

繰返し载荷を受ける砂の塑性・異方硬化モデル

AN ANISOTROPIC HARDENING MODEL FOR CYCLIC PLASTICITY OF SAND

平井弘義*

By Hiroyoshi HIRAI

A model introduced in the present paper is capable of describing cyclic behaviour of sand reasonably well. The salient feature of the proposed model is that a non-associative relationship between stress and strain is used with the anisotropic hardening which undergoes a combination of isotropic and kinematic hardening. Generalized forms of Cambridge models are provided to represent yield function and plastic potential of sand. Translation rule of yield surface is specified by modifying Ziegler's kinematic hardening. The constitutive model is capable of accounting for expansion of yield surface with simultaneous translation. Several undrained cyclic tests for normally consolidated and over-consolidated sands are simulated by taking into account the membrane penetration. The effect of over-consolidation ratio on liquefaction is predicted and good comparison with experimental results is reported for the effective stress path and the stress-strain relationship.

Keywords : constitutive relation, anisotropic hardening, sand, liquefaction

1. はじめに

繰返し载荷を受ける砂の力学挙動の定式化においては地盤の液状化解析の発展に伴い、より精度の高い構成モデルが要求されてきている。単調载荷を受ける砂に関して、等方硬化則に基づく弾塑性構成式は材料の変形特性を表わすために従来からよく用いられてきた。しかしながら繰返し载荷のもとでは等方硬化塑性論は排水試験においてみられる体積ひずみの蓄積やせん断ひずみの非線形履歴特性を表現し得ない。このため、繰返し载荷における変形特性を組み入れた硬化モデルが求められてきている。

繰返し挙動を表わすモデルは主に2つの考え方に基いて研究されている。1つは限界面(Bounding surface)を導入した理論であり、これは従来の降伏面を限界面に置き換え、その内部においても塑性ひずみの発生を認める定式化である。これに属するものとしてはMroz et al.¹⁾⁻⁴⁾, Dafalias et al.^{5), 6)}, Zienkiewicz et al.⁷⁾, Pastor et al.⁸⁾, および平井⁹⁾によるものがある。2番目は等方硬化と移動硬化からなる複合硬化(Combined hardening)に基づくものであり、一般的には異方硬化に属すると考

えられる。これは降伏曲面の移動と拡大を同時に表わすことができ、Ghaboussi et al.¹⁰⁾, Poorooshasb et al.¹¹⁾ および平井^{12), 25)}による研究が挙げられる。

これら従来の研究は砂に関する繰返し挙動の多くの特徴を記述することができるが、降伏曲面・塑性ポテンシャルの形状あるいは移動硬化則については検討すべき点も多い。また正規圧密砂を対象とした定式化は多くみられるが、過圧密砂を含めた繰返し载荷を受ける砂の構成モデルは少ないのが現状と思われる。さらにはGhaboussi et al.¹⁰⁾が指摘している非排水強度に及ぼすゴム膜貫入(Membrane Penetration)の影響を考慮した解析も必要となっている。

本研究は等方硬化則と移動硬化則から成る異方硬化則を含む非関連流動則に基づいた砂の弾塑性モデルを提案するものである。等方硬化則は体積変形とせん断変形に関与する塑性仕事から求められ、移動硬化則はZiegler¹³⁾の移動則を修正したものをを用いている。また降伏曲面の移動と拡大は提案される構成式によって容易に表現することができる。さらに正規圧密および過圧密砂の液状化挙動のシミュレーションを行い、実験結果と比較検討し、提示された構成モデルの有用性を考察することを目的としている。

* 正会員 工博 熊本大学講師 工学部土木工学科
(〒860 熊本市黒髪2-39-1)

2. 破壊関数

土質材料の破壊曲面の形については従来から数多くの提案がなされており、砂の破壊面は偏差平面上で滑らかな角をもったモール・クーロン形の六角錐に近い形状を有していることが知られている。本論文で用いられる破壊関数は Willam・Warnke¹⁴⁾によって提案されたものを用いる。Fig. 1 中の主応力空間においてこの破壊面が示されており、次のような式によって表わすことができる。

$$F = \sqrt{J_2} + \omega R(\theta) I_1 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ここに ω は材料定数、 I_1 と J_2 はそれぞれ応力 σ_{ij} の 1 次、偏差応力 S_{ij} の 2 次不変量であり、次のように書ける。

$$I_1 = \sigma_{kk} \dots\dots\dots (2)$$

$$J_2 = S_{ij} S_{ij} / 2 \dots\dots\dots (3)$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - I_1 / 3 \delta_{ij} \dots\dots\dots (4)$$

式 (1) の中の変数 θ は Fig. 1 に示される偏差平面上において相似角とよばれるものであり、次式のように定義されている¹⁵⁾。

$$\cos(3\theta) = -3\sqrt{3} J_3 / (2 J_2^{3/2}) \dots\dots\dots (5)$$

ここに $0 \leq \theta \leq \pi/3$ 、 J_3 は偏差応力の 3 次不変量であり、次のように書ける。

$$J_3 = S_{ij} S_{jk} S_{ki} / 3 \dots\dots\dots (6)$$

式 (1) の中の $R(\theta)$ は偏差平面上における破壊関数の断面形を規定するものであり、次のように書ける。

$$R(\theta) = U(\theta) / V(\theta) \dots\dots\dots (7)$$

ここに

$$U(\theta) = 2(1 - \bar{R}^2) \cos \theta + (2\bar{R} - 1) \{ 4(1 - \bar{R}^2) \cos^2 \theta + 5\bar{R}^2 - 4\bar{R} \}^{1/2} \dots\dots\dots (8)$$

$$V(\theta) = 4(1 - \bar{R}^2) \cos^2 \theta + (1 - 2\bar{R})^2 \dots\dots\dots (9)$$

