

委員会報告

土木工学における破壊力学の適用性

APPLICATION OF FRACTURE MECHANICS TO CIVIL ENGINEERING PROBLEMS

構造工学委員会 構造力学小委員会 破壊力学分科会

Committee on Structural Engineering, Structural Mechanics, Fracture Mechanics

1. はじめに

破壊力学とは、連続体中に存在する亀裂 (crack) あるいは亀裂状の不連続面 (discontinuity) の拡大の問題に対する連続体力学の手法あるいは解析の応用といえよう。破壊力学では亀裂周辺の局所的な応力やひずみの状態を表現するパラメーター (破壊力学パラメーター) を導き出し、連続体力学でのつり合い条件および適合条件を用いることにより、その破壊力学パラメーターを荷重条件や部材に関する全体的な量で記述する。亀裂の拡大は破壊力学パラメーターがある限界値に達したときに生じると考える。

破壊力学の概念の源は1921年に発表された Griffith の理論¹⁾にある。Griffith は、エネルギー解放率 (energy release rate, G 値) を用いて完全脆性材料中の亀裂の不安定伝播の発生を説明している。その約20年後、アメリカ合衆国において船・タンクなどの大型建造物の破壊事故原因を解明する目的で多くの研究が行われ、Griffith 理論が再び脚光を浴びることとなった。その中でも、Irwin (1948)²⁾ と Orowan (1949)³⁾ は、Griffith 理論を多少塑性変形をするような材料の破壊現象にも適用できるように拡張した。また、Irwin (1957)⁴⁾ の導いた応力拡大係数 (stress intensity factor, K 値) は、その形が簡単なうえ、物理的意味が明瞭であることや、 G 値と一対一に結び付けられることから、現在最も一般的に用いられている破壊力学パラメーターである。

金属構造物の設計においては材料の降伏点応力

あるいは引張強さを基準とし、公称応力を用いて強度の照査が行われている。しかし、今までに橋梁、圧力容器、船、海洋構造物、飛行機などに実際に発生した破壊は、材料中の微小欠陥 (flaw)、溶接などによる製作過程で生じた欠陥 (defect)、あるいは供用開始後それらを起点として発生進展した疲労亀裂に起因するものがほとんどである。このことは、亀裂状の欠陥の存在を前提として破壊強度の評価をすること、すなわち破壊力学手法を用いることの必要性を示している。図-1に、破壊力学が対象とする現象およびそのおおよその寸法を示す⁵⁾。

現在までに金属材料の脆性破壊、疲労破壊については破壊力学を適用することによりかなりの成果を得ている。それ以外にも破壊力学が有効な分野は広い。岩石、コンクリート、セラミックス、高分子材料、複合材料など多くの材料の変形挙動や破壊挙動は、微小な亀裂の発生・進展、偏在的な塑性変形などの不連続的な変形によって支配されることが多い。したがって、それらの挙動を解明するうえで破壊力学を適用することは有効である。さらに、エネルギーと亀裂伝播の関係、亀裂伝播に

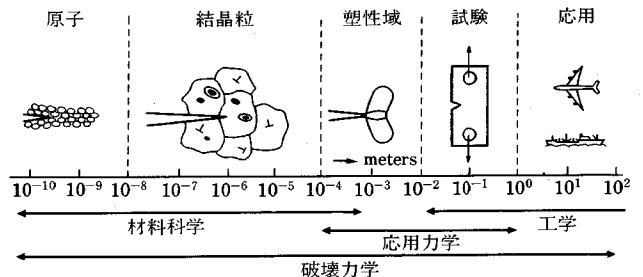


図-1 破壊力学の適用範囲⁵⁾

Keywords : fracture mechanics, brittle fracture, fatigue, fracture of concrete and rock, seismic source model

伴うコンプライアンスの変化、波動伝播や熱流、電流に対する亀裂先端での特異性など、破壊力学の研究から開発された手法や知見は、たとえば、地殻変動と地震発生のメカニズムといった大きなスケールの現象から、AEや超音波を用いた破壊現象のモニタリングといった小さなスケールの現象まで広い分野に応用できる可能性がある。

本文は昭和60年6月に土木学会の構造工学委員会の中に設けられた構造力学小委員会・破壊力学分科会の活動の報告であり、破壊力学の基本概念を紹介するとともに、その広い分野への応用の可能性を示すことを目的としている。

2. 破壊力学パラメーター

(1) 亀裂先端の応力特異性と応力拡大係数

破壊力学に関しては数多くの教科書^{5)~8)}が発行されているので、ここでは概要のみを示す。

切欠きを有する部材に外力が作用するとき、切欠き底周辺に高い応力、いわゆる応力集中が生じることはよく知られている。たとえば図-2に示すような無限等方線形弾性体板を貫通する楕円孔に対して無限遠方より一様な一軸引張応力が作用するときの切欠き底の応力は

$$\sigma_{max} = \sigma \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}\right) = \alpha \cdot \sigma \dots\dots\dots (1)$$

であり、 α を応力集中係数 (stress concentration factor) あるいは形状係数 (shape factor) とよんでいる。切欠き先端の応力は切欠きが鋭くなるに従って高くなる。切欠き先端が限りなく鋭く ($\rho \rightarrow 0$) になったものが亀裂 (開き角が0) であり、そのような場合の応力場についての厳密解もいくつか求められている。たとえば図-3に示すような無限板中の貫通亀裂にそれから十分離れたところで一様な応力が作用する場合の解は

$$\frac{(\sigma_y)_{y=0}}{\sigma} = \frac{a+r}{\sqrt{r(2a+r)}} \dots\dots\dots (2)$$

であり、亀裂の先端すなわち $r=0$ で $\sigma_y = \infty$ 、亀裂から十分離れた点、すなわち $r = \infty$ で $\sigma_y = \sigma$ となっている。この式を $r/a < 1$ とし、級数展開すれば

$$\frac{(\sigma_y)_{y=0}}{\sigma} = \sqrt{\frac{a}{2r}} + \frac{3}{4}\sqrt{\frac{r}{2a}} - \frac{5}{16}\left(\sqrt{\frac{r}{2a}}\right)^3 + \dots\dots\dots (3)$$

となり、第一項のみが $r^{-1/2}$ の特異性を有している。したがって亀裂のごく近傍に着目する場合、 σ_y は第一項のみで表わすことができる。

$$\frac{(\sigma_y)_{y=0}}{\sigma} = \sqrt{\frac{a}{2r}} \dots\dots\dots (4)$$

これを变形して

$$(\sigma_y)_{y=0} = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\sqrt{2 \pi r}} = \frac{K}{\sqrt{2 \pi r}} \dots\dots\dots (5)$$

ここに K は、亀裂から十分離れた位置での応力 σ と亀裂寸法 a によって決まる座標系に無関係なパラメーターである。亀裂先端近傍の応力場はこのパラメーター K により一義的に記述できること、すなわちこのパラメーター K が亀裂近傍の応力の大きさを表示していることから、このパラメーター K は応力拡大係数 (stress intensity factor) とよばれている。

亀裂先端近傍の応力場を考える場合、通常図-4(a)に示す局所的な直交座標 (x, y, z) および円柱座標 (r, θ, z) を用いる。また亀裂先端近傍の変位は図-4(b)に示す3つの変形成分の和として与えられる。これらの変形成分はモードI (開口形)、モードII (面内せん断形)、モードIII (面外せん断形) とよばれている。応力、ひずみもこの3つの変形様式に対応するものの和として与えられる。

図-3のような二次元貫通亀裂と同様に、線形弾性体のどのような亀裂についてもその先端近傍の応力は、そ

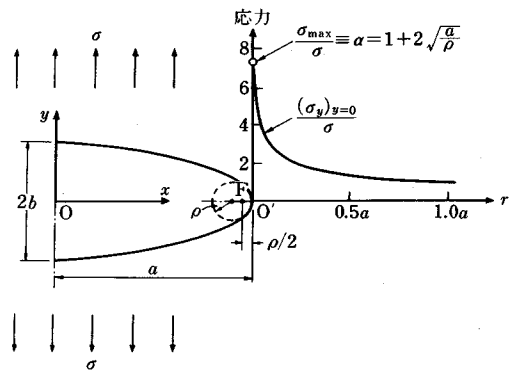


図-2 楕円孔の応力集中 ($\rho/a=0.1$)

