

鋼構造物のデジタル最適自動制御

DIGITAL ACTIVE OPTIMAL CONTROL OF STEEL STRUCTURES

馬場俊介*・二宮公紀**・梶田建夫***

By Shunsuke BABA, Kohki NINOMIYA and Tateo KAJITA

Concept of a digital-type active optimal control of steel structures is studied especially on the following two points; that is, (1) improve of calculation time using complex modal analysis and (2) evaluation of an effect of control parameters.

Since the state equation of control in a discrete-time system contains a matrix exponential function, which gives a large defect on the calculation time and on the stability of solution, orthogonal technic based on the complex modal analysis is used, and it gives a successful result. Control state of the system is strongly influenced by the weight functions, which appears in the Hamiltonian of Pontrjagin's maximum principle, the parametric study is provided on the effect of the functions. Numerical examples are given.

Keywords: control, earthquake

1. はじめに

鋼構造物をはじめとする土木・建築構造物の地震に対する設計概念として、免震構造が現実化したのは1986年に入ってからである。さらに現在では、より積極的な制御を考えた制震構造についても、実用化に向けて検討が始められている。

鋼構造物の防振を目的として、最適自動制御の概念が土木・建築工学の分野に導入されたのは1970年代の後半に入ってからである。対象とされた構造物は、はりや骨組構造で、走行荷重、風荷重、地震荷重の作用下にある構造物の振動を、制御力を加えることにより減らすことが考えられた^{1)~3), 6)~11), 14)~17)}。たとえば、Abdel-Rohmanら^{1)~3)}とYangら^{15)~17)}は、制御の概念を、はり、高層ビルなどの構造物へ広く適用している。より複雑な構造物に対してはモード解析の導入が図られ(Meirovitchら¹¹⁾)、さらに現実の構造物を想定した実験もDomkeら⁹⁾、矢作ら¹⁴⁾によって行われている。

これら一連の研究は、いずれも連続時間系で記述され

たアナログ制御となっている。アナログ制御は、本来レギュレータ問題やトラッキング問題のような定常過程に対して提起されたものである。したがって、地震のような非定常過程に対して適用しようとする、地震開始から終了までの全波形を制御に先立って与えなくてはならない。“これからどんな力が作用するかわからない”非定常外力に対しては、刻々と得られる観測値にあわせて、最適な制御力を推定することが必要となる。このような1対1の制御は、離散時間系で記述されたデジタル制御の導入によって初めて可能となる。

土木・建築構造物の分野で、デジタル最適自動制御の必要性を指摘し、計算機シミュレーションによりその適用性を確認してきたのは著者らをもって嚆矢とする⁴⁾。デジタル制御の概念そのものは、電気・機械の分野では1980年代に入って高速演算プロセッサの普及に伴い脚光をあび始めたものである。しかし、土木・建築構造物のような多質点構造物に適用しようすると、“最適制御力を計算するのに必要な時間が、制御力を作用させる時間間隔を上回る”という自己矛盾を生起する。デジタル制御に伴うこの欠点は、モード分解を導入することで回避できる⁵⁾。モード分解は、アナログ制御にも導入されているが^{11), 16)}、その主旨はデジタル制御の場合と全く異なり、アナログ制御では“解を得る”

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)

** 正会員 工博 名古屋大学助手 工学部土木工学科(同上)

*** 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科 (同上)

ためであり、デジタル制御では“計算時間短縮”のためである。

デジタル制御は時々刻々変化する外力に対応して制御力を計算していく方式であるため、制御の信頼性が高い。不愉快な振動の減少といった消極的な目的のみでなく、“構造物の荷重分担機能の分業化”のような新しい設計概念へ通ずる可能性をもっている。大地震・強風などの異常時外力の相当部分を制御機構に受け持たせることにより、“より繊細で美的な”構造物の実現が、そして、プラス・アルファとして制御機構を用いることにより、“より安全性を重視した”重要構造物の実現が可能となる。

ここでは、デジタル制御の適応性をみることを目的として、はりの曲げ振動と、地震力を受けるラーメンの水平振動の制御を、数値計算例として与える。

2. 状態方程式とモード解析

(1) アナログ制御の状態方程式

鋼構造物を、はり・柱要素を用いて離散表示し、各節点について、地震力などの外力 $f(t)$ 、制御力 $u(t)$ の2つを考える。そのとき系の運動方程式は、減衰効果を見捨てた場合次式で表わされる。減衰を見捨てた理由は、制御効果を端的に示すためである。

$$M\ddot{x}(t) + Kx(t) = u(t) + f(t) \dots\dots\dots (1\cdot a)$$

ここに、 x は大きさ n の節点変位ベクトル、 K 、 M は $n \times n$ の剛性および質量マトリックスである。

最適自動制御の基本となる Pontrjagin の最大原理は、1階発散方程式で表わされた状態方程式に対して成立し、可制御性も証明され得るので、運動方程式 (1・a) を2階から1階に変換する必要がある。すなわち、式 (1・a) は、恒等的に成り立つ n 個の付加的な方程式

$$M\dot{x}(t) - M\dot{x}(t) = 0 \dots\dots\dots (1\cdot b)$$

を導入し、さらに変位と速度項を合成した状態ベクトル X (大きさ: $2n$) として

$$X^T = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n; x_1, x_2, \dots, x_n] \dots\dots\dots (2)$$

