

任意応力条件下の繰返しせん断と液状化解析

MODELLING SOIL BEHAVIOR UNDER ARBITRARY LOADING
AND ITS APPLICATION TO LIQUEFACTION ANALYSIS

福武毅芳*・大槻 明**

By Kiyoshi FUKUTAKE and Akira OHTSUKI

In order to simulate the ground motion under arbitrary loading including rotation of the principal stress axes, the authors incorporate a proper constitutive equation in dynamic analyses. In the present paper, a parameter is proposed to consider the effect of stress reversal subjected to earthquake loading. The parameter is substituted in the Matsuoka's constitutive model (1986) that can evaluate the yield due to rotation of the principal stress axes. Simulations of simple shear tests, shaking table tests and liquefaction analysis of irregular grounds are carried out. Those numerical studies indicate that Matsuoka's model can be applied to the seismic response analysis of the ground under the arbitrary loading.

Keywords: constitutive equation, repeated shearing, liquefaction, arbitrary loading, dynamic analysis

1. はじめに

静的荷重や繰返し荷重を受けたときの地盤の非線形挙動を適切に評価するには、解析に適切な土の構成式を導入することが重要である。地震時には、地盤の不整形性や構造物等の影響により、土中の要素はせん断応力の変化に加え、主応力の回転や垂直応力の変化も含めた任意応力経路の繰返しせん断を受ける。一般に成層地盤にせん断波が垂直入射する場合においてさえ、主応力の回転の影響は無視できないものと思われる。なぜなら初期応力状態において静止土圧係数は0.5程度であり、そこへ水平せん断応力のみが作用したとしても、鉛直応力と水平応力とは等しくないため、主応力の連続的回転は必ず存在するからである。また、構造物周辺地盤の波動伝播は、せん断波のみならず表面波などの二次的な反射波が発生し、このときの主応力の回転の影響はかなり大きい¹⁾ものと思われる。一方、液状化の研究では、せん断ひずみに対するこの種の主応力の回転の影響が実験的にも理論的にも注目されてきており²⁾⁻³⁾、主応力の回転の影響のみによっても、液状化することが指摘されている。

このような地盤の挙動を適切に表現するには、主応力の回転や垂直応力の変化も考慮に入れた任意応力条件下に適用可能な土の構成式を用いて応答解析を行う必要がある。ところが、従来の土の構成式では、一般応力をすべて不変量に変換して定式化しているため、主軸の方向の差異は無視されている。したがって、繰返し時に一般応力と不変量との正負の明確な対応が付いておらず、また主応力軸回転の影響も考慮できる土の構成式⁴⁾⁻⁸⁾は少ない。したがって、応力の不変量のみで記述された従来の土の構成式を任意応力条件下の地震応答解析に適用するには問題が残されている。任意応力条件下に適用可能な土の構成式に関しては、松岡⁴⁾によって、弾塑性理論とは異なった立場から研究が進められている。また、この種の構成式を地震応答解析に適用し、複雑な応力条件下の土の挙動を議論した研究はない。

そこで、本研究では以上のような問題点を解決するため、応力反転パラメーターを提案し、応力の不変量と一般応力との対応付けを行った。そして主応力の回転による降伏も説明可能な松岡らの提案する土の構成式⁴⁾(松岡モデル)に、応力反転パラメーターなどを導入することによって、任意応力経路下の繰返しせん断に適用することを試みた。この構成式を用いて種々の応力条件の要素試験のシミュレーションを行った。また、この構成式

* 正会員 工修 清水建設(株)大崎研究室研究員
(〒100 千代田区内幸町 2-2-2)

** 正会員 工博 清水建設(株)大崎研究室研究員(同上)

を二次元液状化解析⁹⁾に組み込み、土槽実験シミュレーションや、従来の構成式では解析が不十分であった不整形地盤の二次元液状化解析を行った。その結果、変形や応力条件によらず統一的に液状化を含む繰返し挙動を説明でき、興味深い解析結果が得られた。

2. 土の構成式

土の構成式としては松岡らの提案する構成式⁴⁾ (松岡モデル)を二次元の任意応力条件下に適用したもの^{10),11)}を用いている。

(1) 松岡モデルの概要

松岡モデルは、せん断、主応力の回転、等方および異方圧密による降伏をすべて取り扱え、また排水および非排水条件下に適用可能なモデルである。以下に松岡モデルの概要を示す。なお、次元は二次元 (x, y 方向のみで z 方向は考えない) とし、応力はすべて有効応力である。

松岡らは、「どのような材料でも、ある任意面上の応力が変化すれば、ひずみが発生すると考えるのが自然である」という立場に立って、一般応力増分 ($d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}$) と一般ひずみ増分 ($d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\gamma_{xy}$) を結びつけることにより、主応力方向の回転の影響も考慮できる「一般面 (任意面) 上の応力~ひずみ関係」を提案している。

松岡モデルに用いられている応力パラメーターは、Fig.1 および式 (1)~(3) に示す $\phi_{m0}, \alpha, \sigma_m$ の3つであり、それぞれせん断挙動、主応力の回転挙動、圧密挙動に関与している。

$$\phi_{m0} = \arctan \sqrt{\frac{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}{\sigma_x \cdot \sigma_y - \tau_{xy}^2}} \dots\dots\dots (1)$$

$$\alpha_x = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right), \alpha_y = \alpha_x + \pi \dots\dots\dots (2)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \dots\dots\dots (3)$$

松岡モデルでは、せん断時に一般面上のせん断・垂直応力比~せん断ひずみ関係を双曲線型に仮定し、それを

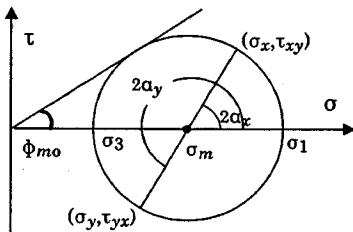


Fig.1 Three stress parameters, ϕ_{m0}, α and σ_m used in Matsuoka's model.