ここに \bar{R} は材料定数である。式 (1) の破壊関数は後述する式 (19) の塑性ポテンシャルと同じ引数 I_1 、 J_2 、 $R(\theta)$ を有しており、構成則に組み入れることが可能となる。

3. 降伏関数と塑性ポテンシャル

応力空間において砂の降伏関数がどのような形を呈しているのかを正確に調べることがまず必要とされる。また塑性ポテンシャルは降伏関数と異なることが砂については明らかにされてきているので、それゆえ塑性ポテンシャルの形に関しても検討することにする。

龍岡・石原¹⁶⁾は砂のせん断履歴に対する降伏面は一般的に平均主応力が増加するにつれて偏差応力が増大するような形を有することを示した。一方、石原・岡田¹⁷⁾は過圧密された砂の降伏面は平均主応力軸の増加方向に閉じた形となることを明らかにした。最近、Pastor et al.¹⁸⁾

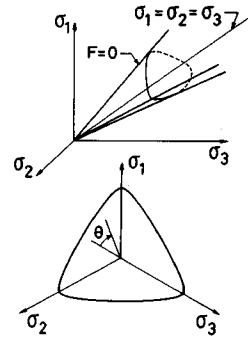


Fig. 1 Failure surface in the principal stress space.

は砂の降伏面は相対密度に依存した円に近い閉曲面によって表わされ得ることを示している。振り返って龍岡・石原¹⁶⁾の実験データを調べると、砂の降伏曲面はかなり偏平な円形で近似され得る可能性が示唆される。

一般に初期等方性の材料であっても塑性変形に伴い誘導異方性が発達してくる。誘導異方性は移動硬化を表わすテンソル α_{ij} (Fig. 2 参照) によって記述され得ると仮定すれば、降伏関数 f は次のように書ける。

$$f(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, k) = 0 \dots\dots\dots (10)$$

ここに k は等方硬化パラメーターである。式 (10) の具体的な形として、主応力空間において閉曲面である修正 Cam-clay モデル¹⁸⁾を用いることにすれば、次のような降伏関数の式を仮定することができる。

$$f_1 = \bar{J}_2 / r(\bar{\theta})^2 + m \bar{I}_1^2 + k_1 \bar{I}_1 = 0 \dots\dots\dots (11)$$

ここに m は材料定数、 k_1 は等方硬化パラメーターであり、不変量 \bar{I}_1 、 \bar{J}_2 、 \bar{J}_3 は次のように定義される。

$$\bar{I}_1 = \bar{\sigma}_{kk} \dots\dots\dots (12)$$

$$\bar{J}_2 = \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} / 2 \dots\dots\dots (13)$$

$$\bar{J}_3 = \bar{S}_{ij} \bar{S}_{jk} \bar{S}_{ki} / 3 \dots\dots\dots (14)$$

$$\cos(3\bar{\theta}) = -3\sqrt{3} \bar{J}_3 / (2 \bar{J}_2^{3/2}) \dots\dots\dots (15)$$

ここに

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha_{ij} \dots\dots\dots (16)$$

$$\bar{S}_{ij} = S_{ij} - \alpha'_{ij} \dots\dots\dots (17)$$

$$\alpha'_{ij} = \alpha_{ij} - \alpha_{kk} / 3 \delta_{ij} \dots\dots\dots (18)$$

式 (11) の中に示される $r(\bar{\theta})$ は式 (7) から (9) において R 、 θ 、 \bar{R} をそれぞれ r 、 $\bar{\theta}$ 、 \bar{r} に置き換えることによって与えられる。式 (11) の降伏関数においては、等方硬化と移動硬化から成る異方硬化が用いられている。Fig. 2 に示されるように、式 (11) は降伏曲面が移動硬化によって応力空間の中を移動し、等方硬化によって広がる様子を記述し得る。

次に、塑性ポテンシャルについて考えてみる。塑性ひずみ増分テンソルの空間における方向性を規定するものが塑性ポテンシャルの役割である。多くの実験結果によると塑性ポテンシャルは降伏関数とは異なる形状を呈し

ていることが明らかにされており、それゆえ非関連流動則の適用が必要となる。本論文では Cam-clay モデル¹⁹⁾を一般化した次の形を塑性ポテンシャルとして用いることにする。

$$g_1 = \sqrt{J_2} / (R(\theta)I_1) - \eta \ln(I_1/h_1) = 0 \dots\dots\dots (19)$$

ここに η は材料定数であり、 h_1 は陽に定義する必要のない硬化パラメータである。Fig. 3 に式 (19) が示されている。式 (11) と式 (19) を用いて非関連流動則による 1 つの構成式が得られる。後に述べるように荷重基準の違いによる塑性ポテンシャルの形の違いを考慮するため、式 (19) の塑性ポテンシャル g_1 とは別の形の塑性ポテンシャル g_2 を仮定しておく。

$$g_2 = I_1 + h_2 = 0 \dots\dots\dots (20)$$

ここに h_2 は陽に定義する必要はない硬化パラメータである。式 (20) においては塑性体積ひずみのみを生じ得る塑性ポテンシャルを用いている。

これまで求められた関数形について、Fig. 4 には有効平均主応力 p と軸差応力 q の平面内における破壊関数、式 (1)、降伏関数、式 (11) および塑性ポテンシャル、式 (19) が示されている。

