

# 正規圧密またはそれに近い過圧密地盤の動的応答解析への一寄与

## A CONTRIBUTION TO THE DYNAMIC RESPONSE ANALYSIS OF NORMALLY CONSOLIDATED OR SLIGHTLY OVERCONSOLIDATED SOIL LAYERS

赤井浩一\*・田村 武\*\*

By Koichi AKAI and Takeshi TAMURA

Recently, some big reclamation projects are being pursued in offshore areas where the water depth is far beyond ten meters and there exist clay-rich soil layers whose overconsolidation ratios are not so far from unity. The present note deals with an analytical solution for the dynamic response of soil layers appearing in the offshore seabed. Referring to the result of PS-logging performed at the boring site of Senshu-oki seabed in Osaka Bay as deep as 150 m, it is found that there exists a relationship between the celerity of transversal wave,  $v_s$  (m/s), and the depth of soil layers,  $z$  (m), as  $v_s = 30 z^{0.5}$ . Another informations obtained from the soil exploration also indicate that the seabed is almost normally consolidated at this site. The characteristic solution and the procedure of dynamic response analysis in such soil layers are deduced by solving the fundamental differential equation.

*Keywords*: depth-proportional shear modulus, offshore seabed, PS-logging, seismic response

### 1. 序

周知のように、人口に比して国土が狭隘なわが国では、古くから大河川の末端である沖積平野に大都市が発達し、各種産業の発展とともにその周辺の海域を埋立てて人工の陸地とする造成工事が営々として続けられてきている。ことに最近では、内湾の沿岸をはるかに離れた沖合いで、水深の大きい地点に大規模な埋立てを実施する施工例がみられるようになった。

元来、湖沼や内湾の沖合いで河口からかなり遠い箇所では、地盤はいわゆる海型となり、構造物基礎の支持層となるべき砂礫層はきわめて薄い、あるいは全く存在しないかであって、柔らかい沖積粘土層の下に過圧密比(OCR)の小さい洪積粘土層が続くため、埋立地や土木構造物の設計に対する地盤条件が苛酷になるのが普通である。その典型的な例を琵琶湖湖底や大阪湾の泉州沖海底地盤にみる事ができる。

本研究は、このような正規圧密に近い clay-rich な地盤の動的応答特性を考察し、海底地盤上の構造物の耐震設計への寄与を行うことを目的としている。

### 2. 変形係数 $G$ が深度 $z$ に比例する地盤の振動問題

#### (1) 正規圧密地盤における $G$ と $z$ の関係

正規圧密地盤では、深さ  $z$  の点における上載圧力  $p$  は有効土被り圧  $\gamma'z$  に等しい。また、その点での粘性土の非排水せん断強度  $c_u$  (実際には、上位の土層の自重を上載荷重として圧密が完了しているので、その意味では圧密非排水せん断強度である) は、塑性指数に大きい変動がないかぎり  $c_u/p = c_u/\gamma'z = \text{一定}$  (ここに、 $\gamma'$ : 有効単位体積重量) なる関係から、 $c_u \propto z$  とみなすことができる。

一方、非排水型の三軸圧縮試験のさいの応力-ひずみ曲線の初期接線勾配より求めたヤング率  $E$  と  $c_u$  の間には、理想的な乱さない正規圧密の海成粘土試料に対して  $E = 210 c_u \dots \dots \dots (1)$  なる関係が得られている<sup>1)</sup>。地震時に問題となるせん断型の振動に対する変形係数  $G$  (せん断弾性係数) はポアソン比を介して  $E$  と比例関係にあるから、結局、正規圧密粘土地盤では  $G$  は近似的に深度  $z$  に比例すると考えてよいであろう。

泉州沖約 5 km の海底地盤の圧密降伏応力  $p_c$  の深度分布の状況は図-1(a) に示されているが<sup>2)</sup>、海底面直

\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

(〒606 京都市左京区吉田本町)

\*\* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科 (同上)

下の沖積層では圧密降伏応力と有効土被り圧がほぼ等しく、正規圧密状態にある。一方、洪積層では前者は後者よりやや大きく過圧密状態にあるが、そのOCRは高々1.3程度と比較的小さい。また、図-1(b)は一軸圧縮強度  $q_u = 2c_u$  の深度分布である。洪積粘土では、試料の乱れや潜在クラックの影響などのため原データは非常に散らばっているが、この図に採用した三軸試験で拘束圧  $\sigma_3$  を与えた非排水圧縮強度  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  は散らばりの程度が減少して図示の領域内にあり、全体的には  $q_u \propto z$  なる関係が認められる。

