

一対比較法の最適耐震設計への応用に関する研究

APPLICATION OF PAIRWISE COMPARISON METHOD TO OPTIMUM ASEISMIC DESIGN

古川 浩平*・古田 均**・仁多 和英***

By Kohei FURUKAWA, Hitoshi FURUTA and Kazuhide NITA

In this paper, an attempt is made to formulate the optimum aseismic design using the concept of fuzzy mathematical programming. While the fuzzy mathematical programming can be applied to optimum aseismic design, it is necessary to consider carefully the aggregation of contradictory components for practical purposes. To find an adequate way of aggregating objective functions, we conducted a survey, during which several sets of questionnaires were distributed among experienced engineers to find their preference in the design of earthquake-resistant structures. Results of these questionnaires are collected and analyzed by using the pairwise comparison method. By using several numerical examples, the present method is illustrated and compared with the previous results using the minimum operator.

1. 緒 言

耐震設計に影響を及ぼす諸要因には、多くの不確実性が含まれている。外力としての地震動や地盤条件などがその典型として挙げることができる。しかしこれ以外にも、たとえば、応答値の計算法、設計に用いる減衰定数や各種の応答の許容値など、不確定な要因を数多く挙げることができる。従来、これらの不確定さは確率統計手法により処理されてきたが、たとえば許容値の決定に含まれる不確定さをみても明らかなように、すべてが確率的な特性をもつわけではない。近年、このようなランダム性以外の要因の重要性に鑑み、それらを取り扱う1つの考え方として、ファジイ集合¹⁾の概念が提案されている。

ファジイ集合の考えを設計に取り入れる利点として、次の2つが挙げられる。第1には、ランダム性以外の不確定要因をも設計に取り入れることが可能である。第2に、実際の設計は安全性と経済性のバランスの上に成り

立つ多目的計画問題となるが、この多目的の考え方を取り入れることができる。このようにいくつかの利点を挙げることができるが、まだファジイ集合を設計に応用した研究は数少ない^{2)~6)}。その理由として、たとえばファジイ数理計画法の耐震設計への応用に注目すると、以下の項目を挙げができる。

第1に、コストや設計地震加速度をはじめ、ファジイ数理計画法を用いた最適耐震設計で取り扱う諸要因の帰属度関数の形やその上下限値をいかにして決めるかという方法が確立されていない。従来、この帰属度関数の決定は設計者自らの恣意的判断により行われてきたが、より合理的な決定方法を考える必要がある。帰属度関数の形や上下限値が最適解へ及ぼす影響は大きく、実際の設計問題へファジイ数理計画法を適用しようとする場合、いかにして設計に携わっている熟練者の経験を取り入れて、合理的に帰属度関数を決めるかが鍵となる。

第2は、ファジイ数理計画法で用いる決定演算（目的関数と制約条件をいかに組み合わせるかに用いられる演算）をどのように規定するかが問題である⁷⁾。従来は、主としてMin演算が用いられてきたが、複雑な思考体系をもつ人間が意思決定をする場合、本当にMin演算的な決定法をとっているのであろうか。特に本研究で取り扱う耐震設計の分野で、実際に長年設計に携わってき

* 正会員 工博 山口大学助教授 工学部建設工学科
(〒755 山口県宇部市常盤台 2557)

** 正会員 工博 京都大学講師 工学部土木工学科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

*** 島根県八戸ダム管理所（前・山口大学工学部学生）
(〒699-42 島根県邑智郡桜井町大字八戸 1661-9)

た専門家の意思決定法を知らずに、こういった問題における最適化を行うことは難しい。

本研究においては、耐震設計の専門家に対して Saaty⁸⁾ が提案した一対比較を用いたアンケート調査を実施し、ファジィ数理計画法を耐震設計に適用する場合に生じる上述の 2 問題を解決することを試みる。耐震設計の専門家として、大学や研究所、建設会社や設計事務所で長年耐震設計に直接かかわってきた熟練者 10 名(平均経験年数 15 年以上)を選んだ。その分野別内訳は土木関係 4 名、建築関係 6 名であり、勤務先別内訳は大学 5 名、企業研究所 1 名、建設会社、設計事務所 4 名であり、分野別、勤務先別、ともに偏らないように配慮してアンケートを行った。

第 1 の問題に対しては、耐震設計に関する諸要因ごとに一対比較を行い、その結果から耐震設計の熟練者の過去の経験をもとに、耐震設計に関係する諸要因の設計値に対する帰属度関数の形を実状に合うように決定する。さらに、上下限値についても、どの程度の値を考えればよいかを、熟練者の経験をもとにした回答から導き出す。第 2 の問題に対しては、設計地震加速度とコストの 2 要因を考慮した一対比較を行った結果と、各要因ごとに得られた帰属度をもとに各種の演算法により求められた結果とを比較して、専門家の意思決定がどのような演算により行われているかを解明する。さらに、従来の Min 演算と本研究で得られた耐震設計における新しい演算法の両者を用いて構造物の最適化を行い、両演算の比較、検討を行う。