$\phi_{m0}, \alpha (= \alpha_x$ または $\alpha_y), \sigma_m$ で表わし、ストレス・ダイレタンシー関係を併せ用いることによって、定式化している。

以下に、松岡モデルの各三成分のひずみ増分をまとめて示す。垂直ひずみ増分 ($d\epsilon$) と工学的せん断ひずみ増分の半分 ($\frac{1}{2} d\gamma$) をそれぞれ横軸・縦軸にもつ座標系を考えれば、 $d\epsilon, \frac{1}{2} d\gamma$ はひずみ増分テンソルであるから、ひずみ増分のモール円が定義できる。松岡モデルによれば、「せん断」「主応力方向の回転」「圧密」の各三成分のひずみ増分のモール円の各半径を、それぞれ R^s, R^r, R^c と置けば次式を得る。

$$R^s = \frac{1}{2} \cdot k_s \cdot \frac{\sin^2 \phi \cdot \cos \phi_{m0}}{(\sin \phi - \sin \phi_{m0})^2} \cdot d\phi_{m0} \dots\dots\dots (4)$$

$$R^r = k_s \cdot \frac{\sin \phi \cdot \sin \phi_{m0}}{\sin \phi - \sin \phi_{m0}} \cdot d\alpha \dots\dots\dots (5)$$

$$R^c = \frac{1}{2} \cdot k_c \cdot \frac{\sin \phi \cdot \sin \phi_{m0}}{\sin \phi - \sin \phi_{m0}} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 ϕ は内部摩擦角で、 k_s はせん断時や主応力回転時に発生するせん断ひずみの大きさを規定するパラメーターであり、 k_c は異方圧密によって発生するせん断ひずみの大きさを規定するパラメーターである。サフィックス s, r, c はそれぞれ「せん断成分」「主応力方向の回転成分」「圧密 (異方圧密+等方圧密) 成分」を表わす。このひずみ増分のモール円の半径はひずみの絶対値を決める仮定 (ここではせん断・垂直応力比~せん断ひずみの双曲線関係) によって決まり、ストレス・ダイレタンシー関係にはよらない。式 (4)~(6) を用いれば、一般面 (x 面または y 面) 上の「せん断」「主応力方向の回転」「圧密」の各ひずみ増分は次式のように表わされる。

$$\frac{1}{2} d\gamma^s = R^s \cdot \sin 2\alpha \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{1}{2} d\gamma^r = R^r \cdot \sin 2(\alpha + \delta) \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{1}{2} d\gamma^c = R^c \cdot \sin 2\alpha \dots\dots\dots (9)$$

$$d\epsilon^s = R^s \cdot S_d + R^s \cdot \cos 2\alpha \dots\dots\dots (10)$$

$$d\epsilon^r = R^r \cdot S_d + R^r \cdot \cos 2(\alpha + \delta) \dots\dots\dots (11)$$

$$d\epsilon^c = n \cdot R^c \cdot S_d + R^c \cdot \cos 2\alpha + \frac{1}{2} d\epsilon_e^c \dots\dots\dots (12)$$

上式において、 $\alpha = \alpha_x$ であれば $d\gamma = d\gamma_{yx}, d\epsilon = d\epsilon_x, \alpha = \alpha_y$ であれば $d\gamma = d\gamma_{xy}, d\epsilon = d\epsilon_y$ である。 δ は、モールの応力円における主応力方向とモールのひずみ増分円における主ひずみ増分方向とのなす角度であり、値は 30° である。 $d\epsilon_e^c$ は等方圧密成分を表わし、 C_c を圧縮指数、 C_s を膨潤指数、 e_0 を初期間隙比とすれば、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_v^c &= \frac{0.434 C_s}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad \text{for } d\sigma_m < 0 \\ d\varepsilon_v^c &= \frac{0.434 C_c}{1+e_0} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad \text{for } d\sigma_m > 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

S_d は用いるストレス・ダイレタンスー関係にかかわる項である。すなわち、この構成式には種々のストレス・ダイレタンスー関係を組み込むことができ、そのときは S_d 項のみを修正すればよい。松岡¹²⁾および Rowe¹³⁾のストレス・ダイレタンスー関係を用いるならば、 S_d は次式のようになる。

$$\text{松岡} : S_d = 2 \cdot \frac{\mu - \tan \phi_{m0}}{\lambda} \cdot \cos \phi_{m0} + \sin \phi_{m0} \dots(14)$$

$$\text{Rowe} : S_d = \frac{K - \sigma_1 / \sigma_3}{K + \sigma_1 / \sigma_3} \dots\dots\dots(15)$$

ここで、 λ, μ, K はストレス・ダイレタンスー関係にかかわるパラメーターである。今回は松岡のストレス・ダイレタンスー関係を用いることとする。式(12)中の n については、砂の場合なら $n=1$ であり、粘土の場合なら $n=0$ である。すなわち粘土の場合は、圧密による垂直ひずみ増分のうち、ストレス・ダイレタンスー項のみがない形となっている。式(9)、(12)の各項とひずみ増分のモール円との幾何学的対応関係について、Fig. 2 に示す。図は半径 R^c のひずみ増分円を示しており、ひずみ増分 $(d\varepsilon_x^c, 0)$ の発生面と $(d\varepsilon_x^c, \frac{1}{2} d\gamma_{xy}^c)$ 、 $(d\varepsilon_y^c, \frac{1}{2} d\gamma_{xy}^c)$ の発生面とのなす角はそれぞれ α_x, α_y である。図中に示す式の①、②、③の各項は、 $d\varepsilon$ 軸の①、②、③の各長さに対応する。

以上のひずみ三成分はそれぞれ次式のような関数形となっている。「a) せん断成分 = $f_1(\phi_{m0}, \alpha, \sigma_m) \cdot d\phi_{m0}$, b) 主応力回転成分 = $f_2(\phi_{m0}, \alpha, \sigma_m) \cdot d\alpha$, c) 圧密成分 = f_3

異方圧密によるダイレタンスー成分	a)によって変化する成分 [ストレス・ダイレタンスー関係によらない]	等方圧密成分
$n \cdot R^c \cdot S_d$	$R^c \cdot \cos 2\alpha$	$\frac{1}{2} d\varepsilon_v^c$
①	②	③

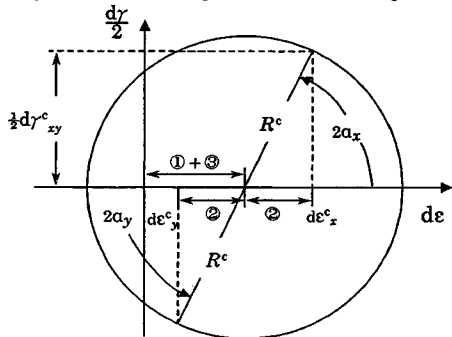


Fig. 2 Consolidation terms expressed by Mohr's circle.

