

# せん断仕事に基づく飽和砂地盤の液状化解析

A LIQUEFACTION ANALYSIS OF SATURATED SAND GROUND BASED ON SHEAR WORKS

坂井 晃\*・落合 英俊\*\*

By Akira SAKAI and Hidetoshi OCHIAI

A simple formulation is proposed by using shear works to express the development of pore water pressure under cyclic stresses. The proposed formulation is derived from data of the cyclic triaxial tests with various confining stresses and relative densities on a saturated sand. The pore water pressure model can be easily coupled with a nonlinear model to perform the liquefaction analysis for saturated sand deposits. The analysis, called  $W_s$  method, is a simplified effective stress analysis, calculating pore water pressure every half cycle. The method is compared with a nonlinear effective analysis, which is called the equi- $W_{st}$ -line method and evaluates the pore water pressure by every time step.

## 1. まえがき

砂質地盤の液状化は、新潟地震（1964）以来<sup>1)</sup>、土質工学の重要課題の1つとして取り上げられてきた。飽和砂の液状化強度の予測は、液状化過程において発生する間隙水圧を正確に把握することによって可能であり、従来より応力経路モデル<sup>2),3)</sup>、体積ひずみモデル<sup>4),5)</sup>、塑性論によるモデル<sup>6),7)</sup>、エンドクロニック理論によるモデル<sup>8)~12)</sup>、等、種々の液状化モデルが提案されている。これらの液状化モデルは、原地盤から得られるボーリング結果と室内試験結果との関連性を明確にし、かつ地震時に受ける不規則外力の評価法を確立することによって、より実用的な意味をもつようになった。さらに、近年の大型電子計算機の発達に伴って、間隙水圧を考慮した有効応力法による地震応答解析が行われるようになり、この解析法によって地盤に発生する間隙水圧が数値的に求められ、安定な状態から液状化に至るまでの地盤の過渡的挙動を明らかにできるようになった。この有効応力解析法は間隙水圧を考慮した有効応力によって

土の応力・変形特性を規定する方法であり、有効応力の減少によって地盤が軟化していく液状化現象を的確に表現し得る利点を有している。現在、飽和砂の地震応答解析に用いられる有効応力解析法では、一般に直接積分法によって各時間ごとの各層内のせん断応力とせん断ひずみが求められ、これを液状化モデルに適用して間隙水圧上昇量が計算される。このとき生ずる間隙水圧は、次のステップのせん断定数、土のせん断強度および間隙水圧モデルの諸係数を決定するために用いられる。

本論文では、液状化過程において発生する間隙水圧を定量的に評価するために、繰返せん断によって累積していくせん断仕事に着目し、その定式化の方法を示した。そして、その結果を用いて、水平な飽和砂地盤を対象にした非線形有効応力解析（等せん断仕事線法）を行った。さらに、双曲線型の応力・ひずみ曲線をもとに、繰返せん断応力が零になるときのみ間隙水圧を算出する非線形モデルを提案して簡易的な非線形有効応力解析（ $W_s$ 法）を行い、等せん断仕事線法による解析結果と比較して、その有用性を検証した。

## 2. 実験方法

本実験に使用した装置は、電気油圧サーボ方式の振動三軸試験機である。実験には、平均主応力が一定になる

\* 正会員 工博 佐賀大学助手 理工学部建設工学科  
(〒840 佐賀市本庄町1)

\*\* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部水工土木学科  
(〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)

ように軸圧と側圧をともに制御することによって、周波数 0.02 Hz の正弦波を載荷した。供試体は、豊浦標準砂 ( $G_s = 2.64$ ,  $e_{\max} = 0.971$ ,  $e_{\min} = 0.601$ ) を使用し、脱気水で満たされたモールドの中にスプーンで少量ずつ水浸させることにより、できるだけ均一になるように注意深く作成した。その後、供試体を三軸室にセットし、0.5 m の水頭差で脱気水を通じた後、等方圧密を行った。また圧密終了後、飽和を期すため背圧を 196 kN/m<sup>2</sup> 加え、間隙水圧係数  $B$  値を 0.95 以上とした。拘束圧  $\sigma_0$  は、98, 196, 294 kN/m<sup>2</sup> の等方応力とし、相対密度  $D_r$  は、30%, 50% やび 70% の 3 種類について実験を行った。

試験の種類は、種々の応力経路の影響を調べるために、以下の3種類とした。

- ( i ) A 試験：平均主応力一定で繰返せん断応力が一定の試験
  - ( ii ) B 試験：平均主応力一定で繰返せん断応力が不規則に変化する試験
  - ( iii ) C 試験：側圧一定で平均主応力が変化する試験

### 3. 液状化過程における間隙水圧の評価法

## (1) 繰返しせん断時の等方応力状態における間隙水圧

液状化過程における間隙水圧の発生量は、繰返し回数  $N$ 、繰返せん断応力  $\tau$  の増加に伴って増大し、また、拘束圧  $\sigma_0$ 、相対密度  $D_r$  の影響を受け、一般に次式で表わされる。

繰返し非排水せん断を受ける飽和砂の塑性変形は、偏差ひずみによる不可逆的な土粒子骨格の再配列に起因するせん断変形であり、繰返し荷重を受けたときの損失エネルギーはせん断仕事の累積量に等しい。各載荷ごとのせん断仕事の累積量  $W_s$  は、軸圧  $\sigma_1$ 、側圧  $\sigma_3$  およびひずみ増分  $d\varepsilon_1$ 、 $d\varepsilon_3$  を用いて表わされる各半サイクルごとのせん断仕事  $W_i$  の  $N$  サイクルまでの累積量で与えられる。すなわち、

$$W_s = \sum_{i=1}^{2N} W_i, \quad W_i = \int (\sigma_1 d\varepsilon_1 + 2\sigma_3 d\varepsilon_3) \dots \dots \dots \quad (2)$$

