

# 斜面の安定問題における地震時すべり変位について

## ON ASSESSMENT OF SEISMIC DISPLACEMENT OF A SLOPE

澤田知之\*・能町純雄\*\*・Wai F. CHEN\*\*\*

By Tomoyuki SAWADA, Sumio G. NOMACHI and Wai F. CHEN

During an earthquake, the induced inertia forces alternate in direction and magnitude numerous times. Thus, the factor of safety may drop below unity several times which induce some movement of the failure section. So, the overall effect of an earthquake acting on a slope is thus the cumulative displacement of the failure section. If the calculated displacements are sufficiently large, the slope is considered to have failed. The minimum factor of safety only exists transiently, thus, the stability of slopes should depend on the cumulative displacement developed during an earthquake. Herein, on calculating the factor of safety of a slope for a given earthquake shock, the effects of earthquakes on the displacements of a slope should be assessed. Incidentally, this is done based on the concept of Newmark.

### 1. ま え が き

斜面は、地震時に水平方向の大きな慣性力を伴い、その安定性は低減されることになる。従来地震時における斜面の安定性の評価<sup>1)</sup>は、水平方向慣性力を考慮し、安全係数を求めて行われ、またこれが1.0より大きい範囲で安全として設計されている。従来から提案されているこの解析法は円弧すべり面法をもとにしたものであり、土塊に働く地震力を加味して計算される。この方法ではこの地震力を静的な荷重と考えることにより安全係数を求めることになるが、これが1.0を下回った瞬間に崩壊すべりが突然生じ、その力は大きさと方向が一定のまま作用し続けるため生ずる変位は無量大となり変位の値を特定できない。

実際の地震の加速度は、方向も大きさも瞬時に激しく変化するものであり、地震の作用時間内に斜面は何度か前述の安全係数の1.0を下回る。また1回の地震動パルスで斜面は完全な崩壊を起こすのではなく、その1回ず

つに生ずるいくらかのすべり変位の累積がある大きさに達して崩壊するということがニューマークにより論ぜられている<sup>2)</sup>。ニューマークは地震時の斜面安定では、従来の最小安全率で評するよりも斜面の累積移動変位で評価するべきであるとしたのである。

本論文では、この点に着目し地震時斜面の限界水平地震加速度を重力加速度で除したものを限界地震加速度係数： $K_c$ と定義し<sup>3)</sup>、これを土塊の粘着力に注目して極限塑性解析法の上界法<sup>4)</sup>より求め、地震がこの $K_c$ を越えるときに生ずる累積変位を求めて変位特性を検討しようとするものである。

### 2. 解析理論

解析は次の順序に従って行う。

- 1) すべり崩壊面は対数らせん形<sup>4),5)</sup>とし、すべり面における接線とすべり速度 $V$ の方向との成す角を $\phi$ とする。
- 2) 非線形最適化問題として限界地震加速度係数： $K_c$ を求める。
- 3) この $K_c$ を越える地震力が斜面に加わる時、ニューマーク法により移動変位を求める。

(1) すべり角加速度： $\ddot{\theta}$ の誘導

Fig. 1 に示す完全剛塑性体とみなす斜面のすべり土塊

\* 正会員 工修 苫小牧工業高等専門学校助教授 土木工学科(〒059-12 苫小牧市字錦岡 443)

\*\* 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科(〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

\*\*\* Ph.D. Purdue University School of Civil Engrg. Head and Professor Indiana 47907 U. S. A.

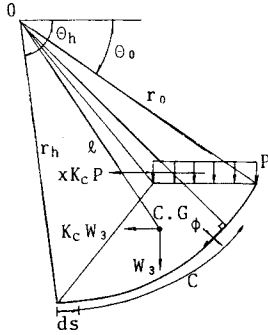


Fig. 1 Equilibrium of Force on Resting Block.