$(\phi_{m0}, \alpha, \sigma_m) \cdot d\sigma_m$ ここで注意すべきは、主応力回転成分についてのみ主応力方向と主ひずみ増分方向とが角度 $\delta=30^\circ$ だけずれていることである。

全ひずみ増分が、せん断成分、主応力の回転成分、圧密(等方圧密と異方圧密)成分の3つの和で表わされ、次式を得る。

$$d\varepsilon_x = d\varepsilon_x^s + d\varepsilon_x^r + d\varepsilon_x^c \dots\dots\dots(16)$$

$$d\varepsilon_y = d\varepsilon_y^s + d\varepsilon_y^r + d\varepsilon_y^c \dots\dots\dots(17)$$

$$d\gamma_{xy} = d\gamma_{xy}^s + d\gamma_{xy}^r + d\gamma_{xy}^c \dots\dots\dots(18)$$

以上の三成分の重ね合わせより次式のような構成関係が得られる。

$$\{d\varepsilon_x, d\varepsilon_y, d\gamma_{xy}\}^T = [D_2]^{-1} \cdot \{d\phi_{m0}, d\alpha, d\sigma_m\}^T \dots\dots\dots(19)$$

マトリックス $[D_2]^{-1}$ の成分は Fig. 3 に示すような構成になっている。

また式(1)~(3)において、それぞれ全微分をとれば、次式を得る。

$$\{d\phi_{m0}, d\alpha, d\sigma_m\}^T = [D_1]^{-1} \cdot \{d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}\}^T \dots\dots\dots(20)$$

一般面(任意面)上の応力~ひずみ関係は、構成関係である式(19)とモール円の幾何学的関係である式(20)とを結び付けることにより、次式のように定式化できる。

$$\{d\varepsilon_x, d\varepsilon_y, d\gamma_{xy}\}^T = [D]^{-1} \cdot \{d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}\}^T \dots\dots\dots(21)$$

ただし、 ϕ_{m0}, σ_m は不変量であり、特に ϕ_{m0} はもともと方向性(正負)をもっていないことに注意を要する。なお、マトリックス $[D]$ は 3×3 の非対称フルマトリックスであり、行列式は零ではない。

以上が $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ のみを考えた二次元応力条件下におけるモデルの概要であるが、複合滑動面(CMP)¹⁴⁾の概念を用いれば三次元応力条件下にも適用可能となる。平面ひずみ状態は三次元応力状態にあるが、近似的に1つの滑動面をよく、上記の二次元の構成式が使える¹⁵⁾。

(2) 土の構成式の任意応力条件下への適用

任意応力経路の繰返し載荷時には、せん断成分、主応力の回転成分、圧密成分のそれぞれについて、 $d\phi_{m0}, d\alpha, d\sigma_m$ の正負により、場合分けを行った。ここではさらにせん断成分については、 ϕ_{m0} の方向性を決定するため、応力反転パラメーター^{10), 11)}を用いた。

a) せん断成分 繰返しせん断履歴を、松岡らが提案する式(22)、(23)¹⁶⁾を用いて、せん断剛性にかかわ

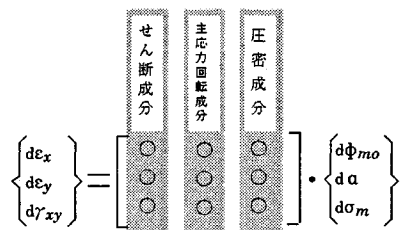


Fig. 3 Stress-strain matrix : $[D_2]^{-1}$.

るパラメーター k_s に反映させて評価した。

$$k_s = \frac{k_1 + k_2}{k_1 + k_3} \cdot k_{s1st} \dots \dots \dots (22)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{\sin(0.9 \cdot \phi)}{\sin \phi - \sin(0.9 \cdot \phi)}, & k_2 &= \frac{\sin \phi_a}{\sin \phi - \sin \phi_a} \\ k_3 &= \frac{\sin(\phi_a - \arctan 2 \mu)}{\sin \phi + \sin(\phi_a - \arctan 2 \mu)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

ここで、 k_{s1st} は第一载荷の k_s であり、 ϕ_a は応力比反転時の ϕ_{m0} である。以上より、単調载荷試験のみから得られる k_{s1st} と ϕ のみで繰返しせん断時の k_s が予測できる。

次に応力の不変量と一般応力 ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) の対応関係について、今回新たに提案したパラメーターを用いて考察する。従来、成層地盤の解析では τ_{xy} のみを用いてせん断方向 (ϕ_{m0} や τ_{oct} などの正負) を決定することが多かったが、垂直応力も変化する任意応力経路下の繰返しのせん断においては σ_x, σ_y をも考慮する必要がある。そこで、新たに $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ を3つとも使ってせん断方向を決定できるパラメーターとして Fig. 4 に示す角度 β_x, β_y を導入する。

図中の2本の矢印はそれぞれ、一般応力の有効応力経路 ($\sigma_x \sim \tau_{xy}$ と $\sigma_y \sim \tau_{yx}$) の一部を示している。矢印はその方向を示すものである。それらの応力経路の折れ曲がり点において、モールの応力円の大きさが減少から増加に転じている。角度 β_x, β_y は、このようなモールの応力円の大きさが反転するときの、有効応力経路 ($\sigma_x \sim \tau_{xy}$ と $\sigma_y \sim \tau_{yx}$) の角度である。ただし、それらは 180° より小さい方の角度とする。 β_x が 0° であれば、 $\sigma_x \sim \tau_{xy}$ の応力経路は完全な折返し経路となるから、 x 面 (σ_x, τ_{xy} の作用面) では完全な逆方向せん断 (粒子の動きが逆方向に転じる) と考えられる。また β_x が 180° であれば、応力経路は完全な一方経路 (直線経路) となるから、 x 面では完全な一方単調せん断 (粒子の動く方向は変わらない) と考えられる。このことは、 β_y と y 面 (σ_y, τ_{yx} の作用面) についても同様である。1つの要素としてのせん断方向は、それぞれの x 面と y 面の平均的挙動で決まると考えられる。したがって、これらの両角度を用

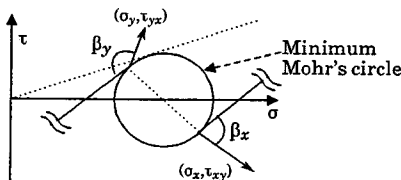


Fig. 4 Schematic diagram of parameter for stress reversal : $\frac{\beta_x + \beta_y}{2}$.