を定義することにより、次のような1階の微分方程式の形で表わされる。

$$A\dot{X}(t) + BX(t) = CU(t) + DF(t) \dots\dots\dots (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ I_u \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ I_f \end{bmatrix}$$

マトリックス A 、 B の大きさは $2n \times 2n$ 、 C は $2n \times n_u$ 、 D は $2n \times n_f$ である。 n_u 、 n_f ($\leq n$) は、それぞれ、制御力と外力の数を示す。また、 I_u 、 I_f は、大きさ $n \times n_u$ 、 $n \times n_f$ の変換マトリックスで、それぞれ、制御力と外

力の方向余弦から構成されている。

(2) 離散表示

状態方程式 (3・a) は連続時間系でのアナログ制御の式であり、これを離散化するために一定時間間隔 Δt に相当する $X(t)$ と $X(t + \Delta t)$ の2つの状態の間で Duhamel 積分を行うと、次のようになる。

$$X(t + \Delta t) = \exp(-A^{-1}B\Delta t)X(t) + f[A, B, \Delta t, C, U(t), D, F(t)]$$

これは、 $X(t)$ 、 $U(t)$ 、 $F(t)$ の値を用いて $X(t + \Delta t)$ の値を求める漸化式となっていて、しかも、差分法、Newmark の β 法などの近似式でもない。上式で、 $X(t)$ の係数となっている行列指数関数の性質がよければ、そのまま実用に供することができる。しかし、土木・建築の分野で現われる鋼構造物では、 $A^{-1}B$ の部分が対角化されておらず、したがって、行列指数関数は

$$\exp(A^\circ \Delta t) = I + A^\circ \Delta t + \frac{A^{\circ 2}(\Delta t)^2}{2!} + \dots + \frac{A^{\circ n}(\Delta t)^n}{n!} \dots\dots\dots (4)$$

$$A^\circ = -A^{-1}B$$

のように展開形でしか求められない。この級数は、数値上の安定性が悪く、時間間隔 Δt を非常に小さく選ばないと収束しない。 Δt は、係数 $\exp(A^\circ \Delta t)$ を1以下とし、かつ、 n 項目の値 $|A^{\circ n}(\Delta t)^n/n!|$ を0に収束させることを考えると、構造系の基本振動周期の1/1000の程度に設定する必要がある⁴⁾。これは膨大な計算時間となってはねかえり、制御力の計算に要する時間の方が、 Δt よりはるかに長くなるという逆転を生ずる。

この欠点を回避するには、行列指数関数を対角化すればよいが、それはモード解析を取り入れることを意味する。モード解析は、普通式 (1・a) のような形の微分方程式を解く手段として用いられるが、ここでは、すでに解かれた式 (4) の計算効率を高める目的で導入する。そして、モード解析を式 (3) の状態方程式に対して適用することから [2. (1) 参照]、複素モード解析の形をとらざるを得なくなっている。

モード解析は、幾何・材料非線形問題に適用できない。しかし、制御とは、“大きな変形、過大な応力が生じないように振動を弾性・微小変形領域に収める”ことが理想であり、モード解析を導入することは妥当であろう。

(3) 複素モード解析

複素モード解析の技法にならぬ、変位を

$$x = \phi \exp(\omega t)$$

とおくと、状態ベクトル X は、式 (3) の固有ベクトル Φ と一般化変位 Q の積の形で

$$X = \Phi Q = \begin{bmatrix} \phi \hat{\omega} \\ \phi \end{bmatrix} Q \dots\dots\dots (5)$$

と表わされる。ここに、 $\hat{\omega}$ は系の複素固有値から作られた $n_p \times n_p$ の対角マトリックスであり、上付き記号

“ \wedge ”は対角を意味する。系の変位に対応する複素固有ベクトル ϕ は $n \times n_p$ のマトリックスであるが、その列サイズ n_p は $2n$ を上限とし、解析結果の精度を下げない範囲でできる限り小さく選ぶ（本論文では $n_p=4$ ）。

式（5）を式（3）の状態方程式に代入し、 Φ^T を左側から作用させて、 $\Phi^T A \Phi = 2 \hat{\omega} \hat{M}$ 、 $\Phi^T B \Phi = -2 \hat{\omega}^2 \hat{M}$ ($\hat{M} = \phi^T M \phi$) の関係を利用すると次のようになる。

$$\hat{Q} - \hat{\omega} Q = (2 \hat{\omega}^2 \hat{M})^{-1} \phi^T (I_u U + I_f F) \dots \dots \dots (6)$$

式（6）の一般解は、“初期値 $Q(t)$ に対して Δt 経過後の値 $Q(t+\Delta t)$ を求める式”として

$$\left. \begin{aligned} Q(t+\Delta t) &= \hat{A} Q(t) + \hat{B} \phi^T [I_u U(t) + I_f F(t)] \\ \hat{A} &= \exp(\hat{\omega} \Delta t) \\ \hat{B} &= -(2 \hat{\omega}^2 \hat{M})^{-1} [I - \exp(\hat{\omega} \Delta t)] \end{aligned} \right\} \dots \dots (7)$$

のように記述される。ここに、 $U(t)$ と $F(t)$ は時刻 $t \sim t + \Delta t$ 間で一定と仮定する。

(4) ディジタル制御の状態方程式

離散化された状態方程式（7）で、時刻 t を一定時間間隔 Δt を用いて $t = i \Delta t$ と表わし、第 i ステップにおける諸量を右下添字 “ i ” をつけることにより、 Q_i 、 U_i 、 F_i のように表記する。このとき式（7）は、次のようにディジタル表示される。

$$Q_{i+1} = \hat{A} Q_i + \hat{B} \phi^T (I_u U_i + I_f F_i) \dots \dots \dots (8)$$