2. 一対比較による帰属度関数の決定法

一般に帰属度関数をアンケートで直接的に求めることは困難である。設計地震加速度を例にとれば、おのおのの設計地震加速度に対する帰属度をすべて答える(たとえば、300 gal のとき帰属度 0.8, 250 gal のとき 0.5 など)ということは、いかに経験豊かな技術者でも難しい。なぜならば、従来の耐震設計において、帰属度という概念は全く用いられておらず、この意味を知っている技術者は少ない。さらに、多くの数値を同時にしかも整合性をもって評価することは非常に困難なためである。しかし、ある 2 つの要素について一方の要素が他方の要素よりもどれだけまさっているか、を比の形で評価してもらうことは比較的容易であり、その意味で一対比較アンケートは実用的な方法といえよう。

そこで、本研究においては、ある 1 つの設計要因について、9 つの数値相互間の相対的な評価を回答してもらうアンケートを行う。たとえば設計要因として設計地震加速度を考えた場合、9 つの数値として 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300 gal を与える。このとき、

この 9 つの数値のうち 2 つを取り出して、一方の設計地震加速度で設計された場合、他方よりどれだけ安全かを評価して回答してもらう。9 段階の評価を行なうことは専門家にとっても負担は大きいが、専門家であればどの程度まで細かく評価可能なのかを知る意味も含めて 9 段階評価とした。

いまこの 9 つの数値のうちの 2 つ、 i と j に対して一対比較を行なった結果を e_{ij} とすれば、この e_{ij} を行列要素とした以下の 9 行 9 列の行列 E を得る。

$$E = \begin{vmatrix} 1 & e_{12} & e_{13} & \cdots & e_{19} \\ & \vdots & & & \\ e_{91} & e_{92} & e_{93} & \cdots & 1 \end{vmatrix} \quad \dots \quad (1)$$

ところが E の要素は、ある 2 つの数値にのみ注目して一対比較により得られた結果であるから、その関係に矛盾が生じていることがある。そこで、一貫性をもたすために以下の固有値解析をすることにより、妥当な評価 w を求める。

$$Ew = \lambda w \quad \dots \quad (2)$$

ここに、

$$w = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_9)^t \quad \dots \quad (3)$$

t : 転置

入は E の固有値の実数最大値である。このとき上式を解いて得られる固有ベクトル w をその設計要因に対する重みと考えることができる。また一対比較が正確に行なわれば行われるほど、最大の固有値 λ は 9 に近くなる。この Saaty によって紹介された一対比較理論⁸⁾を用いることによって、今まで不明確であった不確定要因の帰属度関数の形を合理的に決定できる。

さらに、一対比較理論を拡張することによって、2 つの要因のもとで設計された構造物の満足度(よい設計であるという評価)も求めることができる。つまり、あるコストと設計地震加速度のもとで設計された n 個の構造物が評価値 $|w_1, w_2, w_3, \dots, w_n|$ をとるものとし、この n 個の構造物の相対的な重みをそれぞれの構造物について一対比較アンケートで求めれば、前述と同様の方法を用いて一対比較理論より n 個の構造物の満足度を求めることができる。

3. アンケート内容

耐震設計における 4 種類の不確定要因(設計地震加速度、許容変位、許容応力度、減衰定数)とコストについて、各要因ごとにそれぞれ一対比較アンケートを行なった。

このアンケートにおいて、対象を特定せずに漠然と上述の諸要因やコストに関する 2 つの数値を示して、両者を比較してその評価値はいくらかといった一対比較を行うのは、回答者の負担が多すぎると思われる。そのため、例として図-1 に示す鉄骨造 5 層ラーメン構造物を用

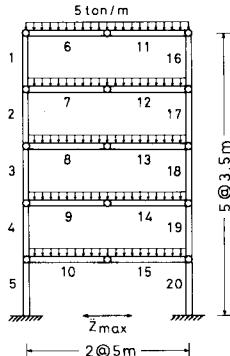


図-1 アンケートで用いた5層ラーメン構造物

い、設計条件として、現行の示方書に従って設計するならば、設計地震加速度としては200 gal前後を、そのときの平均的なコストとしては200くらいになるという情報をあらかじめ与えたうえで、アンケートに回答してもらっている。

(1) 不確定要因の上限値と下限値

実際の耐震設計に携わっている人々から、各不確定要因の上下限値としてどのくらいの数字を考えているかを回答してもらい、その数値から不確定要因の帰属度関数の上限値・下限値としてどの程度の値を用いればよいかを求める。設計地震加速度であれば、上限はほとんどの地震に対して安全な構造物が設計できると考えられる数値を、下限であればほとんどの地震に対して構造物の安全性が確保できないと考えられる数値を答えてもらっている。他の3要因に関しても、同様な質問を行っている。

(2) 各設計要因の帰属度

4種類の不確定要因とコストについて、各要因ごとに9つの数値を与え、各数値ごとの一対比較を行ってもらい、その結果から各要因ごとの帰属度関数を求めた。用いた数値は、設計地震加速度 Z で $\{100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300\}$ gal、許容変位 δ で階高の $\{1/80, 1/100, 1/120, 1/140, 1/160, 1/180, 1/200, 1/220, 1/240\}$ 、許容応力度 σ としては $\{2000, 2100, 2200, 2300, 2400, 2500, 2600, 2700, 2800\}$ kg/cm²、減衰定数 β は $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ %、コスト C は $\{100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300\}$ である。コストに関しては、すでに述べたように、図-1の構造物を示方書に従って設計するとそのコストが200くらいになるという一種の基準化した無次元値を与えているため、単位はここでは考えない。

