

空間・時間分布特性を有する地震動シミュレーション

SIMULATION OF SPATIALLY AND TEMPORALLY VARIATIVE
EARTHQUAKE GROUND MOTIONS

星谷 勝*・石井 清**・栗田博昭***

By Masaru HOSHIYA, Kiyoshi ISHII and Hiroaki KURITA

An input model properly representing mutually correlated earthquake ground motions is inevitably required in dynamic analysis of large scale line-like or network-like structures such as suspension bridges and buried pipelines. In this context, this paper investigated a simulation method of spatially as well as temporally variative earthquake ground motions by utilizing an autoregressive model where the properties of the actual propagating ground motions were taken into consideration in the model representation. The simulation method was justified by showing the consistency of the properties of simulated waves to the prescribed ones.

Keywords: probability, spatial and time dependent ground motion, input model, simulation, AR model

1. はじめに

近年、構造物の長大化に伴い、橋梁や地中埋設パイプライン等の長大構造物の耐震安全性の検討が、重要な課題となってきている。このような長大構造物を対象に確率論的手法を用いて応答解析を行うとき、構造物の各支点には、互いに相関を有した地震動が作用することを考慮すれば、多点入力 of 適切な確率過程モデルが重要となる。

一方、確率論的手法を用いた応答解析では、確率過程入力に対する応答として、共分散応答が得られる。星谷、渋沢^{1),2)}は、長大構造物の各支点に、互いに相関を有する入力が入力する場合の構造系の応答共分散を効率よく算出する漸化理論式の誘導を行っている。この漸化理論式において入力波形は、多点で互いに相関を有するように、時間領域の自己回帰モデル [Autoregressive Model; AR モデル] で表わされている。この入力モデルで与えられている多点入力波形の相互の相関、すなわち、

地震動の空間・時間分布特性は、波動の伝播に伴う各点での時間ずれについてのみであり、実際の観測波形にみられるような波形そのものの変形については考慮されていない。また、地震動の空間・時間分布特性については、アレー観測データに基づき、各種の統計確率モデルが研究されているが³⁾⁻¹⁴⁾、モデルが確定するには、今後、実データの蓄積を待たなければならないのが現状である。

そこで、本論文では、地震動の空間・時間分布特性を表わす統計確率モデルの既存の研究成果に基づき、応答共分散漸化式の多点入力として組み込むことが可能なARモデルを用いて、多点地震動をシミュレートすることを目的とする。さらに、この手法によりシミュレートされたひと組のサンプル波が、与えた地震動の空間・時間分布特性を満足することを、数値計算例により示すこととする。

2. 地震動の空間・時間分布特性

(1) 地震動の統計確率論的表現

地表面地震動は震源のメカニズム、伝播経路とその媒体、地表面近傍地盤などの影響を強く受ける複雑な運動である。この複雑な地表面における地震動の空間的および時間的な振動分布特性を表現するためには、アレー観測で得られる多点同時観測データをひと組のサンプル実

* 正会員 Ph. D. 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科
(〒158 世田谷区玉堤 1-28-1)

** 正会員 工博 清水建設(株)大崎研究室主任研究員
(〒100 千代田区内幸町 2-2-2)

*** 正会員 日本通信協力(株)(前・武蔵工業大学大学院工学
研究科修士課程)

現値として扱う統計確率論的手法が用いられる。ライフライン、吊橋、あるいは火力発電所タービン建屋などのように空間的に広い領域を占める巨大構造物の耐震設計においては、地震動の空間・時間分布特性を明らかにして、多点地震入力波を作成することが必要となる。

ここで、2地点の位置ベクトルを \vec{x}, \vec{x}' として、時間 t, t' におけるそれぞれの地点の地震動を $u(\vec{x}, t), u(\vec{x}', t')$ とすれば、相互相関関数は次に示す集合平均で定義される^{3), 4)}。

$$R(\vec{x}, \vec{x}', t, t') = E[u(\vec{x}, t)u(\vec{x}', t')] \dots\dots\dots (1)$$

もし、表層地盤が均一 (homogeneous) であり、かつ波動伝播方向に対して異方性 (nonisotropic) の地震動を想定するならば、上式の相互相関関数は空間座標系においては2地点間の距離ベクトル $\vec{x}_0 = \vec{x} - \vec{x}'$ の関数となる。ここで、著者らは、homogeneous とは、地震動が空間座標系において定常である場合を考えている。物理的には、パワースペクトル密度関数がどの地点でも同一な地盤を仮定している。地震動が空間的に定常性を有するかどうかに対する物理的な解釈や条件は現時点ではあまりはっきりしておらず今後の研究に負うところが多い。しかし、工学的には、当分の間このような取扱いも許されるものと考えられる。たとえば、原子力発電所設計用の基準地震動設定において考えられている解放基盤という概念¹⁵⁾は、上記の仮定とはほぼ一致する。また、地震動の定常性 (stationarity) を仮定するならば、時間座標系においては、時間差の関数となる。

以上より、2点間の地震動の相互相関関数は

$$R(\vec{x}_0, \tau) = R(\vec{x}, \vec{x}', t, t') \dots\dots\dots (2)$$

となる。ただし、 $\vec{x}_0 = \vec{x} - \vec{x}'$ 、 $\tau = t - t'$

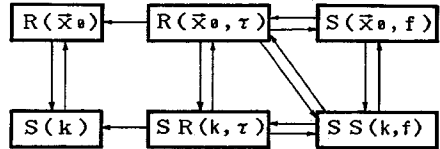
式 (2) を Wiener-Khintchine 関係式を用いて時間領域から振動数領域へ変換すれば、次の相互スペクトル密度関数が得られる。

$$S(\vec{x}_0, f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\vec{x}_0, \tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \dots\dots\dots (3)$$