式（8）はディジタル制御でよく使われる状態変数 X に関する 0 次ホルダーの状態方程式¹²⁾ に対応しており、ここでは X の代わりにそれぞれ独立なモード成分 Q が新たな状態変数としての意味をもつ。その場合の物理的な意味は、“各節点の変位を減らす” という考え方から、“振動を構成する各モード波自体の大きさを減らす” という考え方に移るだけである。

式（8）の状態方程式に含まれるすべての項は複素数であり、このままの状態で最大原理を適用することはできない。したがって同式を

$$\begin{aligned} Q &= Q^R \pm i Q^I, & \hat{M} &= \hat{M}^R \pm i \hat{M}^I \\ \hat{\omega} &= \pm i \hat{\omega}^I, & \phi &= \phi^R \pm i \phi^I \end{aligned}$$

のように実数部と虚数部に分離すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} Q^R \\ \dots \\ Q^I \end{Bmatrix}_{i+1} &= \begin{bmatrix} \hat{A}^R & -\hat{A}^I \\ \dots & \dots \\ \hat{A}^I & \hat{A}^R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q^R \\ \dots \\ Q^I \end{Bmatrix}_i + \begin{bmatrix} C^R \\ \dots \\ C^I \end{bmatrix} U_i \\ &+ \begin{bmatrix} D^R \\ \dots \\ D^I \end{bmatrix} F_i \dots \dots \dots (9.a) \end{aligned}$$

$$Q_{i+1}^* = A^* Q_i^* + C^* U_i + D^* F_i \dots \dots \dots (9.b)$$

ここに、右上添字の “ R ” と “ I ” は、それぞれ、実数部と虚数部を意味する。また、複素固有値 $\hat{\omega}$ は、非減衰系を仮定しているため実数部 $\hat{\omega}^R = 0$ である。このとき、 \hat{A}^R 、 \dots 、 D^I を以下に示す。

$$\begin{aligned} \hat{A}^R &= \cos(\hat{\omega}^I \Delta t), & \hat{A}^I &= \sin(\hat{\omega}^I \Delta t) \\ \hat{B}^R &= M^* (I - \hat{A}^R) \hat{M}^R - \hat{A}^I \hat{M}^I \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{B}^I &= M^* [\hat{A}^I \hat{M}^R + (I - \hat{A}^R) \hat{M}^I] \\ M^* &= [2(\hat{\omega}^I)^2 (\hat{M}^R)^2 + (\hat{M}^I)^2]^{-1} \\ C^R &= [\hat{B}^R (\phi^R)^T + \hat{B}^I (\phi^I)^T] I_u \\ C^I &= [-\hat{B}^I (\phi^R)^T + \hat{B}^R (\phi^I)^T] I_u \\ D^R &= [\hat{B}^R (\phi^R)^T + \hat{B}^I (\phi^I)^T] I_f \\ D^I &= [-\hat{B}^I (\phi^R)^T + \hat{B}^R (\phi^I)^T] I_f \end{aligned}$$

3. 最適化¹²⁾

(1) Riccati 微分方程式

Hamilton 汎関数 H は、“できるだけ少ない制御力で、外力によって生ずる変形、速度を小さくする” ことを目的として、制御力 U と状態変数 Q の関数として定義される。 H は次のような 2 次形式で与えられるが、それは、式展開を線形化するためである。

$$\begin{aligned} H &= (1/2) \sum_{i=m}^{m+M-1} [(Q_{i+1}^R)^T \hat{R}_{i-m+1} Q_{i+1}^R \\ &+ (Q_{i+1}^I)^T \hat{R}_{i-m+1} Q_{i+1}^I + U_i^T \hat{S}_{i-m+1} U_i \\ &+ 2(\lambda_{i+1}^R)^T (-Q_{i+1}^R + \hat{A}^R Q_i^R - \hat{A}^I Q_i^I + C^R U_i) \\ &+ 2(\lambda_{i+1}^I)^T (-Q_{i+1}^I + \hat{A}^I Q_i^I - \hat{A}^R Q_i^R + C^I U_i)] \dots \dots (10) \end{aligned}$$

ここに、 λ^R と λ^I (大きさ: n_p) は Lagrange の未定乗数、対角マトリックス \hat{R} ($n_p \times n_p$)、 \hat{S} ($n_u \times n_u$) は正の重み関数である。式（10）の第 1, 2 項は “変形と変形速度を小さくする” ことに対応し、第 3 項は “制御力を小さくする” ことに対応する。また第 4, 5 項は、“振動方程式を満たす” という条件式である。