降伏関数については通常その曲面の内側では弾性状態が仮定されている。しかし、砂に関する多くの実験結果によって、降伏面の内側においても塑性ひずみの発生することが指摘されている。Mroz et al.¹⁾⁻⁴⁾ と Dafalias et al.^{5),6)} は限界面 (Bounding Surface) による定式化を提案し、限界面の内側では降伏面が移動することによって塑性ひずみが生じ得るモデルを示した。すなわち従来の降伏面を限界面に置き換え、限界面の内側に新たに降伏面を設けたと考えられる。本論文においては先に示された関数式 (11) は 1 つの限界面と考えることができ、限界面の内側では Roscoe・Burland¹⁸⁾ によって指摘されている降伏面と類似である次の形の降伏面を仮定する。

$$f_3 = \bar{J}_2 - k_3 = 0 \dots\dots\dots (21)$$

ここに k_3 は等方硬化パラメータである。このとき、塑性ポテンシャルは次式を仮定する。

$$g_3 = I_1 + h_3 = 0 \dots\dots\dots (22)$$

ここに h_3 は陽に定義する必要のない硬化パラメータである。

種々の応力状態に対する荷重と除荷の基準に関して、用いられるべき降伏関数と塑性ポテンシャルの形について考える。まず荷重基準に対しては降伏関数 f_1 を用いて次式を定義する。

$$\partial f_1 / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} > 0 \dots\dots\dots (23)$$

ここで、降伏関数 f_1 と組み合わせる構成式を求める際に用いられるべき塑性ポテンシャル g は、関数 g_1 の法線 $\partial g_1 / \partial \sigma_{ij}$ と応力増分 $\dot{\sigma}_{ij}$ の関係によって次のように

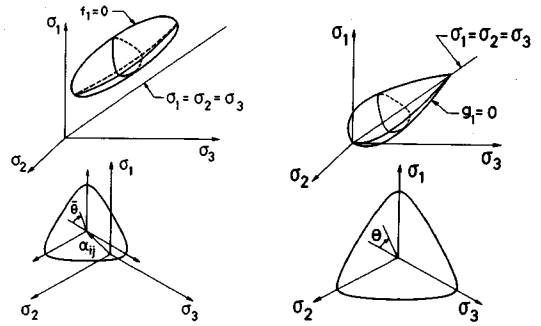


Fig. 2 Yield surface in the principal stress space. Fig. 3 Plastic potential in the principal stress space.

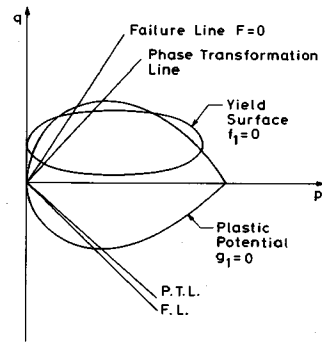


Fig. 4 Failure, yield and plastic potential surfaces in the plane of effective mean principal stress and stress difference.

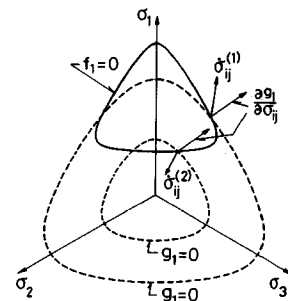


Fig. 5 Loading criterion and stress increment.

仮定される。

$$\partial g_1 / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} > 0 \text{ ならば } g = g_1 \dots\dots\dots (24)$$

$$\partial g_1 / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} \leq 0 \text{ ならば } g = g_2 \dots\dots\dots (25)$$

Fig. 5 に示される応力増分 $\dot{\sigma}_{ij}^{(1)}$ と $\dot{\sigma}_{ij}^{(2)}$ はそれぞれ式 (24) と (25) に対応した場合を表わしている。

次に除荷基準に対しては次式を定義する。

$$\partial f_1 / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} < 0 \dots\dots\dots (26)$$

この状態においては、関数 f_1 は限界面として考えられており、限界面内部での塑性状態を表わすため次に示す形を、降伏関数 f と塑性ポテンシャル g として仮定する。

$$f = f_3, g = g_3 \dots \dots \dots (27)$$

ここに f_3 と g_3 はそれぞれ式 (21) と (22) に示されている。

4. 硬化関数

一般に材料の塑性変形は等方硬化と移動硬化から成る異方硬化則に基づいて進んでゆくと考えられる。それゆえ、個々の硬化則についてそれらの発展式を検討しなければならない。

まず、等方硬化則については塑性仕事に基づいて導かれた次式を使用する²⁰⁾。

$$\dot{k}_1 = \phi(\sigma_{ij} \dot{e}_{ij}^{(p)}/3 + n S_{ij} \dot{e}_{ij}^{(p)}) \dots \dots \dots (28)$$

$$\dot{k}_3 = \psi e^{a(OCR-1)} \sigma_{ij} \dot{e}_{ij}^{(p)}/3 \dots \dots \dots (29)$$

ここに、 \dot{k}_1 と \dot{k}_3 は k_1 と k_3 の増分を示し、 ϕ , n , ψ , a は材料定数を表わし、 OCR は過圧密比であり、 $\dot{e}_{ij}^{(p)}$ は塑性ひずみ増分テンソルである。式 (28) の右辺第1項と第2項はそれぞれ体積変形とせん断変形に關与した塑性仕事に關係している。式 (29) は過圧密された材料の硬化パラメーターを表わしている。材料定数 ψ については、降伏関数 f_3 に關する負荷・除荷基準に基づいて次のような値をとると仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \partial f_3 / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} > 0 \quad \text{ならば} \quad \phi = \phi_0 \\ \partial f_3 / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} \leq 0 \quad \text{ならば} \quad \phi = -\phi_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30)$$

一方、移動硬化則については Ziegler¹³⁾ によって提案された關係式を、次のように修正した形を用いる。

$$\dot{\alpha}_{ij} = C [1 + \sqrt{J_2} / (\omega R(\theta) I_1)] \bar{S}_{ij} \sqrt{\dot{e}_{mn}^{(p)} \dot{e}_{mn}^{(p)}} \dots \dots \dots (31)$$