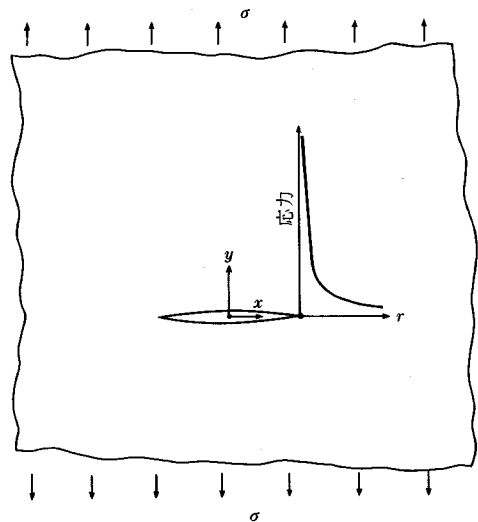


図-3 無限板中の貫通亀裂

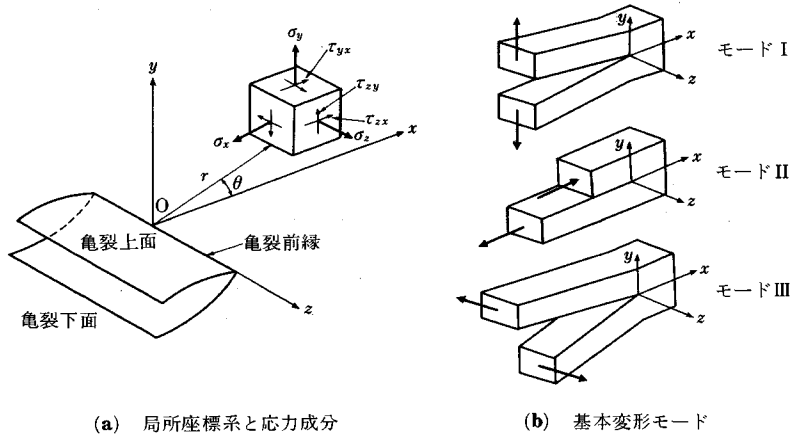


図-4 亀裂先端近傍の座標系と変形モード

れぞれの変形モードについて $r^{-1/2}$ の項から始まる級数に展開でき、第一項で近似的に表わされる。

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = A \sqrt{\frac{a}{2r}} f_{ij}(\theta) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \dots \dots \dots (6)$$

ここに $K = A\sqrt{\pi a}$

応力拡大係数 K は各変形モードについて異なる値をとることから、それぞれ K_I , K_{II} および K_{III} と表わされる。第 I モードについての亀裂先端近傍の応力成分は次のように示される。第 II モードおよび第 III モードについても同様である。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3}{2} \theta \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3}{2} \theta \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3}{2} \theta \end{pmatrix} \dots \dots \dots (7)$$

亀裂先端近傍の応力場は上記 3 つのモードの和で与えられる。

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} [K_I f_{ij}^I(\theta) + K_{II} f_{ij}^{II}(\theta) + K_{III} f_{ij}^{III}(\theta)] + O(r^0) \dots \dots \dots (8)$$

応力拡大係数 K は亀裂から離れたところの弾性体の形状や外力の分布の影響をすべて含んだ亀裂先端近傍の応力の大きさを表わすパラメーターである。異なる寸法の亀裂を含む、すなわち異なる形状の 2 つの弾性体の間においても応力拡大係数が等しい場合は亀裂先端近傍では同じ応力分布を生じていることになる。また応力拡大係数は亀裂先端の点のみではなく、ある広がりをもつ領域の力学的情報を与える。これらのことが応力拡大係数が亀裂材の強度評価に適している主な理由である。

応力拡大係数の値は弾性問題として亀裂先端近傍の応力を計算することから求めることができ、今までに複素

関数による手法、連続転位分布法、Laurent 展開法、選点法、体積力法、有限要素法、境界積分方程式法（境界要素法）など多くの手法が用いられ、さまざまな問題に対して応力拡大係数が求められている⁸⁾⁻¹²⁾。

(2) 破壊基準

a) エネルギー解放率と破壊靱性値

前節に示したように、弾性体中の亀裂先端の応力場は特異性を有しており、その応力場は応力拡大係数によって表わされる。この弾性解によって脆性破壊などの物理現象を記述することができ、このことが破壊力学の有用性のもととなっている。弾性解と実際の破壊現象を結び付けるものが破壊基準である。すなわち亀裂を有する材料に荷重を加えてゆく場合、荷重がある限界値に達すると亀裂は進展を開始するが、その条件を与えるのが破壊基準である。

脆性材料に対する破壊基準として最も古くから採用され、現在でも考え方の基本となっているのが Griffith 理論である¹⁾。Griffith は亀裂の不安定伝播の条件をエネルギーバランスから導いている。すなわち亀裂面が単位面積だけ進展する際の物体中に蓄えられたひずみエネルギーの解放増分 dW_E が新しい亀裂表面を作るために必要な表面エネルギーの増分 dW_s より大きくなるときに亀裂の不安定伝播が生じるとした。したがって

$$\frac{\partial W_E}{\partial A} \geq \frac{\partial W_s}{\partial A} \dots \dots \dots (9)$$

A: 亀裂面積

式 (9) の左辺 $\frac{\partial W_E}{\partial A}$ は亀裂が単位面積伝播したときに解放されるエネルギーで、エネルギー解放率 (energy release rate) とよばれ、 G と書かれる。右辺 $\frac{\partial W_s}{\partial A}$ は亀裂が単位面積伝播するのに必要なエネルギーで材料によって決まる値であり、破壊靱性値 (fracture toughness) とよばれ、 G_c と書かれる。

したがって破壊の条件は

$$G \geq G_c \dots\dots\dots(10)$$

である。Griffithはこの理論により、ガラスのような脆性材料の破壊現象を説明した。

一方、亀裂先端近傍の応力分布に着目した破壊基準も考えられている。弾性体中の亀裂先端近傍の応力場から導かれる応力拡大係数 K を用いた破壊の条件は、

$$K \geq K_c \dots\dots\dots(11)$$

である。これは、前述のごとく部材や亀裂の形状・寸法にかかわらず応力拡大係数が等しい場合は亀裂先端近傍の応力分布は合同であり、それが限界値 K_c を超えたときに破壊が生じることを示したものである。応力拡大係数の限界値 K_c も破壊靱性値 (fracture toughness) とよばれている。

エネルギー解放率と応力拡大係数はエネルギーバランスからと亀裂先端近傍の応力分布からそれぞれ別個に導かれたものである。しかし、前節の結果に基づいて亀裂が伝播する際のエネルギーの解放量を応力拡大係数と応力および変位の関係式を用いて計算することができ⁷⁾、その結果、 G と K は次式のごとく一対一に対応していることが明らかにされている。

$$G = \frac{1}{E'} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2\mu} K_{III}^2 \dots\dots\dots(12)$$

$$E' = E \quad : \text{平面応力}$$

$$= E/(1-\nu^2) : \text{平面ひずみ}$$

以上より破壊力学の課題は前節で述べたさまざまな亀裂の配列、寸法、材料の幾何形状、荷重条件に対して応力拡大係数を計算することと材料の破壊靱性値を求めることの2つとなった。破壊靱性値を求める試験法についても数多くの研究がなされており、破壊靱性試験法として規格化されている¹³⁾。

b) 混合モード荷重下の亀裂伝播

材料中の欠陥は荷重に対してモードIの変形に対応するような一定の方向に存在しているとは限らない。また、構造部材中では直応力とせん断応力が同時に存在する応力場を亀裂が伝播することも考えられる。

モードIの荷重下では亀裂は同一面上に進展するが、モードIIの荷重が加わった混合モード荷重下では亀裂進展方向は元の亀裂面の方向とは異なり、折れ曲がって亀裂が進展することが知られている。式(12)は亀裂が同一面上を進展する場合のみに適用される。混合モード荷重下における破壊基準に関しては近年まで長年にわたって議論がなされており、たとえばKarimloo¹⁴⁾によりその概要はまとめられている。これまでに提案されてきた基準は

- 1) Maximum Stress Criterion [σ_{\max}]¹⁵⁾
- 2) Minimum Strain Energy Density Criterion¹⁶⁾

- 3) Maximum K_I Criterion
- 4) Criterion of Local Symmetry [$K_{II}=0$]^{17),18)}
- 5) Maximum Energy Release Rate Criterion [G_{\max}]¹⁹⁾⁻²³⁾

などがある。1), 2) は亀裂進展前の亀裂先端の応力場に基づくものであり、これに対して3), 4), 5) は亀裂が折れ曲がって微小長さ進展した後の状態に対する条件である。

すなわち、図-5に示すように亀裂進展前と後の応力拡大係数をそれぞれ K_I, K_{II} および k_1, k_2 とすれば、3) は進展後の亀裂先端の応力拡大係数 k_1 が最大となる方向に亀裂は進展し、 $k_{1\max} = K_{Ic}$ 、4) は完全にモードIのみとなる $k_2 = 0$ 方向へ亀裂が進展する、5) は進展後の G が最大となる方向に亀裂は進展し、 $G_{\max} = G_c$ という破壊条件である。長年の論争の結果、亀裂進展前と後を区別し、破壊条件は後の状態に対して考えるべきであるという見解が広く支持されるようになった。