いたパラメーター： $\frac{1}{2}(\beta_x + \beta_y)$ が 0° に近いほど逆方向せん断的 (粒子が逆方向に動こうとする) と考えられ、 180° に近いほど一方単調せん断的 (粒子の動く方向は変わらない) と考えられる。

次に、この応力反転パラメーターを松岡モデルへ適用することを考える。 $d\phi_{m0(i)} \times d\phi_{m0(i-1)} < 0$ のとき (応力比反転時) に、式 (24), (25) に示すようにせん断方向を判定する。ここでは、 $\frac{1}{2}(\beta_x + \beta_y) - 90^\circ$ の正負によりせん断方向を決定している。すなわち、逆方向せん断となるための条件は

$$d\phi_{m0(i)} < 0 \text{ or } \frac{\beta_x + \beta_y}{2} < 90^\circ \dots \dots \dots (24)$$

となり、 ϕ_{m0} の飛び移り (せん断方向は変わらない) となるための条件は

$$d\phi_{m0(i)} > 0 \text{ and } \frac{\beta_x + \beta_y}{2} \geq 90^\circ \dots \dots \dots (25)$$

となる。なお、添字 i は計算のステップ数を表わす。そして、逆方向せん断時には、剛性を表わす k_s を式 (22) に基づいて新たに計算して、 $-\phi_{m0(i)}$ からの新たな载荷とする。一方せん断 (せん断方向は変わらない) 時には、 k_s はもとのままで同じ履歴ループ上を飛び移るように増分計算を行う (Fig. 5 参照)。すなわち、繰返しせん断に関しては、新たに除荷の概念を導入するのではなく、常に载荷と考える。また、 $d\phi_{m0} < 0$ のときには最大主応力方向と最小主ひずみ増分方向とが一致すると仮定する。

以上のような今回新たに提案した判定条件に基づけば、Fig. 5 のようなせん断の場合でも、大きいモール円から小さいモール円に至る経路 a-b に対して、経路 b-c は逆方向せん断、経路 b-d は一方せん断と判定できる。これを単に不変量で規定される応力比 (たとえば、

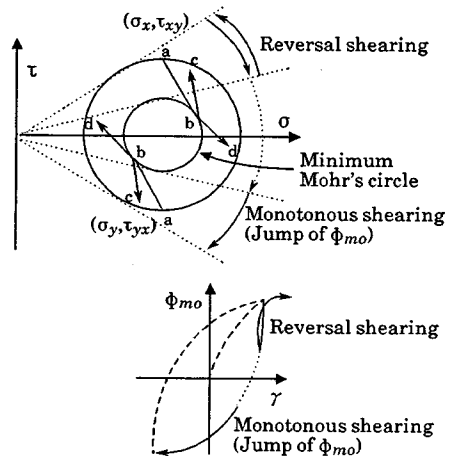


Fig. 5 Example of judgement of shearing direction.

τ_{oct}/σ_m や ϕ_{m0} など) のみに着目すれば、経路 b-c, b-d のどちらの経路も経路 a-b に対して片振りの逆方向せん断となり、履歴ループの正の部分でしか反転しないため、ほとんどひずみは発生せず、周波数も 2 倍になる。以上のような問題は、不変量を応力軸にとって履歴ループを考える限り生じてくる。このように不変量で記述された構成式を一般応力条件下へ適用する場合は、その不変量と、 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ との対応付けが問題となるが、応力反転パラメーター： $\frac{1}{2}(\beta_x + \beta_y)$ は一般応力と不変量とを橋渡しするパラメーターと考えられる。この応力反転パラメーターは不変量で記述された構成式を一般応力条件下へ適用可能にするものであり、松岡モデルに限らず、どの構成式にも適用可能である。

b) 主応力の回転成分 主応力の回転成分については、回転方向の反転 ($d\alpha$ の正負) によって Fig. 6 に示すように、主応力方向と主ひずみ増分方向とのずれ角 δ の方向が逆になることを考慮する。

Fig. 6 において ●印が実際の土のひずみ増分状態となる。文献 17) の松岡らの実験結果によれば、主応力方向回転試験において途中で逆方向に回転した場合においても、せん断ひずみや体積ひずみにはバウシinger効果はあまり認められない。そこで、主応力回転の反転によるバウシinger効果はないと考えて、主応力回転の剛性 k_s は初期の k_{s1st} を一貫して用いる。

c) 圧密成分 圧密成分は等方圧密成分と異方圧密成分とに分けられる。等方圧密成分については、 $d\sigma_m > 0$ で圧縮指数を用い、 $d\sigma_m < 0$ で膨潤指数を用いる。異方圧密成分については、 $d\sigma_m < 0$ では生じないと仮定する。また、主応力回転成分や圧密成分に対する ϕ_{m0} は常に正である。

ϕ_{m0} や σ_m は不変量の関数であり、 α_x, α_y や $\frac{1}{2}(\beta_x + \beta_y)$ は一般応力の関数である。従来の構成式では、 ϕ_{m0} や σ_m (モール円の位置と大きさ) のみをよりどころとしていたのに対し、ここで用いた構成式は、主応力の回転を表わす α_x, α_y やさらに著者らの提案したせん断方向

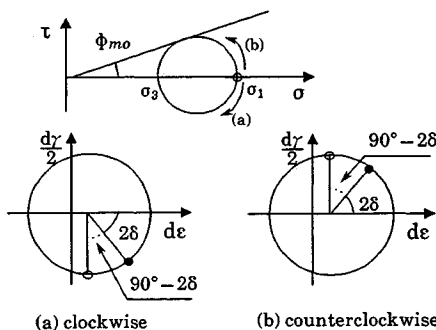


Fig. 6 State of strain increments in rotational shear.