このせん断仕事  $W_s$  は、繰返し載荷に対する単調増加関数であり、かつ塑性変形の特性を表わす重要なパラメーターである。図-1(a)は、平均主応力一定試験(A試験)における繰返し回数  $N$  と間隙水圧  $u$  の関係を示す一例である。繰返しに伴う間隙水圧の上昇傾向は繰返しせん断応力によって異なるが、図-1(b)に示すように、繰返しせん断応力が零に達するときのせん断仕事  $W_s$  と間隙水圧の間には、繰返しせん断応力にかかわりなく一意的な関係がある。したがって、式(1)の繰返しせん

断応力  $\tau$  と繰返し回数  $N$  は、せん断仕事  $W_s$  を用いた負荷履歴に置き換えることができる。よって、液状化過程において発生する間隙水圧は、繰返せん断応力の値に依存することなく、繰返せん断応力が零に達すると

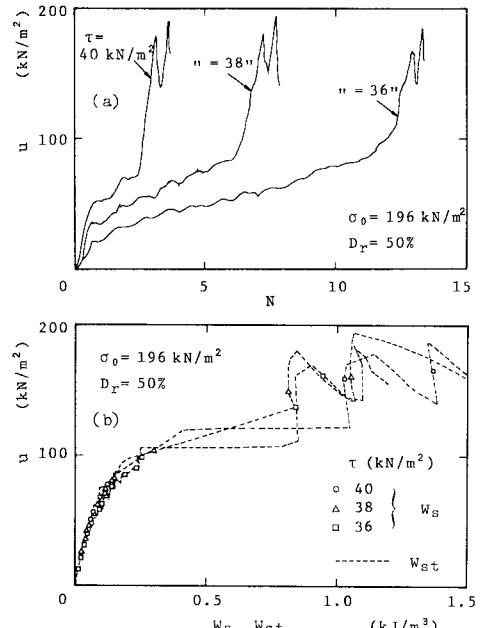


図-1 A 試験 (平均主応力一定・繰返せん断応力振幅一定)  
結果の一例

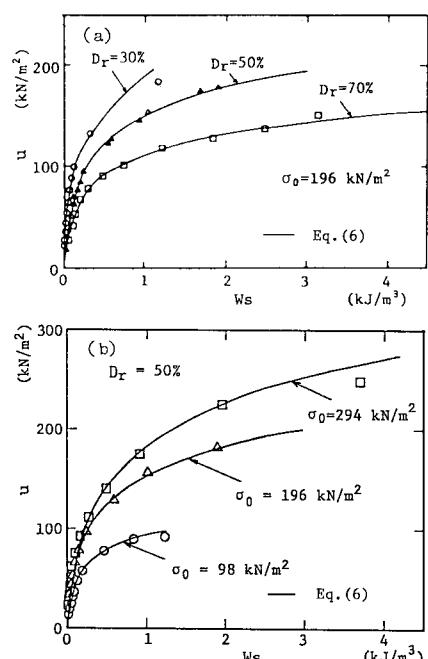


図-2 せん断仕事  $W_s$  (各半サイクル終了時) と間隙水圧の関係

きの累積せん断仕事  $W_s$  を用いた次式の関数  $f_i$  で表わすことができる。

また、図-1に示すせん断仕事  $W_s$  に対する間隙水圧の上昇率は、せん断仕事の増加に伴って減少する。したがって、間隙水圧の増分  $du$  は、ひずみ硬化現象を表わす関数  $f_2$  (正の単調増加関数) を用いて次式で表わされる。

$$du = dW_s / f_2(W_s, \sigma_0, D_r) \dots \dots \dots \quad (4)$$

本論文では、関数  $f_2$  として次式のせん断仕事の線形関数を用いることにする。

ここに,  $\alpha'$ ,  $\beta'$  は材料定数である. 間隙水圧  $u$  は, 式(5)を式(4)に代入し, 積分することによって得られる次式で算定される.

$$u = \sigma_0 / \alpha' \cdot \ln(1 + W_s / \beta' \sigma_0) \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

図-2 (a), (b) は、A 試験におけるせん断仕事  $W_s$  と間隙水圧  $u$  の関係を種々の相対密度・拘束圧のデータを用いてプロットしたものである。同じ間隙水圧発生量を生じるために必要なせん断仕事は、拘束圧が小さくなるほど、また相対密度が大きくなるほど増大する。

さて、式(6)の定数 $\alpha'$ 、 $\beta'$ は、図-2に示す曲線の初期接線勾配 $u_0$ と最終間隙水圧点におけるせん断仕事 $(W_s)_L$ を用いて、次の2つの式から算定できる。

$$u_0 = 1/\alpha' \beta', \quad \beta' \{\exp(\alpha') - 1\} = (W_s)_L / \sigma_0 \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

図-3は、式(7)を用いて、相対密度  $D_r$ (=30%, 50%, 70%)と拘束圧  $\sigma_0$ (=98, 196, 294 kN/m<sup>2</sup>)のすべての組合せのデータから得られた定数  $\alpha'$ ,  $\beta'$ の値を示している。定数  $\alpha'$ は、拘束圧に依存することなく、相対密度に比例し、次式で表わされる。