ここに、 C は材料定数である。

5. 応力と塑性ひずみの關係

塑性ひずみ増分理論に基づいた定式化を考えるため、まず塑性ひずみ増分テンソルの主軸が応力の主軸と一致すると仮定する。この条件は次式によって一般的に満足される²¹⁾。

$$\dot{e}_{ij}^{(p)} = \Lambda \partial g / \partial \sigma_{ij} \dots \dots \dots (32)$$

ここに、 Λ は一般に応力、ひずみに依存したスカラー関数であり、 g は塑性ポテンシャルである。

Prager²²⁾ によって提案された適合条件式は、式 (10) に示される引数をもつ降伏関数について次のように書ける。

$$\partial f / \partial \sigma_{ij} \dot{\sigma}_{ij} + \partial f / \partial \alpha_{ij} \dot{\alpha}_{ij} + \partial f / \partial k \dot{k} = 0 \dots \dots \dots (33)$$

式 (31) と式 (32) を式 (33) に代入し、スカラー量 Λ について解くと次式を得る。

$$\Lambda = - \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \dot{\sigma}_{mn} / \left[C [1 + \sqrt{J_2} / (\omega R(\theta) I_1)] \frac{\partial f}{\partial \alpha_{mn}} \bar{S}_{mn} \times \sqrt{\frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} + \frac{\partial f}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial e_{mn}^{(p)}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}} \right] \dots \dots \dots (34)$$

式 (34) を式 (32) に代入することによって、塑性ひず

み増分と応力の關係は決定されたことになる。

次に弾性域における応力-ひずみ關係は次式によって与えられる。

$$\dot{e}_{ij}^{(e)} = \frac{1}{2\mu p} (\dot{\sigma}_{ij} - \dot{p} \delta_{ij}) + \frac{0.435 C_s \dot{p}}{3(1+e_0)} \delta_{ij} \dots \dots \dots (35)$$

ここに、 μ は材料定数、 e_0 は初期間隙比、 C_s は弾性圧縮指数であり、 $p = I_1/3$ である。

6. 三軸非排水繰返し試験のシミュレーション

シミュレーション解析において用いられるべき砂の間隙比と材料定数が Table 1 に示されている。降伏関数に含まれる材料定数 m , τ は正規・過圧密状態における非排水三軸圧縮・伸張試験結果を用いて初期降伏曲面を描くことによって決定される。また塑性ポテンシャルに含まれる材料定数 η , \bar{R} はダイレイタンシー特性が変化する状態線すなわち変相線の傾きから求めることができる。さらに硬化パラメーターに含まれる材料定数 n , ϕ , C , ϕ_0 は正規圧密・繰返し載荷時に得られる応力-ひずみ曲線に基づいて決定され、一方、材料定数 a は過圧密状態における三軸圧縮・伸張試験より求められる。実験結果としては、石原・龍岡・安田²³⁾ および石原・岡田¹⁷⁾ の報告を用いる。三軸試験においては有効応力として軸圧 σ_1 と側圧 $\sigma_2 = \sigma_3$ を考えるが、有効平均主応力 $p = (\sigma_1 + 2\sigma_2)/3$ と軸差応力 $q = \sigma_1 - \sigma_2$ が応力状態を表わすために使われる。ひずみに關しては、軸ひずみ e_1 と側ひずみ $e_2 = e_3$ が発生することになるが、体積ひずみ $V = e_1 + 2e_2$ と軸差ひずみ $\gamma = e_1 - e_2$ が用いられる。

飽和砂の三軸非排水繰返し試験は液状化ポテンシャルを検討するために行われている。この場合、一般には砂の体積ひずみが零であるという仮定が用いられるが、膜貫入 (Membrane penetration) の影響は無視されている。Ghaboussi・Momen は膜貫入による体積ひずみが、非

Table 1 Material parameters used for sand tests.

Void ratio	$e_0 = 0.75$
Elastic parameter	$C_s = 0.014$ $\mu_s = 135$
Yield function	$m = 0.00926$ $\tau = 0.9$
Plastic potential	$\eta = -0.289$ $\bar{R} = 0.6$
Hardening parameter	$n = 0.0614$ $\phi = -10.0$ $a = 3.0$ $\psi = 700.0$ $C^0 = 300.0$
Failure parameter	$\omega = -0.308$
Diameter of sample	$D = 5.0 \text{ cm}$
Normalized membrane penetration volume	$S = 0.0040$

排水試験を予測する際には重要な役割となり、液状化強度に大きな影響を及ぼし得ることを明らかにした。この場合、膜貫入による体積ひずみ V_m は次のように書ける¹⁰⁾。

$$\dot{V}_m = C_m \dot{\sigma}_2', \quad C_m = \frac{1.737 S}{D \sigma_2'} \dots \dots \dots (36)$$

ここに、 σ_2' は有効側圧、 D は供試体の直径、 $S^{24)}$ は正規化された膜貫入体積 (Normalized membrane penetration volume) といわれる。以後の非排水試験のシミュレーション解析においては式 (36) に示される体積ひずみが考慮されている。

Fig. 6 (a) は三軸圧縮側の非排水繰返し载荷試験における有効平均主応力 p と軸差応力 q の関係を、実験結果と解析結果について示した。変相線 (非排水単調载荷において有効平均主応力が減少から増加に転ずる p - q 平面内の線) を越えるか否かに応じて、除荷時における有効平均主応力の挙動は異なることがわかる。すなわち、変相線以下における除荷・再载荷においては有効応力はほとんど同じ経路をたどっており、弾性的挙動と考えられる。一方、変相線を越えた場合の除荷ではかなり大きな間隙水圧が発生し、そのため有効平均主応力は減少しており、再载荷においては明らかに除荷時とは異なった

経路をとっている。このことは塑性変形が顕著に生じていることを意味していると考えられる。このような実験結果の傾向を解析結果はよく表わしていると思われる。また、Fig. 6 (b) は Fig. 6 (a) に示される応力経路に対応した軸差応力と軸差ひずみの関係を与えている。変相線を越えると軸差ひずみは大きくなり、解析値は実験値に近い傾向を示している。