また式 (2) で $\tau=0$ とおけば、次に示す空間領域における自己相関関数が得られる。

$$R(\vec{x}_0) = R(\vec{x}_0, 0) \dots\dots\dots (4)$$

さて、地震動の空間・時間分布特性を統計確率論的に扱った研究は多数あるが、それらの代表的な研究は、(i) アレー観測データに基づいて式 (2) の相互相関関数 $R(\vec{x}_0, \tau)$ または式 (3) の相互スペクトル密度関数 $S(\vec{x}_0, f)$ のモデル化を試みたもの^{1), 2), 4)~11)} と (ii) 同様のデータから空間領域における式 (4) の自己相関関数 $R(\vec{x}_0)$ のモデル化を試みたもの^{10)~13)} に分類される。また地震動の平面変動分布をシミュレートする目的で、波数スペクトル $S(k)$ を $R(\vec{x}_0)$ から変換して求めた研究もある^{10), 11), 14)}。



図一 地震動の空間・時間分布特性を表わす統計確率モデルの相互関係

以上、それぞれのモデルは図一に示されるように、Wiener-Khintchine 関係式で結ばれるものであるから、モデル化に際し、各モデル間の整合性が満足されていなければならない。また、地震動を空間的な広がりの中で動的現象としてとらえる目的からは、基本となるモデルは相互相関関数 $R(\vec{x}_0, \tau)$ または相互スペクトル密度関数 $S(\vec{x}_0, f)$ である。なお、図一において、 $SS(k, f)$ 、 $SR(k, \tau)$ はそれぞれ $S(\vec{x}_0, f)$ 、 $R(\vec{x}_0, \tau)$ を波数領域へ変換したものである。

(2) 相互スペクトル密度関数モデル

星谷、淡沢^{1), 2)}は、表層地盤を均一とし、かつ波動の伝播速度を一定と仮定し、各地点で波形変形が全くない場合の相互スペクトル密度関数モデルを次式で与えている。

$$S(\vec{x}_0, f) = S(f) e^{-i2\pi f \vec{x}_0 / c} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 \vec{x}_0 = 2地点間の距離ベクトル

c = 地表面に沿う波動の伝播速度の大きさ (スカラー量)

$S(f)$ = 均一場の代表地点における定常地震動のパワースペクトル密度関数

実際には、2地点で観測された地震動波形は、2地点間距離 $|\vec{x}_0|$ が大きくなるほど相関が低下し、またその傾向は高振動数成分ほど大となる観測結果が得られている^{16)~18)}。この結果を踏まえて、川上^{5)~7)}は波動伝播方向に沿う直線上の多点定常地震動 (実体波) を対象として、この相関特性を表現する相互スペクトル密度関数モデルを次式のように与えている。

$$S(\vec{x}_0, f) = S(f) \gamma(\vec{x}_0, f) \\ \gamma(\vec{x}_0, f) = \exp(-\alpha |f| |\vec{x}_0| / c) \exp(-i 2 \pi f \vec{x}_0 / c) \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 c = 地表面に沿う波動の伝播速度の大きさ (スカラー量)。川上は実体波を考えており、 c は振動数によらず一定

$$\gamma(\vec{x}_0, f) = \text{コヒーレンススペクトル} \\ |\gamma(\vec{x}_0, f)| = \exp(-\alpha |f| |\vec{x}_0| / c); \text{コヒーレンス} \\ \alpha = \text{波形変形定数 (正值)}$$

式 (6) の特徴はコヒーレンスが伝播時間 $|\vec{x}_0| / c$ と振動数 f が大きくなると指数関数的に低下することを示すことである。また、 α は波形の変形の程度を表わすものであり、 $\alpha=0$ のときには常にコヒーレンス $|\gamma(\vec{x}_0,$

$f)$ $= 1$ となり、2点間の波形は同一であり、波形変形はない。星谷、渋沢の示した式(5)はこの場合に相当する。 α が大きくなるに従い、コヒーレンスは低下し、2つの波形間での波形変形が進む。川上は文献(16)~(18)などを参照して、この波形変形定数 α の値を 0.2~0.4 としている。式(6)の右辺における $\exp(-i2\pi f \vec{x}_0/c)$ は波動伝播による2つの波形間の位相ずれを与えるものである。川上のモデルでは波動伝播方向の直線上での地震動を考えているが、地震動を空間的な広がりの中で表現するためには、式(6)を拡張する必要がある。

一方、Harichandran と Vanmarcke^{3),8)} は地盤の均一性、地震動の定常性および異方性を想定して地震動の空間・時間分布特性を検討している。すなわち、空間的な広がりの中で、どの地点でのパワースペクトル密度関数も一定であるが、地震動の位相ずれは波動の伝播速度の方向ベクトルでと2点間距離ベクトル \vec{x}_0 のなす角度によって異なるという異方性を考慮して、相互スペクトル密度関数を次式で提案している。

$$S(\vec{x}_0, f) = S(f)\gamma(\vec{x}_0, f)$$

$$\gamma(\vec{x}_0, f) = |\gamma(\vec{x}_0, f)| e^{-i2\pi f \vec{x}_0 \cdot \vec{c}} \dots \dots \dots (7)$$

ここで、

$$|\gamma(\vec{x}_0, f)| = A \exp\left[-\frac{2|\vec{x}_0|}{\alpha' \theta(f)} (1-A+\alpha'A)\right]$$

$$+ (1-A) \exp\left[-\frac{2|\vec{x}_0|}{\theta(f)} (1-A+\alpha'A)\right]$$

$$\dots \dots \dots (8)$$

$$\theta(f) = k \left[1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^b\right]^{-\frac{1}{2}} : \text{相関距離指標} \dots \dots \dots (9)$$

$$d = \frac{\vec{c} \cdot \vec{x}_0}{|\vec{c}|^2} : \text{時間ずれ} \dots \dots \dots (10)$$

$\theta(f)$ は相関距離指標 (frequency dependent correlation distance) とよび、2点間地震動の相関度を振動数依存の距離尺度で示したものとイえる。式(7)のモデルではコヒーレンス $|\gamma(\vec{x}_0, f)|$ が2点間距離 $|\vec{x}_0|$ と相関距離指標 $\theta(f)$ との比に対して指数関数的に減少していくものであり、川上のモデル式(6)のように伝播時間が相関の減少の要因となっていない点が異なる。なお、アレー観測データなどの解析によって、式(7)~(9)における定数 A, α', k, b, f_0 を定めればこのモデルは実データに適合する一般的なモデルであるとしている。また、式(7)では位相ずれに対して地震動伝播の異方性を考慮している。実際の地震動では地震波の伝播に伴い、各点で時間ずれ d が生じる。この時間ずれ(位相ずれに対応)は平面上でと \vec{x}_0 とのなす角度を ϕ とおくと、式(10)より

$$d = \frac{\vec{c} \cdot \vec{x}_0}{|\vec{c}|^2} = \frac{|\vec{x}_0|}{|\vec{c}|} \cos \phi \dots \dots \dots (11)$$