制御を行おうとする “現時点” を $i=m$ ステップとし、制御力 U_m を求めることを考える。そのとき、 Q_i^R 、 Q_i^I 、 U_{i-1} 、 F_i ($i=0, 1, \dots, m$) は既知量であり、一方、 $i=m+1, \dots, m+M$ に関する量は未知量となる。ここに、 M は収束に至るまでのステップ数を表わす。最適化のための条件は、未知量の部分だけを対象として

$$\begin{aligned} \partial H / \partial Q_{i+1}^R &= \hat{R}_{i-m+1} Q_{i+1}^R - \lambda_{i+1}^R \\ &+ (\hat{A}^R)^T \lambda_{i+2}^R + (\hat{A}^I)^T \lambda_{i+2}^I = 0 \dots \dots \dots (11.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial H / \partial Q_{i+1}^I &= \hat{R}_{i-m+1} Q_{i+1}^I - \lambda_{i+1}^I \\ &- (\hat{A}^I)^T \lambda_{i+2}^R + (\hat{A}^R)^T \lambda_{i+2}^I = 0 \dots \dots \dots (11.b) \end{aligned}$$

$$(i = m, m+1, \dots, m+M-2)$$

$$\partial H / \partial Q_{m+M}^R = \hat{R}_M Q_{m+M}^R - \lambda_{m+M}^R = 0 \dots \dots \dots (11.c)$$

$$\partial H / \partial Q_{m+M}^I = \hat{R}_M Q_{m+M}^I - \lambda_{m+M}^I = 0 \dots \dots \dots (11.d)$$

$$\partial H / \partial U_i = \hat{S}_{i-m+1} U_i + (C^R)^T \lambda_{i+1}^R + (C^I)^T \lambda_{i+1}^I = 0$$

$$(i = m, m+1, \dots, m+M-1) \dots \dots \dots (11.e)$$

のように設定される。式（11.e）より

$$U_i = -(\hat{S}_{i-m+1})^{-1} [(C^R)^T \lambda_{i+1}^R + (C^I)^T \lambda_{i+1}^I] \dots \dots \dots (12)$$

が得られる。さらに式（12）を式（9.a）に代入し、次のような線形関係を仮定すると

$$\left. \begin{aligned} \lambda_i^R &= P_i^{RR} Q_i^R + P_i^{RI} Q_i^I \\ \lambda_i^I &= P_i^{IR} Q_i^R + P_i^{II} Q_i^I \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

式（9.a）が制御力を含まない形で記述できる。

$$\begin{Bmatrix} Q^R \\ Q^I \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} A^{RR} & A^{RI} \\ A^{IR} & A^{II} \end{bmatrix}_{i+1} \begin{Bmatrix} Q^R \\ Q^I \end{Bmatrix}_i + \begin{bmatrix} D^{RR} \\ D^{II} \end{bmatrix}_{i+1} F_i \dots\dots\dots(14)$$

ここに、上式中の係数については付録参照。

式 (11・a), (11・b) に式 (13) の線形近似を導入し、さらに式 (14) を代入して整理し、 F_i の項を省略すると、次のようになる [理由は 3. (2) に示す]。

$$\begin{bmatrix} B^{RR} & B^{RI} \\ B^{IR} & B^{II} \end{bmatrix}_{i+1} \begin{Bmatrix} Q^R \\ Q^I \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

ここに係数は付録参照。上式が Q^R_{i+1}, Q^I_{i+1} のいかににかかわらず常に成立するためには、係数マトリックス = 0 となることが必要となることから、次式を得る。

$$B^{RR}_{i+1} = B^{RI}_{i+1} = B^{IR}_{i+1} = B^{II}_{i+1} = 0 \dots\dots\dots(15\cdot a)$$

一方、終端条件は、式 (11・c), (11・d) に式 (13) の線形近似を導入することにより、

$$\begin{bmatrix} P^{RR}_{m+M} - \hat{R}_M & P^{RI}_{m+M} \\ P^{IR}_{m+M} & P^{II}_{m+M} - \hat{R}_M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q^R \\ Q^I \end{Bmatrix}_{m+M} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

となり、係数マトリックス = 0 の条件に基づいて、

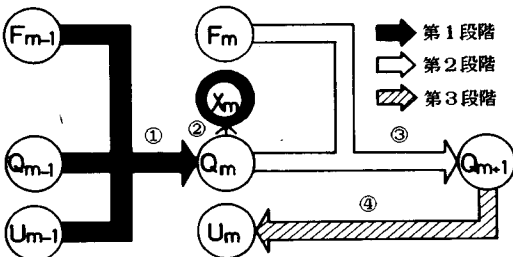
$$P^{RR}_{m+M} = P^{II}_{m+M} = \hat{R}_M, P^{RI}_{m+M} = P^{IR}_{m+M} = 0 \dots\dots\dots(15\cdot b)$$

と与えられる。以上により、最大原理は“離散化された Riccati 微分方程式 (15・a) を終端境界条件 (15・b) のもとに、逆時間方向に解く問題”として帰着される。

(2) 外力項と漸化式

Riccati 微分方程式の漸化式 (15・a) を求めるにあたり、現時点以降の外力を $F_i = 0 (i = m+1, \dots, m+M)$ と仮定している。地震力などの非定常振動では、次の瞬間にどのような値をとるか全く予想がつかない。そこで、 $i = m$ における U_m を求めるにあたり、第 1 近似として“ $F_{m+1}, \dots, F_{m+M} = 0$ ”と仮定するのが最も簡単な取り扱い方だと考えられる。

(3) 制御力 U と変形 X



- ① 振動方程式
- ② 変位 X_m の計算
- ③ $\Sigma(Q^T R Q + U^T S U)$ を最小化するように推定
- ④ $Q_m \rightarrow Q_{m+1}$ とするような U_m を逆算