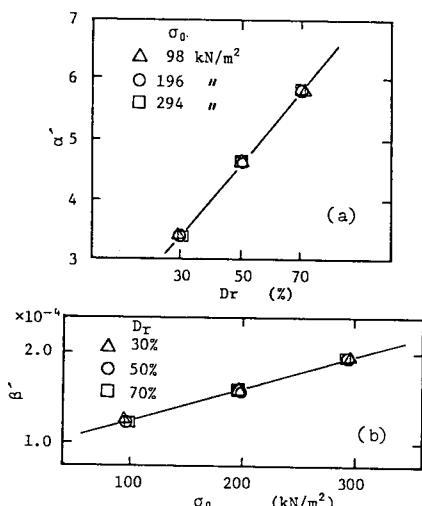


図-3 種々の相対密度・拘束圧における定数  $\alpha'$ ,  $\beta'$

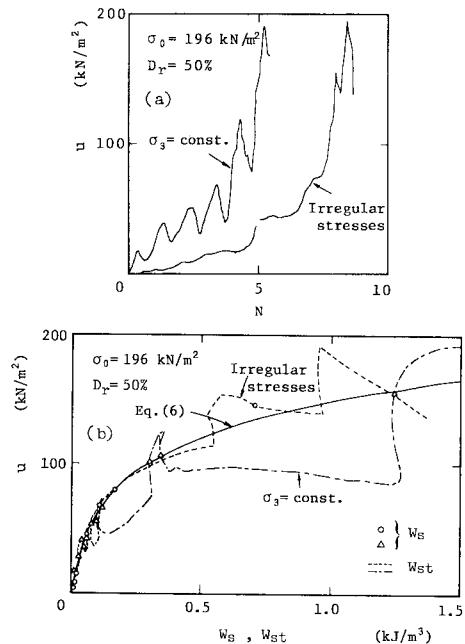


図-4 B 試験（平均主応力一定・不規則せん断応力）と C 試験（側圧一定・繰返せん断応力振幅一定）の結果の一例

本実験結果の場合には、 $a_1=0.06$ 、 $a_2=1.6$ である。定数 $\beta'$ は、相対密度にかかわりなく、拘束圧の一次関数として表わされる。

ここに,  $b_1 = 3.57 \times 10^{-7}$ ,  $b_2 = 9.0 \times 10^{-5}$  である. 図-2 の実線で示す曲線は, 上述の定数  $\alpha'$ ,  $\beta'$  を用いて表わした式(6)の関係式である. この定数  $\alpha'$ ,  $\beta'$  は, それぞれ相対密度・拘束圧の線形関数で与えられることから, これら条件の異なる2つの実験結果を用いて, 種々の相対密度・拘束圧における定数  $\alpha'$ ,  $\beta'$  が決定される.

図-4(a), (b)は、B試験とC試験の繰返し回数に対する間隙水圧上昇量、およびせん断仕事と間隙水圧の関係である。繰返せん断応力が零になるときのせん断仕事  $W_s$  と間隙水圧の関係は、図-2に示す関係と同一

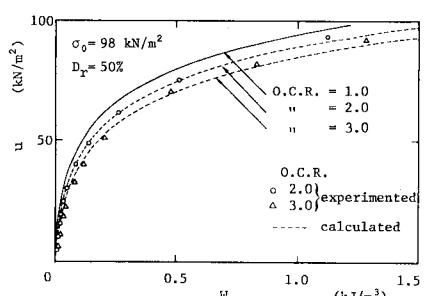


図-5 過圧密履歴の影響

であり、応力経路に依存しないことがわかる。

また、液状化過程における間隙水圧上昇量は、過圧密履歴の影響を受けることが知られている。図-5は、過圧密履歴 ( $O.C.R=2.0, 3.0$ ) を受けたときのせん断仕事  $W_s$  と間隙水圧の関係を示している。正規圧密に比べ、過圧密履歴を受けた場合の間隙水圧発生に要するせん断仕事は、過圧密比が大きくなるほど増加する。そこで、過圧密履歴を受けたときのせん断仕事  $W_s$  と間隙水圧の関係を表示するため、式(9)の定数  $\beta'$  にOCRの影響を組み入れ、次式で表わされるものとする。

$$\beta' = b_1 \cdot (OCR) \cdot \sigma_0 + b_2 \quad \dots \dots \dots (9')$$

図-5の破線は、式(9')の  $\beta'$  を用いた式(6)の計算曲線であり、実験値とほぼ一致しているのがわかる。それゆえ、過圧密履歴を受けた場合にも、 $W_s$  と  $u$  の関係は式(6)によって表わすことができる。

## (2) 等せん断仕事線に基づく間隙水圧の評価

前節の間隙水圧の予測に用いたせん断仕事  $W_s$  は、繰返しせん断応力が零になるときの値、すなわち繰返しせん断時の等方応力状態における値であった。一方、石原らは、中空ねじりせん断装置を使用して種々の応力経路の液状化試験を行い、繰返しせん断応力が作用しているときのせん断仕事に基づく間隙水圧モデルを提案している<sup>[13], [14]</sup>。本文では、種々の拘束圧と相対密度における繰返し三軸試験結果から、繰返しせん断応力作用時のせん断仕事  $W_{st}$  と各半サイクル終了時のせん断仕事  $W_s$  を対比することによって液状化過程全体の間隙水圧変動量を定式化した。

図-6(a), (b) は、前節の A 試験の(圧縮側)データを用いて、繰返しせん断応力作用時のせん断仕事  $W_{st}$  と間隙水圧の関係を各せん断応力の値別に整理した結果である。間隙水圧発生に要するせん断仕事  $W_{st}$  は、間隙水圧が上昇するほど繰返しせん断応力の増加に伴って増大していく傾向にある。また、種々の拘束圧・相対密度に対するせん断仕事  $W_{st}$  は、図-2 に示す等方応力状態の場合と同様、拘束圧が低くなるほど、また相対密度が大きくなるほど増加する。

繰返しせん断応力が作用しているときのせん断仕事  $W_{st}$  は、前節まで述べた繰返しせん断応力が零になるときのせん断仕事  $W_s$  と繰返しせん断応力作用時のせん断仕事の増分量  $\Delta W_{st}$  の和で表わされる。図-7 は、図-6 の  $\sigma_0 = 196 \text{ kN/m}^2$ ,  $D_r = 50\%$  の結果について、間隙水圧一定値に対する繰返しせん断応力  $\tau$  とせん断仕事  $W_{st}$  の関係を示したものである。図中、実線は次式を用いた計算値であり、実測結果とよく一致している。

$$\Delta W_{st} = \Gamma \sigma_0 \{\exp(\lambda \cdot \tau / \sigma_0) - 1\} \quad (\Gamma \text{ は材料定数}) \quad \dots \dots \dots (10)$$