Fig. 7 (a) は初期有効平均主応力が 3 kgf/cm^2 の場合、3種類の応力経路に関する実験値と解析値を示している。三軸圧縮試験において変相線以下で除荷した場合、理論値は実験値より過大に間隙水圧を評価しているが、三軸圧縮側で変相線を越えた場合と三軸伸張側での有効応力経路は、総体的に実験値に近い値をとっていることがわかる。Fig. 7 (b) は Fig. 7 (a) の有効応力経路について応力比 q/p と軸差ひずみ γ の関係を示したものである。各応力経路について、モデルによる解析値は実験結果の傾向を表わしていると思われる。

Fig. 8 (a) と (b) はそれぞれ不規則繰返し载荷に対する有効応力経路および応力比 q/p と軸差ひずみ γ の関係を示している。変相線以下に応力がある場合、除荷時における有効平均主応力の減少は比較的小さいが、変相線を越えた場合の除荷時の有効平均主応力の減少は大

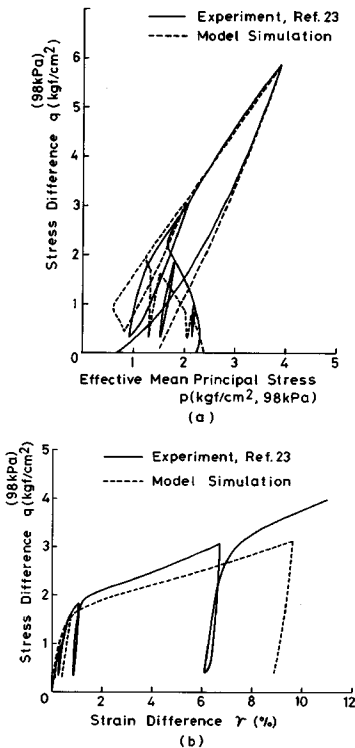


Fig. 6 Comparison of model simulation and experiment for undrained triaxial compression test.

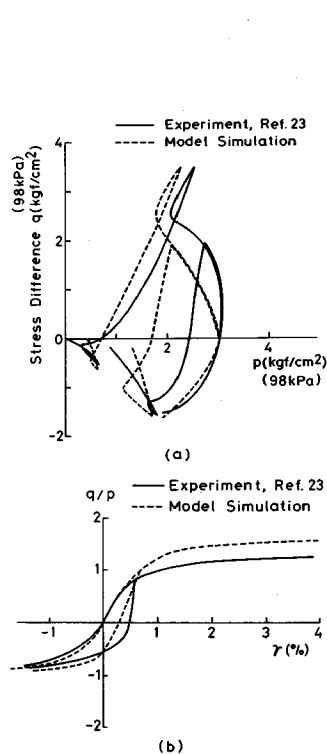


Fig. 7 Simulation of undrained triaxial compression and extension tests.

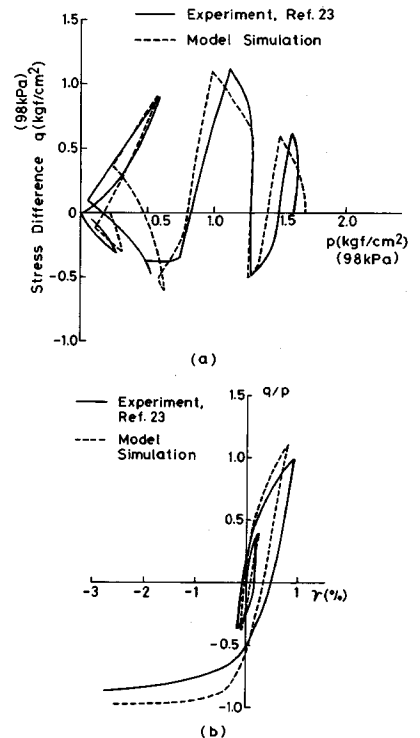


Fig. 8 Simulation of cyclic undrained triaxial compression and extension tests.

きいことが実験結果よりわかる。このような傾向をシミュレーション結果は適切に表現していると考えられる。また Fig. 8 (b) に示される解析結果の応力-ひずみ関係も実験結果をよく表わしていると思われる。

Fig. 9 (a) は三軸圧縮・伸張のそれぞれの領域において、軸差応力 q の一定振幅繰返し载荷に対する有効応力経路を示している。実験結果においては5サイクル目で、伸張側の変相線を越える状態、いわゆる初期液状化に達することがわかる。この初期液状化以後の除荷時に間隙水圧の増加は大きく、载荷・除荷時にサイクリック・モービリティが顕著に現われている。シミュレーション解析においては、限界面を考えているため、その内側でも塑性ひずみが発生し得る。そのため、繰返し数の増加とともに間隙水圧の増加と有効平均主応力の減少が生じ、実験結果と同じ5サイクル目で初期液状化に達している。さらに初期液状化以後の有効応力経路に関する実験結果の特徴を解析値はよく表現していると考えられる。Fig. 9 (b) は Fig. 9 (a) の有効応力経路に対応した応力比 q/p と軸差ひずみ γ の関係を示しており、実験値および解析値ともに繰返し数の増加に伴う軸差ひずみの増加を表わしているのがわかる。

これまで述べてきた試験はすべて応力制御であったが、ひずみ制御についても検討することは興味深い。

Fig. 10 (a) は Fig. 10 (b) に示される一定ひずみ振幅試験における有効応力経路を表わしている。両図に示される実験値と解析値は同様な傾向と互いに近い数値をとっており、提案されたモデルはひずみ制御試験においても、大いに有用であると思われる。

これまで、シミュレーション解析の対象として正規圧密状態の砂の非排水挙動を扱ってきたが、過圧密された砂の非排水特性についても検討を加え、正規圧密砂との違いについて考察する。