これらの各要因ごとの一対比較において用いた数値の組合せは、乱数表を用いて法則性をもたないようにした。これは、他の数値の組合せへの回答による影響を排除し、なるべくその組合せだけの判断を求めるためである。そ

1-3 設計地震加速度と安全性について

次頁に示す設計地震加速度でこの構造物が設計された場合、大きい設計地震加速度で設計された構造物の方が小さい設計地震加速度で設計された構造物よりもどの程度安全性が大きいか、その安全性の度合を表-1に示す1~9迄の整数値で評価して下さい。

表-1

評価	定義
1	安全性が等しい。
3	どちらかと言えば安全である。
5	まあまあ安全である。
7	かなり安全である。
9	明らかに安全である。
2,4,6,8	上記の中間値

1	275 gal	&	225 gal	_____
2	275 gal	&	250 gal	_____
3	225 gal	&	150 gal	_____
4	225 gal	&	200 gal	_____
5	250 gal	&	225 gal	_____
		•		
		•		
35	225 gal	&	100 gal	_____
36	275 gal	&	175 gal	_____

図-2 1要因の一対比較アンケート例

(設計地震加速度の場合)

の一部として設計地震加速度のアンケート例の一部を図-2に示す。

(3) 設計地震加速度とコストの2要因を考慮した設計の満足度について

設計地震加速度が $\{100, 150, 200, 250, 300\}$ gal とコストが $\{100, 150, 200, 250, 300\}$ の値を取る構造物、すなわち 25 種の条件下で設計された構造物の満足度を一対比較アンケートより求める。前述した、おのおのの設計要因ごとの帰属度を求めるための一対比較アンケートと大きく異なる点は、アンケートの回答者がシステムチックに答えられるように、構造物の一対比較の組合せを表に示し、一対比較を行った評価を直接表に記入してもらうことである。このアンケートの表の一部を図-3に示す。

おのおのの設計要因に対する一対比較は、9種の要素それぞれの組合せについて実施するので、一要因について $9(9-1)/2=36$ 個の組合せとなる。この程度の組合せ数であれば、ランダムに並べかえても評価は可能である。ところが、25種の構造物の満足度は、 $25(25-1)/2=300$ 個の組合せについて評価してもらわなければならない。これをランダムに配列して一対比較を行うことはアンケート対象者が忙しいこともあり、实际上不可能である。仮にランダムな組合せで行ったとしても、回答者の意欲が最後まで続くかどうか疑問であり、アンケート結果に信頼のほかなくなるおそれがある。そのため少しでも回答者が回答しやすいように規則的な配列とした。

また、代表値として5つの数値をとった理由は、すでに組合せの数を示したように、アンケート項目が多くなりすぎるためである。各要因と同じ9つずつの数値を与

加速度	100 gal					150 gal					200 gal					250 gal					300 gal					
	コスト	100	150	200	250	300	100	150	200	250	300	100	150	200	250	300	100	150	200	250	300	100	150	200	250	300
100 gal	100	1																								
	150	*	1																							
	200	*	*	1																						
	250	*	*	*	1																					
	300	*	*	*	*	1																				
150 gal	100	*	*	*	*	*	1																			
	150	*	*	*	*	*	*	*	1																	
	200	*	*	*	*	*	*	*	*	1																
	250	*	*	*	*	*	*	*	*	*	1															
	300	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	1														

図-3 設計地震加速度とコストの2要因を考慮した一対比較アンケート例（一部分のみ）

えた場合、 $81(81-1)/2=3240$ 個の組合せに対して答えねばならず、これは不可能といえる。そのため回答者の負担を軽減するために、5つの数値を用いた。この例の場合、比較する要因が増えたことで、一対比較アンケートのもつ難点が現われてきたが、人間が即座にすべての要因間に妥当な重みづけを行うことは不可能であることを考えれば、問題はあるものの一対比較アンケートは、1つの有力な手段であるといえる。

4. アンケートの解析結果と考察

(1) 不確定要因の帰属度関数の上限値と下限値

a) 設計地震加速度

10名の回答者が各不確定要因の上下限値として答えた数値を表-1に示す。

回答者平均の上下限値はそれぞれ 305 gal, 77 gal となり、その変動係数は上限値で 0.27, 下限値で 0.70 であった。設計地震加速度は、通常 200 gal 程度のいわゆる特性値のような性格をもつ数値が用いられている。このため、上限値はその値を基準にして回答されたと考えられ、変動が少ない。回答者のなかで 1人だけ上限値として 500 gal とび抜けた値を答えており、これを削除して計算すれば、上限値の平均は 280 gal, 変動係数 0.19 とかなりまとまった値を個々の人が答えていることになる。