を決める $\frac{1}{2}(\beta_x + \beta_y)$ が組み込まれているのが特長である。この構成式に基づけば、三軸、単純せん断などの変形形態や応力条件によらず、統一的に繰返し挙動を説明できる。

(3) 土質パラメーター

構成式に用いられている土質パラメーターは、 $k_{s1st}, k_c, \lambda, \mu, \phi, C_c/(1+e_0), C_s/(1+e_0)$ である。 k_{s1st} は拘束圧の影響を受けるが、ここでは、 $\sigma_m = 2.0 \text{ kgf/cm}^2$ のときの k_{s1st} を一貫して用いた。松岡・藤井¹⁸⁾によれば、 k_c は粒状体の微視的考察より得られた次式によって定義される。

$$k_c = 0.44 \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \dots\dots\dots (26)$$

以上のパラメーターは、 $k_{s1st}, \phi, \lambda, \mu$ については単調載荷三軸試験より、 $C_c/(1+e_0), C_s/(1+e_0)$ については標準圧密試験により決定される。ただし、主応力回転の実験は行わなくてよいことに注意を要する。パラメーターの詳しい決定法については文献 19) を参考のこと。

Table 1 には相対密度が 70 % の豊浦砂のパラメーター¹⁾を示す。

3. 要素レベルの計算と考察

以下の要素レベルの計算では、相対密度が 70 % の豊浦砂を想定し、パラメーターの値は Table 1 に示す値を用いている。

(1) 試行計算結果と考察

以上の考え方に基づいて、Fig. 7 に示す応力経路について試行計算を行った。応力経路は、第 1 ステップとして等方状態から主応力方向より $2\alpha_{1st}$ の角度をなすモー

Table 1 Parameters of Toyoura sand.

ϕ	λ	μ	k_{s1st}	$\frac{C_c}{1+e_0}$	$\frac{C_s}{1+e_0}$
40°	1.2	0.2	0.23 (%)	0.9 (%)	0.6 (%)

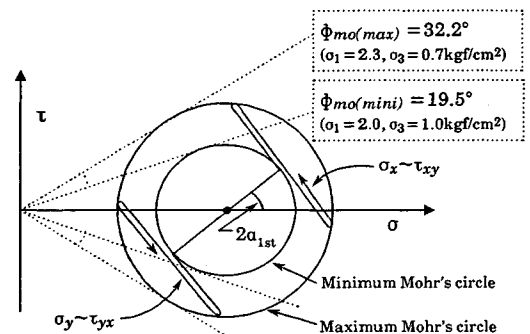


Fig. 7 Stress paths, ($\sigma_x \sim \tau_{xy}$) and ($\sigma_y \sim \tau_{yx}$).

ル円の半径方向に $\sigma_1/\sigma_3=2$ までせん断する。続いて第2ステップとして半径と直角方向に繰返しせん断するものである。

Fig. 8(a)~(c) には、Fig. 7 に対応する応力経路とそのときの計算結果を示す。Fig. 8 の応力経路は、第1ステップの応力経路と主軸とのなす角度がそれぞれ $2\alpha_{1st}=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ の場合の3ケースである。 $2\alpha_{1st}=0^\circ$ の場合は、繰返しせん断中に σ_x と σ_y はそれぞれ $2.0 \text{ kgf/cm}^2, 1.0 \text{ kgf/cm}^2$ で一定であるため、 $K_0 (=0.5)$ 状態からの繰返し単純せん断に類似している。 $2\alpha_{1st}=90^\circ$ の場合は一定のせん断応力 $\tau_{xy} (=0.5 \text{ kgf/cm}^2)$ が常に作用している条件下での繰返し二軸試験に対応する。また3ケースについて、 ϕ_{m0}, α に関する振幅は等しく、 $\sigma_m = 1.5 \text{ kgf/cm}^2$ 一定の排水せん断である。

計算結果¹⁰⁾を Fig. 8 に示す。図中の経路でせん断した場合、 ϕ_{m0} は本来常に正であるのですべて片振りになってしまうが、ここでは応力反転パラメータにより ϕ_{m0} に正負を付けて履歴ループ上の飛移りを考慮している。計算結果より $2\alpha_{1st}$ が $0^\circ \rightarrow 45^\circ \rightarrow 90^\circ$ となるに従い γ_{xy} が一方に偏る現象がみられる。これら3ケースの計算結果を不変量 ($\sigma_1/\sigma_3 \sim \sum |d\epsilon_i| \sim \epsilon_v$) で整理してやれば、Fig. 9 の実線のように3ケースとも等しくなる。これはおのこのの経路において、 ϕ_{m0}, α の個々に着目すればそれぞれ同じ振幅になっているためである。なお、図中には主応力回転による降伏を考慮しない場合の計算結果を破線で示してあるが、実線に比べてひずみが3割程度

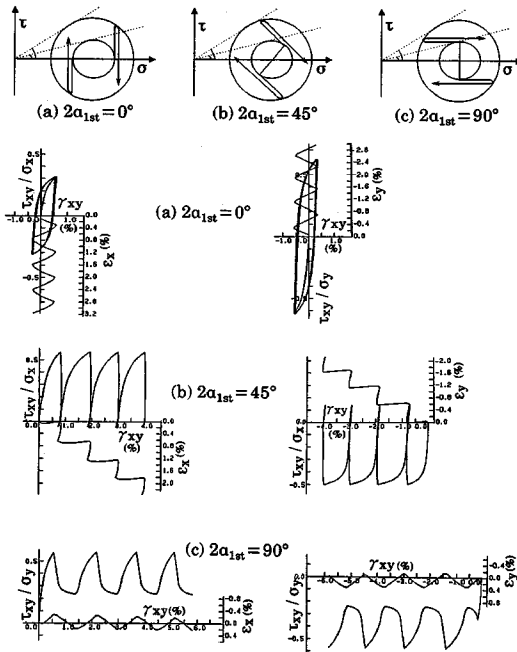


Fig. 8 Calculated stress-strain relationship.

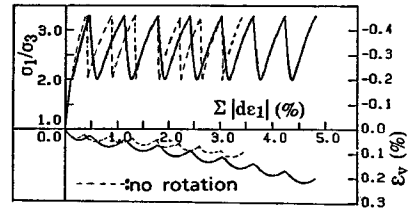


Fig. 9 Stress-strain relationship expressed by stress invariants for cases $2\alpha_{1st}=0^\circ, 45^\circ$ and 90° .