となる。

つまり、各点における地震動の時間ずれはと \vec{x}_0 とのなす角度 ϕ と $|\vec{c}|, |\vec{x}_0|$ とによって定まる。 $\phi=0$ のときは波動伝播方向となるから川上の式と同一となるが、たとえば $\phi=90^\circ$ とすると $d=0$ となる。すなわち、地震動の伝播方向と直角な直線上の多点間では時間ずれは生じない。このように、波動伝播方向と距離ベクトルとの位置関係によって位相ずれが影響を受けるという異方性を考慮している。なお $|\vec{c}|$ は見掛けの伝播速度であり、文献(3), (8)のアレー観測で考慮している2km程度の広がり空間においては、波の分散性を考える必要はなく、式(10)により時間ずれは十分に表現できるとしている。

相互スペクトル密度関数モデルとしては、他に原田⁹⁾, Loh^{10),11)} などの提案したものがある。また、空間での自己相関関数モデルに関しては Shinozuka と Harada^{12),13)}, Loh^{10),11)} などの研究がある。また、視点は異なるが、関連した研究には文献(19)~(23)など多数ある。文献(9)ではアレー観測で得られた速度波形の解析結果より相互スペクトル密度関数モデルを示しているが、川上のモデル式(6)において $|f|, |\vec{x}_0|$ の代わりに $|f|^b, |\vec{x}_0|^a$ と柔軟な形に変形したものであり、本質的な相関はない。文献(10)では式(6)において、コヒーレンスの形を次に示す4種類の指数関数で表わしている。

$$|\gamma(\vec{x}_0, f)| = \begin{cases} \exp(-\alpha_1 |\vec{x}_0|) \dots \dots \dots (12\cdot a) \\ \exp(-\alpha_1 |\vec{x}_0| \cdot \\ (1 + \alpha_1 |\vec{x}_0| + \alpha_1 |\vec{x}_0|^2) \dots \dots \dots (12\cdot b) \\ \exp(-\alpha_1^2 |\vec{x}_0|^2) \dots \dots \dots (12\cdot c) \\ \exp(-(\alpha_1 + \alpha_2 2\pi f) |\vec{x}_0|) \dots \dots (12\cdot d) \end{cases}$$

上式において、式(12・a)~(12・c)は振動数に対して独立な関数形となっている。式(12・d)で $\alpha_1=0$ かつ $\alpha_2 = \alpha/2\pi c$ とおけば、式(6)に一致する。

以上に示したように、地震動の相互スペクトル密度関数モデルはすべて次の基本形で与えられている。

$$S(\vec{x}_0, f) = S(f)\gamma(\vec{x}_0, f) \dots \dots \dots (13)$$

本研究では、地震波動伝播による異方性を考慮している Harichandran と Vanmarcke のモデル式(7)~(10)を採用することとするが、コヒーレンスの形が比較的簡単な Loh のモデル式(12・d)を基本モデルとすることも考えられよう。なお、次節以降でシミュレーション法を検討することとする。

3. 多点地震動のシミュレーション

(1) 定常 AR モデル

互いに相関を有する多点地震動を確率過程理論に基づ

いてシミュレートする方法には大きく分けて、周波数領域モデル^{24), 25)}と時間領域モデル^{26)~28)}がある。本研究では時間領域モデルのうちで、応答共分散漸化式の多点入力^{1), 2)}として組込みが可能な自己回帰モデル [Autoregressive Model; AR モデル] を採用することにする。AR モデルによる方法は、要求される地震動の相互相関特性を満足するようにモデルの係数を決定する方法である。したがって地震動の空間・時間分布特性を示す相互相関関数 $R(\vec{x}_0, \tau)$ が必要となる。これまでの研究は、主に、アレー観測データから相互スペクトル密度関数 $S(\vec{x}_0, f)$ または、空間での自己相関関数 $R(\vec{x}_0)$ のモデル化を試みたものであり相互相関関数 $R(\vec{x}_0, \tau)$ についてはモデル化されていない。

そこで、これまでの研究成果を踏まえて、多点地震動を AR モデルによりシミュレートするには、相互スペクトル密度関数 $S(\vec{x}_0, f)$ をフーリエ逆変換することにより、次式の相互相関関数 $R(\vec{x}_0, \tau)$ を求めることになる。

$$R(\vec{x}_0, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\vec{x}_0, f) e^{i2\pi f\tau} df \dots\dots\dots(14)$$

ここで、式 (7) および式 (13) を用いれば、上式は、

$$R(\vec{x}_0, \tau) = 2 \int_0^{\infty} S(f) |\gamma(\vec{x}_0, f)| \cos 2\pi f(\tau - d) df \dots\dots\dots(15)$$

ここで、式 (10) より、

$$d = \frac{\vec{c} \cdot \vec{x}_0}{|\vec{c}|^2} : \text{時間ずれ}$$

である。式 (15) により、パワースペクトル密度関数 $S(f)$ さえ与えれば、相互相関関数は数値解析的に求めることができる。

多点地震動を平均値が 0 の定常確率ガウス過程とみなすとき、その定常 AR モデルの基本式は次式で与えられる^{1), 2), 26), 29)}。

$$u_i(j) = \sum_{p=1}^m \sum_{k=1}^M b_{ip}(k) u_p(j-k) + \varepsilon_i(j) \dots\dots\dots(16)$$

ここで、 $i=1, 2, \dots, m$ (m : 地点数)

$j=1, 2, \dots, N$ (j : 時刻を表わす指標で、 $t = (j-1)\Delta t$: Δt は離散時間間隔)