結果として、亀裂進展前の K_I, K_{II} と微小長さ進展後の k_1, k_2 との関係を求めることが必要となり、多くの解析がなされている。これらのうち最も正確であると思われるものはHayashi and Nemat-Nasser (1981)²⁴⁾である。それによれば、

$$k_1 = k_{11}(\theta)K_I + k_{1II}(\theta)K_{II} \doteq f_{\theta\theta}^1(\theta)K_I + f_{\theta\theta}^{II}(\theta)K_{II} \dots\dots(13)$$

$$k_2 = k_{21}(\theta)K_I + k_{2II}(\theta)K_{II} \doteq f_{\theta\theta}^I(\theta)K_I + f_{\theta\theta}^{II}(\theta)K_{II} \dots\dots(14)$$

ここで、 $f_{ij}(\theta)$ は前節の亀裂先端近傍応力場の式に現われたものである。 $k_{1j}(\theta)$ と $f_{ij}(\theta)$ の差は θ が大きくなるに従って大きくなるが、その差は小さい。たとえば $k_{1I}(72^\circ) = 0.540$ 、 $f_{\theta\theta}^I(72^\circ) = 0.530$ である。

式(13)、(14)により、破壊基準3), 4), 5) および1) によって予測される進展の方向はほぼ等しいことを容易に導くことができる。このことから実用上の問題点は解決されたということができ、混合モード荷重下での亀裂進展に関してはまだ議論が続けられている。

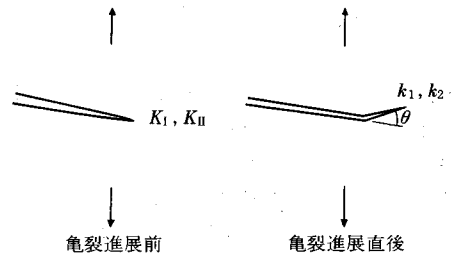


図-5 混合モード荷重下での亀裂進展

(3) 亀裂先端での降伏と非線形破壊力学パラメーター

以上の議論では材料は弾性であると仮定している。しかし、亀裂先端近傍での応力は非常に高い値となるので

実際の材料では降伏などによる非線形な変形を生じて、応力は緩和される。したがって実際の応力場は弾性解として求めたものとは異なり、応力拡大係数の根拠となっている亀裂先端での応力の $r^{-\frac{1}{2}}$ の特異性をもたなくなる。亀裂先端での非線形な変形を生じた領域が亀裂の長さや試験体の断面寸法等に比べて十分小さい状態、すなわち応力拡大係数を用いて亀裂先端の力学的特性や破壊挙動を説明できるような状態を小規模降伏 (small scale yielding) の状態とよんでいる。

小規模降伏の状態をこえて非線形領域が拡大した状態に対しても適用可能な破壊力学パラメーターとして、Rice²⁵⁾ により提案された J 積分値や、亀裂先端の開口変位 (crack tip opening displacement, COD or CTOD) が提案されている。この分野は非線形破壊力学とよばれており、現在発展の途にあるといえる。

3. 鋼構造物の強度問題への適用

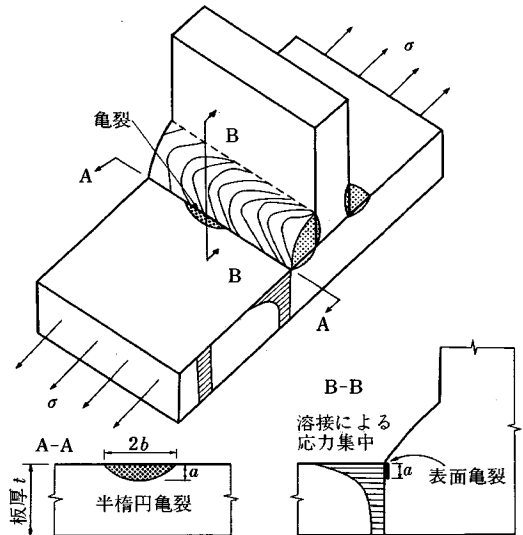
破壊力学を適用することにより、橋梁、海洋構造物、圧力容器などの鋼構造物の設計・製作および維持・管理の広い範囲にわたって、従来の構造力学によるアプローチからは得ることのできない新しい、しかも有用な情報が得られ、その一部はすでに実務にとり入れられている。

(1) 応力拡大係数の簡易計算法

橋梁などの鋼構造物中に発生する亀裂については、部材形状や亀裂の形状あるいは外力分布等が複雑なため、応力拡大係数を解析的に求めることは非常に難しく、また既存の解をそのまま用いることも困難なことが多い。また、疲労亀裂の進展解析においては、進展に伴って形状、寸法が時々刻々と変化していく亀裂に対して応力拡大係数を求める必要があり、通常有限要素法あるいは境界要素法等を用いると計算量が膨大となることがある。そのような場合、次式により簡便に応力拡大係数の近似値を求めることがしばしば行われている^{10), 26)}。

$$K = F_e \cdot F_s \cdot F_w \cdot F_g \cdot \sigma \sqrt{\pi a} \dots\dots\dots (15)$$

式 (15) で $\sigma \sqrt{\pi a}$ は図-3 に示した無限板中の長さ $2a$ の貫通亀裂に対して無限遠方で σ の一様応力が作用した場合の K 値であり、式 (15) はこれを基準として部材や亀裂の形状、応力状態等の影響を補正することにより近似的に K 値を求めようとするものである。 F_e は亀裂が円形や楕円形あるいは半楕円形等の形状を有することの補正係数であり、貫通亀裂で 1.0、円形亀裂で $2/\pi$ である。 F_s は亀裂が表面に現われていることの補正係数であり、縁貫通亀裂で 1.12 である。 F_w は板厚あるいは板幅が有限であることの補正係数である。 F_g は部材形状や継手形状、外力様式に起因して応力が一様でないことの補正係数である。図-6 に前面すみ肉溶接の溶接止端部の半楕円亀裂を例にしてその概要を示す。



板厚が有限 (t) であること: F_w 亀裂が表面に現われていること: F_s
 亀裂が半楕円形であること: F_e 応力が一様でないこと (応力集中): F_g

図-6 前面すみ肉溶接の溶接止端部に発生した半楕円亀裂に対する補正係数

構造部材中の亀裂については応力集中に対する補正係数 F_g が重要であり、通常、有限要素法によって亀裂が進展する断面での応力分布を求め、亀裂面に集中力が作用した場合の解を重ね合わせることで求めている。この方法によりほとんどの構造ディテールの亀裂について実用的に問題のない程度の精度で応力拡大係数が求められる。

(2) 脆性破壊

構造物の脆性破壊発生基準に用いる材料の破壊靱性値 K_{Ic} は、小規模降伏の条件を満たし、しかも構造物の強度上の最悪状態である拘束の最も高い状態すなわち平面ひずみ条件下で求める必要がある。

小規模降伏の条件下で平面ひずみ破壊靱性値を求める方法は、ASTM E-399²⁷⁾ に決められており、各国ともほぼこの形式を踏襲している。この方法では、図-7 に示すようなコンパクトテンション型試験片あるいは三点曲げ試験片を用いており、試験体の諸寸法はすべて板厚に対する割合で示されている。また試験体中の亀裂の先端をできるだけ鋭くする目的から疲労亀裂を入れ、しかも亀裂先端周辺に残される塑性変形により誘起される残留応力の影響を小さくするために、疲労亀裂を入れる際の応力拡大係数範囲 ΔK の大きさについても所要条件が示されている。このとき小規模降伏条件を満足する必要がある。理論的に小規模降伏の条件を明確にはできないが、実験的に平面ひずみ状態と小規模降伏条件を満たす試験体寸法として、

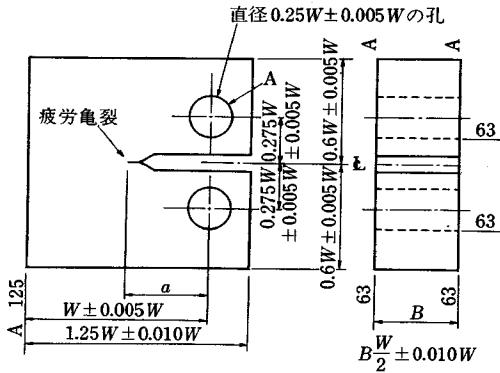


図-7 コンパクトテンション型試験片 (ASTM E-399)

$$B \text{ (板厚)}, a \text{ (亀裂長さ)} \geq 2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_y} \right)^2 \dots\dots\dots (16)$$

が示されており²⁸⁾, ASTM E-399 等にも採用されている。これは板厚および亀裂長さが亀裂先端の塑性域の寸法の 50 倍以上となることに対応している。この条件は厳しく、たとえば $K_{Ic} = 150 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ の構造用高張力鋼 (降伏点 $\sigma_y = 720 \text{ MPa}$ と仮定) の場合、試験体の板厚が 10 cm 程度となる。