下限値は、上限値よりかなりばらつき、変動係数も大きい。しかし、上限値でも非常に大きな値を回答した回答者 4 を除くと、ほぼ 100 gal 以下の回答であり、専門家がどの程度を設計地震加速度の下限値と考えているのかが推測できる。

b) 許容変位

回答者の平均の上限値は階高の 1/64, 下限値は 1/202 となった。変動係数をみてもよくわかるように上限値、下限値を問わず、ばらつきが大きい。許容変位に対してはあまりにも大きな変位を生じたときは別として、大体どの程度の変位で安全性に影響が生じるかという目安が

表-1 おのおのの不確定要因の帰属度関数の上限値と下限値

回答者	設計地震加速度 Z (gal)		許容変位 δ		許容応力度 σ (kg/cm²)		減衰定数 β (%)	
	上限	下限	上限	下限	上限	下限	上限	下限
1	300	50	1/100	1/250	3000	2400	5.0	2.0
2	300	50	1/35	1/400	3600	1800	20.0	1.0
3	350	100	1/120	1/250	2700	2400	10.0	2.0
4	500	200	1/150	1/230	2900	1200	5.0	0.5
5	250	25	1/100	1/250	3600	2000	20.0	0.5
6	300	150	1/100	1/250	3000	2000	5.0	1.0
7	300	50	1/30	1/300	3000	2000	10.0	0.5
8	200	40	1/100	1/300	3000	2400	10.0	2.0
9	200	50	1/50	1/100	3000	1800	20.0	1.0
10	350	50	1/50	1/100	3000	2400	10.0	2.0
平均	305	77	1/64	1/202	3080	2040	11.5	1.3
標準偏差	82	54	1/113	1/388	275	387	5.8	0.8
変動係数	0.27	0.70	0.58	0.52	0.09	0.18	0.52	0.51

たてにくいため、ばらつきが大きくなったものと考えられる。

c) 許容応力度

回答者平均の上限は 3080 kg/cm² (301.8 MPa), 下限は 2040 kg/cm² (199.9 MPa) でおのおのの変動係数は 0.09, 0.18 となった。許容応力度については、引張り試験やその他の実験データをもとに、ある程度の根拠をもって特性値の形で示方書に示されているため、それを基準にして答えたものと考えられ、上下限値とも個人差によるばらつきは非常に少ない。

d) 減衰定数

回答者の平均の上限値は 11.5 %, 下限値は 1.3 % となり、それぞれの変動係数は 0.52, 0.51 と大きい。許容変位と減衰定数は、特性値のような目安になる値がなく、個人の主観の差が反映されたものと考えられる。

(2) 要因ごとの帰属度関数の算出

3. 述べたようなアンケートを、耐震設計に長年携わってきた 10人の研究者、技術者に対して行った結果から帰属度関数を算出する方法には 2種類ある。

第 1 は、個々のアンケート結果より固有値解析を行い、おのおのの要因の帰属度を算出し、それを平均して回答者全体の帰属度としたものである。第 2 は、個人個人の

アンケート結果を平均し、それを固有値解析することにより、おののの要因の帰属度を算出する方法である。第1の方法により計算した帰属度を表-2に示す。

第1と第2の方法により求めた帰属度が同一であるとみなせるかどうかを調べるために、5%の有意水準におけるt検定を行った結果を表-3に示す。表-3よりわかるように、おののの要因においては有意差は生じなかった。よっておののの要因の帰属度は、算出方法には関係のないことがわかる。そのため以後、各要因の帰属度の算出法として、第1の方法を用いる。

表-2で求めたおののの要因の帰属度をプロットしたものを見ると、この図をみると、帰属度の形が放物線ないしは双曲線に類似していることに気がつく。そこで、最小二乗法を用いて放物線と双曲線による近似曲線を求めた。両曲線の近似精度を調べるために残差平方和を求めた結果を表-4に示す。この表より、設計地震加速度は放物線、他は双曲線で近似する方が、よりよい近似であるといえる。しかし残差平方和はいずれもかなり小さい値であり、これらの不確定要因の帰属度は、放物線または双曲線近似のいずれとして取り扱ってもよいことがわかる。従来、不確定要因の帰属度関数の形としてZ関数やS関数が多く用いられてきた²⁾が、一对比較によるアンケートからは、放物線または双曲線近似が妥当と考えられる結果が得られた。

