

確率有限要素法による護岸の信頼性設計の試み*

A CASE STUDY OF THE RELIABILITY DESIGN OF A REVETMENT BY STOCHASTIC FINITE ELEMENT METHOD

辰巳安良**・鈴木善雄***

By Yasunaga TATSUMI and Yoshio SUZUKI

A Stochastic Finite Element Method (S. F. E. M.) is developed in order to apply it to optimum design of actual civil structures based on the reliability design concept. First, the validity of the method is confirmed by comparing the result by the S. F. E. M. with that by a Monte Carlo Simulation. Then, the method is applied to optimize design of an actual revetment.

The result shows that, if one considers the correlation among surfaces, the weakest sliding surfaces concentrate to a small number of very narrow regions even if the variations of material constants and seismic forces are explicitly taken into the analysis. The result is of great practical value in this revetment design case because one can optimize design by only taking account of considering a few dominating sliding surfaces.

Keywords: reliability design, stochastic finite element method, optimum design

1. はじめに

土木構造物のうち特に、護岸構造物、防波堤、堤防、擁壁、宅造地、アースダムなど、土構造物の挙動の予測精度は、地盤および土質材料の力学定数のばらつきに大きく左右される。しかし、これらの構造物に対する現行の設計法は、これらのばらつきの影響を安全率の余裕で配慮しているにすぎず、本質的には確定論的な考え方で設計している。したがって、今後は地盤および土質材料の力学定数のばらつきを積極的に取り込んだ設計が望まれる。

一方、航空機、機械、プラント施設などと同様に、土木、建築構造物についても、耐用年数を考慮した信頼性設計が望まれている^{たとえ(1)~(3)}。この場合、耐用年数での破壊確率の算定が必要となる。そのため、耐用年数の関数である外力も確率変数として導入しなければならない。また、最終的には、この破壊確率と破壊損失費用を

かね合わせ、耐用年数での総費用（初期建設費用+破壊損失費用）を最小にする最適設計が望まれる⁽⁴⁾。

以上の目的のもとに、各種の不確定要因を考慮し、構造物の破壊確率を求めるための解析を行う必要がある。このための容易な手法としては乱数を用いるモンテカルロ法がある⁽⁴⁾。しかし、複雑な構造については有限要素法のような解析が必要であり、これを数多く繰り返すことは、膨大な計算量となり、計算機の能力から考えて実際上不可能と考えられる。

そこで、これを改善するために、確率有限要素法の導入が考えられる。確率有限要素法としては、有限要素解析において、材料定数および荷重を確率変数とみなし、線形一次近似法を適用して、変位および応力の期待値と分散を求めた Cambou⁽⁵⁾が最初であると考えられ、その後、数多くの研究^{たとえ(6)~(10)}が展開され、実際の工学問題への応用が進められている。また、これまでの確率有限要素法の理論および研究が中桐と久田により集成されている⁽¹¹⁾。

これらのなかで、桜井らの研究⁽¹⁰⁾は土構造物の安定問題へ理論を進展させ、斜面の信頼性解析に応用し、これまで多く行われているこのほかの手法による土構造物の安定解析への確率論的アプローチにおける各種の限界を解消し、複雑な地質構造の地盤および形状の複雑な土構

* 第19回土質工学研究発表会(1984.6)、第39回土木学会年次学術講演会(1984.10)、第20回土質工学研究発表会(1985.6)および第40回土木学会年次学術講演会(1985.9)で一部発表。

** 正会員 工修 (株)竹中工務店技術研究所担当研究員
(〒136 江東区南砂 2-5-14)

*** 正会員 (株)竹中工務店技術研究所主任研究員(同上)

造物の破壊確率を容易に計算できることを示し、土構造物の信頼性設計への適用可能性を示唆したものと目される。しかし、実際の設計へ応用する努力は払われていない。そこで著者らは、実際の防波堤および護岸構造物の信頼性解析に桜井らの研究を適用し、実際の信頼性設計の観点から検討を加えてきた^{12)~15)}。

本論文は、上述の著者らの一連の研究に基づき、信頼性設計および最適設計の観点から、これらの理論を一歩前進させ、設計において重要となる破壊モードの確率的な性質に注目し、実際の護岸構造物の信頼性設計を試みたものである。

本文ではまず、有限要素法への線形一次近似理論の適用についての一連の展開について、特に破壊モードを確率的に評価するための本研究での新しい展開を重点的に述べ、次に簡単なモデルに適用し、モンテカルロ法の結果と比較検討することにより本手法の検証を行う。さらに、実際の護岸の安定解析への応用を行い、信頼性設計の観点から考察を加えた後、耐用年数を考慮した最適設計を試みる。

2. 有限要素法への線形一次近似理論の適用の概要

次節3.で破壊モード別の破壊確率を求めるための新たな展開を行うが、その前提条件として、Cambou⁵⁾および桜井ら¹⁰⁾による有限要素法への線形一次近似理論の適用の概要を以下に述べる。

有限要素法において、変位と荷重の関係は次式で与えられる。

$$[K]\{u\} = \{P\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{u\}$ は変位ベクトルおよび $\{P\}$ は荷重ベクトルである。いま $[K]$ および $\{P\}$ が m 個の不確定要因 $\{r\}^T = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ の関数であるとする

$$u_i = u_i(r_1, r_2, \dots, r_m) \dots\dots\dots (2)$$

ここに u_i は節点 i の変位である。

いま u_i を不確定要因 $\{r\}$ の期待値 $\{\mu\}^T = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m\}$ の近傍でテーラー展開し、2次以上の高次の項を無視すれば次式となる。

$$u_i = u_i(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m) + \sum_{k=1}^m (r_k - \mu_k) \frac{\partial u_i}{\partial r_k} \Big|_{\mu} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\frac{\partial u_i}{\partial r_k} \Big|_{\mu}$ は偏導関数 $\frac{\partial u_i}{\partial r_k}$ の μ_1, \dots, μ_m における値である。これより u_i の期待値および分散は次式となる。

$$E[u_i] = u_i(\mu_1, \dots, \mu_m) \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{var}[u_i] = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial u_i}{\partial r_k} \Big|_{\mu} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial r_l} \Big|_{\mu} \right) \text{cov}[r_k, r_l] \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\text{cov}[r_k, r_l]$ は不確定要因 r_k, r_l の共分散を表わす。