ここに、

$$\lambda = C_1 \{\exp(C_2 \cdot u / \sigma_0) - 1\} \quad (C_1, C_2 \text{ は材料定数}) \quad \dots \dots \dots (11)$$

定数  $\Gamma$  は、図-8 に示すように、相対密度に依存する

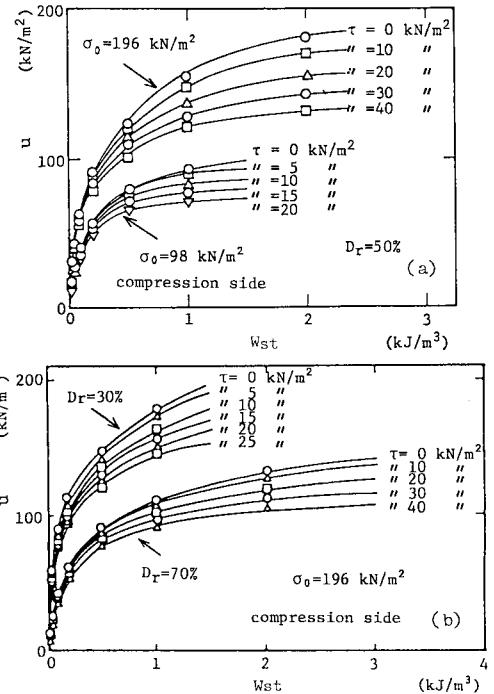


図-6 せん断仕事  $W_{st}$  (繰返しせん断応力作用時) と間隙水圧の関係

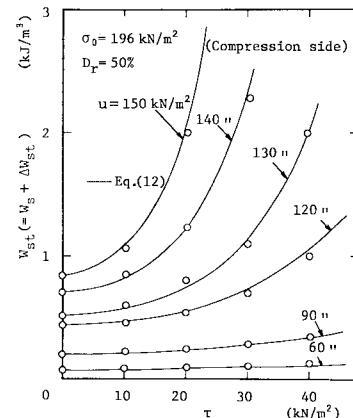


図-7 せん断応力  $\tau$  とせん断仕事  $W_{st}$  の関係

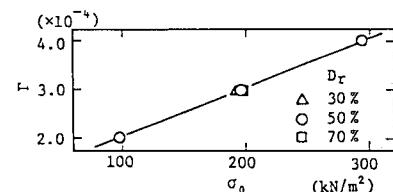


図-8 定数  $\Gamma$  の拘束圧依存性

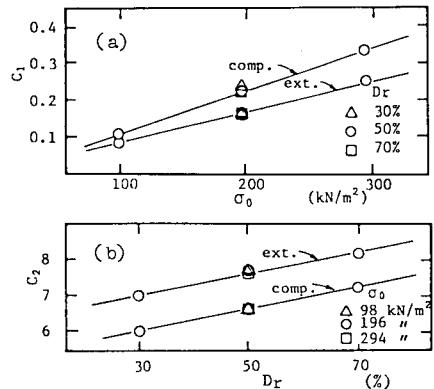
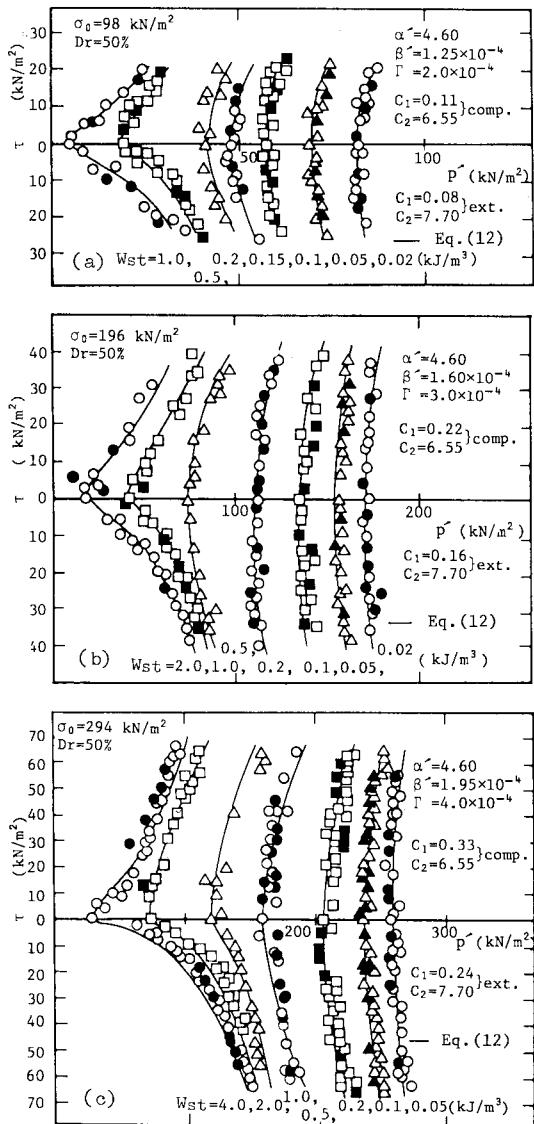
図-9 種々の拘束圧・相対密度における定数  $C_1$ ,  $C_2$ 