現在一般に使用されている構造用鋼材は降伏点が低くて破壊靱性が高いため、小規模降伏条件を満たすための試験体の所要板厚が実構造物を超えるといった非現実的なことがしばしば生じる。したがってこのような構造用鋼材の破壊靱性の試験方法や破壊基準については今後さらに J 積分値や亀裂先端開口変位 (CTOD) などを用いた非線形破壊力学のアプローチを含めた検討が必要であろう。

(3) 疲労破壊

鋼構造物の疲労破壊に対する認識と研究は 19 世紀半ばまでさかのぼるが、破壊力学で定義された K 値を導入した形で疲労現象を理解し、かつ寿命推定に用いようと試みたのは比較的新しい。すなわちこれまでの継手や部材の疲労試験から得られる S-N 線図を用いた評価とは異なり、材料の疲労亀裂進展速度 da/dN を亀裂先端の力学的パラメーターである K 値の関数として実験的に求めておき、これを実構造物の寿命推定に用いようとするものである。

Paris²⁹⁾ は疲労亀裂進展速度 (da/dN) と応力拡大係数範囲 ΔK ($= K_{\text{max}} - K_{\text{min}}$) の間には次式の関係があることを示した (図-8)。

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \dots\dots\dots (17)$$

この関係は Paris 則とよばれ、破壊力学を用いた疲労の研究の急速な発展のきっかけとなったものである。

疲労亀裂進展速度 (da/dN) と応力拡大係数範囲 (ΔK)

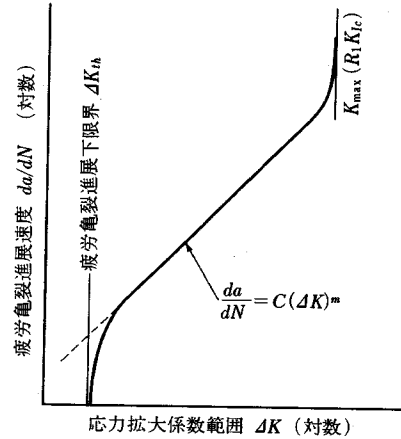


図-8 疲労亀裂進展曲線

を両対数軸にプロットすると、図-8 に示すごとく、両者の関係は Paris 則が成り立つ領域と、それより ΔK が小さく $\frac{da}{dN}$ が急激に低下する領域および ΔK が大きく $\frac{da}{dN}$ が急激に高くなる領域の 3 つの領域に分けられる。 ΔK が小さく、もはや疲労亀裂が進展しない限界の ΔK を下限界応力拡大係数範囲 (threshold stress intensity factor range), ΔK_{th} とよぶ。これは存在する亀裂が進展しない下限界であり、この ΔK_{th} を含めた進展式も提案されている。

寸法 a_i の亀裂が寸法 a_r にまで進展するのに要する疲労亀裂進展寿命 N_p は式 (17) などの疲労亀裂進展式を変数分離して積分することにより求まる。

$$N_p = \int_{a_i}^{a_r} \frac{1}{C(\Delta K)^m} da \dots\dots\dots (18)$$

一般の溶接鋼構造物では、溶接止端部や溶接欠陥などの応力集中部が存在し、疲労試験の初期の段階から疲れ亀裂が進展することが多い。このような場合、疲労亀裂発生寿命を無視できるので、上に示した方法で N_p を計算すると実験で得られた疲労寿命によく合う。すなわち、通常の疲労試験で得られる溶接継手の応力範囲と疲労寿命の関係と、破壊力学の手法を適用して求められる応力範囲と疲労亀裂進展寿命の関係とはよく一致することが確かめられている^{30), 31)}。

破壊力学の手法を用いる利点の 1 つは、材料の特性値すなわち疲労亀裂進展速度と亀裂の力学的な特性値である ΔK とを分けていることである。このため、ある継手に関して継手形状 (溶接止端形状や板厚) や初期欠陥寸法を変えたパラメトリックな寿命解析が行える³²⁾。たとえば供用期間中の亀裂の成長を考え、その期間中に不安定破壊 (脆性破壊あるいは延性破壊) に至らない限界の初期亀裂長さ、すなわち許容欠陥寸法を決めることができる。本州四国連絡橋の疲労設計および製作における

角継手のブローホール寸法やすみ肉溶接止端形状の限界値の規定³³⁾はこのような破壊力学を応用した一例である。

このほかにも、破壊力学の手法を応用した例として、寸法効果に対する考察がある。これは、溶接継手などのように応力集中をもつ部材の寸法が大きくなるに従ってその疲労強度が低下する現象である。Gurney³⁴⁾は主として鋼管継手の実験結果を整理することから疲労強度が板厚の1/4乗に比例して減少する傾向を明らかにし、破壊力学解析によっても同様な現象を確認している。すなわち、継手部の板厚が比例的に大きくなればその応力集中の及ぼす範囲も大きくなり、したがってその部分を進展する疲労亀裂の進展速度も加速される。疲労亀裂の進展では、一般に亀裂の小さい時期の寿命 N_p が大きく、その部分での疲労亀裂進展が応力集中により加速されることにより寿命が短くなるのである。板厚効果は疲労亀裂の進展する断面での応力分布および疲労亀裂進展速度に影響されると考えられ、各種の継手構造や鋼材について実験および破壊力学解析の両面から検討されている。その結果、橋梁構造のダイヤフラムや補剛材のごとく、主板の板厚が増した場合にも付加板の板厚が変わらない場合は板厚効果は生じないこと³⁵⁾、またガセットのごとく縦方向に付加板がついた場合には板厚が増すに従って疲労強度は上昇することなど³⁶⁾が明らかにされている。この板厚効果はすでにいくつかの設計指針^{37), 38)}にとり入れられている。

以上の疲労寿命解析のもととなっている式(17)は亀裂がきわめて小さい場合(たとえば1mm以下)は適用できなくなることがある^{39), 40)}。その原因としては、

- (1) 亀裂が小さい場合にその先端近傍の応力場が応力拡大係数で表現できなくなる
- (2) 結晶組織の方位や境界など材料の微視的な構造の影響を受けるようになる
- (3) 亀裂の長さにより先端近傍の化学環境が変わるなどが考えられており、それぞれ、mechanically short crack, structurally short crack および chemically short crack とよばれている。この short crack の問題は、最近特に精力的に研究が行われている分野であり、従来からの $S-N$ アプローチでの疲労限や停留亀裂と ΔK_{th} の関係、疲労現象の確率・統計的な取り扱い、あるいは新材料を開発する際の微視的組織と疲労強度との関係などを解明するうえで有用な知見が得られつつあり、たとえば田中(1987)⁴¹⁾によりレビューされている。

今後のこの分野での課題としては、short crack 問題のほか、複雑な形状を有する自然欠陥の初期亀裂のモデル化の方法、初期欠陥や形状のばらつきを考慮した寿命推定、実働荷重を想定した変動応力による da/dN およ

び ΔK_{th} 、長寿命域での寿命推定、腐食環境下での疲労亀裂の発生と進展機構、などが挙げられる。破壊力学による疲労亀裂進展寿命の解析手法は比較的簡単な実験式で構成されており、この形でも十分設計指針に取り入れられる可能性をもつものであり、今後の工学的な応用例の蓄積に期待したい。

4. コンクリートの破壊問題への適用

近年、コンクリートの引張破壊に対して破壊力学を適用する試みが多くなされておられ、開催される関連国際会議と発表される論文の数も多数にのぼっている^{42), 43)}。亀裂が原因となって引き起こされる現象では寸法効果が現われるが、コンクリートでも亀裂の発生・成長が原因となって寸法効果の現われる現象が数多く知られている。鉄筋コンクリートばりのせん断破壊がその典型的な例といえる^{44), 45)}。コンクリートに対しても破壊力学を適用することによって多くの問題が解決されることが期待されている。実際に実用的なコンクリートの問題に破壊力学を適用し成功を収めている例としては Ballarini, Shah and Keer (1986)⁴⁶⁾ らによる研究が挙げられる。これは、アンカーの引き抜き試験の問題で、破壊力学を適用することによりさまざまなアンカーの寸法、深さに対する実験結果を統一的に整理できることを示している。

以下の議論では供試体に主亀裂が存在し、モードIの荷重を受けるような場合を考える。このときの主亀裂先端の開口変位は0.01~0.1mm程度であり、粗骨材の影響は考えないものとする。また、コンクリートの圧縮下における破壊現象は岩石のそれと類似点が多く、次章を参考にさせていただきたい。

コンクリートへの破壊力学の応用として、まず線形破壊力学を適用することが試みられた。それは、コンクリートの破壊靱性を測定することであり、金属材料に対してよく用いられるいくつかの試験方法によって、さまざまな寸法の試験体に対して破壊靱性が計測されている。得られる破壊靱性の値が試験方法や試験体の寸法によらず一定であれば、コンクリートに対して線形破壊力学が適用可能であるということが出来る。しかし、多くの報告では破壊靱性を特定することはできないとしている。一