一方、応力も変位と同様に、 $\{\tau\}$ の関数であるから、要素 i の応力の期待値および分散は次式となる。

$$E[\sigma_i] = \sigma_i(\mu_1, \dots, \mu_m) \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{var}[\sigma_i] = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial \sigma_i}{\partial r_k} \Big|_{\mu} \right) \left(\frac{\partial \sigma_i}{\partial r_l} \Big|_{\mu} \right) \text{cov}(r_k, r_l) \dots\dots\dots (7)$$

次に具体的に計算するために、式(1)を不確定要因 r_k で偏微分して変形すると次式となる。

$$[k] \left\{ \frac{\partial u}{\partial r_k} \right\} = \left\{ \frac{\partial P}{\partial r_k} \right\} - \frac{\partial [K]}{\partial r_k} \{u\} \dots\dots\dots (8)$$

与えられた境界条件のもとに、式(8)に $E[u_i]$ および $\{u\}$ を代入して解くことにより $\frac{\partial u_i}{\partial r_k} \Big|_{\mu}$ を求めることができる。また、応力は節点変位と次の関係にある。

$$\{\sigma\} = [D][B]\{u\} \dots\dots\dots (9)$$

ここに $[D]$ は応力-ひずみマトリックス、 $[B]$ はひずみ-変位マトリックスである。 $[B]$ を確定量として式(9)の両辺を r_k で偏微分すると

$$\left\{ \frac{\partial \sigma}{\partial r_k} \right\} = \frac{\partial [D]}{\partial r_k} [B]\{u\} + [D][B] \left\{ \frac{\partial u}{\partial r_k} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

式(10)に $E[u_i]$ 、 $\frac{\partial u_i}{\partial r_k} \Big|_{\mu}$ 、 $\{u_i\}$ を代入することにより $\frac{\partial \sigma_i}{\partial r_k} \Big|_{\mu}$ を求めることができる。

次にこれを主応力および最大せん断応力の偏導関数 $\frac{\partial \sigma_{1i}}{\partial r_k}$ 、 $\frac{\partial \sigma_{3i}}{\partial r_k}$ 、 $\frac{\partial \tau_{\max}}{\partial r_k}$ に変換するのは容易である。

次に、すべり破壊確率を求めるための展開を続ける。要素内で層理面が水平面より反時計方向に β の角度に位置するとき、要素内の層理面上の応力状態をモールの円上で表わすとFig.1のA点であるとすると、要素の層理面に沿ったすべりについての安全性の余裕 Q_s は次式として定義できる。

$$Q_s = \tau_{\theta} - \tau$$

$$= c + \left\{ \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\theta \right\} \tan \phi$$

$$- \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\theta \dots\dots\dots (11)$$

ここに c, ϕ は不確定要因であり、 $\sigma_1, \sigma_3, \theta$ はすべて

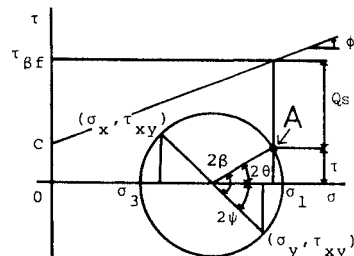


Fig.1 The margin of the safety on a sliding surface.

他の不確定要因（ヤング係数，単位体積重量，ポアソン比，荷重等）の関数としての確率変数である。したがって Q_s は確率変数であり，その期待値，分散および共分散は

$$E[Q_s] = E[c] + \frac{1}{2}(E[\sigma_1] + E[\sigma_3]) + \frac{1}{2}(E[\sigma_1] - E[\sigma_3]) \cdot \cos(2E[\theta]) \tan(E[\phi]) - \frac{1}{2}(E[\sigma_1] - E[\sigma_3]) \sin(2E[\theta]) \dots (12)$$

$$\text{var}[Q_s] = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial Q_s}{\partial r_k} \right)_{\mu} \left(\frac{\partial Q_s}{\partial r_l} \right)_{\mu} \text{cov}[r_k, r_l] \dots (13)$$

$$\text{cov}[Q_{s_i}, Q_{s_j}] = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial Q_{s_i}}{\partial r_k} \right)_{\mu} \left(\frac{\partial Q_{s_j}}{\partial r_l} \right)_{\mu} \text{cov}[r_k, r_l] \dots (14)$$

ここに， i, j は要素番号である。なお，(12)，(13)，(14) の右辺の偏微分の項は式 (1)～(11) を用いて求めることができる。

さらに，単一円弧すべり面の破壊確率を求めるための展開を行う。Fig. 2 の円弧すべり面を考えると，せん断応力による滑動力 $S(X_0, Y_0)$ と抵抗力 $R(X_0, Y_0)$ によりこのすべり面の安全性の余裕 \tilde{Q}_s は次式で定義できる。

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_s(X_0, Y_0) &= R(X_0, Y_0) - S(X_0, Y_0) \\ &= r \int_0^{\theta_0} (\tau_{\beta r} - \tau) d\theta \\ &= r \int_0^{\theta_0} Q_s d\theta \dots (15) \end{aligned}$$

有限要素網において，すべり面が Fig. 3 のように N 個の要素を切っているとすると，式 (15) は次式のように離散化できる。

$$\tilde{Q}_s(X_0, Y_0) = \sum_{i=1}^N Q_{s_i} \Delta l_i \dots (16)$$

ここに， Q_{s_i} は要素 i の安全性の余裕， Δl_i は要素 i をすべり面が切る長さである。 $\tilde{Q}_s(X_0, Y_0)$ は確率変数であり，その期待値および分散は次式より求めることができる。

$$E[\tilde{Q}_s(X_0, Y_0)] = \sum_{i=1}^N E[Q_{s_i}] \Delta l_i \dots (17)$$

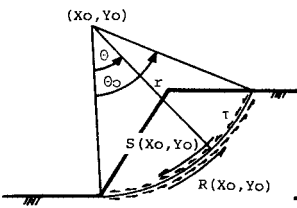


Fig. 2 The sliding force and the resistant force on a sliding surface.