M : AR モデルの次数

N : 1 波形のシミュレーションの離散データ個数

である。 $b_{ip}(k)$ は振動数特性に関与する確定関数、 $\varepsilon_i(j)$ は平均値 0 の確率過程であり、以下の方法で求めることができる。

このモデルでは、相互相関関数 $R(\vec{x}_0, \tau)$ が与えられると最小二乗誤差の基準により、初めに係数 $b_{ip}(k)$ が定まる。次に、係数 $b_{ip}(k)$ と相互相関関数 $R(\vec{x}_0, \tau)$ とから $\varepsilon_i(j)$ の共分散の値が定まる。これらの値を用いれ

ば、多点地震動は、式 (16) によりシミュレートされる。

まず、最小二乗誤差の基準 $\sum_{j=1}^m E[\varepsilon_i^2(j)] \rightarrow \text{minimum}$ より、係数 $b_{ip}(k)$ を未知量とする次の Yule-Walker 式が誘導される。

$$\sum_{p=1}^m \sum_{k=1}^M b_{np}(k) R_{pq}(k-l) = R_{qn}(l) \dots\dots\dots(17)$$

ここで、 $n=1, 2, \dots, m$

$q=1, 2, \dots, m$

$l=1, 2, \dots, M$

なお、 $R_{pq}(l)$ は離散型の相互相関関数で、

$$R_{pq}(l) = R(\vec{p}\vec{q}, l \cdot \Delta t) \dots\dots\dots(18)$$

と置き換えたものである。

式 (17) はさらに次のようなマトリックスの形に表示することができる。

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{21} & \dots & R_{m1} \\ R_{12} & R_{22} & \dots & R_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1m} & R_{2m} & \dots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{n1} \\ B_{n2} \\ \vdots \\ B_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{1n} \\ Q_{2n} \\ \vdots \\ Q_{mn} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(19)$$

ここで、 $n=1, 2, \dots, m$

また、 R, B および Q は、それぞれ以下のようになる。

$$R_{pq} = \begin{bmatrix} R_{pq}(0) & R_{pq}(1) & \dots & R_{pq}(M-1) \\ R_{pq}(-1) & R_{pq}(0) & \dots & R_{pq}(M-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{pq}(1-M) & R_{pq}(2-M) & \dots & R_{pq}(0) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(20)$$

$$B_{np} = [b_{np}(1), b_{np}(2), \dots, b_{np}(M)]^T \dots\dots\dots(21)$$

$$Q_{qn} = [R_{qn}(1), R_{qn}(2), \dots, R_{qn}(M)]^T \dots\dots\dots(22)$$

式 (19) は B_{np} に関する連立代数方程式であるから、 $n=1$ から m までの、それぞれの n の値に対して解けば、すべての $b_{ip}(k)$ が求められることになる。

次に、平均値 0 の確率過程 $\varepsilon_i(j)$ は、式 (16) から $E[\varepsilon_i^2(j)]$ を求め、式 (17) の関係を用いて整理することにより、次のステップで作成できることがわかる³⁰⁾。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1(j) \\ \varepsilon_2(j) \\ \vdots \\ \varepsilon_m(j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & & 0 \\ C_{21} & C_{22} & \\ \vdots & \vdots & \\ C_{m1} & C_{m2} & \dots & C_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(j) \\ \xi_2(j) \\ \vdots \\ \xi_m(j) \end{bmatrix} = C\xi(j) \dots\dots\dots(23)$$

式 (23) において、 ξ は、 $\xi_i(j) \neq \xi_p(j) (i \neq p)$ かつ $\xi_i(j) \neq \xi_i(j+l) (l \neq 0)$ を満たす平均値 0 分散 1 のガウス分布に従う乱数である。すなわち互いに独立な White Noise 型確率過程である。そして、式 (23) のマトリックス C は、共分散マトリックス σ を次式のように UD 分解したときの下三角マトリックスで与えられる。

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \text{symmetry} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \\ \vdots & \vdots \\ \sigma_{m1} & \sigma_{m2} & \dots & \sigma_{mm} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{11} & & 0 \\ C_{21} & C_{22} & \\ \vdots & \vdots & \\ C_{m1} & C_{m2} & \dots & C_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & \dots & C_{m1} \\ & C_{22} & \dots & C_{m2} \\ & & \vdots & \\ 0 & & & C_{mm} \end{bmatrix} = \mathbf{c}\mathbf{c}^T \quad (24)$$

ただし、共分散マトリックス σ の各要素は、次式で与えられる。

$$\sigma_{iq} = E[\varepsilon_i(j)\varepsilon_q(j)] = R_{iq}(0) - \sum_{p=1}^m \sum_{k=1}^M b_{qp}(k)R_{pi}(k) \quad (25)$$

シミュレーションは式 (19) により求まる係数 $b_{ip}(k)$ および式 (23) により求まる $\varepsilon_i(j)$ を用いて、式 (16) により行う。

(2) 非定常 AR モデル

定常 AR モデルに、振幅の包絡曲線 $g(j)$ を乗ずることにより、振幅強度に関して非定常性を有する非定常 AR モデルを表現できる。いま、定常確率ガウス過程を $s u_i(j)$ とおけば、非定常確率ガウス過程 $n u_i(j)$ は、次式のようになる。

$$\begin{aligned} n u_i(j) &= g(j) s u_i(j) \\ &= g(j) \sum_{p=1}^m \sum_{k=1}^M b_{ip}(k) s u_{ip}(j-k) + g(j) s \varepsilon_i(j) \\ &= \sum_{p=1}^m \sum_{k=1}^M \frac{g(j)}{g(j-k)} b_{ip}(k) g(j-k) s u_{ip}(j-k) \\ &\quad + g(j) s \varepsilon_i(j) = \sum_{p=1}^m \sum_{k=1}^M b_{ip}(k, j) n u_{ip}(j-k) + n \varepsilon_i(j) \end{aligned} \quad (26)$$

ここで、 $i=1, 2, \dots, m$

また、包絡曲線として次式を用いる^{1), 2)}。

$$g(t) = \frac{t-d}{T_p} \exp\left(1 - \frac{t-d}{T_p}\right) \quad (27)$$

ここで、 T_p+d =最大振幅が生じるまでの時間

$$d = \frac{\bar{c} \cdot \bar{x}_0}{|\bar{c}|^2} : \text{時間ずれ}$$

多点地震動の場合、平面上の各点で地震波の伝播に伴う時間ずれが生ずるので、これを考慮して式 (27) では、時間ずれを d で表わしている。なお、適用に際しては式 (27) を離散化して用いる。