小さくなっている。

(2) 単純せん断試験結果のシミュレーション

Fig. 10 は上記の構成式に側方ひずみ増分 $d\epsilon_y=0$, 体積ひずみ増分 $d\epsilon_v=0$ という条件を課すことによって、非排水単純せん断を計算した結果¹¹⁾である。液状化時のサイクリックモビリティや、hard-spring 形の履歴曲線も説明できている。松岡モデルでは異方圧密によるダイレタンシーも考慮しているため、サイクリックモビリティを示すときの有効応力経路は約 30° の応力比一定ラインに沿っている。また K_0 値が小さいほど間隙水圧が出やすくなっており、石原ら²⁰⁾の指摘する傾向と一致する。Fig. 11 は豊浦砂を用いた松岡らによる実験結果 (相対密度は約 70%)²¹⁾であるが、計算結果とよく対応している。Fig. 12 は K_0 圧密状態からの排水および非排水繰返し単純せん断を計算した場合の偏差応力場における応力経路である。繰返しに伴って両結果とも σ_x と σ_y との差が漸減してはいるが、その傾向は非排水の方が顕著である。排水試験において σ_x と σ_y との差が漸減する理由は、側方の垂直ひずみが膨張しようとするのを

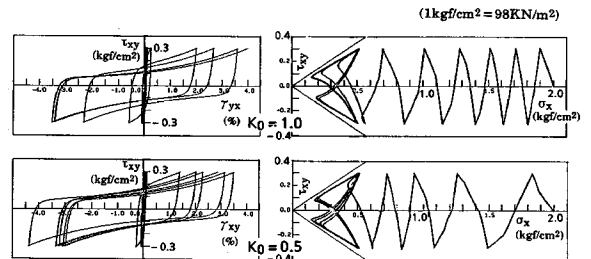


Fig. 10 Calculated effective stress path and stress-strain relation in undrained simple shear.

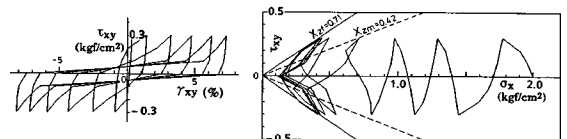


Fig. 11 Measured effective stress path and stress-strain relation in undrained simple shear test (after Matsuoka et al.).

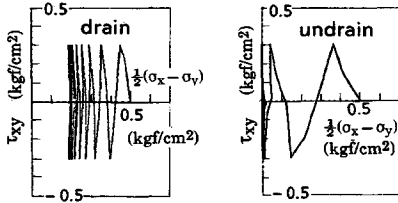


Fig. 12 Stress path in stress-deviation field $\left[\tau_{xy} \sim \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \right]$.

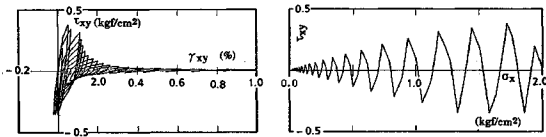


Fig. 13 Effective stress path and stress-strain relation in undrained simple shear by response analysis.

拘束しているためと思われる。非排水試験では、さらに間隙水圧の影響によってその傾向が顕著になるものと思われる。

さらに比較のため、Fig. 13にFEMによる一要素の動的応答解析結果を示す。下部の境界としてはLysmerダンパー²²⁾を用いており、入力振幅2kineのsine波である。また初期せん断応力として0.01 kgf/cm²を作用させている。間隙水圧が蓄積するとともに非線形性が顕著になり、せん断応力の振幅は小さくなっていく。わずかな初期せん断応力でも、剛性低下が顕著になれば、ひずみが一方に著しく偏っていく様子がわかる。したがって、液状化時には、地盤のわずかな傾斜が大きな変位を引き起こすことを意味する。

以上より、試験形態や応力条件によらず統一的に繰返し挙動を説明できることがわかった。

4. 二次元液状化解析への適用

(1) 解析手法⁹⁾

上記の構成式を二次元地震応答解析に組み込み、液状化解析を行った。解析手法として有効応力解析が数多く提案されているが、本研究では効率よくかつ実際に近いモデルを解析できる手法という観点から、透水性を考慮しない二次元有効応力解析手法を用いている。また、地盤の剛性に比べかなり剛な構造物を含む解析モデルを対象としていることから、陽解法と陰解法を融合したハイブリッド手法を用いている。側方境界として、KunarによるAbsorbing boundary²³⁾、モデル底部にはLysmerダンパー²²⁾を配置した。また、体積ひずみ零の条件を使い、非排水条件下の間隙水圧を推定している。初期応力は自重計算より求めた。

(2) 既往液状化実験結果との比較

既往の液状化実験結果のシミュレーションを行い、本

手法の妥当性を検証した。岩崎・龍岡ら²⁴⁾は、Fig. 14に示す小型砂層模型による液状化実験を行っている。実際に用いた試料は相対密度が18%の豊浦砂で、入力加速度は振幅50 galのsine波である。Fig. 15の実験結果より、上層から順に間隙水圧が初期有効拘束圧まで上昇し、ある深度で有効応力が零になると振動を停止していることがわかる。

松岡モデルにおいて密度の影響を受けるパラメーターは、 ϕ と k_{s1st} である。密度が小さくなれば ϕ は小さくなり k_{s1st} は大きくなる。 ϕ を小さくすると変相角と破壊角との差が小さくなり破壊線近傍で発散してしまう。よってここでは密度の影響を k_{s1st} のみに反映させた。したがって相対密度 $D_r=18\%$ の物性を的確には反映しておらず、解析結果はあくまでも定性的な傾向の把握にとどまるものと思われる。解析に用いた k_{s1st} は1.0%であり、残りのパラメーターはTable 1に示したものと同じである。Fig. 16に示すシミュレーション結果は、実験結果の傾向をほぼ説明できており、本手法の有効性が認められる。

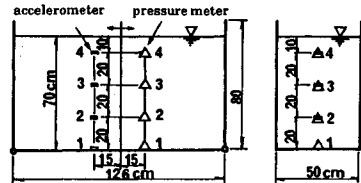


Fig. 14 Ground model for shaking table test (after Iwasaki et al.).

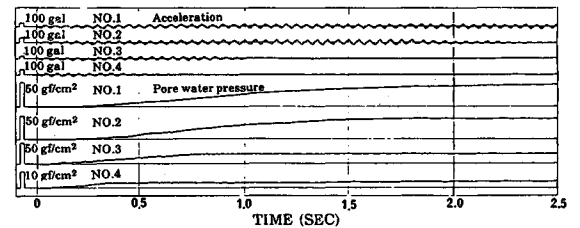


Fig. 15 Accelerations and pore water pressures obtained by liquefaction test (after Iwasaki et al.).