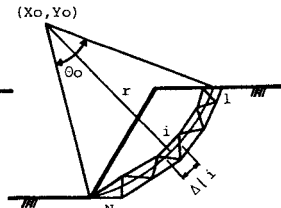


Fig. 3 The elements passed through by the sliding surface.

$$\text{var}[\tilde{Q}_s(X_0, Y_0)] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\Delta l_i)(\Delta l_j) \text{cov}[Q_{s_i}, Q_{s_j}] \dots (18)$$

最後に，単一の円弧すべり面の破壊確率 P_f は，安全性の余裕 $\tilde{Q}_s(X_0, Y_0) \leq 0$ となる確率と等価であり， $\tilde{Q}_s(X_0, Y_0)$ が正規分布に従うとすると，式 (17) および式 (18) を用いて求めることができる。また，平面すべりについても同様の展開ができる。

3. 破壊モードを求めるための展開

実際上の構造物の信頼性設計および最適設計においては，どのような破壊モードが卓越するかを推定することが非常に重要であり，これを精度よく推定できれば，破壊の規模および影響度が把握でき，ひいては耐用年間で補修費用を精度よく算出できることになる。

2. では規定された単一すべり面に対する破壊確率のみしか計算できないため，卓越する破壊モードを鋭敏にとらえ，設計へ応用することは難しいと考えられる。

そこで卓越する破壊モードの抽出を行うために2つのすべり面を比較し，相対的な破壊しやすさの確率的な性質をとらえるための展開を新たに行った。

円弧あるいは平面の任意の2つのすべり面における安全性の余裕を，すべり面の単位面積当たりとして正規化したものを \tilde{Q}_{s1} ， \tilde{Q}_{s2} とする。次に， \tilde{Q}_{s1} と \tilde{Q}_{s2} の結合確率密度関数を求める。ここでは，線形一次近似を行ってため，結合正規確率密度関数を仮定することになる。 \tilde{Q}_{s1} と \tilde{Q}_{s2} の結合正規確率密度関数は次式で表わせる。

$$f_{\tilde{Q}_{s1}, \tilde{Q}_{s2}}(q_1, q_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2(1-r^2)} \left[\frac{(q_1-\eta_1)^2}{\sigma_1^2} - \frac{2r(q_1-\eta_1)(q_2-\eta_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(q_2-\eta_2)^2}{\sigma_2^2} \right]} \dots (19)$$

ここに， $\eta_1 = E[\tilde{Q}_{s1}]$ ， $\eta_2 = E[\tilde{Q}_{s2}]$ ， $\sigma_1^2 = \text{var}[\tilde{Q}_{s1}]$ ， $\sigma_2^2 = \text{var}[\tilde{Q}_{s2}]$ であり，相関係数 r は，

$$r = \frac{\text{cov}[\tilde{Q}_{s1}, \tilde{Q}_{s2}]}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \dots (20)$$

である。また

$$\text{cov}[\tilde{Q}_{s1}, \tilde{Q}_{s2}] = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \left(\frac{\partial \tilde{Q}_{s1}}{\partial r_k} \right)_{\mu} \left(\frac{\partial \tilde{Q}_{s2}}{\partial r_l} \right)_{\mu}$$

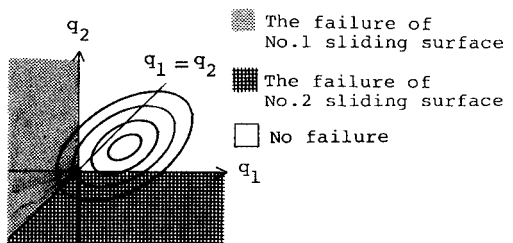


Fig. 4 The cross probability density function of \tilde{Q}_{s1} and \tilde{Q}_{s2} .

$$\cdot \text{cov}[\tau_{k_1}, \tau_{k_2}] \dots \dots \dots (21)$$

であり、右辺の偏微分の項は式(4)~(16)より求めることができる。

このようにして、式(19)を規定することができ、2つのすべり面の相対的な破壊しやすさの確率的な性質を求めることができる。

次に、No.1とNo.2の2つのすべり面の \bar{Q}_{s1} と \bar{Q}_{s2} が両方負であるとき、両者のうち小さい値をとるすべり面で破壊が生ずると仮定すると Fig.4 に示すように結合確率密度関数を破壊しない領域、No.1のすべり面で破壊する領域およびNo.2のすべり面で破壊する領域の3つに分割することができる。最後にこのおのおのの領域の体積を求めることにより、おのおのの確率を求めることができる。なお、このおのおのの体積の計算は解析的には求まらないため、数値積分により求めることとした。

また以後の解析では線形弾性および二次元平面ひずみ状態としひずみ三角形要素を用いた。

4. 簡単なモデルにおけるモンテカルロ法との比較

確率有限要素法の結果の検証およびその特性の検討のため、Fig.5の簡単なモデルについて確率有限要素法とモンテカルロ法の両手法により解析を行い、結果の比較を行った。

解析モデルは Fig.5 に示す8要素、12自由度のモデルである。荷重条件としては、自重と水平地震力を与えた。次に、不確定要因としては、ヤング係数 E 、ポアソン比 ν 、単位体積重量 γ 、内部摩擦角 ϕ 、粘着力 c および水平震度係数 k_h を選び、各不確定要因の確率分布は正規分布とした。ここで使用した各不確定要因の期待値と変動係数を Table 1 に示す。また、各不確定要因および材料タイプは互いに無相関とし、同一材料タイプ内

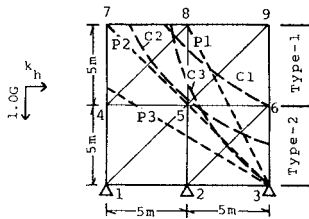
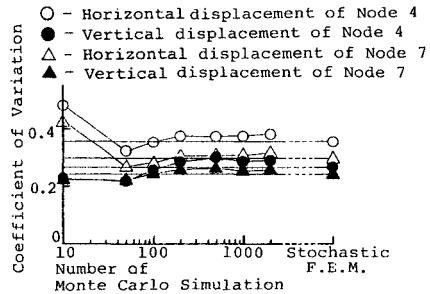


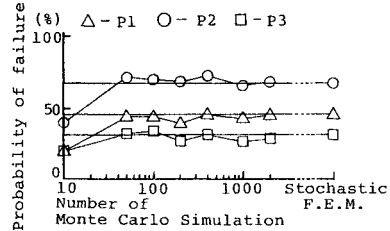
Fig.5 The analysis model and sliding surfaces for comparison of the S.F.E.M with a Monte Carlo Simulation.