図-10 種々の拘束圧における等せん断仕事線

ことなく拘束圧の線形関数として表わされる。また、図-9は、三軸圧縮・伸張側に対する式(11)の定数  $C_1$ ,  $C_2$ の値である。定数  $C_1$ は拘束圧、定数  $C_2$ は相対密度の線形関数として表わされる。繰返せん断応力が作用しているときのせん断仕事  $W_{st}$ は、これらの定数を用い、式(6)のせん断仕事  $W_s$ と式(10)のせん断仕事の増分量  $\Delta W_{st}$ の和として、次式で与えられる。

$$W_{st}/\sigma_0 = \beta' \{ \exp(\alpha' \cdot u/\sigma_0) - 1 \} + \Gamma \{ \exp(\lambda \cdot \tau/\sigma_0) - 1 \} \quad \dots \dots \dots (12)$$

図-10(a), (b), (c)の白印は、多数のA試験結果から得られたせん断仕事  $W_{st}$ の値を( $p$ - $\tau$ )応力面上にまとめてプロットしたものである。この応力面上には、繰返せん断応力振幅の値にかかわりなく、式(12)で与えられる同一のせん断仕事  $W_{st}$ を連ねた等せん断仕事線が存在する。拘束圧が異なる場合の等せん断仕事線は、拘束圧の線形関数で与えられる定数  $\Gamma$ ,  $C_1$ によって規定され、図-10の実線で示される。また、図-11は、相対密度が異なる場合( $D_r = 30\%$ ,  $70\%$ )の  $W_{st} \cdot \tau \cdot p'$ の関係を図-10と同様、種々の繰返せん断応力振幅のデータを用いてプロットしたものである。この場合の等せん断仕事線の相違は、相対密度に依存する定数  $C_2$ の違いによるものである。以上のように、式(12)を用いれば、繰返せん断応力振幅の値にかかわりなく、種々の拘束圧・相対密度における等せん断仕事線を表わすことができる。

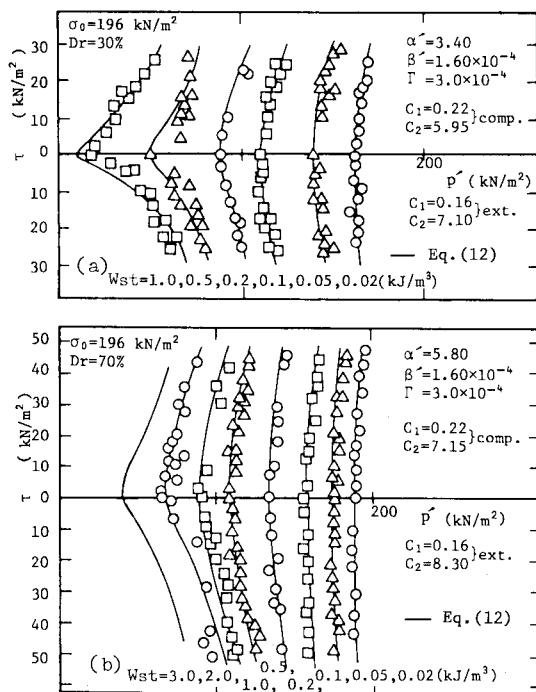


図-11 種々の相対密度における等せん断仕事線

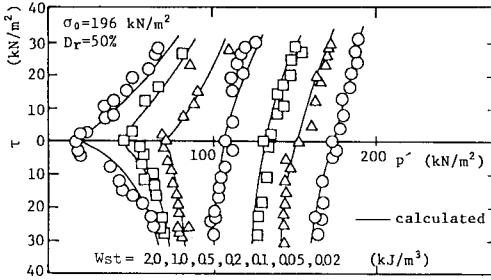


図-12 C 試験（側圧一定）における等せん断仕事線

さらに、せん断仕事  $W_{st}$  と間隙水圧の関係に及ぼす応力経路の影響を調べるために、B 試験と C 試験の結果の一例を示したのが、図-4 (b) の破線である。このようなせん断仕事  $W_{st}$  の変動に対し、不規則せん断応力を受ける場合の種々のデータを用いて応力面上にまとめてプロットしたのが、図-10 の黒印である。このせん断仕事  $W_{st}$ ・せん断応力・間隙水圧の関係は、繰返しせん断応力振幅一定試験の結果（白印）と同一であり、不規則せん断応力による影響を受けない。また、側圧一定（繰返しせん断応力振幅一定）試験から得られたせん断仕事  $W_{st}$  を図-12 の応力面上に示す。この場合、 $p'$  軸上のせん断仕事  $W_{st}$  は、前節で述べたせん断仕事  $W_s$  と同一であり応力経路に依存しないが、繰返しせん断応力が作用しているときのせん断仕事  $W_{st}$  は、平均主応力の増加（圧縮側）と減少（伸張側）によって、平均主応力一定試験の結果と異なり傾いた等せん断仕事線を示す。図中の実線で示された等せん断仕事線は、式(12)の関係式に平均主応力  $\sigma_0$  の変動量を代入して得られた曲線である。実測値とよく一致していることから、式(12)のせん断仕事  $W_{st}$  は平均主応力が変動する場合に対しても適用可能である。

#### 4. 双曲線型モデルを用いた非線形解析

##### (1) 等せん断仕事線法と $W_s$ 法

繰返し荷重を受けるときの材料の非線形性は、骨格曲線と履歴曲線の特性によって評価される。土の動的変形モデルに関しても、これら非線形性の表現方法として数多く提案されているが、この中の1つに、骨格曲線を双曲線で表示する Hardin-Drnevich モデル<sup>15)</sup>とメイジングの規則による履歴曲線を組み合わせた修正 Hardin-Drnevich モデル<sup>16)</sup>がある。このモデルの応力・ひずみ曲線は次式で表わされる。

$$\tau - \tau_a = G_0(\gamma - \gamma_a)/[1 + |(\gamma - \gamma_a)/n\gamma_r|] \dots \dots \dots (13)$$