次に、同じく泉州沖海底地盤で実施された深度150mに達するボーリングでの孔内PS検層の一例を図-2<sup>3)</sup>に示す。これより、海底面からの深さを  $z$  (m) とすると、横波速度  $v_s$  (m/s) と  $G$  (tf/m<sup>2</sup>) との関係は、 $\rho$  を土層の密度 (tf·s<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>) として大略次式で定式化することができる。

$$\left. \begin{aligned} v_s &= 30 z^{0.5} \quad (z=100 \text{ m}; v_s=300 \text{ m/s}) \\ G &= 900 \rho z \approx 900 \times (1.7 \div 9.8) z = 156 z \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

一般に、砂層では粘土層に比べて孔内波速が大きく出しており、実験式(2)は砂層には適用できない。しかし、泉州沖海底地盤では圧倒的に粘土層が優勢であるので、式(2)はこの地域の沖積層および大阪層群全般について近似的に適用し得るものと考えてよいであろう。

(2)  $G \propto z$  なる地盤の振動特性

地表面を深さ  $z$  の原点として下向きを正とし、密度  $\rho$  と減衰定数  $c$  が一定で、変形係数  $G = Kz$  ( $K$ : 比例係数、式(2)参照) のとき、基盤入力  $\ddot{u}_0(t)$  を受ける地盤の振動は変位  $u$  に関して次式で表わされる。

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left( Kz \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\rho \ddot{u}_0 \dots\dots (3)$$

このような地盤の振動特性を調べるために、式(3)の右辺の外力項を0とした斉次方程式を考える。これに変数分離法を適用し、 $\omega$  を複素数として

$$u(z, t) = v(z) \cdot w(t) = v(z) e^{i\omega t} \dots\dots (4)$$

を代入すれば、 $v(z)$  に関して

$$\frac{d^2 v}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{dv}{dz} + \frac{\rho\omega^2 - c i \omega}{Kz} v = 0 \dots\dots (5)$$

なる常微分方程式を得る。

式(5)は、数理論理学において古くから扱われている上端を固定された鎖(張力が下端(自由端)からの距離に比例して増加)の振動において現われるものと全く同形である。いま  $z$  を新しい変数  $\xi = \alpha z^\sigma$  に変換し、 $\sigma = 1/2$ ,  $\alpha = 2\sqrt{(\rho\omega^2 - c i \omega)/K}$  とれば、式(5)は  $v$  と  $\xi$  について零次の Bessel 方程式になる。したがって、地表面  $z=0$  ( $\xi=0$ ) で有限で、かつ  $z=H$  (基盤面) で  $v=0$  なる境界条件を満足する解は

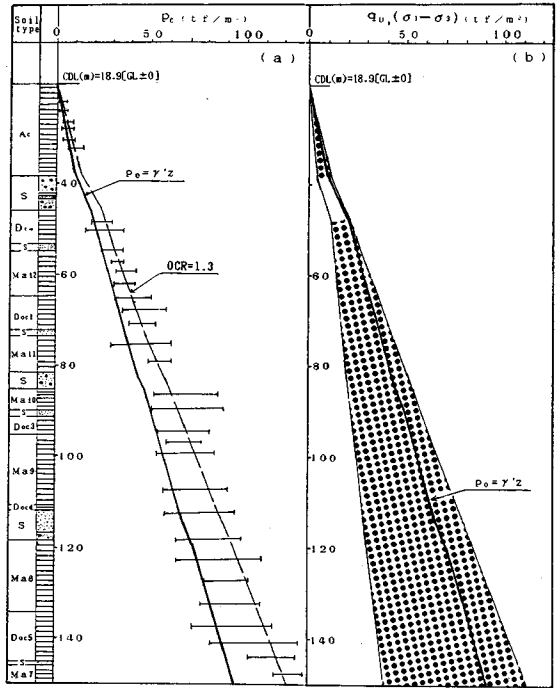


Fig. 1 Distribution of the precompression load and the unconfined compressive strength with depth at Senshu-oki seabed.