Table 1 The constants of the analysis model.

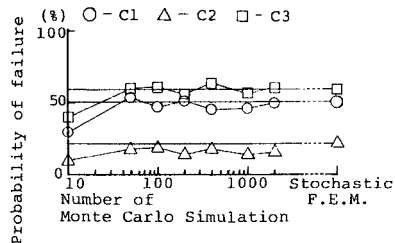
| | Type | E (tf/m^2) | ν | γ (tf/m^3) | ϕ (degree) | c (tf/m^2) | k_h |
|--------------------------|------|----------------------------|-------|---------------------------------|--------------------|----------------------------|-------|
| Expected Value | 1 | 4500 | 0.2 | 1.5 | 30 | 1.0 | 0.2 |
| | 2 | 5000 | 0.2 | 1.6 | 35 | 1.0 | |
| Coefficient of Variation | 1 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 |
| | 2 | | | | | | |



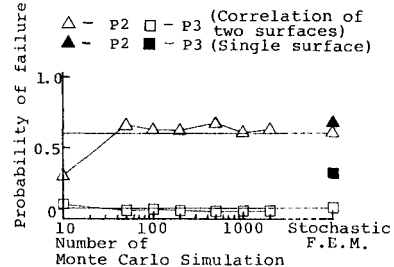
(a) Coefficients of variation of nodal displacements.



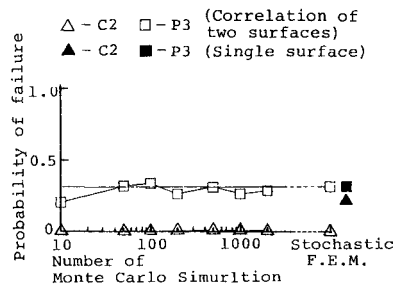
(b) Probabilities of failure on plane sliding surfaces (Single surfaces).



(c) Probabilities of failure on circular sliding surfaces (Single surfaces).



(d) Probabilities of failure on plane sliding surfaces (The correlation of two surfaces was considered).



(e) Probabilities of failure on plane and circular sliding surfaces (The correlation of two surfaces was considered).

Fig.6 Comparisons of the results by the S.F.E.M with that by a Monte Carlo Simulation.

では空間的に完全相関と仮定した。モンテカルロ法では計算回数を10, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000とした。検討用のすべり面はFig. 5に示す平面すべり面(p1~p3)と円弧すべり面(c1~c3)とした。

Fig. 6 (a)~(e)は上述のモデルについて、モンテカルロ法の結果が計算回数の増加に伴いどのように右端に示した確率有限要素法の結果に近似してゆくかを示すものである。Fig. 6 (a)は、節点変位の変動係数、Fig. 6 (b), (c)は平面と円弧の各単一すべり面の破壊確率、Fig. 6 (d), (e)は2つのすべり面のいずれか一方が破壊すると仮定したときのおおののすべり面の破壊確率(確率有限要素法では式(19)の数値積分をFig. 4のNo.1とNo.2のおおのの破壊領域について行い求めた)である。Fig. 6 (d)は平面すべり面どうしの比較、Fig. 6 (e)は平面と円弧すべり面の比較を示している。また、Fig. 6 (d), (e)には参考のために、2つのすべり面を比較しないときのおおのの単一すべり面の破壊確率(確率有限要素法の結果だけ)を同時に示した。

これらの図を以下に考察する。

i) モンテカルロ法で求めた、変位の変動係数およびおおののすべり破壊確率は、計算回数が増すにつれは確率有限要素法の結果に近づく。ただし若干の差が見受けられるすべり面もある。この差については線形一次近似のテーラー展開を平均値以外の最適などで行うことにより改善されると考えられる¹⁶⁾が今回は平均値まわりで展開する。

ii) 2つのすべり面を比較した場合の破壊確率もモンテカルロ法の結果と確率有限要素法の結果がよい一致を示し、Fig. 6 (d), (e) どちらの場合も単一すべり面の破壊確率に比して、一方のすべり面の破壊確率が極端に小さくなり、一方のすべり面の破壊が卓越することが明確に現われている。これより、種々の不確定要因を考慮しても、実設計においては、最終的に少数の卓越する代表的な破壊モードに絞込むことが可能となることが期待される。すなわちこの場合、これらの少数の破壊モードだけを用いることにより、不確定で複雑な破壊現象を近似的に単純な確率論により表現することができ、破壊性状において不確定性の大きいと考えられている土構造物等の信頼性設計が可能となる。

以上により、確率有限要素法の実際の信頼性設計への適用を試みることにする。

5. 護岸の信頼性解析への応用

(1) 解析条件

土構造物のうち、土層構成、改良地盤、背面土圧などが複雑なため、比較的安定解析が難しい実際の護岸構造物を例にとって信頼性解析を行うことにする。

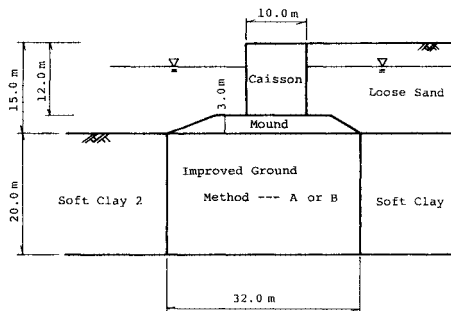


Fig. 7 The model of a revetment.

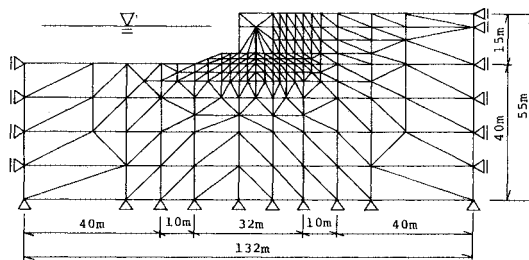


Fig. 8 The F.E.M model of the revetment.