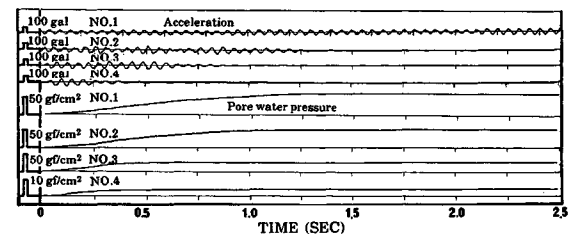


Fig. 16 Accelerations and pore water pressures obtained by response analysis.

(3) 超大盛土の液状化解析

二次元不整形地盤への適用例として Fig. 17 に示す超大盛土に、El Centro 波 (最大振幅 120 gal) を垂直入射させて液状化解析を行った。解析時間間隔は 0.0005 秒で 4 秒間応答計算を行った。Fig. 18~Fig. 22 に解析結果を示す。Fig. 18 に示す液状化領域とは、せん断ひずみ γ_{xy} の絶対値が 2% 以上となる場合とした。Fig. 19 に示す NOD 115 の加速度波形は液状化のため 3 秒以降は小さくなっている。Fig. 21 に示す応力・ひずみ関係では上層部になるほど γ_{xy} が大きく、非線形性が顕著になっている。ELM 197 は盛土の右方の斜面途中に位置しており初期せん断力があるため、片振りの応力・ひずみ関係となっており、最終的に斜面崩壊に至っ

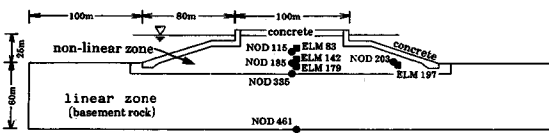


Fig. 17 Analytical model for embankment.

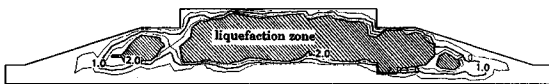


Fig. 18 Distribution of maximum shear strain (%) in non-linear zone.

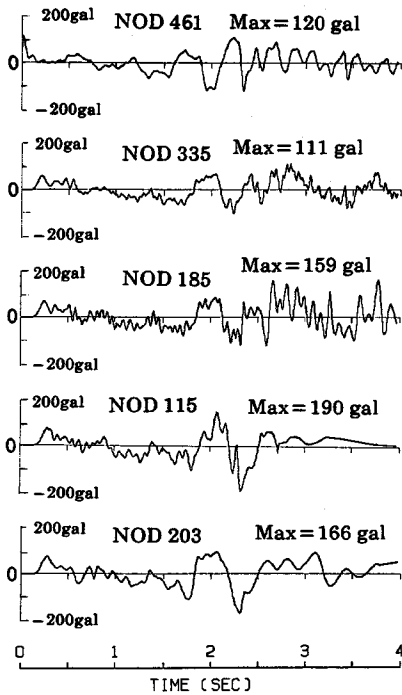


Fig. 19 Computed accelerations.

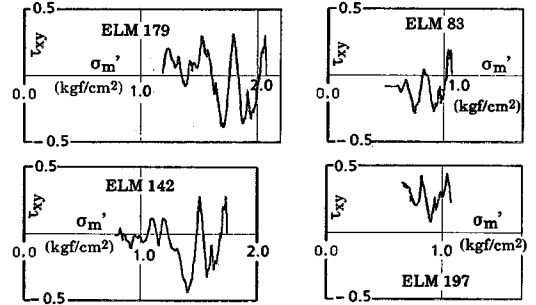


Fig. 20 Effective stress path.

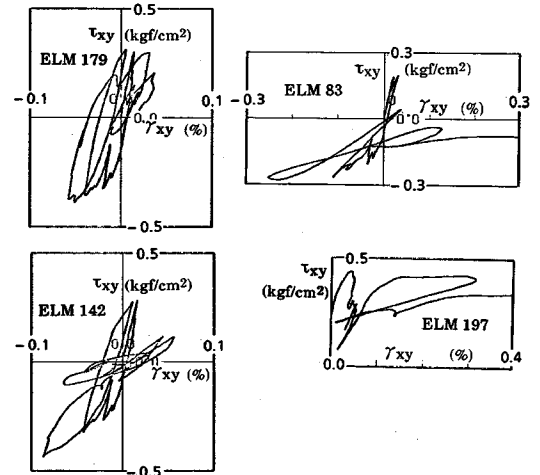


Fig. 21 Stress-strain relation.

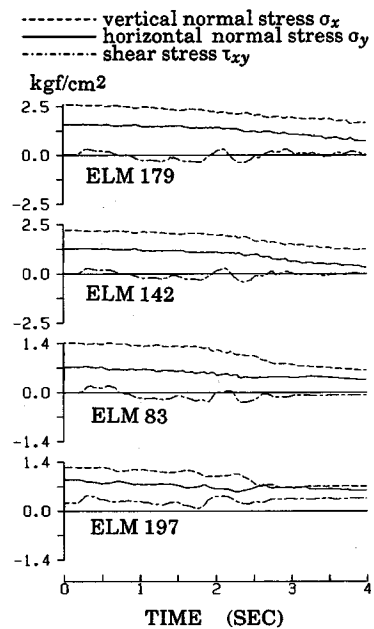


Fig. 22 Computed normal stresses and shear stresses.