ここに、 $G_0$  は初期せん断剛性率、 $\gamma_r$  は規準ひずみ ( $\gamma_r = \tau_r/\sigma_0$ 、 $\tau_r$  はせん断強度)、 $(\gamma_a, \tau_a)$  は応力・ひずみ曲線の折返し点、 $n$  は1のとき骨格曲線：2のとき履歴曲線である。

本文では、土の応力・ひずみ曲線として式(13)の双曲線モデルを使用し、このモデルに必要な初期せん断剛性率  $G_0$  としては Richart らの式<sup>17)</sup>を用いた。

$$G_0 = 6930 (2.17 - e)^2 / (1 + e) \sqrt{\sigma_0} \quad (\text{単位: kN/m}^2) \dots \dots \dots (14)$$

ここに、 $e$  は間隙比である。規準ひずみは、モール・クーロンの破壊規準から得られるせん断強度  $\tau_r$  によって与えられるものとする。また、液状化過程における有効応力の値によって、 $G_0, \gamma_r$  を逐次変化させた。

##### a) 等せん断仕事線法

等せん断仕事線に基づく非線形有効応力法（等せん断仕事線法）は、剛性率のひずみ依存性（双曲線型）を考慮するとともに、式(12)で表わされるせん断仕事  $W_{st}$  を用いて各時間刻みごとに間隙水圧を算出していく方法である。

##### b) $W_s$ 法

$W_s$  法は、式(13)の双曲線型の応力・ひずみ曲線をもとに、せん断仕事  $W_s$  から求まる間隙水圧（式(6)）を考慮して各半サイクルごとに履歴曲線を決定する方法である。この間隙水圧の発生に伴う履歴曲線は、以下の方法によって決定される。まず、図-13に、土の応力・ひずみ関係を示す。最初の半サイクルの除荷曲線  $\overline{a_1 a_2}$  は、せん断ひずみ  $\gamma$  軸に達する点  $a_2$ において終了する。このときの間隙水圧はせん断仕事  $W_s$  を用いた式(6)によって求められ、次の半サイクルの初期せん断剛性率  $G'_0$ 、規準ひずみ  $\gamma'_r$  が決定される。また、仮想の折返し点  $a'_1(\gamma'_1, \tau'_1)$  は、 $G'_0, \gamma'_r$  によって定まる骨格曲線上の点でかつメイジングの規則に従う履歴曲線が点  $a_2(\gamma_2, \tau_2)$  を通過する折返し点である。ここに、点  $a'_1$  は次式で与えられる。

$$\gamma'_1 = (\gamma_2 + \sqrt{\gamma_2^2 + 8\gamma_2\gamma'_r})/2, \quad \tau'_1 = G'_0\gamma'_1/(1 + \gamma'_1/\gamma'_r) \dots \dots \dots (15)$$

したがって、除荷曲線  $\overline{a_2 a_3}$  は、式(15)の点  $a'_1$  を用いて次式で表わされる。

$$\tau = G'_0(\gamma - \gamma'_1)/[1 - (\gamma - \gamma'_1)/2\gamma'_r] + \tau'_1 \dots \dots \dots (16)$$

再載荷曲線  $\overline{a_3 a_4}$  も  $G'_0, \gamma'_r$  を用いて表わされ、点  $a_4$  までに累積したせん断仕事によって次の半サイクルの間隙水圧が求められる。また、点  $a_5$  のように、除荷曲線がせん断ひずみ軸と負のせん断ひずみ領域で交わる場合が

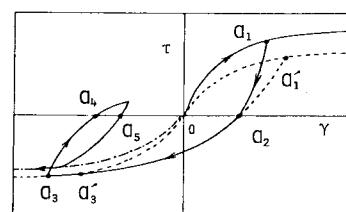


図-13 応力・ひずみ曲線の模式図

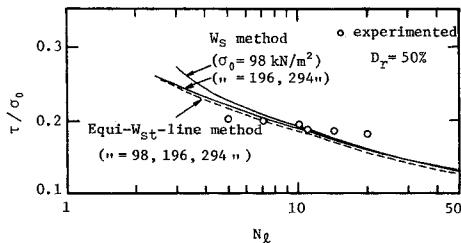


図-14 液状化回数と応力比の関係

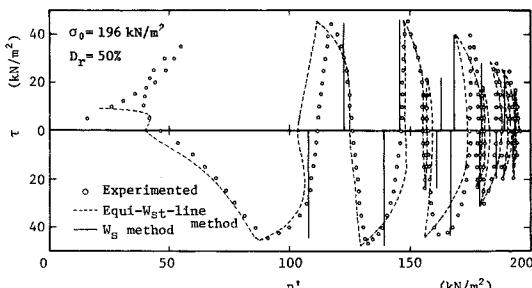


図-15 有効応力経路の計算例

ある。このときの点  $a_s$  以降の除荷曲線は、新たに求められた  $G''_0, \tau''_s$  によって定まる骨格曲線に到達するまで、前の半サイクルの除荷曲線をたどるものとする。以下同様の手順に従って、各載荷ごとに隙隙水圧が求められる。

図-14は、相対密度  $D_r = 50\%$  における液状化回数  $N_t$  と応力比  $\tau / \sigma_0$  の関係の実測値と上述の等せん断仕事線法、 $W_s$  法を用いたときの計算結果と比較したものである。実線で示す計算曲線は、応力比が小さいとき液状化強度を幾分過小評価する傾向にあるが、液状化回数 10 回前後において実測値とよく一致している。また、不規則せん断応力を受けるときの有効応力径路を示したのが、図-15である。 $W_s$  法は、各半サイクルごとに間隙水圧を算出するため、せん断応力作用中には間隙水圧の変動がなく平均有効主応力は一定に保たれる。一方、等せん断仕事線法を用いた有効応力径路は、各時間ステップごとのせん断仕事  $W_{st}$  から求まる間隙水圧の値を用いて逐次描かれるもので、幾分のばらつきはみられるものの実測値とほぼ一致した結果が得られた。なお、本提案による等せん断仕事線法は、破壊包絡線近傍のせん断仕事の増加によって飛び出し現象を表わすことができるものの、密な砂にみられるサイクリックモビリティを表現することはできない。