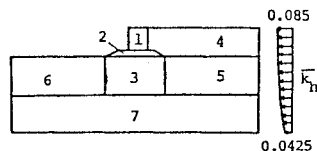


Fig. 9 The regions of material type and the vertical distribution of the expected value of horizontal seismic coefficient.

Fig. 7に示す大阪地区に計画された実際の護岸モデル¹⁷⁾について確率有限要素法により安定解析を行った。Fig. 8に解析モデルの形状、寸法、境界条件および有限要素網を示す。Fig. 9に各材料タイプの領域および水平震度係数の期待値と深度方向の分布を示す。不確定要因としては、材料タイプ1~7のヤング率 E 、単位体積重量 γ 、内部摩擦角 ϕ 、粘着力 c および水平震度係数 k_h を考え、その他は確定量とした。なお、ポアソン比は不確定要因として解析が可能であるが、統計的性質が不明確であるため確定量とした。荷重条件としては、自重および地震時水平力を与えた。また、残留水位以下は浮力を考慮した。さらに、ここでも各不確定要因および材料タイプは互いに無相関とし、同一材料タイプ内では空間的に完全相関と仮定した。

ここでは、地盤改良の工法の種類および品質管理の程度をパラメーターとして解析ケースを設定した。地盤改良の工法は代表的な砂質系の改良(工法A)とセメント系の改良(工法B)の2種類を想定した。

Table 2に各材料タイプの各定数の期待値を示す¹⁷⁾。

Table 2 The expected value of material constants.

| Type | E_2 (tf/m ²) | γ_3 (tf/m ³) | ϕ (degree) | C_2 (tf/m ²) | ν | |
|-------------------|-------------------------------|------------------------------------|--------------------|-------------------------------|-------|-----|
| 1 Caisson | 2100000 | 2.1 | 0.0 | 200.0 | 0.17 | |
| 2 Mound | 5000 | 1.8 | 40.0 | 0.0 | 0.25 | |
| 3 Improved Ground | A | 20000 | 1.6 | 35.0 | 0.0 | 0.4 |
| | B | 170000 | 1.58 | 0.0 | 30.0 | 0.3 |
| 4 Loose Sand | 3000 | 1.8 | 30.0 | 1.0 | 0.4 | |
| 5 Soft Clay 1 | 9000 | 1.6 | 0.0 | 5.0 | 0.48 | |
| 6 Soft Clay 2 | 3000 | 1.6 | 0.0 | 3.0 | 0.48 | |
| 7 Gravel | 40000 | 1.9 | 35.0 | 0.0 | 0.4 | |

Table 3 Coefficients of variation of constants except improved grounds (Type 3).

| E | γ | ϕ | C | k_h |
|-----|----------|--------|-----|-------|
| 0.3 | 0.05 | 0.2 | 0.3 | 1.1 |

Table 4 Analysis cases and coefficients of variation of material constants of improved ground (Type 3).

| CASE | Method | Quality Control | Coefficient of Variation | | | |
|------|--------|-----------------|--------------------------|----------|--------|------|
| | | | E | γ | ϕ | C |
| A-1 | A | ordinary | 0.3 | 0.05 | 0.2 | — |
| A-2 | A | better | 0.15 | 0.05 | 0.1 | — |
| B-1 | B | ordinary | 0.3 | 0.05 | — | 0.3 |
| B-2 | B | better | 0.15 | 0.05 | — | 0.15 |

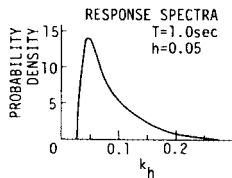


Fig. 10 The probability density function of response spectra in Osaka.

Table 3 には全ケースに共通の各定数の変動係数を示す。Table 4 には各解析ケースの位置づけと改良地盤(材料タイプ3)の各定数の変動係数を示す。また、各材料定数の変動係数は、不確定要因ごとに原位置の設計資料等の実データ¹⁷⁾あるいは文献¹⁸⁾より推定したものである。さらに、水平震度係数 k_h の期待値と変動係数は、建設地点の地震応答スペクトルの30年非超過確率分布 (Fig. 10)¹⁹⁾より求めた。ただし、ここでは、固有周期は背面地盤の1次固有周期に相当する1.0秒とし、減衰定数は0.05とした。なお、Fig. 10のように k_h の確率密度関数は複雑な形状であり、本計算で用いられている線形一次近似法ではこの形状は考慮できない。このような場合の計算精度に関する議論と改善法は今後の課題として残されている^{14), 16)}。

(2) 単一すべり面の破壊確率

ここでは、実際の護岸モデルについて、単一の平面および円弧すべり破壊確率のケースによる差に着目した結

Probability of failure

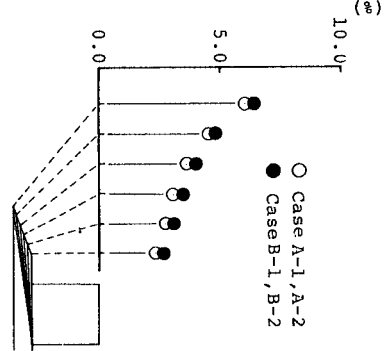


Fig. 11 Probabilities of failure on plane sliding surfaces (Single surfaces).

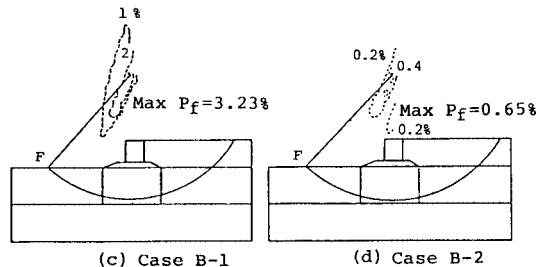
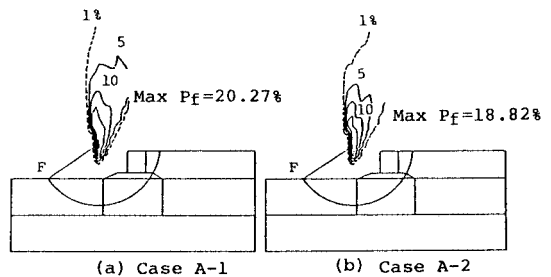


Fig. 12 Probabilities of failure on circular sliding surfaces (Single surfaces).