表-2 や図-4の帰属度の値は全般に小さめになつて

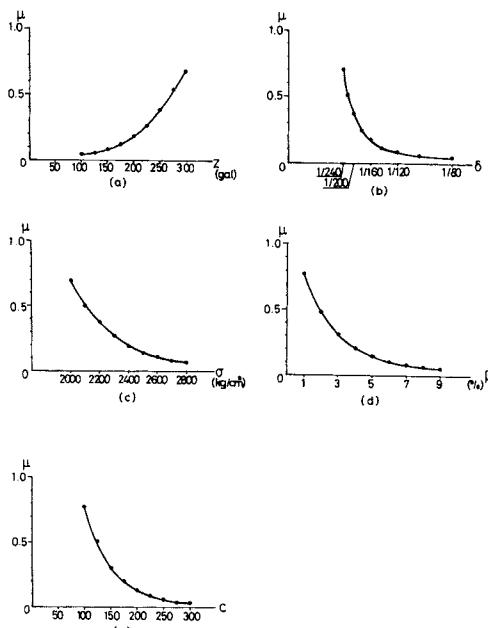


図-4 設計地震加速度、許容変位、許容応力度、減衰定数、コストの帰属度形

表-2 各要因の帰属度

設計地震加速度	許容変位		許容応力度		減衰定数		コスト		
	Z	μ	δ	μ	σ	μ	β	μ	C
100	0.043	1/80	0.042	2000	0.682	1	0.764	100	0.758
125	0.052	1/100	0.054	2100	0.483	2	0.483	125	0.502
150	0.075	1/120	0.081	2200	0.366	3	0.308	150	0.298
175	0.114	1/140	0.113	2300	0.258	4	0.201	175	0.200
200	0.176	1/160	0.179	2400	0.194	5	0.143	200	0.131
225	0.257	1/180	0.244	2500	0.138	6	0.102	225	0.089
250	0.374	1/200	0.366	2600	0.110	7	0.082	250	0.082
275	0.533	1/220	0.505	2700	0.082	8	0.064	275	0.042
300	0.670	1/240	0.694	2800	0.066	9	0.053	300	0.035

表-3 アンケート解析結果のt値検定(有意水準5%)

要因	データから のt値	危険値から のt値	検定結果
設計地震加速度	0.8150	2.3060	有意差なし
許容変位	0.0758	2.3060	有意差なし
許容応力度	0.0509	2.3060	有意差なし
減衰定数	0.6865	2.3060	有意差なし
コスト	0.5443	2.3060	有意差なし

表-4 各要因の帰属度関数の近似精度

不確定要因	残差平方和	
	放物線近似	双曲線近似
設計地震加速度	$5.37 \cdot 10^{-4}$	$1.03 \cdot 10^{-2}$
許容変位	$3.68 \cdot 10^{-2}$	$3.40 \cdot 10^{-3}$
許容応力度	$2.14 \cdot 10^{-3}$	$1.39 \cdot 10^{-3}$
減衰定数	$1.24 \cdot 10^{-2}$	$8.77 \cdot 10^{-3}$
コスト	$1.45 \cdot 10^{-2}$	$1.04 \cdot 10^{-2}$

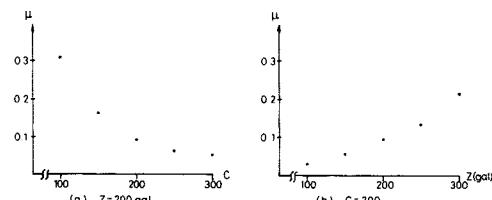


図-5 2要因を考慮した場合の満足度

いるが、この理由は次のように考えられる。一般に帰属度関数は[0, 1]で正規化されているが、表-2および図-4は正規化していない。これはアンケート調査から得られたデータをなるべくそのまま提示し、専門家が耐震設計に対しもっている考え方を明らかにすることを意図したためと、後述の各種演算を行う際、正規化による誤差を排除することを考えたからである。

(3) 2要因を考慮した耐震設計に対する満足度の算出

設計地震加速度とコストの2要因を考慮した耐震設計の満足度(μ_c)を計算した結果を表-5に示す。また表-5の値のうち、加速度を200 galに固定してコストを変化させたときの満足度を図-5(a)に、コストを200に固定し加速度を変化させたときの満足度を図-5(b)に示す。そして、放物線と双曲線に近似したときの残差平方和を表-6に示す。これらからコストと加速度を考慮した満足度に関しても、ほぼ放物線または双曲線で近

表-5 設計地震加速度とコストの両者を考慮した構造物の満足度 μ_G

Z \ C	100	150	200	250	300
100	0.110	0.047	0.029	0.025	0.024
150	0.201	0.095	0.055	0.036	0.030
200	0.310	0.184	0.095	0.064	0.053
250	0.402	0.230	0.136	0.086	0.092
300	0.550	0.337	0.214	0.131	0.083

表-6 μ_c の近似精度

	残差平方和
	放物線近似
$Z = 200 \text{ gal}$ の時の C の満足度	4.20×10^{-4}
$C = 200$ の時の Z の満足度	1.41×10^{-4}
	2.79×10^{-4}
	8.13×10^{-5}

表-7 決定演算の比較

演	算	法	殘差平方和	相關係數
G	E	O	0.1314	0.9940
A	L	G	0.5041	0.8190
M	I	N	0.0789	0.9258
M	A	X	2.4958	0.7937
MIN($\mu_2^{1.0}, \mu_3^{1.0}$)			0.0753	0.9317
QBD($\mu_1^{1.2}, \mu_2^{1.3}$)			0.0185	0.8925

似できることがわかる。

5. 決定演算の比較と考察

従来、次式に示す Min 決定演算を用いて決定集合 μ_d (設計地震加速度とコストの両者を考慮に入れた設計に対する帰属性度) を算出してきた。

今回行ったコストと設計地震加速度の各要因ごとのアンケート結果（表-2）とそれら両者を考慮した設計への満足度の回答（表-5）から、Min演算を含む各種の決定演算の比較を行い、耐震設計の熟練者は設計においてどのような決定を行っているかの解明を試みる。一般的な決定演算を次式で表わす。