ている。Fig. 22には、せん断応力と有効鉛直応力の時刻歴波形を示す。同図より、特に斜面途中に位置するELM 197では、鉛直応力の変動がせん断応力の変動に比べ無視し得ないことがうかがえる。なお、解析に用いたパラメーターは、Table 1に示したものと同一である。

5. 結 論

本研究では、地震時の地盤の非線形挙動を適切に評価するため、地震応答解析に適切な土の構成式を導入し解析することを目的とした。そのためにまず、主応力の回転による降伏も説明可能な土の構成式である松岡モデルに、応力反転パラメーター： $\frac{1}{2}(\beta_x + \beta_y)$ などを導入することにより、任意応力経路下の繰返しせん断に適用した。この応力反転パラメーターは不変量で記述された構成式を一般応力条件下へ適用可能にするものであり、松岡モデルに限らず、どの構成式にも適用可能である。

この構成式の特長は、次の①～③である。①排水、および非排水条件下で計算可能。②せん断、主応力の回転、等方圧縮、異方圧縮による降伏をすべて説明可能。③サイクリックモビリティ、hard-spring形の履歴ループも説明可能。

この構成式を応答解析に組み込み、以下のような解析結果が得られた。

(1) 種々の応力条件下の要素レベルの計算を行った結果、試験形態や応力条件によらず統一的に繰返し挙動を説明できた。

(2) 土槽液状化試験をシミュレーションし、間隙水圧の上昇や液状化に伴い上層より振動が停止していく様子が定性的に表現でき、本手法の有効性が認められた。

(3) 超大盛土の液状化解析を行い、各要素の応力・ひずみ関係、有効応力経路、加速度波形を計算した結果、液状化現象が定性的に表現できており、不整形地盤の地震応答解析へも有効であることを示した。

以上の結果より、せん断応力に加え垂直応力もランダムに変化し、さらに主応力の回転も含むような応力経路に対しても統一的に解析できることが示された。したがって、不整形地盤の液状化解析を行うには、任意応力経路下の繰返しせん断を表現できる構成式を用いることが重要であるといえる。

最後に、この論文を執筆するにあたり、貴重な資料ならびに有益な助言を頂いた名古屋工業大学 松岡 元教授に心より感謝の意を表します。また、研究の機会を与えてくださった、清水建設(株)大崎研究室 竹脇尚信主任研究員に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 福武毅芳・大槻 明・竹脇尚信：任意応力条件下の土の

構成式を用いた建屋周辺地盤の液状化解析，第19回地震工学研究発表会，pp.237～240，1987。

- 2) Ishihara, K. and Towhata, I. : Sand response to cyclic rotation of principal stress directions as induced by wave loads, *Soils and Foundations*, Vol. 23, No. 4, pp. 11～26, 1983.
- 3) 松岡 元・岩田 靖・原 康彦：主応力方向の回転によって発生する間隙水圧の解析，第41回土木学会年次講演会Ⅲ，pp.261～262，1986。
- 4) Matsuoka, H., Iwata, Y. and Sakakibara, K. : A constitutive model of sands and clays for evaluating the influence of rotation of the principal stress axes, *Proc. of 2nd Int. Conf. on Numerical Models in Geomechanics*, Ghent, Belgium, pp. 67～78, 1986.
- 5) Oka, F. and Washizu, H. : Constitutive equations for sands and overconsolidated clays under dynamic loads based on elasto-plasticity, *Proc. of Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, 1, pp. 71～74, 1981.
- 6) Towhata, I. and Ishihara, K. : Modelling soil behavior under principal stress axes rotation, *Fifth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, pp. 523～530, 1985.
- 7) Tobita, Y. and Yanagisawa, E. : The applicability and limitation of the anisotropic hardening model to cyclic deformation behavior of soils, *Seventh Japan Earthquake Engineering Symposium*, pp. 601～606, 1986.
- 8) 西 好一：一般応力下での Masing 法則と弾塑性構成式，第22回土質工学研究発表会，pp. 541～542，1987。
- 9) Ohtsuki, A. and Itoh, T. : Two dimensional effective stress analysis of liquefaction including soil-structure interaction, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol. 15, No. 3, pp. 345～366, 1987.
- 10) 福武毅芳：任意応力経路下の繰返しせん断の考え方，第41回土木学会年次講演会Ⅲ，pp. 3～4，1986。
- 11) 福武毅芳・大槻 明・竹脇尚信：任意応力条件下の土の構成式と液状化解析，第7回日本地震工学シンポジウム，pp. 691～696，1986。
- 12) Matsuoka, H. : Stress-strain relationship of sands based on the mobilized plane, *Soils and Foundations*, Vol. 14, No. 2, pp. 45～61, 1974.
- 13) Rowe, P.W. : Theoretical meaning and observed values of deformation parameters for soil, *Proc. of Roscoe Memorial Symposium*, pp. 143～194, 1971.
- 14) 松岡 元・中井照夫：土の複合滑動面と空間滑動面の考え方と使い方，土と基礎，Vol. 33, No. 4, pp. 15～23, 1980.
- 15) 松岡 元：3主応力下の土の応力～ひずみ関係について，京都大学防災研究所年報，第16号，pp. 710～733，1973。
- 16) 松原義仁・松岡 元・原 康彦・鈴木敏之：正八面体面上の各種回転応力経路下の異方性砂の応力・ひずみ挙動の解析，第41回土木学会年次講演会Ⅲ，pp. 277～278，1986。
- 17) 松岡 元・榊原和成・鈴木康之・野添淳一：複数回主応力方向回転時に発生する粒状体のひずみの解析，第22回

- 土質工学研究発表会, pp.297~298, 1987.
- 18) 松岡 元・藤井俊逸：微視的圧縮・せん断機構に基づいた任意応力経路下の粒状体の応力・ひずみ関係, 第20回土質工学研究発表会, pp.271~274, 1985.
- 19) 松岡 元・奥野直己・鷲野淳治：一般座標表示の砂と粘土の構成式のパラメーターの推定法, 第21回土質工学研究発表会, pp.345~348, 1986.
- 20) Ishihara, K. and Li, S. : Liquefaction of saturated sand in triaxial torsion shear test, *Soils and Foundations*, Vol.12, No.2, pp.19~39, 1972.
- 21) 福武毅芳・松岡 元・伊藤 学・三田村裕和：任意方向繰返し単純せん断時の砂の非排水応力・ひずみ関係と液状化強度の解析, 第40回土木学会年次講演会Ⅲ, pp.419~420, 1985.
- 22) Lysmer, J. and Kuhlemeyer, K.L. : Finite dynamic model for infinite media, *J. Eng. Mech. Div., ASCE*, Vol.95, No.EM4, pp.859~877, 1969.
- 23) Kunar, R.R. and Rodriguez-Ovejero, L. : A model with non-reflecting boundaries for use in explicit soil-structure interaction analyses, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol.8, pp.361~374, 1980.
- 24) 岩崎敏男・龍岡文夫・坂場義雄・野間博伸：砂槽の流動化に与える入力周波数の影響に関する模型実験, 第12回土質工学研究発表会, pp.957~960, 1977.

(1987.12.17・受付)