## 5. 飽和砂地盤の液状化解析

### (1) 解析手法

非線形構造系の動的解析は、一般に各時間ステップごとの積分法が用いられ、積分ステップ間の系の構造特性

は一定であるとして計算が行われる。本論文で取り扱う非線形有効応力解析 ( $W_s$  法) は、簡易的な有効応力解析であり、各半サイクルごとに間隙水圧を算出し、半サイクル内の有効応力の変動ではなく、ひずみ依存性のみが考慮される。一方、等せん断仕事線を用いた非線形解析（等せん断仕事線法）は、従来の方法と同様、各時間ステップごとに有効応力の変動を考慮したものである。

本解析に用いたプログラムは MASH<sup>18)</sup>であり、水平地盤を対象に多質点系置換法（集中質量法）を用いて動的応答解析を行った。ここで、各質点レベル ( $i$  レベル) における運動方程式は次式で与えられる。

ここに,  $M_i$  は  $i$  レベルの質量,  $\tau_i$  は要素  $i$  のせん断応力,  $\tau_{i-1}$  は要素  $i-1$  のせん断応力,  $\ddot{x}_i$  は基盤に対する相対加速度,  $\ddot{x}_b$  は基盤加速度である. 減衰は, せん断ひずみの履歴による履歴減衰と速度に依存する粘性減衰が考えられるが, 本解析においては粘性減衰マトリックスを省略した. 各要素のせん断応力は各時間ステップ内の剛性率を一定として式 (17) を積分し, 収束条件を満足するまで繰返して求められる.

本解析では、液状化解析を目的とし、前節に述べた双曲線型の応力・ひずみ曲線とせん断仕事を用いた間隙水圧モデルを適用し、その都度剛性マトリックスを変化して応答計算を行った。

## (2) 解析結果

解析地盤として、厚さ 30 m の均質な水平飽和砂地盤を想定した。この地盤を 10 層に分割し、前節の解析手法を適用する。地盤の土質定数は、一例として、それぞれ比重  $G_s = 2.65$ 、静止土圧係数  $K_0 = 0.5$ 、内部摩擦角  $\phi' = 35^\circ$ 、相対密度  $D_r = 50\%$  を用いた。また、入力波としては、エルセントロ波 (N-S, 1940) を最大値 0.1 g に縮小した加速度波形を使用し、基盤に入力した。なお、式 (11) の定数  $C_1$ 、 $C_2$  には、図-9 に示す圧縮側と伸張側の値の平均値を採用した。

図-16は、地表面から深さ4.5mにおける間隙水圧比 $u/\sigma_v$ の時系列である。間隙水圧は、 $W_s$ 法および等せん断仕事線法のいずれにおいても同様の上昇傾向を示し、地震動開始後2秒あたりから急上昇する。両解析法

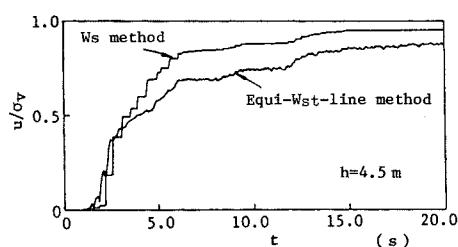


図-16 間隙水圧上昇量の時系列

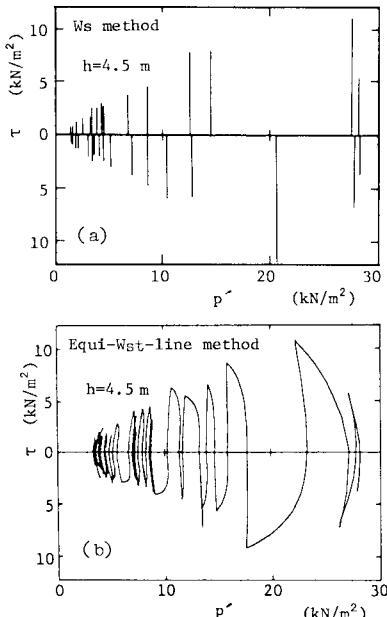


図-17 有効応力経路

の有効応力経路を示したのが図-17 (a), (b) である。繰返せん断応力が零になるときに始めて間隙水圧を算定する  $W_s$  法では、各時間ステップごとに間隙水圧を求める等せん断仕事線法に比べ、せん断応力が大きい載荷初期に幾分間隙水圧上昇の遅れを生じる。しかし、全体的には両者の間にさほど大きな差異は認められない。

図-18 は、最大応答加速度の深さ方向分布である。簡易的な有効応力解析である  $W_s$  法は、繰返せん断応力が零になるときのみ間隙水圧を考慮する方法であり、各時間ステップごとに間隙水圧を算出する等せん断仕事線法に比べると応答の最大値が幾分大きくなる傾向にある。しかし、最終的な間隙水圧比の深さ方向分布を示した図-19 では、両解析法ともほぼ同一の間隙水圧分布を示しており、両者に有意な差は認められない。したがって、 $W_s$  法は、簡易的な有効応力解析法ではあるが、等せん断仕事法による有効応力解析とほぼ同じ精度で液状化判定が可能である。

## 6. 結 論

本論文は、繰返せん断を受けた飽和砂の各半サイクル終了時の間隙水圧発生量は、各載荷ごとに累積していくせん断仕事  $W_s$  の関数として、応力経路に依存することを