ここに、 $f(\quad)$ は何らかの決定演算である。

まず、決定演算 f として幾何平均 (GEO), 算術平均 (ALG), そして現在ファジィ決定演算としてよく用いられている Min 演算(MIN) および Max 演算(MAX) の 4 種を考える。表-2 の設計地震加速度およびコストの帰属度 (9 種のうち 1つおきの 5 つの値) と表-5 の設計に対する満足度を用いて 4 種の決定演算の計算を行った結果を図-6 (a)~(d) に示す。図中縦軸は 4 種の演算により求めた値 μ_D であり、横軸は 2 要因を考慮したアンケートによる満足度 μ_C である。おのおのの図に引かれた原点を通る 45 度の傾きをもつ直線は、その演算の良否を示す。つまり個々の帰属度を用いて決定演算より求めた満足度と 2 要因を考慮した設計に対する満足度をある決定演算で完全に表現することができれば、すべてのデータはこの直線上にのるはずである。決定演算値とアンケート値がどの程度合っているかを見るために、両者の残差平方和および相関係数を計算した結果を表-7 に示す。残差平方和は 45 度の直線との整合性の程度を、相関係数は傾きにはかかわらず、演算結果がどの程度直線にのっているかを示している。表-7 より相関係数では幾何平均が、残差平方和では Min 演算がよい結果を示していることがわかる。

幾何平均によると、図-6 (a) よりわかるように、おのおののプロット点がかなり直線に近い形で得られる。このことは表-7の相関係数が 0.994 と大きいことからもわかる。そして、プロット点が常に 45 度の直線

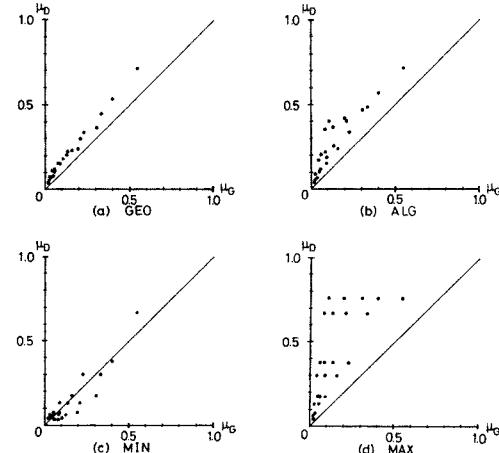
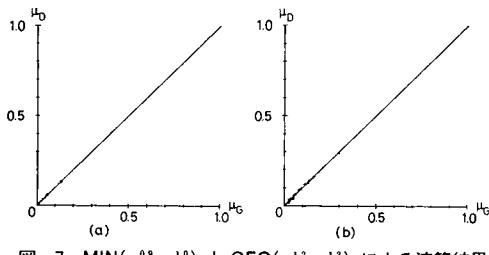


図-6 幾何平均、算定平均、MIN 演算、MAX 演算による決定演算結果

の上側に存在するため、実際の場合における構造物の満足度よりも、常に大きな決定値が得られる演算といえよう。これに対して図-6(c)に示す Min 演算は、プロット点は 45 度の直線のまわりに集まっているが、その多くは幾何平均と異なり主に 45 度の直線の下側に位置しており、実際の場合における構造物の満足度よりも低い評価を与えるものであることがわかる。また、相関係数は幾何平均より小さく、線形性は幾何平均より悪いことがわかる。その他の算術平均と Max 演算は、いずれも残差平方和が大きく、相関係数も小でかつ 45 度の直線の上側にあり、現実の満足度をかなり過大評価しているものであることがわかる。

これらより、耐震設計の専門家の意思決定法は、幾何平均または Min 演算に近いと考えられる。残差平方和の面からいえば Min 演算、演算値と実際の決定値との相関の面からいえば、幾何平均が人間の思考過程により近い演算法といえよう。この点からいえば、従来の演算法としてよく用いられてきた Min 演算も、耐震設計における妥当な演算法の 1 つであるといえる。

耐震設計における専門家の意思決定法を表現するため
に Yager の提案した一般的な演算法⁹⁾を用いて、Min 演
算と幾何平均に基づく $\text{MIN}(\mu_a^g, \mu_c^g)$ と $\text{GEO}(\mu_a^g, \mu_c^g)$
の 2 種の演算を考える。ここで、 α, β は各要因の重み
を表わすパラメーターである。

図-7 $\text{MIN}(\mu_z^{0.9}, \mu_c^{1.0})$ と $\text{GEO}(\mu_z^{1.2}, \mu_c^{1.3})$ による演算結果

α, β を 0.1 から 3.0 まで 0.1 きざみで変化させ、そのなかで残差平方和が最も小さく、かつ相関係数が大きくなる α, β を求めた結果を図-7 (a), (b) と表-7 に示す。図-7 より、(b) の $\text{GEO}(\mu_z^{1.2}, \mu_c^{1.3})$ は 45 度の直線上にはばのっており、(b) の方が (a) の $\text{MIN}(\mu_z^{0.9}, \mu_c^{1.0})$ よりよい結果を与えていていることがわかる。これは表-7 の残差平方和、相関係数の値からも裏付けられる。すなわち、幾何平均の各項に 1.2, 1.3 の重みをつけた演算が、対象とした鉄骨造 5 層ラーメンの設計にあたって専門家が用いている演算をよく表現しているものと考えられる。