図-1 制御力 U_m を求めるルーチン

時間 $i = m-1$ までの一般化変位 Q^R_i, Q^I_i と、制御力 U_i 、外力 F_i が与えられている場合に、時間 $i = m$ における制御力 U_m を求めるルーチンを図-1 に示す。まず、第 1 段階において、 $Q^R_{m-1}, Q^I_{m-1}, U_{m-1}, F_{m-1}$ を用いて、式 (9・a) により現時点 ($i = m$) での Q^R_m, Q^I_m を求める。さらに Q^R_m, Q^I_m を式 (5) に代入し、実数部を取ると、変位応答が次式で与えられる。

$$x_m = \phi^R Q^R_m - \phi^I Q^I_m \dots\dots\dots(16)$$

第 2 段階では、式 (14) に Q^R_m, Q^I_m, F_m を代入し、 Q^R_m, Q^I_m を求める。

第 3 段階では、式 (12) に式 (13) と Q^R_{m+1}, Q^I_{m+1} を代入することにより、制御力 U_m が与えられる。

4. はりとラーメンの振動問題への適用

制御にあたって、振動の収れんの早さと制御力の大きさとは、式 (10) の評価関数 H の重み \hat{R}, \hat{S} と、収束目標時点 M の設定のし方から影響を受ける。ここでは、これらの因子が、

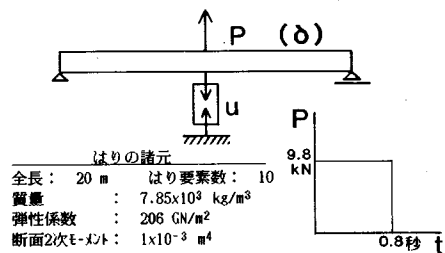
$$\hat{R}_i = \alpha_i I, \hat{S}_i = \beta_i I \quad (i = 1, 2, \dots, M)$$

のように一定値 α_i, β_i で代表されると仮定した場合について、 α_i と β_i の組合せによる“制御のされ方”の違いをパラメトリックに評価する。また収束目標時点 M の設定についても比較検討する。

(1) はりの曲げ振動

図-2 に示す両端単純支持のはりの中央に、集中力 P が突然作用する場合を想定する。制御は中央に集中制御力を作用させる形で行うものとする。制御力はたとえば図に示すような油圧ジャッキにより発生されるとする。集中力 P を一定期間作用させ (その間応答はサイン波形を示す)、0.8 秒後に作用をやめると、図-3~5 のような応答を示す。いずれも 2 組の図から構成されており、上部にスパン中央の鉛直変位 δ を、下部に必要なとする制御力 u を示す。鉛直変位 δ については、無制御の場合の最大変位 δ^*_{max} に対する百分率を、制御力 u については、外力 P に対する百分率を表わす。なお、点線は制御を行わない場合を示す。

パラメーター α と β は、 $\alpha_1, \alpha_i = \alpha_2, \beta_1, \beta_i = \beta_2 (i = 2, 3, \dots, M)$ の 4 つの独立量で代表させる。すなわち、収



はりの諸元	
全長： 20 m	はり要素数： 10
質量： 7.85x10 ³ kg/m ³	
弾性係数： 206 GN/m ²	
断面2次モーメント： 1x10 ⁻³ m ⁴	

図-2 計算例に用いたはりとその諸元

束を1ステップ先に置くとき ($M=1$) は α_1 と β_1 の2つだけとし、収束を M ステップ先に置くとき ($M \geq 2$) は、 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ の4種類に限定し、2ステップ先以降の重みは一定とする。

収束を2ステップ先に置く場合 ($M=2$) について、制御の状態を図-3, 4に示す。図-3には、パラメータ α_1 と α_2 の比を2に固定する場合、 α_1/β_1 の変化により制御がどのような影響を受けるかが示される。 α_1/β_1 を大きくするにつれて、換言すれば、制御力が大きくなることを許容するほど [図-3(c)], 振動の急速な収れんが実現する。 α_1/β_1 は制御後の変形と制御力との大きさのバランスを規定するものであり、 $0 \leq \alpha_1/\beta_1 < \infty$ の範囲で自由に選ぶことができる。すなわち、 $\alpha_1/\beta_1 = 0$ のときは無制御、 $\alpha_1/\beta_1 \rightarrow \infty$ のときは無変形制御に相当する。 α_1/β_1 をどのように選ぶかは、制御力の上限

によって決められる。

図-4には、 $\alpha_1/\beta_1=20$ に固定する場合、 α_1/α_2 の変化により制御がどのような影響を受けるかが示される。 α_1/α_2 を小さくするにつれて [図-4(b)], 振動のより早い収れんが実現する。しかし、 α_1/α_2 を変えることによる制御状態の相違は、 $\alpha_1/\alpha_2 \geq 1$ とする限りは小さい (ただし、 $\alpha_1/\alpha_2 < 1$ では発散する)。

図-5には、 $\alpha_1/\beta_1=10$ 、 $\alpha_1/\alpha_2=2$ の場合の収束目標 M による影響を示す ($M=2$ は図-3(b) 参照)。 M を大きくすることは、 α_1/β_1 を大きくすることと同じ効果があるが、影響は小さい。