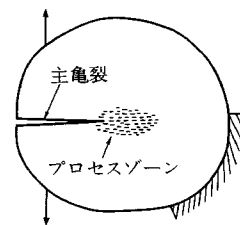
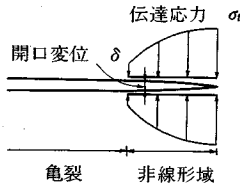


図9 主亀裂先端に形成されたプロセスゾーン



図—10 Dugdale-Barenblatt 型モデル

例として Nallathambi, Karihaloo, and Heaton (1984)⁴⁷⁾ による報告が挙げられる。

破壊靱性値が試験方法や供試体寸法に依存する原因は図—9に示すような巨視的亀裂先端の微小ひびわれからなるプロセスゾーンの存在であると考えられている。亀裂先端の特異な応力場は、金属材料においては塑性変形によって緩和されるが、コンクリートにおいては微小なひびわれが生ずることによって緩和される。Kobayashi, Hawkins, Barker (1984)⁴⁸⁾ らは亀裂を有する試験体に対して荷重を加え、巨視的亀裂先端に生ずるプロセスゾーンを20~140倍の低倍率顕微鏡によって観察しており、10倍の倍率で観察するよりも、さらに13~25mm先までひびわれ域が観察されている。

プロセスゾーンの大きさは条件によって異なるが、数センチの範囲である。試験体の寸法がこのプロセスゾーンの寸法に比較して十分大きいといえない場合には、プロセスゾンの影響を評価せねばならず、線形破壊力学を直接適用することはできないものと考えられている。荷重の増加とともに巨視的亀裂先端にプロセスゾーンが形成され成長してゆき、ある限界荷重に達すると巨視的亀裂が成長を開始する。巨視的亀裂の成長に伴い破壊に対する耐力は増加する。

破壊力学をコンクリートに適用する試みの中心的課題はプロセスゾーンを力学モデルで表わし、そのモデルを用いて破壊現象を予測することにある。プロセスゾーンモデルに用いられる材料パラメータは材料試験で特定し得るものでなくてはならない。そして、どのような力学モデルによって現象が記述されるかが問題となっているといえる。工学的には線形破壊力学が適用可能であるという議論もあるが、これも以上のような理論的研究の結果としてその有効範囲を明確に示したうえで考えるべきことといえよう。

プロセスゾーンモデルに関する研究はこれまで数多く発表されているが、提案されているモデルはいくつかに分類することが可能である。以下に代表的なものを取り上げ、解説する。

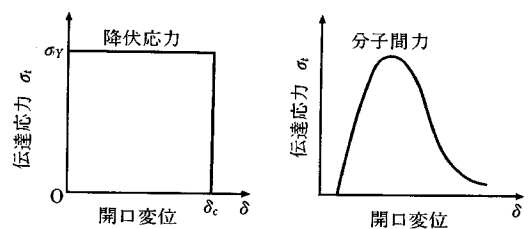
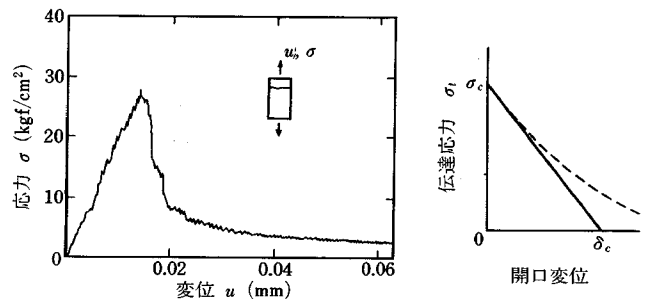
1) Dugdale-Barenblatt 型モデル⁴⁹⁾

破壊力学では古くから亀裂先端の非線形域(塑性域など)を表わす力学モデルは数多く研究され

ている。その中で、古くから用いられ成功を取めているのが、この Dugdale-Barenblatt 型モデル (cohesive zone モデル) である。このモデルでは亀裂先端の非線形域、すなわち Dugdale モデルでは塑性域、Barenblatt モデルでは分子間相互作用域を図—10のように亀裂を延長して表わしている。非線形域の部分は無応力の状態ではなく、伝達応力が作用している(結合力, cohesive force, crack closing pressure とよばれることもある)。非線形域での材料の挙動は図—11のように伝達応力 σ_t と開口変位 δ の関係によって表現される。この関係を非線形域上で満足し、さらに非線形域先端で応力が有限であるという条件を満たす解として、与えられた荷重に対する非線形域の長さや伝達応力の分布などが求まる。

コンクリートの破壊におけるプロセスゾーンに対してもこのモデルは有効であると考えられており、このモデルに基づく研究は数多い。たとえば Hillerborg (1983)⁵⁰⁾ (このモデルを fictitious crack モデルとよんでいる)、Kobayashi, Hawkins, and Barker (1984)⁴⁸⁾, Li and Liang (1985)⁵¹⁾ が挙げられる。

図—12(a) はコンクリートの一軸引張破壊における応力-変位関係を表わしたものであるが、応力が引張強度に達すると破面が形成されひずみ軟化現象を示す。破面では微小亀裂が発生、成長している。図—9のプロセスゾーン内はひずみ軟化状態にあるものと考えられる。そこでプロセスゾーンでの材料の挙動を図—12(b) のような σ_t - δ 曲線で表わし、プロセスゾーンは図—10の

図—11 伝達応力 σ_t と開口変位 δ の関係

図—12 コンクリートのひずみ軟化曲線

ようにモデル化される。

現在進められている研究の目的は、どのような σ_r - δ 関係がプロセスゾーンの挙動を表わすのか、予測される結果が σ_r - δ 関係にどのように依存するのか、さまざまな試験方法や異なる試験体寸法から1つの σ_r - δ 関係を決定できるのか等を明らかにすることにある。

2) 主亀裂-微小亀裂相互作用モデル

Dugdale-Barenblatt 型モデルは簡便であり、プロセスゾーンの成長と主亀裂の進展条件は予測し得るものと考えられるが、主亀裂進展後の耐力の増加は表わすことはできない。それはプロセスゾーンが実際には厚みをもっており、この厚みの効果で耐力増加が生ずるためである。

そこで図-13(a) に示すように主亀裂と微小亀裂の問題を解き、その相互作用を調べる研究がなされている。たとえば、Kachanov (1986)⁵²⁾、Rose (1986)⁵³⁾、Tamuzs and Bomalis (1984)⁵⁴⁾ などがある。このモデルは将来、図-13(b) のように発展させ、与えられた荷重に対するプロセスゾーンの広がり、微小亀裂の分布、主亀裂先端の応力拡大係数などを求め、破壊現象を記述することを目標としている。この種のモデルをセラミックスの破壊に適用する研究も行われている。

3) 損傷材料モデル

微小亀裂の存在により材料の剛性は低下することが知られている。損傷材料モデルでは図-14 に示すようにプロセスゾーンを連続体として扱い、プロセスゾーン内の材料の弾性定数が微小亀裂の密度等によって変化するものとしている。

このモデルでは、まず多数の微小亀裂を有する材料の弾性定数を求めることが必要となる。これについては、Budiansky and O'Connell (1976)⁵⁵⁾、Sumarac and Krajcinovic (1987)⁵⁶⁾ をはじめとして多数の研究がある。

次に上の結果を用いてプロセスゾーンの問題を解くことになるが、これまでに発表されている研究は数多くない。Charalambides and McMeeking (1987)⁵⁷⁾ はセラミックスを念頭に置き有限要素法を用いて図-15 に示すように微小亀裂から成るプロセスゾーンと主亀裂の成長の様子を予測することに成功している。

以上に述べたモデルのほかにも有効亀裂の概念に基づく Shah (1985)⁵⁸⁾ のモデル、Bazant (1983)⁵⁹⁾ らによるクラックバンドモデル、プラントクラックモデルをはじめとしてさまざまなモデルが提案されている。得られる結果はコンクリートにとどまらずセラミックス、岩石などにも適用が可能であると考えられ、今後の発展が大いに期待される分野であるといえよう。

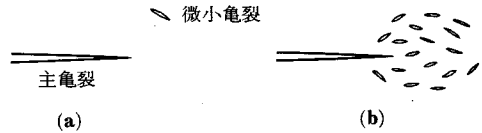


図-13 主亀裂-微小亀裂相互作用モデル

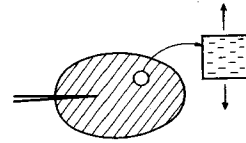


図-14 損傷材料モデル

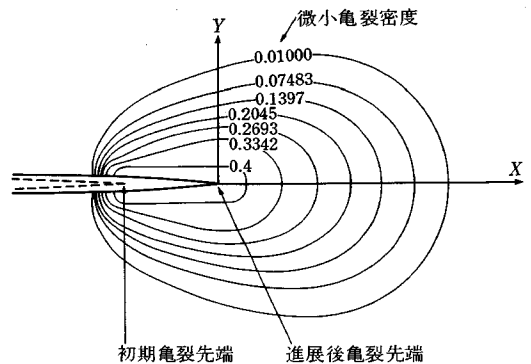


図-15 プロセスゾーンと主亀裂の成長⁵⁷⁾

5. 岩石の破壊現象への適用

岩石の挙動は複雑であり、拘束圧・温度・載荷速度などによってさまざまに変化する。三軸圧縮試験で拘束圧を0から増加させると図-16 に示すように脆性な挙動から延性な挙動に変化する。破壊モードは順に割裂破壊、せん断破壊と推移し、さらに拘束圧を増加させると塑性変形が生じ、最終的には完全に延性な挙動を示す。岩石における破壊現象はたとえば Paterson (1978)⁶⁰⁾ にまとめられている。