Fig. 11 (a) と (b) は 5.0 kgf/cm² まで等方圧密された後、等方除荷して過圧密比を 1.0, 1.25, 1.67, 2.5, 5.0 と変えた場合の三軸圧縮非排水試験における実験結果とシミュレーション結果を示したものである。Fig. 11 (a) に関して、各過圧密比に対するシミュレーション結果は有効平均主応力の減少を実験値と比較してやや大きい傾向に予測しているが、全体的には実験結果の傾向を表わしていると考えられる。Fig. 11 (b) に示される応力比 q/p と軸ひずみ ϵ_a の関係については、破壊付近において解析値は実験値より軸ひずみが小さく、変形を過小評価している傾向にあるが、過圧密比の増加に伴う接線剛性の増加は表わし得ることがわかる。

Fig. 12 は初期有効平均主応力が 5.0 kgf/cm² における正規圧密状態から三軸圧縮非排水試験を行った場合の降

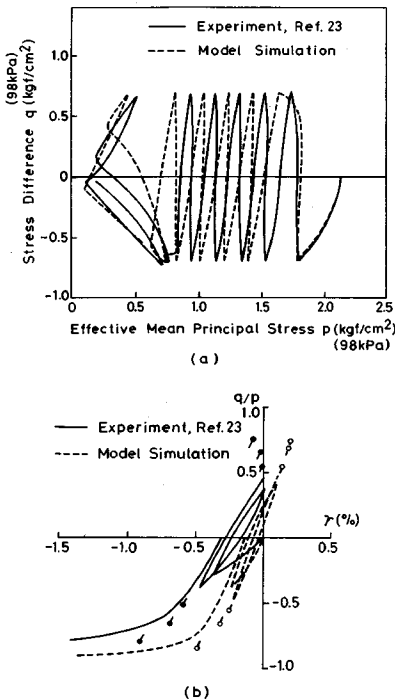


Fig. 9 Simulation of cyclic undrained triaxial compression and extension tests.

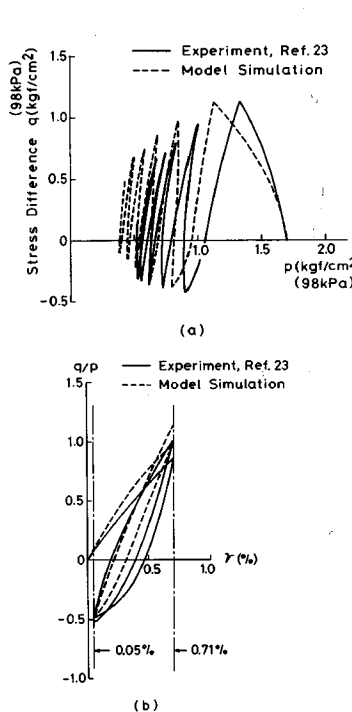


Fig. 10 Simulation of a strain-controlled cyclic test.

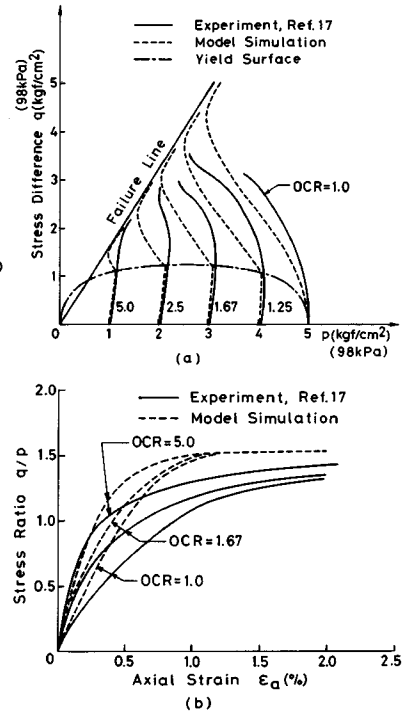


Fig. 11 Simulation of undrained triaxial compression tests of over-consolidated sand.

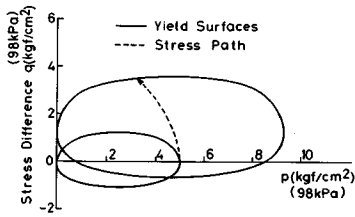


Fig. 12 Translation and expansion of yield surface.

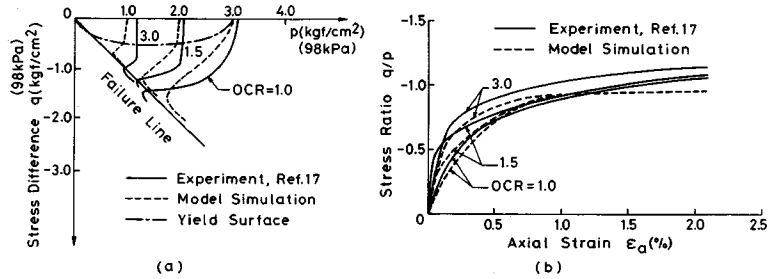


Fig. 13 Simulation of undrained triaxial extension tests of over-consolidated sand.