(3) 数値計算例

多点地震動を式 (16) の定常 AR モデルおよび式 (26) の非定常 AR モデルを用い

てシミュレートする。定常の場合については、シミュレートされたひと組のサンプル波形の相互相関関数を計算し、規定した相互相関関数の特性を満足しているかどうかを検討した。

シミュレーションに用いる地震動の空間・時間分布特性は、Harichandran と Vanmarcke により提案された相互スペクトル密度関数モデル、式 (7)~(10) を用いる。AR モデルでの地震動のシミュレーションに直接必要な相互相関関数 $R(\bar{x}_0, \tau)$ は、式 (15) を用いて求めた。また、均一な確率場の代表地点における加速度波形のパワースペクトル密度関数は、後藤・亀田により提案された次式を用いる³¹⁾。

$$\begin{aligned} \Delta S(f) &= (2\pi f)^2 v S(f) = (2\pi f)^4 {}_b S(f) \\ &= \frac{64}{6\pi f_g^5} f^4 \exp\left(-\frac{4|f|}{f_g}\right) \quad (28) \end{aligned}$$

ここで、 f_g =地盤の卓越振動数

$v S(f)$ =速度波のパワースペクトル密度関数

${}_b S(f)$ =変位波のパワースペクトル密度関数

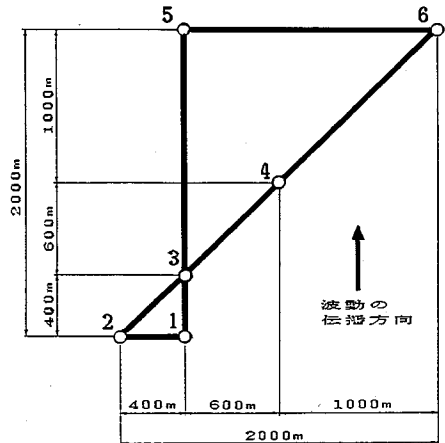


図2 地震動のシミュレーション地点の平面分布と波動の伝播方向

表-1 入力諸元

・パワースペクトル密度関数 :(30) 式において		・ARモデル:(16)式と(26)式 において	
f_g	2 Hz; 卓越周期0.5sec の地震に相当	m	6; シミュレーション地点数 (図2参照)
・コヒーレンススペクトル :(7)~(10) 式において		M	40; 変位波のAR次数 80; 加速度波のAR次数
A	0.736	・シミュレーション波において	
α'	0.147	Δt	0.1sec; 変位波の場合 (Nyquist振動数: 5Hz)
k	5210m; 静的な相関距離		0.04sec; 加速度波の場合 (Nyquist振動数: 12.5Hz)
f_c	1.09; corner frequency	T_p	10sec; 非定常の場合の(27) 式で最大振幅が生じる時刻
b	2.78		
$ \bar{c} $	2000m/sec; 波動の伝播速度		