なお、 β_1/β_2 については、制御結果にほとんど影響を与えないので、常に $\beta_1=\beta_2$ とする。

(2) モード解析を用いない場合

参考として、複素モード解析を用いない従来方式のデジタル制御を行った場合、2.(2) で述べたように、漸化式表示された振動方程式の係数を $\exp(A\Delta t) \leq 1$ とするには、 $\Delta t=0.00005$ 秒程度の時間ステップで計算する必要があり、これは、今回用いた複素モード解析を取り入れた方式による時間ステップ $\Delta t=0.05$ 秒の1000倍に達する。この差は、そのまま、制御計算に要するCPU時間の差となって表われ、1周期 (0.3秒) あたりの計算時間が、それぞれ、3秒と0.004秒となる。従来方式による前者の値は、振動の周期を超えており、現実的ではない。

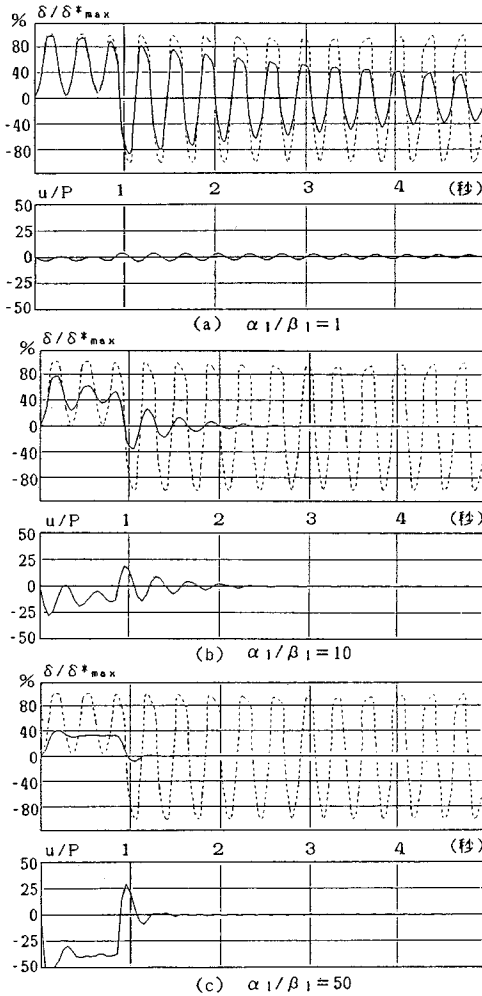


図-3 比 α_1/β_1 の変化による制御状態の変化 ($\alpha_1/\alpha_2=2$, $M=2$ に固定)

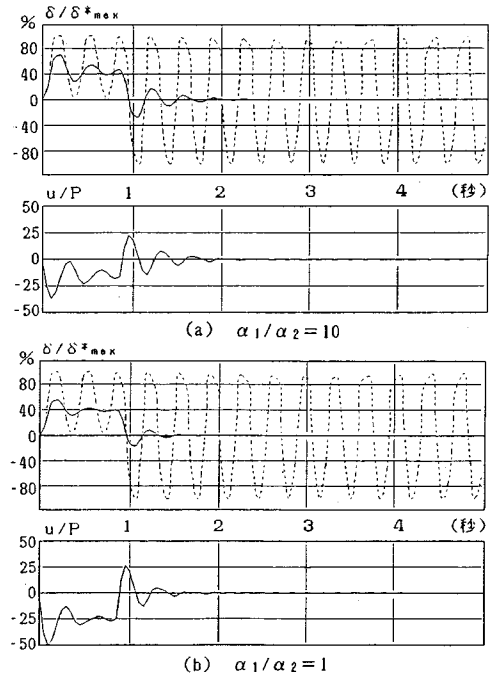


図-4 比 α_1/α_2 の変化による制御状態の変化 ($\alpha_1/\beta_1=20$, $M=2$ に固定)

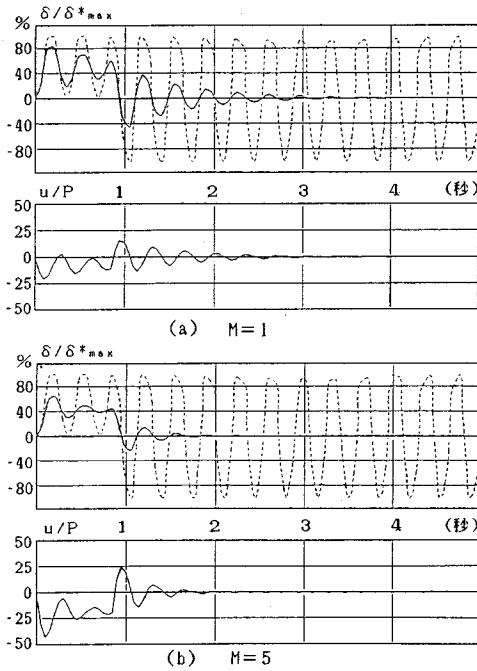
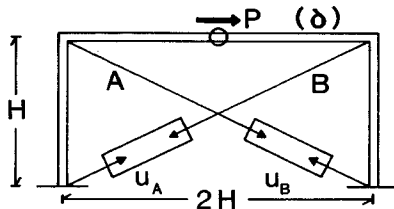


図-5 M の変化による制御状態の変化
($\alpha_1/\beta_1=10$, $\alpha_1/\alpha_2=2$ に固定)



ラーメンの諸元	
全高 (H) : 5 m	はり・柱要素数 : 12
断面積 : $1.168 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	質量 : $7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
弾性係数 : 206 GN/m ²	Poisson比 : 0.25
断面2次E-モット : $2.1038 \times 10^{-6} \text{ m}^4$	