6. アンケート結果に基づく帰属度関数および決定演算を用いた最適化

従来行われてきた Min 決定演算による最適化は次式で表現される。

$$\mu_0(A^*) = \sup[\text{MIN}(\mu_z(A), \mu_c(A))] \dots \quad (6)$$

ここに、* は最適解を示す。これに対し、本研究で得られた新しい決定演算による最適化は次のように表わすことができる。

$$\mu_0(A^*) = \sup \sqrt{\mu_z(A)^{1.2} \cdot \mu_c(A)^{1.3}} \dots \quad (7)$$

本研究で得られた帰属度関数および決定演算法を用いて、図-1 に示す 5 層ラーメン構造物を対象に最適化を行う。アンケートでは設計地震加速度とコストの 2 要因に対する満足度しか得られていないため、他の諸要因はファジィ量とはせずに計算を行い、決定演算の比較検討を行った。表-1 の上下限値のアンケート結果などを参考にして許容変位、許容応力度、減衰定数を次のように与えた。許容変位に関しては、階高の 1/140 の 2.5 cm、許容応力度に関しては、示方書の規定にある 2400 kg/cm² (235.2 MPa) とした。減衰定数に関しては、本研究で用いた応答スペクトル曲線¹⁰⁾は減衰定数をパラメーターとしないため、考える必要がない。

設計地震加速度の下限値については、表-1 のアンケート結果より 80 gal とした。上限値については、表-1 の結果からは 300 gal 程度の値を用いる必要があるが、図-4 (a) の帰属度関数となるべく一致するように 350 gal とした。これはすでに述べたように、アンケ

トで得られた帰属度関数の形状をそのまま用いることによって、専門家の考え方を取り入れようとしたためであり、上下限値より形状を重視した結果である。

コストを図-1 のラーメン構造物の重量で表現するために、以下の関係式を用いた。この関係式はコストの帰属度関数を図-4 (e) と等しくするためのもので、実際のコストと重量との関係を表わしているわけではない。

$$\mu_c = (W_0/W)^{3/2} \dots \quad (8)$$

ここに、 W_0 はいま考えている設計範囲で最も軽い構造物重量を表わす。これらの μ_z, μ_c を図-8 に示す。図-4 (a), (e) と比べればわかるようにアンケート結果とほぼ等しい帰属度関数形となっている。なお図-8 の μ_c は、前述した許容変位、許容応力度の制約のもとで、設計地震加速度を 80 gal から順次変化させ、そのたびに最適化を行った結果から得られたものであり、簡単に求めることはできないことに注意すべきである。また図-8 中の $\text{GEO}(\mu_z^{1.2}, \mu_c^{1.3})$ 曲線は平坦な形をしているが、これは帰属度関数と同じスケールで描いたためである。

表-8 に最適化を行った結果を示す。例 1 は設計地震加速度の帰属度関数形として従来多く用いられてきた S 関数を用い、決定演算として Min 演算を用いた場合である。このとき、設計地震加速度の最適値として、167.9 gal が得られ、このときの満足度 $\mu_z^*(=\mu_c^*)$ および構造物重量 W^* は 0.212, 16.71 t である。例 2 は帰属度関数形は例 1 と同じで、本研究で提案した決定演算を用いた場合である。このとき $\text{GEO}(\mu_z^{1.2}, \mu_c^{1.3})$ は μ_z と μ_c がそれぞれ 0.361 と 0.140 のとき最大となり、設計地震加速度の最適値は $Z^*=194.6$ gal と例 1 よりも大きな値となっている。このことは $\text{GEO}(\mu_z^{1.2}, \mu_c^{1.3})$ 演算が現在行われている設計 ($Z^*=200$ gal が 1 つの目安とされている) により近い結果を与えることを示している。

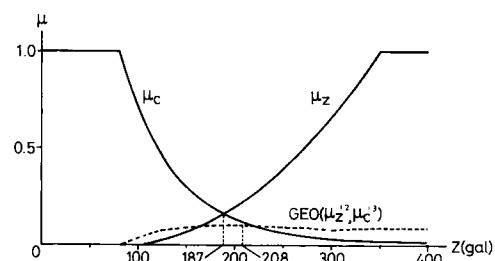


図-8 用いた帰属度関数と最適設計結果

表-8 最適設計結果

例	Z	決定演算	最適解			
			μ_z^*	μ_c^*	$\text{GEO}(\mu_z^{1.2} \cdot \mu_c^{1.3})$	Z^* (gal)
1	S 関数	MIN	0.212	0.212	0.144	167.9
2	S 関数	Proposed	0.361	0.140	0.151	194.6
3	放物線	MIN	0.158	0.155	0.098	186.8
4	放物線	Proposed	0.228	0.115	0.100	208.1
						16.71
						19.01
						18.41
						20.24