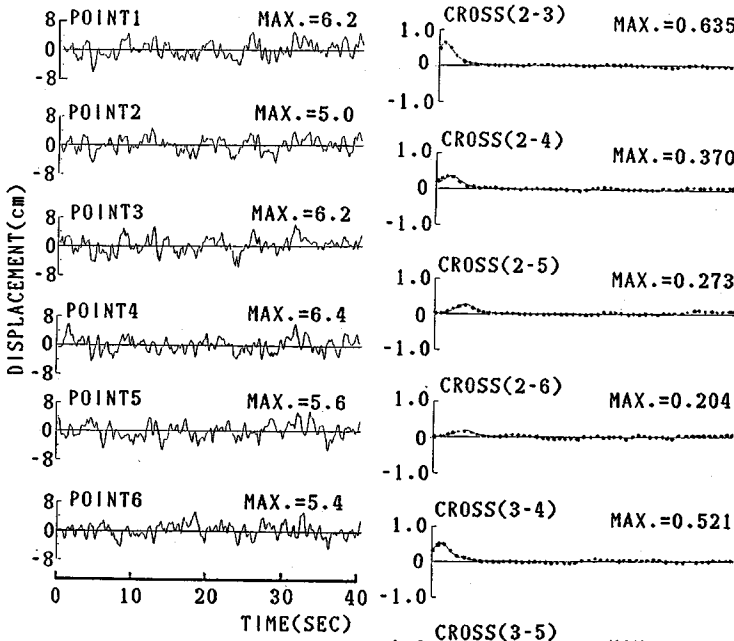


図-3 定常変位波のサンプル

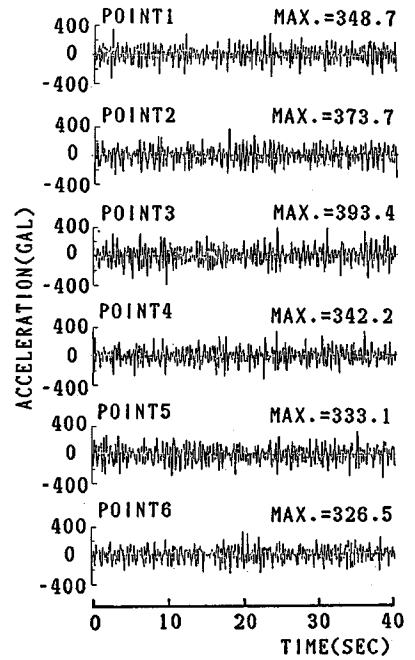


図-5 定常加速度波のサンプル

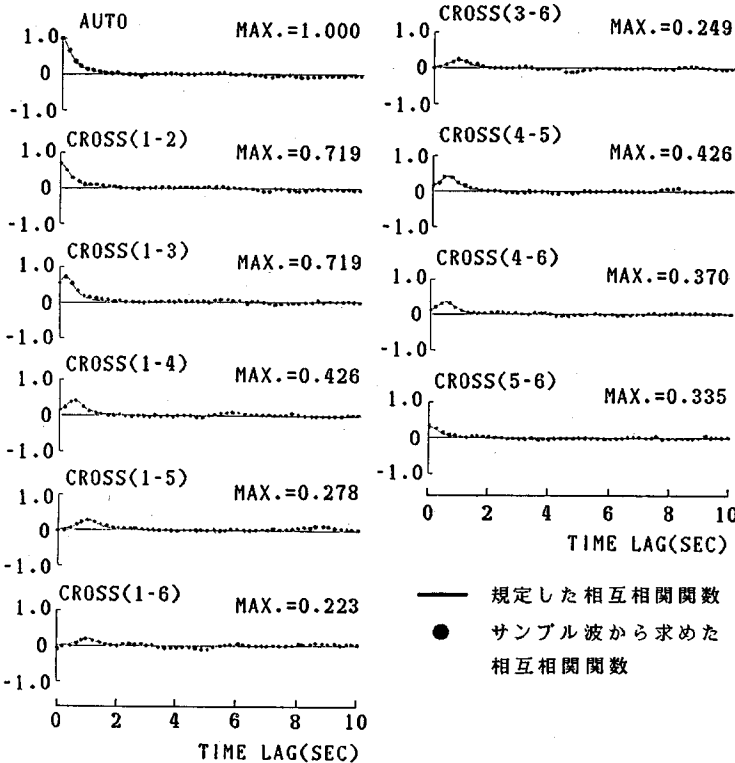
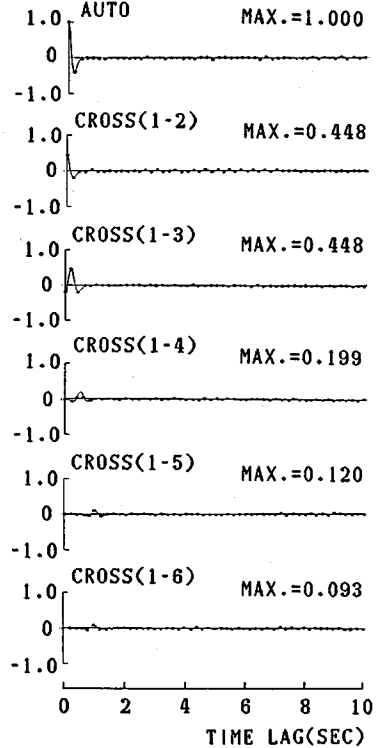
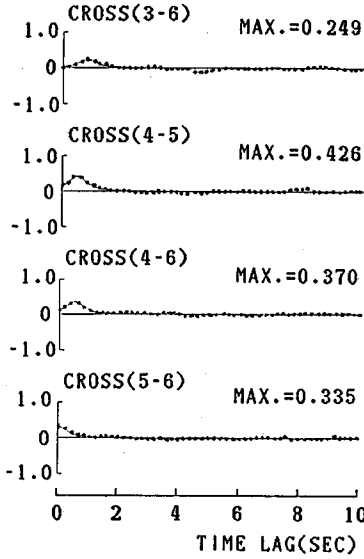