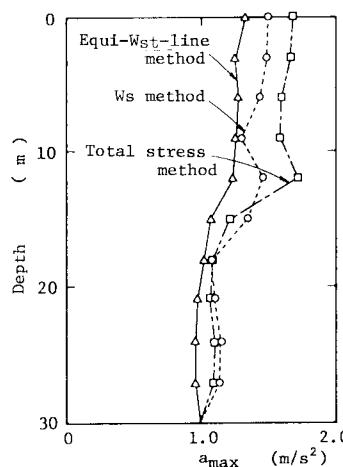


図-18 最大応答加速度分布

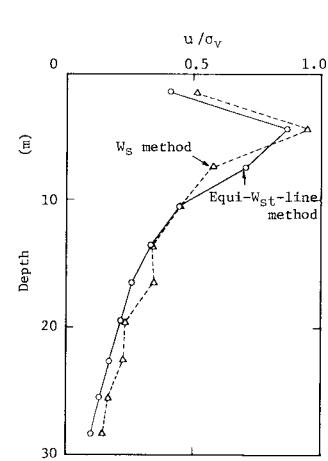


図-19 最終間隙水圧分布

く式(6)によって表わすことができる。この関数形に用いられる2つの材料定数  $\alpha'$ ,  $\beta'$  は、それぞれ相対密度、拘束圧に関する定数である。

(2) 平均主応力一定の液状化試験では、応力経路に依存することなく ( $p-\tau$ ) 応力面上に等せん断仕事線が存在する。このときの間隙水圧変動量は、繰返せん断応力作用時のせん断仕事  $W_{st}$  を用いた式(12)によって算出できる。また、式(12)の関係式は平均主応力が変化する場合にも適用することができる。

(3) 上記の結果を用いて、新しく提案した有効応力解析法は、せん断仕事  $W_s$ ,  $W_{st}$  のみを用いて間隙水圧を算出する  $W_s$  法および等せん断仕事線法である。 $W_s$  法は、各半サイクルごとに間隙水圧を評価する簡易的な有効応力解析法であり、各時間ステップごとに間隙水圧を算出する等せん断仕事線法とほぼ同程度の液状化判定が可能であるが、両解析法とも、密な砂にみられるようなサイクリックモビリティの表現はできない。

**謝 辞:**本研究を進めるにあたり、数々のご教示を頂いた九州産業大学（前・九州大学工学部）山内豊聰教授に感謝致します。また、東海大学 兵動正幸博士には動的解析プログラムの便宜を図っていただき、実験の遂行には九州大学院生 久保 明君の協力を得た。ご指導、ご援助を賜った上記の方々に対してここに深甚の謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 土木学会:昭和39年新潟地震調査報告, 1966.
- 2) Ishihara, K., Tatsuoka, F. and Yasuda, S.: Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses, Soils and Foundations, Vol. 15, No. 1, pp. 29~44, 1975.

- 3) Ishihara, K. and Towhata, I. : Effective stress method in one-dimensional soil response analysis, Proc. 7th World Conf. on Earthquake Eng., Istanbul, pp. 73~80, 1980.
- 4) Martin, G.R., Finn, W.D.L. and Seed, H.B. : Fundamentals of liquefaction under cyclic loading, Proc. ASCE, Vol. 101, No. GT5, pp. 423~438, 1975.
- 5) 八木則男 : 繰り返せん断による砂の体積変化と過剰間隙水圧, 土木学会論文報告集, 第 275 号, pp. 79~90, 1978.
- 6) Nishi, K. and Esashi, Y. : Stress-strain relationships of sand based on elasto-plasticity theory, Proc. Japan Society of Civil Engineers, No. 280, pp. 111~122, 1978.
- 7) Sato, T., Shibata, T. and Kosaka, M. : Dynamic behavior and liquefaction of saturated sandy soil, International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading, Swansea, Vol. 2, pp. 523~532, 1980.
- 8) Valanis, K.C. : A theory of viscoplasticity without a yield surface (I, II), Arch. Mech. Stosowanej, 23, 4 Warzawa, pp. 517~551, 1971.
- 9) Bazant, Z.P. and Krizek, R.J. : Endochronic constitutive law for liquefaction of sand, Proc. ASCE, Vol. 102, No. EM2, pp. 225~238, 1976.
- 10) Zienkiewicz, O.C., Chang, C.T. and Hinton, H. : Non-linear seismic response and liquefaction, Int. Jour. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 2, pp. 381~404, 1978.
- 11) Blazquez, R.M., Krizek, R.J. and Bazant, Z.P. : Site factors controlling liquefaction, Proc. ASCE, Vol. 106, No. GT7, pp. 785~801, 1980.
- 12) Finn, W.D.L. and Bhatia, S. : Endochronic theory of sand liquefaction, Proc. 7 th World Conf. on Earthquake Eng., Istanbul, pp. 149~153, 1980.
- 13) 石原研而・東畠郁生 : ゆるい砂の非排水せん断に見る主応力軸回転の影響, 粒状体力学の構成に関する研究, pp. 159~151, 1982.
- 14) Yamazaki, F., Towhata, I. and Ishihara, K. : Numerical model for liquefaction problem under multi-directional shearing on horizontal plane, Proc. 5th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya pp. 399~406, 1985.
- 15) Hardin, B.O. and Drnevich, V.P. : Shear modulus and damping in soils : Design Equations and Curves, Proc. ASCE, SM7, pp. 667~692, 1972.
- 16) 国生剛治・桜井彰雄 : Modified Hardin-Drnevich モデルについて, 第 33 回土木学会年次学術講演会概要集, pp. 116~117, 1978.
- 17) Richart, F.E., Hall, J.R. and Woods, R.D. : Vibrations of soils and foundations, Prentice-Hall Inc., Englewood Chiffs, New Jersey, 1970.
- 18) Martin, P.P. and Seed, H.B. : "MASH : A computer program for the non-linear analysis of vertically propagating shear waves in horizontally layered deposits, "Report No. EERC 78-23, University of California, Berkeley, Calif., 1978.

(1985.6.10・受付)