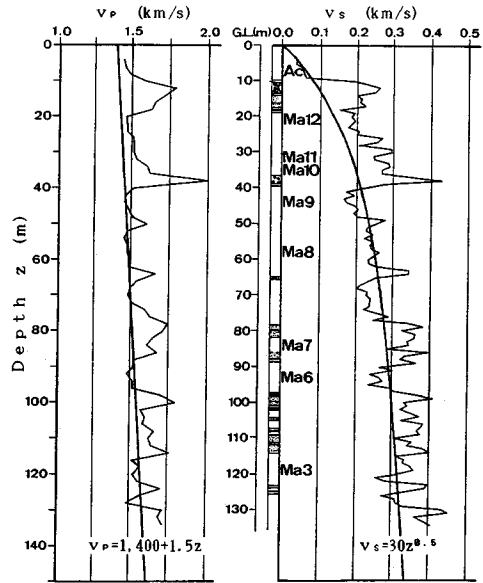


Fig. 2 Result of PS-logging at the boring site of Senshu-oki seabed.

$$\begin{aligned} v &= J_0(\xi) = J_0 \left( 2\sqrt{\frac{\rho\omega^2 - c i \omega}{K}} z \right) = J_0(2\lambda\sqrt{z}) \\ &= J_0 \left( \sqrt{\frac{z}{H}} x_0 \right) \dots\dots (6) \end{aligned}$$

となる。式中、 $\lambda_n$ は振動の固有値、 $\alpha_n$ の個々の値

$$\alpha_n = 2\sqrt{\frac{\rho\omega_n^2 - c i \omega_n}{K}} H \quad (n=1, 2, \dots) \dots\dots (7)$$

は零次の Bessel 方程式  $J_0(\zeta)=0$  の根である。これより、地盤の振動モードは単に  $\sqrt{z}$  について零次の Bessel 関数の形で表現されることがわかる。

次に、基盤面  $z=H$  における境界条件より、式 (6) の最後の等式から

$$2\lambda_n\sqrt{H} = \alpha_n, \text{ すなわち } \lambda_n = \alpha_n/2\sqrt{H}$$

となり、 $\lambda_n^2 = (\rho\omega_n^2 - c i \omega_n)/K$  より

$$\alpha_n = \frac{c i \pm \sqrt{-c^2 + 4\rho K \lambda_n^2}}{2\rho} = \alpha \pm \beta_n \dots\dots (8)$$

ただし、

$$\alpha = \frac{c}{2\rho}, \beta_n = \frac{\sqrt{-c^2 + 4\rho K \lambda_n^2}}{2\rho}$$

$$\therefore e^{i\omega t} = e^{(-\alpha \pm i\beta_n)t} = e^{-\alpha t} \begin{cases} \sin \beta_n t \\ \cos \beta_n t \end{cases} \dots\dots (9)$$

したがって、式 (4) により式 (3) の解の形は次式となる。

$$u(z, t) = e^{-\alpha t} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin \beta_n t + b_n \cos \beta_n t) \times J_0(2\lambda_n\sqrt{z}) \dots\dots (10)$$

これより、時間  $t$  を含む項は一律な減衰  $e^{-\alpha t}$  と、個々独立な円関数  $\begin{cases} \sin \beta_n t \\ \cos \beta_n t \end{cases}$  の積、すなわちノルマル振動となっていることが明らかである。他方、位置  $z$  を含む項、すなわちモード解は、前述のように  $\sqrt{z}$  について零次の Bessel 関数であり、これが正規圧密、もしくはそれに近い過圧密地盤の振動の特性解である。

### 3. $G \propto z$ なる地盤の動的応答解析

Idriss と Seed<sup>4)</sup> は、深部の入力基盤からくる地震動に対する堆積層の応答を式 (3) の型の振動方程式

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} (Kz^m \frac{\partial u}{\partial z}) = -\rho \ddot{u}_g \dots\dots (3')$$

に基づいて計算する解析解を誘導したが、左辺第3項の  $z$  のべき数が  $m \leq 1/2$  の場合に限って Bessel 方程式の解が得られるとして、 $m=0$  (深さ方向に変形係数が一定) と  $m=1/3$  に対して動的応答の計算例を示している。

しかるに、前述のように、正規圧密またはそれに近い過圧密地盤では、変形係数  $G$  が深度  $z$  に比例する場合 (式 (3) の  $m=1$  に相当) が多いと考えられ、このような現実の地盤には Idriss らの解法は役立たない。そこで以下では、このような場合、すなわち式 (3) に対する有効な解析解を誘導し、地震時の地盤の応答解析を行うことにする。

まず、静止状態を初期条件として

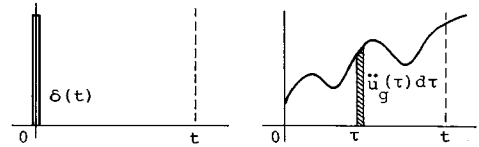


Fig. 3 Unit pulse and its superposition.