図-4 定常変位波の相互相関関数



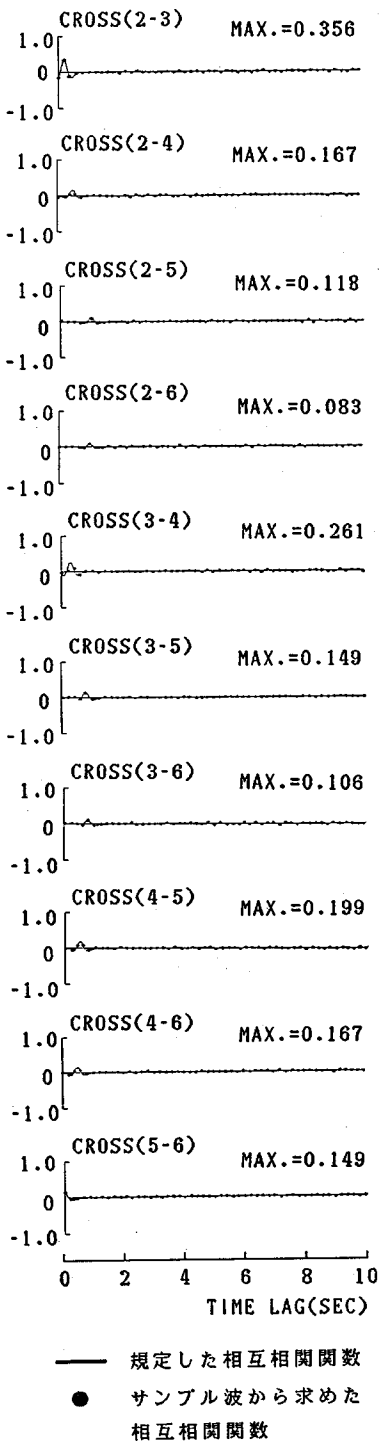


図-6 定常加速度波の相互相関関数

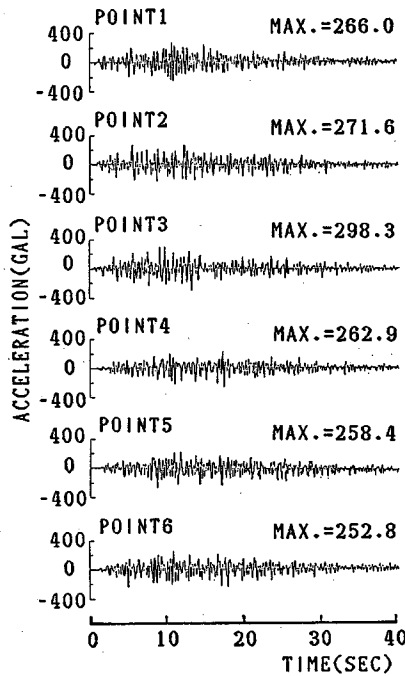


図-7 非定常加速度波のサンプル

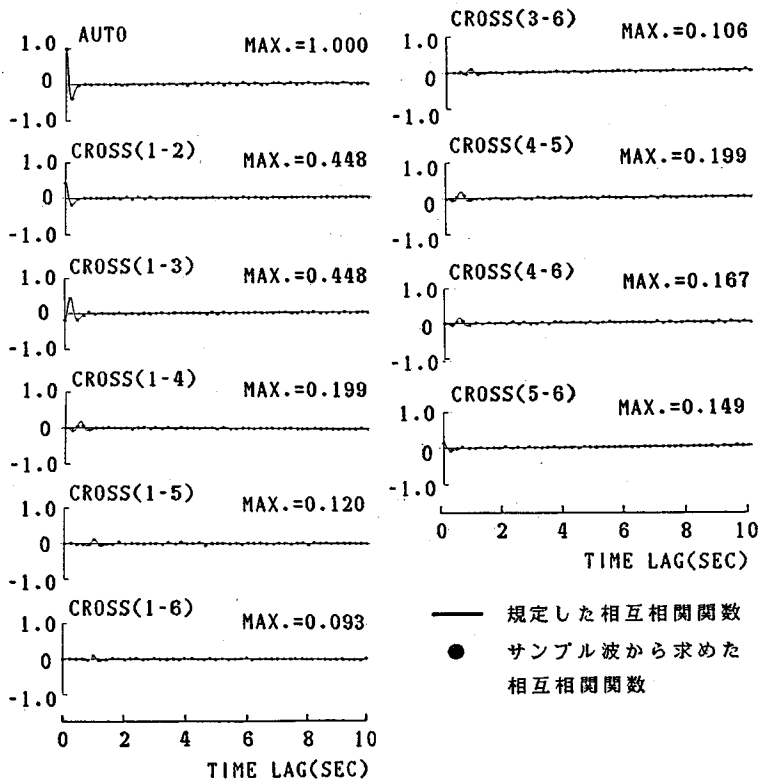


図-8 非定常加速度波の相互相関関数

シミュレーションに用いた入力諸元を表-1に示す。

この計算例では図-2に示すように、空間6地点における地震動が、地点1から地点3,5方向へ向かう波動伝播に伴って、どのように再現するかを検討することにした。

図-3には、シミュレートされた、ひと組の定常変位波のサンプルを示す。このようなサンプル波群を7組作り、それらの相互相関関数7組の集合平均を求めた。図-4にはそれをプロット値で示す。なお、同図には実線で規定した相互相関関数を示してあるが両者はほぼ一致しシミュレーション結果は満足のいくものであることがわかる。ここでは、規定する相互相関関数に $R_{pq}(\tau) = R_{qp}(-\tau)$ なる性質があるため $R_{pq}(\tau)$ ($p < q$) の結果のみを示す。また、相関の程度をわかりやすくするために、相互相関関数の値を $R_{11}(0)$ で正規化してある。

それぞれの相互相関関数の最大値は、対応する2点間距離 $|\bar{x}_0|$ が大きい2点間ほど小さな値となっており、ここで示した例では、2点間距離 $|\bar{x}_0|$ の最も大きい $R_{26}(\tau)$ の最大値が他のどの相互相関関数の最大値よりも小さな値を示している。また、それぞれの相互相関関数が最大値を示す τ は、式(10)で示される時間ずれ d と等しいときである。

まず2点間距離 $|\bar{x}_0|$ は等しいが、時間ずれ d が異なる2点間の相互相関を考え、図-4に示す相互相関関数 $R_{12}(\tau)$ と $R_{13}(\tau)$ とを比較する。図-2より $|\bar{x}_2 - \bar{x}_1| = |\bar{x}_3 - \bar{x}_1|$ であるから相互相関関数 $R_{12}(\tau)$ と $R_{13}(\tau)$ の最大値は一致している。ところが、地点1と地点3とは、波動の伝播方向で沿う2点間であり、式(10)で示される時間ずれ(この場合は0.2s)が $R_{13}(\tau)$ の図の実線の時間遅れに対応しているのに対し、地点1と地点2とは $\bar{x}_2 - \bar{x}_1$ と波動の伝播方向でとが 90° をなすために、 $R_{12}(\tau)$ の図で時間ずれがみられない。これらのことは、相互相関関数 $R_{35}(\tau)$ と $R_{36}(\tau)$ とを比較しても同様である。

次に、2点間距離 $|\bar{x}_0|$ は異なるが、時間ずれ d が等しい2点間の相互相関を考える。図-4の $R_{15}(\tau)$ 、 $R_{16}(\tau)$ 、 $R_{25}(\tau)$ および $R_{26}(\tau)$ はいずれも相互相関関数が最大値を示す τ が等しい。しかし、それぞれの2点間距離 $|\bar{x}_0|$ は異なるため、それぞれの相互相関関数の最大値は異なる値となっている。

また、図-3の定常変位波のサンプルからは、図-4の相互相関関数の最大値が小さい2点間ほど波形変形が大きいこと、および各点の地震動の時間差は式(10)で示される時間ずれに一致することがわかる。

定常加速度波については図-5にシミュレートされたひと組のサンプルを示す。また、このようなサンプル波群を18組作り、それらの相互相関関数18組の集合平均

をプロット値で図-6に示し、それらが規定した相互相関関数(実線)を満足することを示している。図-3の定常変位波と比べると、図-5の定常加速度波においては、波動伝播に伴う時間ずれや波形変形の程度が全く不明である。しかし、図-5のシミュレーション波が、規定された相互相関関数を満足することは図-6より明確である。

さらに、振幅強度に関して非定常な非定常加速度波のひと組のサンプルを図-7に示す。なお、図-8では、参考までにこれらを定常波とみなして、相互相関関数を求め、同様に作成したサンプル18組から相互相関関数18組の集合平均をとり(プロット値)定常部分の波形で規定された相互相関関数(実線)と比較してみた。図-8から、振幅強度に関する非定常波は、集合平均をとれば、定常波の相互相関関数を満足することがわかる。

4. おわりに

本論文は、地震動の空間・時間分布特性を表わす統計確率モデルの既存の研究成果の相互の関係を明らかにし、これに基づき、互いに相関を有する多地点地震動を、ARモデルによりシミュレートする手法を開発したものである。