果の整理を行い、設計および施工の観点から考察する。なお、各不確定要因の変動が、すべり破壊確率にどれくらい影響するかについては文献¹⁴⁾で検討したので、ここでは言及しない。

Fig. 11 はマウンド内の各単一平面すべり面の破壊確率を4ケースについて同時に比較して示したものである。本図より、ケースによる差は小さく、改良地盤の諸条件がマウンド内のすべり破壊確率に及ぼす影響は小さいといえる。なお、すべり面が水平に近づくほど破壊確率が小さいことがわかる。また、全ケースとも最大破壊確率は6~7%程度である。

Fig. 12 (a)~(d) は各ケースについて試行の後、最大破壊確率が発生すると推定された固定点 F を通る円弧すべり面の破壊確率を円の中心に等高線として示した

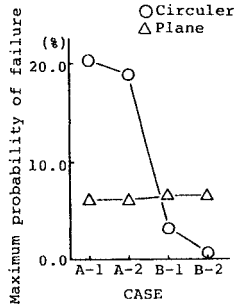


Fig. 13 The maximum probabilities of failure of each case (Single surfaces).

ものである。また、図中に破壊確率が最大となる円弧およびその破壊確率 P_f の数値を示した。本図より、A-1とB-1を比較するとA-1の等高線は密であり、最大破壊確率はB-1の3.22%に比べて20.41%と大きく、また、破壊確率が最大となる円弧は大きく異なっている。次にA-1とA-2を比較すると等高線の変化は小さく、最大破壊確率の変化も小さい。一方、B-1とB-2を比較すると、B-2はB-1に比してさらに等高線が疎になっており、最大破壊確率も極端に小さくなっている。Fig. 13は上に示した直線および円弧すべりの最大破壊確率のケースによる差を示したものである。本図を考察し、上述の結果を総合して整理すると以下となる。

i) マウンド内の平面すべりの破壊確率は、改良地盤の工法の種類および品質管理の程度にほとんど影響されない。

ii) A工法においては、マウンド内の局所的な平面すべりよりも大規模な円弧すべり破壊確率が大きく、B工法においてはその反対となる。

iii) 品質管理の強化により改良地盤の諸定数のばらつきを小さくすることが円弧すべり破壊確率を小さくする効果は、A工法に比してB工法の方が大きい。

iv) 円弧すべり破壊確率については、A工法に比してB工法は非常に小さく、B工法のより経済的な設計が期待できる。

以上のように、本手法を現実の護岸の信頼性の評価に応用することにより、設計および施工上の有用な示唆を得ることができた。しかし、この段階ではコストをも含めた客観的、総合的な評価にまで致っていない。そこで4.の展開を応用することにより典型的な破壊モードを抽出し、コストをも含めた最適設計を試みる。

6. 護岸の最適設計の試み

(1) 卓越する破壊モードの抽出

5. で用いたケースA-1およびB-1について、単一のすべり面を規定したときに最大破壊確率の生ずる平面す

べり面とその他の平面すべり面の2つを比較し、Fig. 4の概念を用いてそれぞれのすべり面の破壊確率を式(19)の数値積分により求め、図示したものがFig. 14である。一方、円弧すべり面について同様の図を示したものが

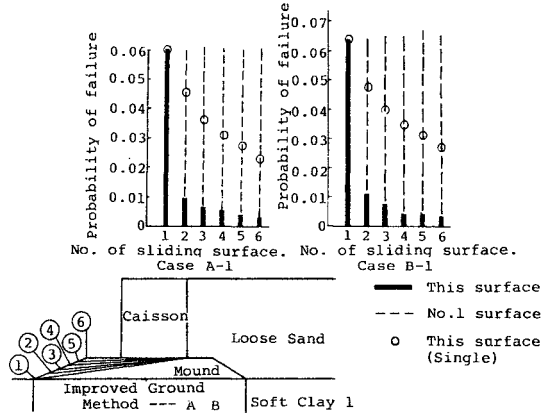


Fig. 14 Probabilities of failure on plane sliding surfaces (The Correlation of two surfaces was considered).

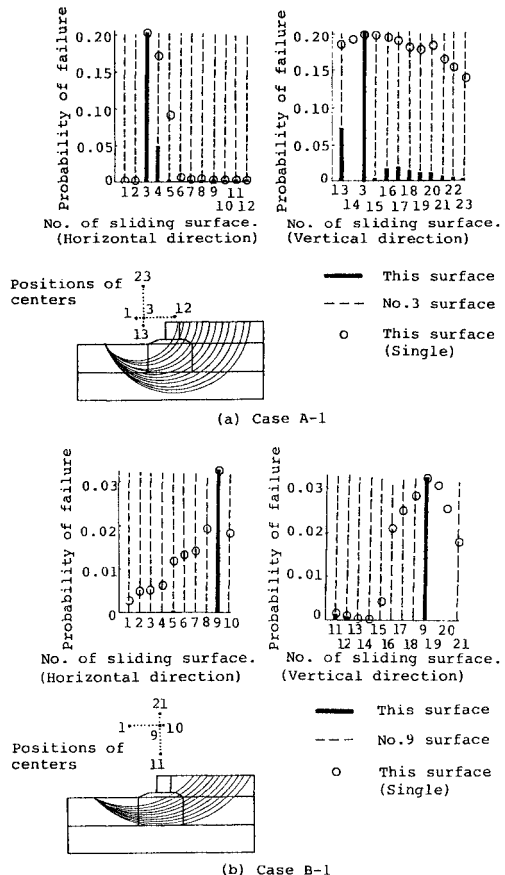


Fig. 15 Probabilities of failure on circular sliding surfaces (The correlation of two surfaces was considered).