岩石は非一様な材料であり、多くの初期欠陥を含んでいる。複雑な岩石の挙動を微視的立場から解明しようという動きは古くからある。図-17 のように切り込みを入れたガラス板を圧縮すると、初期欠陥のすべりによって端部に応力集中が起こり、亀裂が発生・成長する。このメカニズムを用いて、岩石の脆性破壊を説明しようとした Brace and Bombolakis (1963)⁶¹⁾ の研究がこの最初である。

1960年代から1970年代にかけてそのような仮説の妥当性を検証するため、光学顕微鏡、電子顕微鏡、およびAE法を用いた研究が数多く行われ、さまざまな事実が発見され岩石学は非常に発展した。図-18 は大理石に

において観察された亀裂発生成長のメカニズムである。これらの観察から図-17のようなモデルの妥当性が示された。また、割裂破壊やせん断破壊などの脆性破壊においてこのようなメカニズムで発生成長する亀裂および亀裂間の相互干渉が非常に重要な役割を果たすことが明らかとなった。たとえば適度な拘束を加えて軸圧縮を加えると、最初亀裂は試験体中にはほぼ一様に分布しているが、荷重が限界値に近づくとき亀裂の密度の大きい領域が形成され、その領域が最終的にはせん断断面となることが報告されている。この亀裂の偏在域の形成には亀裂間の相互作用が重要な役割を果たしているものと考えられている。

岩石の強度を理論的に予測する試みとしては、実験的な Coulomb 破壊が最も古くから用いられている。微視的メカニズムに着目した最初のものとしては Griffith 理論の岩石への適用、および初期欠陥が圧縮下で閉じて欠陥上で応力が伝達されることを考慮した修正 Griffith 理論が挙げられる。これらの理論によれば亀裂進展開始を予測することは可能であるが、引張応力下における破壊とは異なり圧縮下では亀裂発生から終局破壊までに至る

までの荷重増加が大きいため、終局強度の予測には適していない。

最近では、破壊力学の手法を用いて図-17のようなモデルをそのまま境界値問題として解析することにより、亀裂の進展を予測する試みがなされている。たとえば、図-17で二次元弾性体を考え、初期欠陥上ですべり条件を、亀裂上で無応力条件を境界条件として与えることにより、圧縮下における亀裂進展のモデルを二次元境界値問題として規定することができる。Kachanov (1982)⁶²⁾ はそのようなモデルを解析することにより、亀裂の進展とそれに起因するダイラタンシー現象の予測を試みている。また、その他にも上述の力学モデル等を用い、亀裂の不安定成長、相互干渉、高拘束圧下で形成される塑性域をモデルに加えることにより(図-19)、割裂破壊・せん断破壊・脆性-延性遷移を説明し、強度や破壊モードの変化を予測することを試みた研究も報告されている。

岩石に対して破壊力学を適用する試みは比較的新しく、解決されるべき問題は数多く残されている。応力状

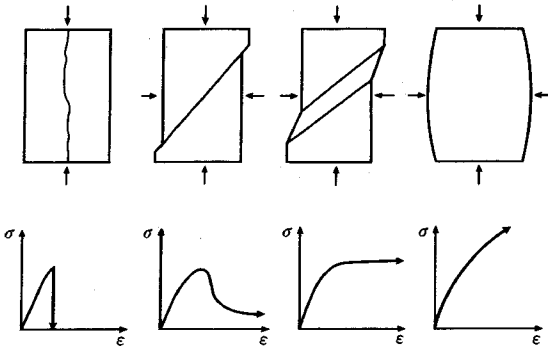


図-16 拘束圧増加に伴う岩石の挙動の変化

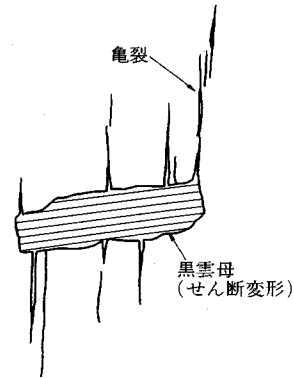


図-18 大理石における亀裂進展

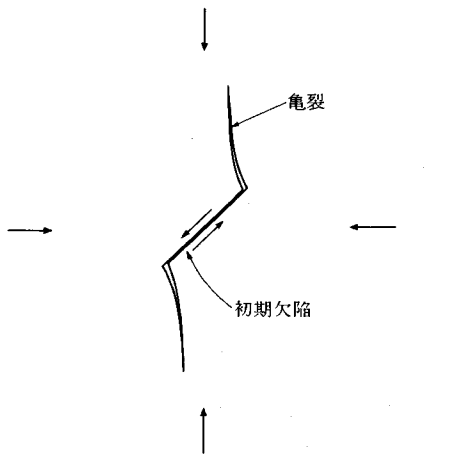


図-17 圧縮下での亀裂の進展

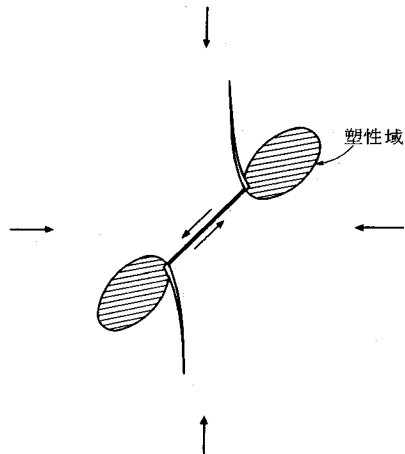


図-19 高拘束圧下における亀裂の成長と塑性域の形成

態・温度・載荷速度・間隙水圧等の影響によって複雑に変化する岩石の挙動を、破壊力学を用いて統一的に扱える可能性は大きい。岩石の挙動は基礎構造物や地中構造物に関係して問題となるだけでなく、地震発生メカニズムとも深く関連しており、この方面の研究の工学的意義は大きい。

6. 震源モデルへの応用

震源の研究の対象は、大規模な地殻運動による破壊の場の形成、破壊機構および破壊によって生じる弾性波の3つに大別される。以下の考察はこのうち主に破壊機構に関するものであってそれも破壊力学の視点からの研究に限る。

ただ地震波の問題は、土木工学にとって重要な意義をもつので全く触れないわけにはいかない。実際これは耐震設計の入力条件を直接左右するため、近年の地震学の成果の摂取が活発に試みられている⁶⁵⁾。

この研究は、弾性体内部の変位のくい違い (dislocation) によって生じる弾性波の計算公式を基礎にするものである。ただし耐震工学の関心が震源モデルを用いた地震波の推定にあるのに対し、地震学の関心は逆推定問題すなわち地震波の記録から震源モデルを同定することに置かれているという違いがある。この研究は、震源の巨視的構造が断層 (モードII, IIIの亀裂) であることを実証するなどの成果をあげた。しかし結果の一意性や安定性など数理的問題を多く含む難問でもある。したがってそのモデルは単純な運動学的なものに限られている。このモデルは一般に震源近傍での力学法則を満足しない。この欠点を改善する研究としては、破壊の動的過程の数値シミュレーションや、震源の多重性やアスペリティ接触など断層面をより詳細に表現する試みがある⁶⁴⁾。

上記の運動学的モデルは地震波のうちでもきわめて長周期の成分のみを規定する。これに対してより短周期の成分は破壊の伝播過程によって決まるものと考えられる。この過程の研究は、弾性体内部の平面亀裂の拡大問題として定式化するもので、1970年代後半以来多数の研究がなされている^{65), 66)}。このモデルでは亀裂先端の破壊と弾性波動の同時解析が必要なため、採用される破壊規範は比較的単純である。それでも数値解析に際して時間変数の離散化と破壊規範を両立させるのは困難であり、計算結果の物理性には議論の余地がある。

亀裂はあらかじめ指定された平面に沿って伝播するものとされている。しかし計算の結果、亀裂のへき閉応力は伝播方向と異なる方向で最大となり、この傾向は伝播速度が増加するほど顕著になる。すなわちこのモデルが前提した単純な亀裂拡大は実は不安定であり、現実には