伏曲面の移動・広がりの様子を示しており、破線は有効応力経路である。軸差応力の増加とともに、降伏曲面は移動硬化則に従い軸差応力軸に沿って移動し、かつ等方硬化則によって拡大することがわかる。

Fig. 13 (a) と (b) は三軸伸張非排水試験において過圧密比を 1.0, 1.5, 3.0 と変えた場合の実験結果とシミュレーション結果を示している。理論による初期降伏曲面は実験から予想される初期降伏曲面より扁平ではあるが、有効応力経路については理論値は実験結果の傾向を表わしていると思われる。また Fig. 13 (b) における応力比 q/p と軸ひずみ ϵ_a の関係については、理論値は実験値をかなりよく表現していると考えられる。

ここまででは、非排水試験において単調载荷を受ける過圧密砂の力学挙動に注目してきたが、次に繰返し载荷を受ける過圧密砂の液状化特性について考える。

Fig. 14 は、過圧密比を 1.0, 1.12, 1.3, 1.5, 2.0 と変化させた場合の有効応力経路および軸ひずみと応力比の関係を示している。過圧密比が大きくなるにつれて、繰返し载荷に伴う間隙水圧の発生は小さくなり、初期液状化までの繰返し回数は大きくなる。とりわけ、過圧密比が 1.5 と 2.0 の場合は、間隙水圧の上昇は停止して、応力はほぼ一定の応力経路上を繰返し移動しているようである。また、応力-ひずみ関係は過圧密比が大きくなるにつれて、非線形から線形へと剛性が変化し、履歴曲線であるヒステリシス・ループの面積は小さくなっている。このような過圧密砂の実験結果に関する特徴を、提案された構成モデルは適切に表現し得ることがわかる。

7. 結 論

砂の非排水繰返し試験における液状化特性を予測するため、異方硬化モデルに基づく構成式が提案され、次のような特徴をもつことが示された。

(1) 降伏関数と塑性ポテンシャルに対して、それぞれ従来の修正 Cam-clay モデルと Cam-clay モデルを一般化した形が提案された。

(2) 等方硬化則と移動硬化則とから成る異方硬化則

の 1 つの形が示された。

(3) 等方硬化則は体積変形とせん断変形のそれぞれに關与する塑性仕事により表わされた。

(4) 移動硬化則は Ziegler 則を拡張した形によって与えられた。

(5) 非關連流動則に基づいた応力-塑性ひずみ関係が提示された。

(6) 繰返し载荷における変形特性を表現するため、限界面理論が導入された。

(7) 正規圧密砂と過圧密砂について、両方の力学特性を記述し得る統一的な構成関係が提案された。

(8) 応力制御・ひずみ制御試験における初期液状化までの挙動、およびそれ以後に生じるサイクリック・モービリティなどの液状化特性に関して、提案されたモデルは実験結果をよく表現し得ることがわかった。

(9) 非排水試験において、液状化強度に及ぼす過圧密比の影響は、提案されたモデルによって適切に予測し得ることが、実験結果との比較検討により明らかにされた。

参 考 文 献

- 1) Mroz, Z., Norris, V.A. and Zienkiewicz, O.C. : An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading, Int. j. numer. anal. methods geomech., Vol. 2, pp. 203~221, 1978.
- 2) Mroz, Z., Norris, V.A. and Zienkiewicz, O.C. : An anisotropic critical state model for soils subjected to cyclic loading, Geotechnique, Vol. 31, pp. 451~469, 1981.
- 3) Mroz, Z. and Pietruszczak, S. : A constitutive model for sand with anisotropic hardening rule, Int. j. numer. anal. methods geomech., Vol. 7, pp. 305~320, 1983.
- 4) Mroz, Z. and Norris, V.A. : Elastoplastic and viscoplastic constitutive models for soils with application to cyclic loading, in G.N. Pande and O.C. Zienkiewicz (eds), Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads, Wiley, Chichester, Chapter 8, pp. 173~217, 1982.
- 5) Dafalias, Y.F. and Popov, E.P. : A model of non-linearly hardening materials for complex loadings,