図-6 計算例に用いたラーメンとその諸元

(3) ラーメンの水平振動

図-6 に示す 1層 1 スパンのラーメンに、水平方向の地震力が作用する場合を制御例として与える。この場合、制御力はラーメンに対角に張られた引張油圧ジャッキにより発生させられるものと想定している。ラーメン構造の制御方法については、地震力に対しては、抽象的な“ダンパー^{2), 11), 17)}”を入れるというものを除いては、“テンドン^{2), 7), 8), 16), 17)}”方式が主流である。この場合さらに、より現実的な条件として、対角ケーブルは引張についてのみ機能すると仮定する。すなわち、 $U \geq 0$ とする。El Centro 地震の加速度波がラーメン中央部に水平に作用するときの同点の水平変位を、 $\alpha_1/\beta_1=10^{-4}$, 10^{-2} ($\alpha_1=\alpha_2$, $\beta_1=\beta_2$, $M=2$ に固定) の 2 つの場合について図-7

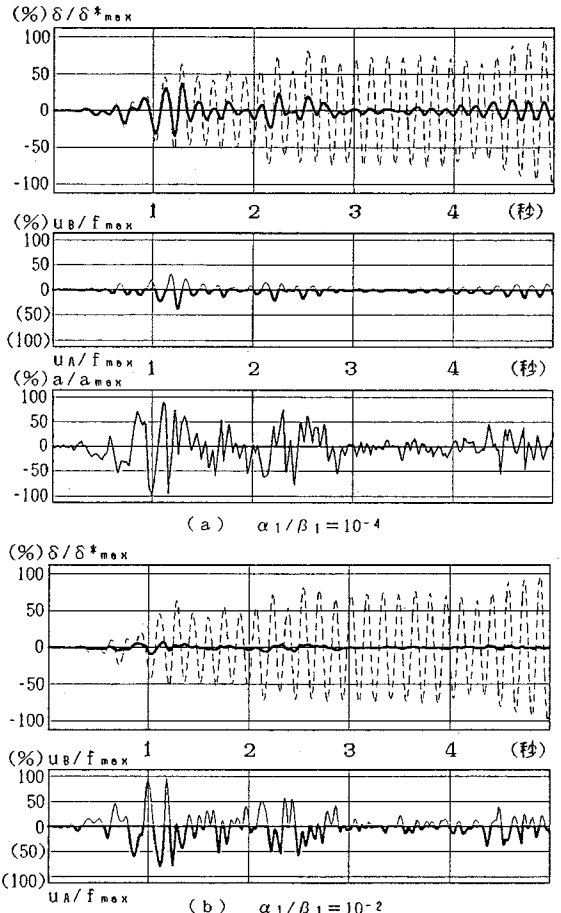


図-7 比 α_1/β_1 の変化による制御状態の変化
($\alpha_1/\alpha_2=1$, $M=2$ に固定)

に示す。図-7(a), (b) とも、上部にはラーメン中央の水平変位 δ/δ^*_{max} を、下部には地震力の最大値 (f_{max}) で無次元化された制御力 u_A/f_{max} および u_B/f_{max} を示す。 u_A はジャッキ A による制御力で、下向きを正にして太線で示されている。 u_B はジャッキ B によるもので、上向きを正にして細線で示される。また、図-7(a) には最大加速度で無次元化された El Centro 加速度波 a/a_{max} も示す。

図-7 によれば、ラーメン構造でも制御性能は、比 α/β に強く左右されること、そして比が大きいくほど強く制御されることがわかる。

この論文では現在、制御の主流方式である“テンドン”方式を採用しているが、現実問題への適用を考えた場合、各層の天井空間に電磁式振動加振器を設置することによって制御する方法が最適であろう。

5. 結 論

土木・建築構造物の最適自動制御という新しく提起さ

れつつある問題に、非定常状態での制御に適したデジタル制御の概念を持ち込み、さらに複素モード解析を導入することで実用性を高めた。以下の結論が得られた。

(1) 制御方程式中に含まれる行列指数関数の対角化を目的として導入された複素モード解析の効果は大きく、従来型のデジタル制御法に比較して1/1000程度の計算時間で結果が得られ、現実問題への応用が可能となった。

(2) 制御に関する重み係数 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, M$ は、制御状態を大幅に変える(図3~5, 7参照)。中でも、比 α/β の影響が最も支配的である。

現実の構造物に適用しようとする場合、構造物の振動状態 Q は一種のブラックボックス的な未知量であり、的確なフィードバック制御を行おうとすると、構造物の各部の刻々の変形状態を観測からの逆解析により推定する必要がある。こうした少数の観測値による変形状態 Q の最適推定は、Kalman カレント・フィルター、あるいは、確率的自動制御により可能となる^{12), 13)}。

本論文の目的はデジタル制御の適用性の紹介であり、そのため、“制御機構を具体的にどう設計するのか?” という点での提言に欠けているかもしれない。今後は、免震構造との組合せによる効率化をも含め、制御機構の設計といったより現実的な研究へと進みたい。