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} (Kz \frac{\partial u}{\partial z}) = -\rho \cdot \delta(t) \dots\dots (11)$$

を考える。すなわち、静止状態にある振動系に単位パルスが作用する場合である。この問題は式 (11) の右辺を 0 とおいた斉次式を、初期条件  $t=0$  において  $u=0, \dot{u}=-1$  のもとで解くことに相当する。

ところで、式 (3) または式 (11) の斉次式の一般解である式 (10) の Fourier 級数の係数  $a_n, b_n$  をこれらの初期条件から求めると、

$$a_n = \frac{1}{\beta_n \lambda_n \sqrt{H} J_1(2\lambda_n \sqrt{H})}, b_n = 0 \dots\dots (12)$$

となり、式 (11) の解は次式となる。

$$u(z, t) = -\frac{1}{\sqrt{H}} e^{-\alpha t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \beta_n t}{\beta_n} \frac{J_0(2\lambda_n \sqrt{z})}{\lambda_n J_1(2\lambda_n \sqrt{H})} \dots\dots (13)$$

しかるに、原問題 (式 (3)) では、式 (11) の右辺の  $-\rho \cdot \delta(t)$  が  $-\rho \ddot{u}_g$  となっている。そこで、図-3を参照して、時刻  $t=\tau$  における外力 (単位パルス) は現在時間  $t$  からみれば  $(t-\tau)$  だけ過去のものであるから、時間  $t=0 \sim \tau$  の期間の影響を考慮すれば原問題の解となる。すなわち、地動加速度  $\ddot{u}_g(t)$  を入力項としたときの地盤の応答変位は、次の Duhamel の積分で与えられる。

$$u(z, t) = -\frac{1}{\sqrt{H}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n} \frac{J_0(2\lambda_n \sqrt{z})}{\lambda_n J_1(2\lambda_n \sqrt{H})} \times \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} \sin \beta_n(t-\tau) \ddot{u}_g(\tau) d\tau \dots\dots (14)$$

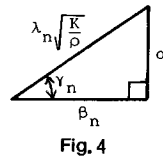
また、この式の積分の項を時間  $t$  で微分して演算を継続することにより、同じく  $\ddot{u}_g(t)$  を入力項としたときの地盤の応答速度  $\dot{u}$  と絶対応答加速度  $(\ddot{u} + \ddot{u}_g)$  は、それぞれ次式で示されるものとなる。

$$\dot{u}(z, t) = -\sqrt{\frac{K}{\rho H}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(2\lambda_n \sqrt{z})}{\beta_n J_1(2\lambda_n \sqrt{H})} \times \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} \cos \beta_n(t-\tau) + \gamma_n \ddot{u}_g(\tau) d\tau \dots\dots (15)$$

$$\ddot{u}(z, t) + \ddot{u}_g(t) = \frac{K}{\rho} \frac{1}{\sqrt{H}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n J_0(2\lambda_n \sqrt{z})}{\beta_n J_1(2\lambda_n \sqrt{H})} \times \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} \sin \beta_n(t-\tau) + 2\gamma_n \dot{u}_g(\tau) d\tau \dots\dots (16)$$

ただし、式 (7), (8) より

$$\left. \begin{aligned} J_0(2\lambda_n\sqrt{H}) &= 0 \\ \alpha &= \frac{c}{2\rho} \\ \beta_n &= \frac{\sqrt{-c^2 + 4\rho K\lambda_n}}{2\rho} \end{aligned} \right\} \dots (8)'$$