Fig. 15 (a), (b) である。ここでは実線の長さがそのすべり面の破壊確率を示し、破線の長さが最大破壊確率の生ずるすべり面の破壊確率を示している。なお、相関係数が1に近く、数値積分の精度が悪いすべり面は、実線および破線を示さなかった。また、同時に各単一すべり面の破壊確率を白丸で示して比較した。ちなみに、上述の相関係数が1に近い場合の図示しなかった破壊確率は、解析的に結合確率密度関数の主軸と Fig. 4 の $q_1 = q_2$ の線の関係から近似的に求まる。ここでは、混乱を避けるためこの値を示さなかったが、少なくとも理論的にはこのおのおののすべり面の破壊確率（実線）がおのおのの単一すべり面の破壊確率（白丸）を超過することはあり得ない。

これより、2つのすべり面を比較すると、単一すべり面を規定したときに最大破壊確率となるすべり面近傍において、破壊確率が卓越していることが明白となり、すべり面がこの卓越する面より少し遠ざかると破壊確率が急激に小さくなっており、実用的にはこれらの破壊確率は無視できるものと仮定できる。したがって、実用的には、卓越する破壊モードとして、平面および円弧のそれぞれにおいて、単一すべり面を規定したときに破壊確率が最大となるすべり面を採用すればよい。

次に、A-1とB-1のそれぞれについて、卓越する平面すべり面と円弧すべり面を比較し、式(19)の数値積分により求めた破壊確率を棒で示し、単一すべり面を規定したときの破壊確率を白丸で示したものが Fig. 16 である。この場合、A-1については相関係数 $r = -0.0283$ 、B-1については $r = -0.1958$ と小さく、2つを比較したときの平面および円弧のそれぞれの破壊確率は、単一すべり面を規定したときの破壊確率とほぼ一致し、いずれか一方が卓越することがないことがわかる。

以上より、実用的には卓越するすべり破壊のモードとしては平面および円弧すべり面をそれぞれ1つずつとればよいことになる。次にこの結論を用いて信頼性設計へ議論を進めることにする。

(2) 信頼性設計の試み

大地震の発生頻度は小さいため、耐用年数 T 年内で

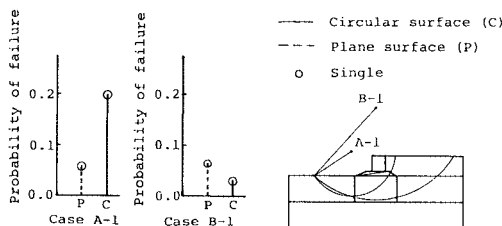


Fig. 16 Probabilities of failure on the dominant plane and circular sliding surfaces (The correlation of two surfaces was considered).

の地震動の最大加速度が生じたときのみ護岸の破壊が起こり得ると仮定する。耐用年間でマウンド内の平面すべりが生ずる確率を P_{fp} 、円弧すべりが生ずる確率を P_{fc} とすると、いずれかの破壊を生ずる確率 P_f は

$$P_f = P_{fp} + P_{fc} \dots\dots\dots (22)$$

である。ここに P_{fp} および P_{fc} は平面すべりあるいは円弧すべりのいずれか一方が生ずると仮定し、Fig. 4 に示す概念により、結合確率密度関数から求められるものである。次に、破壊時の補修コストは、初期建設費用 C_i に平面および円弧のそれぞれの破壊モードに見合った係数、 α_p および α_c をかけたものと仮定し、また機能を失ったことによる背後の構造物や施設への影響などによる2次の損害額をそれぞれの破壊モードについて C_{sp} 、 C_{sc} とすると、耐用年数内での期待損失費用 C_f は

$$C_f = (\alpha_p C_i + C_{sp}) P_{fp} + (\alpha_c C_i + C_{sc}) P_{fc} \dots\dots\dots (23)$$

となる。したがって、耐用年間での総費用 C_{TOT} は

$$C_{TOT} = C_i + C_f \dots\dots\dots (24)$$

となる。次に、式(22)~(24)を用いて、ケースA-1、A-2、B-1およびB-2を対象として計算を行った。

実際の計算に使用する各ケースの初期建設費用 C_i の概算は Table 5 に示した。また、マウンド内の平面すべりについては上部工だけの補修でよいと経験的に $\alpha_p = 0.3$ 、円弧すべりでは護岸の再建設を要するため $\alpha_p = 1.0$ とし、2次の損害額は、平面すべりでは影響が小さ

Table 5 Initial costs and probabilities of failure on dominant sliding surfaces.

| Case | Initial Cost C_i (yen/m) | Probability of Failure | | |
|------|----------------------------|------------------------|----------|--------|
| | | P_{fp} | P_{fc} | P_f |
| A-1 | 5600000 | 0.0577 | 0.1998 | 0.2575 |
| A-2 | 6400000 | 0.0583 | 0.1855 | 0.2438 |
| B-1 | 7400000 | 0.0644 | 0.0319 | 0.0963 |
| B-2 | 8500000 | 0.0648 | 0.0065 | 0.0713 |

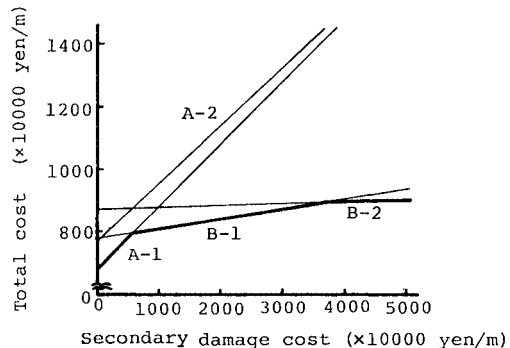


Fig. 17 The relation between the total cost of each case and secondary damage cost.