また、この手法によりシミュレートされた、ひと組のサンプル波が、あらかじめ規定された地震動の空間・時間分布特性を満足することを数値計算により確認した。

なお、計算は、東京大学大型計算機センターのM682H計算システムを利用した。

参考文献

- 1) Masaru Hoshiya and Shigehiko Shibusawa: Response Covariance to Multiple Excitations, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.112, No.4, pp.412~421, 1986.4.
- 2) 星谷 勝・渋沢重彦: 多地点入力による構造系の応答分散漸化式の誘導と応用, 土木学会論文集, 第362号/I-4, 1985年10月.
- 3) Vanmarcke, E.H.: Random Fields: Analysis and Synthesis, MIT Press, Cambridge, MA, 1983.
- 4) Harichandran, R.S.: Space-Time Variation of Earthquake Ground Motion, thesis presented to the Massachusetts Institute of Technology, at Cambridge, MA, in 1985, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
- 5) 川上英二・佐藤靖彦: 地盤の相対変位・平均ひずみの推定結果に及ぼす地震波形の変形の影響, 土木学会第17回地震工学研究発表会講演概要, pp.73~76, 1983年7月.
- 6) 川上英二・佐藤靖彦: 地盤の相対変位・ひずみの推定結果に及ぼす地震波形の変形の影響, 土木学会論文報告集, 第337号, pp.37~46, 1983年9月.
- 7) 川上英二・佐藤靖彦: コヒーレンスの性質および算定方

- 法に関する一考察, 構造工学論文集, Vol. 32A, pp. 749~762, 1986年3月.
- 8) Ronald S. Harichandran and Erik H. Vanmarcke : Stochastic Variation of Earthquake Ground Motion in Space and Time, Journal of Engineering Mechanics Division, Vol. 112, No. 2, pp. 154~174, 1986. 2.
 - 9) 原田隆典・高本智博・堤 一・赤木正見 : アレー観測記録による地震動の空間的変動特性の解析について, 土木学会第40回年次学術講演会講演概要, 第1部門, pp. 809~810, 1985年.
 - 10) Chin Hsiung Loh : Analysis of the Spatial Variation of Seismic Waves and Ground Movements from SMART1 Array Data, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 13, pp. 561~581, 1985.
 - 11) Loh, C. H. and Leu, C. Y. : Analysis of Spatial Characteristics of Seismic Ground Motions SMART-1 Array Data, Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering, Taipei, Taiwan, pp. 107~121, November, 1985.
 - 12) Shinozuka, M. and Harada, T. : Spatial Variabilities of Seismic Ground Motions and their Design Implications for Buried Lifeline Structures, Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering, Taipei, Taiwan, pp. 249~263, November, 1985.
 - 13) Harada, T. : Probabilistic Modeling of Spatial Variation of Strong Earthquake Ground Displacements, 8th WCEE, San Francisco, Vol. II, pp. 605~612, 1984.
 - 14) 原田隆典・Shinozuka, M. : 地震動の工学的平面分布モデルにおける確率過程理論の応用, 土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要, pp. 129~132, 1981年.
 - 15) 大崎順彦 : 原子力発電所設計用の基準地震動評価に関するガイドライン, ORI研究報告, 1984年12月.
 - 16) 石井 清 : 確率論手法による地震波の入力損失の検討, 清水建設研究所報, 34号, pp. 43~53, 1981年.
 - 17) 石井 清 : 確率論手法による地震波の入力損失の効果の検討, 土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要, pp. 317~320, 1981年.
 - 18) Masaru Hoshiya and Kiyoshi Ishii : Evaluation of Kinematic Interaction of Soil-Foundation Systems by a Stochastic Model, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, (3), pp. 128~134, 1983. 2.
 - 19) 山田善一・野田 茂・香川明生 : SMART 1 アレー観測記録を用いた各種の波動論的考察, 構造工学論文集, Vol. 32A, pp. 763~776, 1986年3月.
 - 20) Oliveira, C. S. and Penzien, J. : Spatial Variation of Seismic Ground Motions Based on SMART 1 Array Data, Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering, Taipei, Taiwan, pp. 59~75, November, 1985.
 - 21) Tan, R. Y. and Lee, M. J. : Modeling of Ground Motions Based on SMART 1 Array Data, Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering, Taipei, Taiwan, pp. 93~105, November, 1985.
 - 22) Zerva, A., Ang, A. H-S. and Wen, Y. K. : Seismic Ground Motion Spectra for Lifeline Analysis and Design, Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering, Taipei, Taiwan, pp. 233~248, November, 1985.
 - 23) Norman A. Abrahamson and Bruce A. Bolt : The Spatial Variation of the Phasing of Seismic Strong Ground Motion, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 75, No. 5, pp. 1247~1264, October, 1985.
 - 24) Shinozuka, M. : Simulation of Multivariate and Multi-dimensional Random Processes, The Journal of the Accoustical Soc. of America, Vol. 49, No. 1, pp. 357~368, Jan., 1971.
 - 25) 星谷 勝 : 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会, 1974年.
 - 26) Masaru Hoshiya and Toshiaki Chiba : Simulation Methods of Multi-Dimensional Nonstationary Stochastic Processes by Time Domain Models, Proc. of JSCE, No. 296, pp. 121~130, April, 1980.
 - 27) Elias Samaras, Masanobu Shinozuka and Akira Tsurui : ARMA Representation of Random Processes, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 111, No. 3, pp. 449~461, 1983. 3.
 - 28) Ahmet S. Cakmak, Russell I. Sherif and Glenn Ellis : Modeling Earthquake Ground Motions in California using Parametric Time Series Methods, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 4, No. 3, pp. 74~81, 1985.
 - 29) Masaru Hoshiya, Kiyoshi Ishii and Shigeru Nagata : Recursive Covariance of Structural Responses, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 110, No. 12, pp. 1743~1755, December, 1984.
 - 30) 赤池弘次・中川東一郎 : ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンス社, 1972年.
 - 31) Hisao Goto and Hiroyuki Kameda : Statistical Inference of the Future Earthquake Ground Motion, Proc. 4WCEE, Chile, Vol. 1, A-1, pp. 39~54, 1969.

(1986. 11. 4・受付)