例3,4は設計地震加速度の帰属度関数として、本研究で得られた放物線形のものを用いた場合の結果である。例3は決定演算としてMin演算を用いた場合であり、例4は本研究で提案した決定演算による解である。Zの帰属度関数形が変わったため、最適なZはいずれも例1,2より大きくなり、経験を積んだ設計者が耐震設計に対して抱いている考え方が明確に現われている。例4の帰属度関数をすでに図-8に示したが、図-8には例3,4の最適解と決定演算をも示してある。Min演算の最適解は μ_z , μ_c の交点であり、187 gal付近にあることがわかる。それに対してGEO($\mu_z^{1,2}$, $\mu_c^{1,3}$)はより右側、すなわち、 μ_z は大きいが μ_c は小さい領域で最大となっている。この結果からは耐震設計の熟練者はMin演算より設計地震加速度を大きくした設計を志向しているといえよう。

7. 結 論

本研究ではファジィ数理計画法を耐震設計に応用するうえで未解決な問題の解明を一対比較法を用いて試みたが、その結果は次のようにまとめられる。

(1) 従来恣意的に決められてきた最適耐震設計の基盤となる帰属度関数および決定演算が、一対比較法を用いることにより明確な形で規定でき、定量的な形での議論をすることができる。

(2) 設計地震加速度、許容応力度、減衰定数、許容変位、コストの帰属度関数は、ほぼ放物線または双曲線で近似できる。

(3) 設計地震加速度とコストの2要因を考慮した鉄骨造5層ラーメン構造物の耐震設計における熟練者の決定演算は、GEO($\mu_z^{1,2}$, $\mu_c^{1,3}$)で表現するのが妥当である。しかし、この近似演算としてMin演算を用いてもその差は小さい。

(4) 従来よく用いられてきた帰属度関数形やMin演算を用いた最適化と、本研究で得られた帰属度関数形と決定演算法を用いた最適化の比較結果から、本研究で提案した帰属度関数形と決定演算によれば専門家の経験をうまく取り入れた意思決定を行うことができることが明らかになった。

以上のように、一対比較法を用いることにより、従来不明確であった問題を明らかにすることが期待できるが、以下の問題が残されている。

(1) 本研究では帰属度関数の決定において、専門家の考えをなるべく忠実に反映させるために正規化を行わなかった。しかし帰属度関数の定義から考えて正規化した方が望ましいと考えられる。その際上下限値と形状の整合性をうまくとれるようなアンケート形式を考える必要がある。

(2) 本研究では各要因において比較する対象として9つの数値を用い、9段階評価としたが、回答者の負担と帰属度関数に必要とされる精度を考えれば5段階評価程度でも十分であると思われる。ただし、アンケート調査の内容および形式についてはさらに検討する必要があろう。

(3) 本研究では目的関数と制約条件（すなわち、コストと設計地震加速度）との組合せ方について着目したが、さらに制約条件間の組合せ方等についても今後研究する必要があろう。

本研究を行うにあたり、アンケートに回答していただいた方々に深い感謝の意を表します。

本論文をまとめるにあたり、京都大学 山田善一教授、京都大学 白石成人教授ならびに山口大学 會田忠義教授より貴重なご助言をいただき、また、山口大学 中尾絵理子技官には図面作成等で大きな手助けを得た。本研究の一部は文部省科学研究費補助金の補助を受けて行ったものあり、計算にあたっては山口大学情報処理センターのACOS 850および京都大学大型計算機センターのFACOM M 382を用いて行ったことを付記し謝意を表する。

参 考 文 献

- Zadeh, L. A. : Fuzzy Sets, Information and Control, Vol. 8, No. 3, pp. 338~353, 1965.
- 古川浩平・古田 均・山田善一・白石成人：満足度最大化を目的とする骨組構造の最適耐震設計、日本建築学会論文報告集、第342号、pp. 30~38、昭和59年8月。
- Furukawa, K. and Furuta, H. : A New Formulation of Optimum Aseismic Design Using Fuzzy Mathematical Programming, Proc. of 8 WCEE, Vol. V, pp. 443~450, 1984.
- Wang, G.-Y. and Wang, W.-Q. : Fuzzy Optimum Design of Structure, Computational Structural Mechanics and Applications, Vol. 1, No. 2, pp. 1~9, 1984.
- Wang, G.-Y. : The Fuzzy Comprehensive Evaluation of Earthquake Intensity and Its Application to Structural Aseismic Design, Proc. of 8 WCEE, Vol. II, pp. 827~834, 1984.
- 星谷 勝・大野春雄・山本欣弥：あいまい理論によるライフライン機能の震災影響波及の構造化、土木学会論文集、第344号／I-1, pp. 323~331, 1984年4月。
- Zimmermann, H. J. and Zysno, P. : Latent Conectives in Human Decision Making, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 4, pp. 37~51, 1980.
- Saaty, T. L. : Measuring the Fuzziness of Sets, Journal of Cybernetics, Vol. 4, No. 4, pp. 53~61, 1974.
- Yager, R. R. : On a General Class of Fuzzy Conectives, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 4, pp. 235~242, 1980.
- 梅村 魁：鉄筋コンクリート建物の動的耐震設計法、技報堂, p. 280, 昭和48年。

(1985.9.2・受付)