いため $C_{sp}=0$ とし、円弧すべりでは、影響が大きく設定する必要があるが評価が難しいため、 C_{sc} は変数とした。

次に、各ケースの耐用年間でマウンド内の平面すべり破壊確率 P_{fp} 、円弧すべり破壊確率 P_{fc} および破壊確率 P_f を、各ケースにおいて単一すべり面を規定したときに最大破壊確率となる円弧および平面すべり面の安全性の余裕の結合確率密度 (式 (19)) より計算した結果も Table 5 に示した。

以上の数値を用いて式 (23), (24) により総費用 C_{TOT} と 2 次的損害額の関係を示したものが Fig. 17 である。この結果を整理すると以下となる。

i) Fig. 17 の太線より、2 次的損害額が増すにつれて、総費用が最小となるケースが A-1, B-1, B-2 と変化するのわかる。

ii) i) より、護岸の背後にさほど重要な施設や構造物あるいは危険物がない場合には A 工法で通常の品質管理を行った場合が最適であり、逆に背後にそのような物があり 2 次的損害額が大きい場合には、A 工法よりも B 工法の方が優れている。

iii) 特に背後に及ぼす影響が非常に大きな場合は、B 工法でも、品質管理を強化した B-2 が最も優れている。

iv) A-2 は、2 次的損害額をいくらにとっても最適になることがなく、A 工法において品質管理を強化することは、得策ではない。

このように実際の護岸モデルにおいて、工法および品質管理の程度をパラメーターとした 4 つのケースについて最適のケースを、2 次的損害額の関数として求めることができ、確率有限要素法の実際の設計における有用性を示すことができた。今後、形状、寸法等多くのパラメーターを変化させ、本手法を用いて解析し同様の手順を行うことにより、理想的な最適設計へ近づくことができると考えられる。

7. おわりに

確率有限要素法を土構造物の信頼性解析に応用することを目的として、新たな展開を行い、実際の護岸構造物に適用し、一連の信頼性設計までの手順を試行した。本研究の結果のうち重要な事項を整理すると以下となる。

(1) 同一パターンの 2 つのすべり面の安全性の余裕の結合確率密度を考え、弱い側のすべり面で破壊するとして、最もすべりやすいすべり面の抽出を試みた。その結果、現実の各種の不確定要因を考慮しても、最弱のすべり面の位置のばらつきは小さく、単一すべり面を規定したときに破壊確率が最大となるすべり面の近傍が支配的となることがわかった。

(2) (1) の結論より、支配的な 2 つの破壊モード

を抽出することができ、これを用いてコストをも含めた信頼性設計を試みた。この結果、現実の護岸の設計において、有意義な示唆が得られ、確率有限要素法による不確定性をも考慮した最適設計への道が開かれた。

なお、確率有限要素法は護岸のみならず、より複雑な構造系においても適用が可能であり、本研究で行った一連の手順は土木、建築の分野において信頼性設計を実設計に応用するうえで有力な手段になるであろう。

謝 辞：本研究を進めるにあたって、貴重なご助言と励ましを頂いた日本大学理工学部 竹沢三雄助教授、および、ご支援とご協力を頂いた竹中技術研究所の斉藤聡主任研究員、田中芳行担当研究員はじめ多くの方々、また (株)竹中土木技術本部 西原 潔氏はじめ多くの方々、ならびに日本大学理工学部学生としてご協力を頂いた、佐藤 正、竹中啓二、高田博行、榊 信親、江澤和夫、山田栄一、五十嵐和彦、長崎匡洋、各氏に厚く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Freudenihal, A. M., Shinozuka, M., Konishi, I. and Kanazawa, T. : Reliability approach in structural engineering, Maruzen Co. Ltd., Tokyo, 1975.
- 2) 土木学会：構造物の安全性・信頼性, 1981年.
- 3) 土質工学会：土質基礎の信頼性設計, 土質基礎工学ライブラリー 28, 1985年.
- 4) 辰巳安良・西原 潔・佐藤 正・竹中啓二：防波堤の信頼性設計についての一考察, 第 38 回土木学会年次学術講演会講演概要集, 第 1 部, pp. 413~414, 1983年.
- 5) Cambou, B. : Application of First-order Uncertainty Analysis in the Finite Element Method in Linear Elasticity, Proc. of 2nd Int. Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Aachen, pp. 67~87, 1975.
- 6) Vanmarcke, E. and Grigoriu, M. : Stochastic Finite Element Analysis of Simple Beams, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 109, No. 5, October, pp. 1203~1214, 1983.
- 7) Hisada, T. and Nakagiri, S. : Stochastic finite element method developed for structural safety and reliability, Proceedings of the Third International Conference on Structural Safety and Reliability, Elsevier, pp. 395~408, 1981.
- 8) Handa, K. and Andersson, K. : Application of Finite Element Methods in the Statistical Analysis of Structures, Proceedings of the Third International Conference on Structural Safety and Reliability, Elsevier, pp. 409~418, 1981.
- 9) Baecher, G. B. and Ingra, T. S. : Stochastic FEM in Settlement Predictions, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Proceedings of the ASCE, Vol. 107, GT4, pp. 449~463, 1981.

- 10) 桜井春輔・土井康成：有限要素法による斜面の信頼性解析，土木学会論文報告集，第303号，pp.87～97，1983年.
 - 11) 中桐 滋・久田俊明：確率有限要素法入門，培風館，1985年.
 - 12) 辰巳安良・田中芳行・高田博行・梢 信親：確率有限要素法による防波堤の信頼性解析，第19回土質工学研究発表会，pp.897～900，1984年.
 - 13) 西原 潔・辰巳安良・鈴木善雄：確率有限要素法による護岸の信頼性解析，第39回土木学会年次学術講演会講演概要集，第1部，pp.487～488，1984年.
 - 14) 辰巳安良・鈴木善雄・江澤和夫・山田栄一：確率有限要素法による護岸の信頼性解析（その2），第20回土質工学研究発表会，pp.1457～1460，1985年.
 - 15) 辰巳安良・鈴木善雄・西原 潔：確率有限要素法による護岸の信頼性解析（その3），土木学会第40回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp.349～350，1985年.
 - 16) 鈴木 誠・石井 清：確率有限要素法による斜面安定解析，土木学会論文集，第364号／Ⅲ-4，pp.199～208，1985年.
 - 17) 杉本三千雄・鈴木吉夫・田中芳行・鈴木善雄：有限要素法を用いた深層混合処理工法による改良地盤の地震応答解析，基礎工，総合土木研究所発行，pp.96～105，1983年.
 - 18) 松尾 稔：地盤工学，技報堂，1984年.
 - 19) 辰巳安良：地震応答スペクトルに関する確率論的考察，土木学会論文集，第356号／I-3，pp.517～526，1985年.
(1986.2.7・受付)
-