であり、 $\gamma_n$ は図-4に示す角である。

さきに図-2に示した泉州沖海底地盤（水深約15m）において、海底面下深度97.3mに出現する基底礫層（Ma6粘土層の下部の仮称S-9層）を入力基盤として、これに十勝沖地震（1968.5.16）の八戸におけるE-W成分の波形<sup>5)</sup>（基線および計器特性に関する補正<sup>6)</sup>を施したものを、最大加速度203.3galをFourier級数に展開して地動として与えたとき、堆積層の最大応答値の深さ方向の分布を式(14)~(16)によって計算した結果を図-5(a)~(e)に示す。このさい与えた地盤定数は、 $\rho = 0.173 \text{ tf}\cdot\text{s}^2/\text{m}^4$ 、 $c = 0.365 \text{ tf}\cdot\text{s}/\text{m}^4$ 、 $K = 104 \text{ tf}/\text{m}^2$ 、 $H = 97.3 \text{ m}$ である。この $K$ の値は、地震時の変形係数のひずみ依存性を考慮して、PS検層で得られた式(2)の比例係数の2/3倍を採用している。図-5によると、最上部の沖積層表面において最大応答変位  $u_{\max} = 16.6 \text{ cm}$ 、最大応答速度  $\dot{u}_{\max} = 78.4 \text{ cm/s}$ 、最大絶対応答加速度  $(\ddot{u} + \ddot{u}_g)_{\max} = 959 \text{ gal}$ であり、後者はS-9層での最大地動加速度の約4.7倍に達していることが知られる。このような応答の増幅は、特に海底面に近い表層において顕著である。

#### 4. あとがき

本研究は、現実の沖合い海底地盤などにみられる正規圧密に近い clay-rich な堆積層に対する動的応答の解析解を誘導し、泉州沖の地盤モデルについて1つの計算例を示したものである。密度や変形係数や減衰定数などの地盤定数が複雑に変化する実際の地盤に対する厳密な耐震応答解析は、集中質量法を用いた重複反射の数値解によらねばならないが、本文で示した解析解が比較的良好な近似を与えることが期待される。

#### 参 考 文 献

1) 竹中準之介：粘土のサンプリングとその信頼度，土質材料の力学と試験法（日本材料試験協会関西支部刊行），

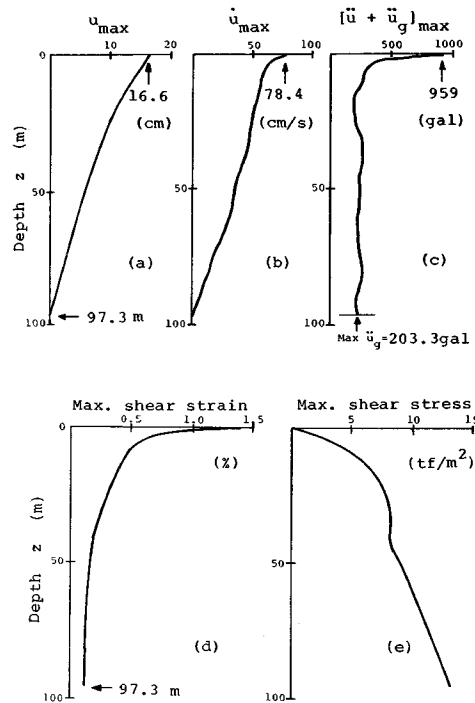


Fig. 5 Result of dynamic response analysis for a model of Senshu-oki seabed.

pp. 1~22, 1962.

2) 小野寺駿一・小林正樹・平尾寿雄：大阪湾泉州沖地盤の地質特性と土質特性，港湾，Vol. 61, No. 11, pp. 53~65, 1984.  
 3) 中瀬古幸次郎・岩崎好規：大阪湾海底堆積地盤の弾性波速度に関する特性，海底地盤に関するシンポジウム発表論文集（土質工学会関西支部刊行），pp. 79~84, 1987.  
 4) Idriss, I. M. and Seed, H. B. : Seismic response of horizontal soil layers, Proc. ASCE, Vol. 94, SM4, pp. 1003~1031, 1968.  
 5) 土田 肇・倉田栄一・須藤克子：1968年十勝沖地震とその余震の港湾地域における強震記録，港湾技術研究所資料，No. 80, 1969.  
 6) 後藤尚男・亀田弘行・杉戸真太・今西直人：デジタルフィルターによるSMAC-B2加速度計記録の補正について，土木学会論文報告集，No. 277, pp. 57~69, 1978. (1987.10.22・受付)