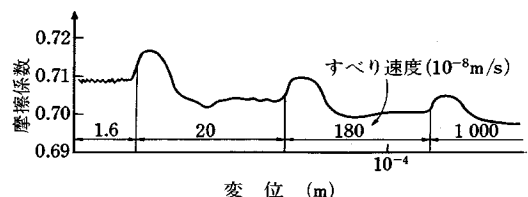
曲がった小規模亀裂の不連続なセグメントが生じると考えられている。

亀裂先端での破壊規範のより精密な考察は準静的になされる。これは破壊まで (特に直前) の過程を研究することにあたる。そして破壊の発生は、それまでの平衡状態の不安定化条件によって判別される。この研究の基礎は岩石の破壊理論にあるが、これについては前章で説明されているので、本章ではもっぱら地震現象に特有の問題についてのみ述べる。その特徴とは大規模で急激な断層運動ということであり、したがってここでの破壊法則の中心は摩擦法則である。

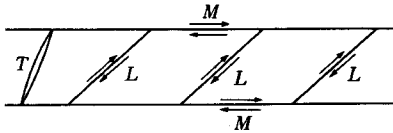
断層運動という不安定現象の根底には、一般の脆性材料のひずみ軟化現象に対応する何らかのすべりに伴う剛性喪失 (slip-weakening) のメカニズムが存在するはずである。摩擦現象には動摩擦係数が静摩擦係数より小さいというよく知られた事実があり、問題はこれをいかに合理的に精密化するかである。この摩擦法則は、固着すべり (stick-slip) 問題として活発に研究されている⁶⁷⁾。

ここで考えられているのは破壊的な断層運動の先行現象と考えられる緩慢で準静的な微小なすべりである。このときの摩擦強さは拘束圧のみならずすべり量にも依存する。亀裂面でのせん断応力は先端で最大であるが有限値をとり連続的に減少する。このモデルはモードIの亀裂の進展問題の Dugdale-Barenblatt 型モデル (図—10参照) と同じ形をしている。さらに近年の実験によって、すべり速度を変化させたときの摩擦力の微妙な変化が精密に把握されるようになった (図—20)。この現象をアスペリティ接触の微細構造に関係づけて理解し、これに基づいて摩擦の構成関係を定式化する研究が進んでいる^{68), 69)}。

断層が新たに生じるためには、何らかの原因でそこに応力または変形の強い不均一性が存在しなければならない。その原因としてはすべり帯 (shear band) が有力である。すべり帯形成の前提となる非弾性的構成関係は、脆性材料である岩石にあっては、微細亀裂による摩擦およびダイラタンシーによってもたらされると考えられている。ただし現実のすべり帯は、主すべりと方向を異にする先行的な小規模の局所化 (localization) を多く含んでおり、非常に複雑な構造をもつことが知られている



図—20 摩擦係数と変位



L : 局部的なせん断
M : 主変位
T : 引張亀裂

図一21 局部的なせん断構造

(図一21). この事実は前述した動的破壊の伝播方向の不安定性と符合しているので、現実の断層も複雑な構造をもつと考えられている。したがって単一亀裂のモデルの有効性については慎重な研究が必要である。断層面の不均一性については、断層内にひずみ軟化領域を設定するモデルによる研究がなされている^{(64), (70), (71)}。

間隙水は断層現象に対して大きな影響を及ぼす。これについては、弾性体の変形と液体の拡散の相互作用に関する理論に基づく解析がなされ、ダイラタンシーとの相互作用、流体の粘性によるすべりの安定化およびそのクリープ断層への応用がなされている^{(72), (73)}。またその化学作用による応力腐食が重要である⁽⁷⁴⁾。

7. おわりに

破壊力学分科会では、本報告での内容以外に、今までに、境界積分方程式法を用いた亀裂問題の解析手法や、応力拡大係数を始めとする破壊力学パラメーター、あるいは破壊基準といった破壊力学の基礎理論から、コンクリートや岩石での亀裂の形成や亀裂先端近傍の挙動と破壊強度特性、破壊の進行とAEといった材料の破壊挙動の破壊力学からの説明、超音波による検査法、さらには鋼構造物の疲労強度への局部応力や欠陥あるいは寸法の影響とその設計への反映といった応用の問題まで、議論されてきている。それらについても、今後分科会で順次とりまとめ、報告していきたいと考えている。

本報告は三木 [1, 2, 3], 堀井 [2, 4, 5], 山田 [3], 東原 [6] が執筆し、分科会の全委員によって審議されたものである。なお、6章にかかわる調査は東京大学地震研究所の伯野元彦教授および大中康蒼助教授のご助力とご助言に負うところが大きい。深い謝意を表わしたい。

破壊力学分科会では、この報告のとりまとめを契機として今後さらに広く、より深く、破壊力学を中心とした新しい力学手法の土木工学における可能性を探ることを目的として調査・研究を進める予定である。この分野に興味をおもちの多数の学会員諸兄の参加を歓迎いたします。参加のご希望あるいはご質問・お問い合わせは主査・幹事あるいは学会事務局までお申し越し下さい。

主査：三木千寿（東工大）、幹事：堀井秀之（東大）、

梅原秀哲（名工大）、大塚久哲（九大）、川口昌宏（日大）、北原道弘（東海大）、辻 正哲（理科大）、椿 龍哉（横国大）、新関 茂（東北大）、西村直志（京大）、長谷部宣男（名工大）、東原紘道（埼玉大）、平嶋健一（山梨大）、広瀬壮一（京大）、福井卓雄（福井大）、前川宏一（東大）、三上市蔵（関西大）、山口宏樹（埼玉大）、山下清明（法政大）、山田健太郎（名大）、山本一之（芝工大）、渡辺隆之（CRC）

参 考 文 献

- 1) Griffith, A. A. : The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, Phil. Trans. Roy. Soc. of London, A221, pp.163~197, 1921.
- 2) Irwin, G.R. : Fracture Dynamics, Fracturing of Metals, ASM, pp.147~166, 1948.
- 3) Orowan, E. : Fracture and Strength of Solids, Reports on the Progress in Physics, 12, p.185~232, 1949.
- 4) Irwin, G.R. : Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Transversing a Plate, Trans. ASME, J. Appl. Mech., 24, pp.361~364, 1957.
- 5) Broek, D. : Elementary Engineering Fracture Mechanics, Sijthoff & Noordhoff, 1978.
- 6) J.F. ノット著, 宮本 博訳: 破壊力学の基礎, 培風館, 1977.
- 7) 岡村弘之: 線形破壊力学入門, 培風館, 1976.
- 8) 石田 誠: き裂の弾性解析と応力拡大係数, 培風館, 1976.
- 9) Fracture Toughness Testing and Its Application, ASTM, STP 381, 1965.
- 10) Tada, H., Paris, P.C. and Irwin, G.R. : The Stress Analysis of Cracks Handbook, Del Research Corporation, Hellertown, Pa., 1973.
- 11) Rooke, D.P. and Cartwright, D.J. : Stress Intensity Factors, London Her Majesty's Stationery Office, 1974.
- 12) Stress Intensity Factors Handbook, editor-in-chief Y. Murakami, Pergamon Press, Vol.1 & 2, 1987.
- 13) 国尾 武・中沢 一・林 郁彦・岡村弘之: 破壊力学実験法, 朝倉書店, 1984.
- 14) Karihaloo, B.L. : On Crack Kinking and Curving, Mechanics of Materials, Vol.1, pp.189~201, 1982.
- 15) Erdogan, F. and Sih, G.C. : On Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear, J. Basic Engrg., ASME, Vol.85, p.519, 1963.
- 16) Sih, G.C. : Introductory Chapter : A Special Theory of Crack Propagation, Mechanics of Fracture, Vol.1, Noordhoff, p.1, 1972.
- 17) Banichuk, N.V. : Determination of the Form of a Curvilinear Crack by Small Parameter Technique, Izv. AN SSR, MTT (Mechanics of Solids) Vol.7, p.130, 1970 (in Russian).
- 18) Goldstein, R.V. and Salganik, R.L. : Plane Problem of Curvilinear Cracks in an Elastic Solids, Izv. AN SSR, MTT (Mechanics of Solids) Vol.7, p.69, 1970 (in Russian).
- 19) Hussain, M.A., Pu, S.L. and Underwood, J. :