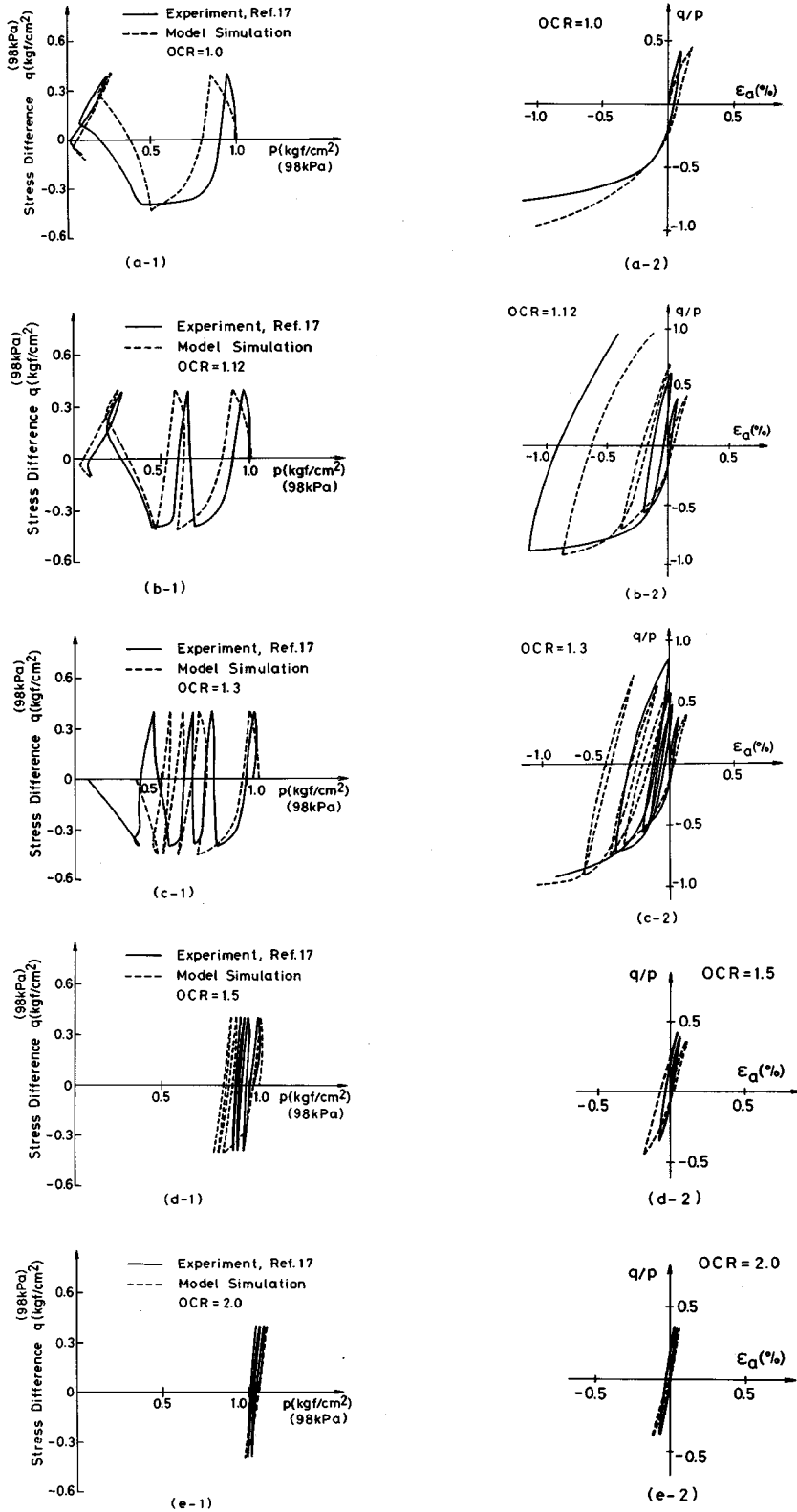


Fig. 14 Simulation of cyclic undrained tests of over-consolidated sands.

- Proc. 7th U. S. Nat. Cong. of Appl. Mech., Boulder, USA, June 1974, p.149 (Abstract), and Acta Mech., Vol. 21, pp.173~192, 1975.
- 6) Dafalias, Y.F. and Herrmann, L.R. : Bounding surface formulation of soil plasticity, in G.N. Pande and O.C. Zienkiewicz(eds), Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads, Wiley, Chichester, Chapter 10, pp.253~282, 1982.
 - 7) Zienkiewicz, O.C., Leung, K.H. and Pastor, M. : Simple model for transient soil loading in earthquake analysis. I. Basic model and its application, Int. j. numer. anal. methods geomech., Vol. 9, pp.453~476, 1985.
 - 8) Pastor, M., Zienkiewicz, O.C. and Leung, K.H. : Simple model for transient soil loading in earthquake analysis. II. Non-associative models for sands, Int. j. numer. anal. methods geomech., Vol. 9, pp.477~498, 1985.
 - 9) Hirai, H. : An elastoplastic constitutive model for cyclic behaviour of sands, Int. j. numer. anal. methods geomech., Vol.12, 1987.
 - 10) Ghaboussi, J. and Momen, H. : Modelling and analysis of cyclic behaviour of sand, in G.N. Pande and O.C. Zienkiewicz(eds), Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads, Wiley, Chichester, Chapter 12, pp.313~342, 1982.
 - 11) Poorooshasb, H.B. and Pietruszczak, S. : On yielding and flow of sand; A generalized two-surface model, Computer and Geotechnics, Vol.1, pp.33~58, 1985.
 - 12) Hirai, H. : A combined hardening model of plasticity for sands, 2nd Int. Conf. Short Course on Constitutive Laws for Engineering Materials : Theory and Application, pp.557~564, 1987.
 - 13) Ziegler, H. : A modification of Prager's hardening rule, Quart. Appl. Math., Vol.17, pp.55~65, 1959.
 - 14) Willam, K.J. and Warnke, E.P. : Constitutive models for the triaxial behavior of concrete, Int. Assoc. Bridge Struct. Eng., Seminar on concrete structures subjected to tri-axial stresses, Bergamo, Italy, 1974 and Int. Assoc. Bridge Struct. Eng. Proc. Vol.19, pp.1~30, 1975.
 - 15) Nayak, G.C. and Zienkiewicz, O.C. : Convenient form of stress invariants for plasticity, J. Struc. Div., ASCE, Vol.98, No.ST 4, pp.949~953, 1972.
 - 16) Tatsuoka, F. and Ishihara, K. : Drained deformation of sand under cyclic stresses reversing direction, Soils and Foundations, Vol.14, No. 3, pp.51~65, 1974.
 - 17) Ishihara, K. and Okada, S. : Yielding of overconsolidated sand and liquefaction model under cyclic stresses, Soils and Foundations, Vol.18, No.1, pp.57~72, 1978.
 - 18) Roscoe, K.H. and Burland, J.B. : On the generalized stress-strain behaviour of "wet" clay, in J. Heyman and F.A. Leckie(eds), Engineering Plasticity, Cambridge University Press, pp.535~610, 1968.
 - 19) Schofield, A.N. and Wroth, C.P. : Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, 1968.
 - 20) Hirai, H., Yanagisawa, E. and Satake, M. : Elastic-plastic constitutive models for the behavior of sands, Proc. of the Japan Society of Civil Engineers, No. 343, pp.255~265, 1984.
 - 21) Hill, R. : The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford, pp.33~34, 1950.
 - 22) Prager, W. : Recent developments in the mathematical theory of plasticity, J. Appl. Phys., Vol.20, pp.235~241, 1949.
 - 23) Ishihara, K., Tatsuoka, F. and Yasuda, S. : Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses, Soils and Foundations, Vol.15, No.1, pp.29~44, 1975.
 - 24) Kiekbusch, M. and Schuppener, B. : Membrane penetration and its effect on pore pressures, J. Geotech. Eng. Div., ASCE, Vol.103, No.GT 11, pp.1267~1279, 1977.
 - 25) Hirai, H. : An anisotropic hardening model for sand subjected to cyclic loading, 3rd Int. Conf. Soil Dynamics and Earthquake Engng., Princeton, 1987.

(1986.11.8・受付)