付 録

式(14)中の係数行列 $A_{i+1}^{RR}, A_{i+1}^{RI}, A_{i+1}^{IR}, A_{i+1}^{II}, D_{i+1}^{RR}, D_{i+1}^{II}$ は、次式を解くことにより与えられる。

$$\begin{bmatrix} I + C^{RR}P^{RR} + C^{RI}P^{IR} & C^{RR}P^{RI} + C^{RI}P^{II} \\ C^{IR}P^{RR} + C^{II}P^{IR} & I + C^{IR}P^{RI} + C^{II}P^{II} \end{bmatrix}_{i+1} \cdot \begin{Bmatrix} Q^R \\ Q^I \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} \hat{A}^R & -\hat{A}^I \\ \hat{A}^I & \hat{A}^R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q^R \\ Q^I \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} D^R \\ D^I \end{Bmatrix} F_i$$

ここに

$$C_{i+1}^{RR} = C^R(\hat{S}_{i-m+1}^{-1})(C^R)^T, \quad C_{i+1}^{RI} = C^R(\hat{S}_{i-m+1}^{-1})(C^I)^T$$

$$C_{i+1}^{IR} = C^I(\hat{S}_{i-m+1}^{-1})(C^R)^T, \quad C_{i+1}^{II} = C^I(\hat{S}_{i-m+1}^{-1})(C^I)^T$$

さらに、式(15-a)の各行列は次式で記述される。

$$B_{i+1}^{RR} = P_{i+1}^{RR} - \hat{R}_{i-m+1} - \hat{A}^R(P^{RR}A^{RR} + P^{RI}A^{IR})_{i+2} - \hat{A}^I(P^{IR}A^{RR} + P^{II}A^{IR})_{i+2}$$

$$B_{i+1}^{RI} = P_{i+1}^{RI} - \hat{A}^R(P^{RR}A^{RI} + P^{RI}A^{II})_{i+2} - \hat{A}^I(P^{IR}A^{RI} + P^{II}A^{II})_{i+2}$$

$$B_{i+1}^{IR} = P_{i+1}^{IR} + \hat{A}^R(P^{RR}A^{RR} + P^{RI}A^{IR})_{i+2} - \hat{A}^I(P^{IR}A^{RR} + P^{II}A^{IR})_{i+2}$$

$$B_{i+1}^{II} = P_{i+1}^{II} - \hat{R}_{i-m+1} + \hat{A}^I(P^{RR}A^{RI} + P^{RI}A^{II})_{i+2} - \hat{A}^R(P^{IR}A^{RI} + P^{II}A^{II})_{i+2}$$

参 考 文 献

- 1) Abdel-Rohman, M., Quintana, V.H. and Leipholz, H.H.: Optimal Control of Civil Engineering Structures, Proc. ASCE, 106(EM1), p. 57, 1980.
- 2) Abdel-Rohman, M. and Leipholz, H.H.: Active Control of Tall Buildings, Proc. ASCE, 109(ST3), p. 628, 1983.
- 3) Abdel-Rohman, M. and Leipholz, H.H.: Optimal Feedback Control of Elastic, Distributed Parameter Structures, Comp. & Struct., 19(5/6), p. 801, 1984.
- 4) Baba, S., Ninomiya, K. and Kajita, T.: Servo-Strengthening System in Large-Scale Suspension Bridge, Proc. 13th IASTED Int. Conf. on Modelling and Simulation, Lugano, p. 341, 1985.
- 5) Baba, S., Ninomiya, K. and Kajita, T.: Active Optimal Control of Steel Frame Structures under Earthquake Motion, Proc. Int. Conf. on Steel Struct. -Recent Res. Advances and their Appl. to Design, Budva, p. 779, 1986.
- 6) Burdess, J.S. and Metcalfe, A.V.: Active Control of Forced Harmonic Vibration in Finite Degree of Freedom Structures with Negligible Natural Damping, J. of Sound & Vib., 91(3), p. 447, 1983.
- 7) Ballio, G. and Carotti, A.: Criteria for the Automatic Control of Steel Structures by Active Bracings, DIS Tech. Rep. 7, TU. Milano, 35 p. 1983.
- 8) Carotti, A.: Actively Controlled Steel Frames with a Variational-Type Constraint on the Control Gradient, Ingegneria 3-4, Tipografia re Grafica 3, Milano, 1984.
- 9) Domke, H., Backe, W., Theissen, H., et al.: Leistungssteigerung von Biegetragwerken durch Aktive Verformungskontrolle, Bauing., 59, p. 1, 1984.
- 10) Masrim, S.F., Bekey, G.A. and Caughey, T.K.: Optimum Pulse Control of Flexible Structures, JAM, 48, p. 619, 1981.
- 11) Meirovitch, L. and Silverberg, L.M.: Control of Structures Subjected to Seismic Excitation, Proc. ASCE, 109(EM2), p. 604, 1983.
- 12) 美多 勉: デジタル制御理論, 昭晃堂, 255 p., 1984.
- 13) Stengel, R.F.: Stochastic Optimal Control, John Wiley & Sons, 638 p., 1986.
- 14) 矢作 枢・吉田和彦: 高架橋における交通振動のアクティブコントロール, 土木学会論文集, 356, p. 435, 1985.
- 15) Yang, J.N. and Giannopoulos, F.: Active Control of Two Cable-Stayed Bridge, Proc. ASCE, 105(EM5), p. 795, 1979.
- 16) Yang, J.N. and Lin, M.J.: Optimal Critical-Mode Control of Building under Seismic Load, Proc. ASCE, 108(EM6), p. 1167, 1982.
- 17) Samali, B., Yang, J.N. and Liu, S.C.: Active Control of Seismic-Excited Buildings, Proc. ASCE, 111(ST10), p. 2165, 1985.