- Strain-Energy Release Rate for a Crack under Combined Mode I and Mode II, ASTM STP 560, p. 2, 1974.
- 20) Wu, C.H. : Fracture under Combined Loads by Maximum Energy Release Rate Criterion, J. Appl. Mech., ASME, Vol. 45, p. 553, 1978.
- 21) Ewing, P.D. and Williams, J.G. : Further Observations on the Angled Crack Problems, Int. J. Fracture, Vol. 10, p. 135, 1974.
- 22) Palaniswamy, K. and Knauss, W.G. : On the Problem of Crack Extension in Brittle Solids under General Loading, Mechanics Today, Vol. 4, Pergamon Press, 87, 1978.
- 23) Gupta, G.D. : Strain-Energy Release Rate for Mixed Mode Crack Problem, ASME paper No. 76 - WA/PVP-7, 1976.
- 24) Hayashi, K. and Nemat-Nasser, S. : Energy-Release Rate and Crack Kinking under Combined Loading, J. of Applied Mechanics, ASME, Vol. 48, pp. 520~524, 1981.
- 25) Rice, J.R. : A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, J. Appl. Mech., ASME, Vol. 35, pp. 379~386, 1968. 7.
- 26) Albrecht, P.A. and Yamada, K. : Rapid Calculation of Stress Intensity Factors, J. Struct. Div., ASCE, 103, 1977. 2.
- 27) ASTM-E 399-83 : Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials.
- 28) Rolfe, S.T. and Barsom, J.M. : Fracture and Fatigue Control in Structures, Prentice-Hall, 1977.
- 29) Paris, P.C. and Erdogan, F. : A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, Trans. ASME, D 85, pp. 528~534, 1963. 12.
- 30) Miki, C., Nishino, F., Hirabayashi, Y. and Takena, K. : Fatigue Strength of Longitudinal Welded Joints Containing Blowholes, Proc. of JSCE, No. 325, pp. 155~165, 1982. 9.
- 31) Miki, C., Tajima, J., Asahi, K. and Takenouchi, H. : Fatigue of Large-Sized Longitudinal Butt Welds with Partial Penetration, Proc. of JSCE, No. 322, pp. 143~156, 1982. 7.
- 32) 山田健太郎・Hirt, M.A. : 破壊力学を応用したパラメトリックな疲労寿命解析, 土木学会論文報告集, No. 319, pp. 55~64, 1982. 3.
- 33) 久保村圭助・下川浩資・竹名興英 : 鉄道併用長大橋建設のための新技術の開発, 土木学会誌, pp. 18~27, 1983. 6.
- 34) Gurney, T.R. : The Influence of Thickness on the Fatigue Strength of Welded Joints, Second Int. Conf. on Behavior of Off-Shore Structures, London, paper 41, 1979.
- 35) 三木千寿・森 猛・阪本謙二・柏木洋之 : 前面すみ肉溶接継手の疲労強度に対する継手寸法の影響, 構造工学論文集, Vol. 33 A, 1987. 3.
- 36) Smith, I.F.C. and Gurney, T.R. : Changes in the Fatigue Life of Plates with Attachments Due to Geometrical Effects, Welding Research Supplement, pp. 244s~250s, 1986. 9.
- 37) UK Department of Energy : Offshore Installations Guidance on Design and Construction, 1981.
- 38) ECCS Committee TC6 : Recommendations for the Fatigue Design of Structures, 1985.
- 39) Kitagawa, H. and Takahashi, S. : Trans. of JSME, 45, p. 1289, 1979.
- 40) Hertzberg, R.W. : Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials, Second Edition, John Wiley and Sons, 1983.
- 41) Tanaka, K. : Mechanisms and Mechanics of Short Fatigue Crack Propagation, JSME Int. J., Vol. 30, No. 259, 1987.
- 42) Fracture Mechanics of Concrete, edited by Wittmann, F.H., Elsevier, 1983.
- 43) Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete, edited by Wittmann, F.H., Elsevier, 1986.
- 44) 井畔瑞人・塩屋俊幸・野尻陽一・秋山 暉 : 等分布荷重下における大型鉄筋コンクリートはりのせん断強度に関する実験的研究, 土木学会論文集, No. 348/V-1, pp. 175~183, 1984. 8.
- 45) Bažant, Z.P. and Kim, J.K. : Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams, ACI Journal, Sept.-Oct., pp. 456~468, 1984.
- 46) Ballarini, R., Shah, S.P. and Keer, L.M. : Failure Characteristics of Short Anchor Bolts Embedded in a Brittle Material, Proc. Roy. Soc. London., A404, pp. 35~54, 1986.
- 47) Nallathambi, P., Karihaloo, B.L. and Heaton, B.S. : Effect of Specimen and Crack Sizes, Water/Cement Ratio and Coarse Aggregate Texture upon Fracture Toughness of Concrete, Magazine of Concrete Research, Vol. 36(129), pp. 227~236, 1984.
- 48) Kobayashi, A.S., Hawkins, N.M., Barker, D.B. and Liaw, B.M. : Fracture Process Zone of Concrete, Application of Fracture Mechanics to Cementitious Composites, Proceedings of Nato Advanced Research Workshop September 4~7, 1984, pp. 25~48, 1984.
- 49) Dugdale, D.S. : Yielding of Steel Sheets Containing Slits, J. Mech. Phys. Sol., Vol. 8, pp. 100~108, 1960.
- 50) Hillerborg, A. : Analysis of One Single Crack, Fracture Mechanics of Concrete, edited by Wittmann, F.H., Elsevier, pp. 223~249, 1983.
- 51) Li, V.C. and Liang, E. : Fracture Processes in Concrete and Fiberreinforced Cementitious Composites, J. Engineering Mechanics, Vol. 112(6), pp. 566~586, 1986.
- 52) Kachanov, M. : On Crack-Microcrack Interactions, Int. J. Fracture, Vol. 30, pp. R 65~R 72, 1986.
- 53) Rose, L.R.F. : Microcrack Interaction with a Main Crack, Int. J. of Fracture, Vol. 31, pp. 233~242, 1986.
- 54) Tamuzs, V.P. and Romalis, N.B. : Interaction of a Macrocrack with Microdamages, Proceedings Sixth Conference on Fracture, New Delhi, India, pp. 833~840, 1984.

- 55) Budiansky, B. and O'Connell, R.J. : Elastic Moduli of a Cracked Solid, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 12, pp. 81~97, 1976.
- 56) Sumarac, D. and Krajcinovic : A Self-consistent Model for Microcrack Weakened Solids, *Mechanics of Materials* : to appear.
- 57) Charalambides, P. and McMeeking, R.M. : Finite Element Method Simulation of Crack Propagation in a Brittle Microcracking Solid, *Mechanics of Materials* : to appear.
- 58) Yeoushang Jenq, S.M. and Shah, S.P. : Two Parameter Fracture Model for Concrete, *J. of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 111, pp. 1227~1241, 1985.
- 59) Bažant, Z.P. and Oh, B.H. : Crack Band Theory for Fracture of Concrete, *Materiaux et Constructions*, RILEM, Vol. 16, pp. 155~177, 1983.
- 60) Paterson, M.S. : *Experimental Rock Deformation — The Brittle Field*, Springer-Verlag, 1978.
- 61) Brace, W.F. and Bombolakis, E.G. : A Note on Brittle Crack Growth in Compression, *J. Geophysical Research*, Vol. 68, pp. 3709~3713, 1963.
- 62) Kachanov, M.L. : A Microcrack Model of Rock Inelasticity, part II : Propagation of Microcracks, *Mechanics of Materials*, Vol. 1, pp. 29~41, 1982.
- 63) 井上涼介 : やや長周期帯域における設計用入力地震動研究の展望, *土木学会論文集*, 第 374 号 / I-6, pp. 1~23, 1986.
- 64) Lay, T., Kanamori, H. and Ruff, L. : The Asperity model and the Nature of Large Subduction Zone Earthquakes, *Earthquake Prediction Res.*, Vol. 1, pp. 3~71, 1982.
- 65) Madariaga, R. : Dynamics of an Expanding Circular Fault, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 66, pp. 639~666, 1976.
- 66) Das, S. and Aki, K. : A Numerical Study of Two-Dimensional Spontaneous Rupture Propagation, *Geophys. J. R. Astro. Soc.*, Vol. 50, pp. 643~668, 1977.
- 67) Ohnaka, M. et al. : Dynamic Breakdown Processes and the Generating Mechanism for High-Frequency Elastic Radiation During Stick-slip Instabilities, *Geophys. Monograph*, Vol. 37 (Maurice Ewing 6), pp. 13~24, 1986.
- 68) Dieterich, J.H. : Modeling of Rock Friction, *J. Geophys. Res.*, Vol. 84, pp. 2161~2175, 1979.
- 69) Rice, J.R. and Ruina, A.L. : Stability of Steady Frictional Slipping, *J. Appl. Mech.*, Vol. 105, pp. 343~349, 1983.
- 70) Eshelby, J.D. : The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems, *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A* 241, pp. 376~396, 1957.
- 71) Rudnicki, J.W. : The Inception of Faulting in a Rock Mass with a Weakened Zone, *J. Geophys. Res.*, Vol. 82, pp. 844~854, 1977.
- 72) Biot, M.A. : General Theory of Three Dimensional Consolidation, *J. Appl. Phys.*, Vol. 12, pp. 155~164, 1941.
- 73) Rice, J.R. and Simons, D.A. : The Stabilization of Spreading Shear Faults by Coupled Deformation-Diffusion Effects in Fluid-Infiltrated Porous Materials, *J. Geophys. Res.*, Vol. 81, pp. 5322~5334, 1976.
- 74) Rudnicki, J.W. : Fracture Mechanics Applied to the Earth's Crust, *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, Vol. 8, pp. 489~525, 1980.

(1987. 2. 23・受付)