における一自由度系の履歴吸収エネルギーと弾性応答値との関係について, 土木学会論文集, 第368号 / I-5, 1986年4月.
- 9) 星谷 勝・山崎武文 : 地震動エネルギーに基づく応答解析, 土木学会論文報告集, 第291号, 1979年11月.
- 10) Hirao, K., Sawada, T., Nariyuki, Y. and Sasada, S. : The Effect of Frequency Characteristics and Duration of Input Earthquake Motion on the Energy Response of Structures, Proc. of JSCE, No.386 / I-8, pp.165~174, Oct., 1987.
- 11) 滝沢春男 : 地動が振動系に与える仕事の関係式, 日本建築学会学術講演梗概集, 1982年9月.
- 12) Watanabe, H. and Tochigi, H. : A consideration on the equivalent linearization of restoring force characteristics of structures, Proc. of JSCE, Structural Eng. / Earthquake Eng., Vol.2, No.1, 1985.
- 13) 武島唯志・大野友則・西岡 隆 : 不規則入力波に対する弾塑性構造物の線形的応答評価, 土木学会論文報告集, 第344号, 1984年4月.
- 14) 後藤尚男・亀田弘行 : 地震時における最大地動の確率論的な研究, 土木学会論文集, 第159号, 1968年.
- 15) 小堀為雄・松崎 明・篠塚正直 : 擬似地震動加速度に関する応答スペクトル, 土木学会報告論文集, 第198号, 1972年2月.
- 16) Vanmarcke, E. H. and Lai, S. P. : Strong-motion duration and RMS amplitude of earthquake records, BSSA, Vol.70, No.4, pp.1293~1307, August 1980.
- 17) 星谷 勝・石井 清 : 非定常周波数特性を有する最悪人工地震波, 土木学会論文報告集, 第242号, 1975年10月.
- 18) 亀田弘行・大沢一郎 : 設計地震荷重に対する地震動継続時間の影響, 第6回日本地震工学シンポジウム, 1982年12月.
- 19) 大井謙一・田中 尚・高梨晃一 : 地震動による構造物へのエネルギー入力の統計量予測に関する基礎的考察, 建築学会構造系論文報告集, 第347号, 1985年1月.
- 20) Nau, J. M. and Hall, W. J. : Scaling method for earthquake response spectra, ASCE, Jour. of structural engineering, Vol.110, No.7, July, 1984.

(1988.9.28・受付)