について次の2段階のつり合い式が成立する。

a) 地震加速度  $K \cdot g = K_c \cdot g$ ,  $\dot{\theta} = 0$  のとき

回転中心: Oのまわりの仕事率のつり合いは, 回転速度  $\Omega$  を両辺から消去することにより次のように表わされる。

$$\gamma \cdot r_0^3 (f_1 - f_2 - f_3) + K_c \cdot \gamma r_0^3 (f_4 - f_5 - f_6) + P \cdot r_0^2 f_p + x K_c P r_0^2 f_q = c r_0^2 \cdot f_c \dots (1)$$

ここで,  $\gamma$ : 土の単位体積重量,  $K_c$ : 限界地震加速度係数,  $C = c \int ds$ ,  $c$ : 土の粘着力,  $x$ : 載荷重と地盤との質量比,  $g$ : 重力加速度

また  $f_1 \sim f_3$  はすべり土塊の重量によるO点まわりの仕事率を与える項で

$$f_1 = \frac{1}{3(1+9 \tan^2 \phi)} \{ 3 \tan \phi \cdot \cos \theta_h + \sin \theta_h \} \cdot \exp[3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] - 3 \tan \phi \cos \theta_0 - \sin \theta_0$$

$$f_2 = \frac{1}{6} \frac{L}{r_0} \left( 2 \cos \theta_0 - \frac{L}{r_0} \right) \sin \theta_0$$

$$f_3 = \frac{1}{6} \left[ \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin \theta_h \right] \cdot \exp[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \cdot \left\{ \cos \theta_0 - \frac{L}{r_0} + \cos \theta_h \cdot \exp[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \right\}$$

$f_4 \sim f_6$  はすべり土塊の慣性力によるO点まわりの仕事率を与える項で

$$f_4 = \frac{1}{3(1+9 \tan^2 \phi)} \{ 3 \tan \phi \cdot \sin \theta_h - \cos \theta_h \} \cdot \exp[3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] - 3 \tan \phi \sin \theta_0 + \cos \theta_0$$

$$f_5 = \frac{1}{6} \frac{L}{r_0} 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$$

$$f_6 = \frac{1}{6} \left[ \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin \theta_h \right] \cdot \exp[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \cdot \{ \sin \theta_0 + \sin \theta_h \cdot \exp[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \}$$

$f_p$  は載荷重:  $P$  によりO点まわりの仕事率を与える項で

$$f_p = \frac{L}{r_0} \left( \cos \theta_0 - \frac{L}{2 r_0} \right)$$

$f_q$  は同じく  $P$  による慣性力のO点まわりの仕事率を与える項で,

$$f_q = \frac{L}{r_0} \sin \theta_0$$

$f_c$  はすべり面に沿って生じる粘着力による抵抗力とすべり速度との積を積分して求められるところの内部逸散エネルギーの総和を与える無次元量で

$$f_c = \frac{1}{2 \tan \phi} \{ \exp[2(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] - 1 \}$$

である。

b) 地震加速度  $K \cdot g = K_i(t) \cdot g > K_c \cdot g$  のとき

Fig. 2 より上記同様に,

$$\gamma \cdot r_0^3 (f_1 - f_2 - f_3) + K_i \cdot \gamma \cdot r_0^3 (f_4 - f_5 - f_6) + P \cdot r_0^2 f_p + x K_i P r_0^2 f_q = c r_0^2 \cdot f_c + M \dots (2)$$

(1), (2) の各式および次に示すモーメントの式

$$M = \frac{W_3}{g} \cdot \dot{\theta} \cdot l^2 \dots (3)$$

の関係式から, 次のように慣性力の項のみで,  $\dot{\theta}$  を求め得る。

$$\dot{\theta} = \frac{(K_i(t) - K_c) \cdot g \cdot \{ \gamma r_0^3 (f_4 - f_5 - f_6) + x P r_0^2 \cdot f_q \}}{W_3 \cdot l^2} \dots (4)$$

ここで,  $W_3$  は Fig. 3 から求められるすべり土塊の重量であり, 次のように表わされる。

$$W_3 = \gamma \cdot \{ \text{面積 OAC} - \text{OBC} - (\text{ODEF} - \text{OBF} - \text{ABE} - \text{ODA}) \} \\ = \frac{\gamma r_0^2}{2} \left\{ \frac{\exp[2(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] - 1}{2 \tan \phi} \right.$$

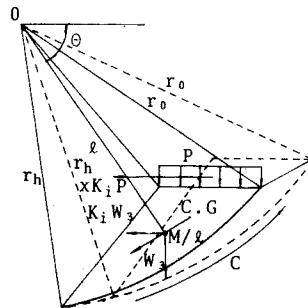


Fig. 2 Forces on Sliding Block.

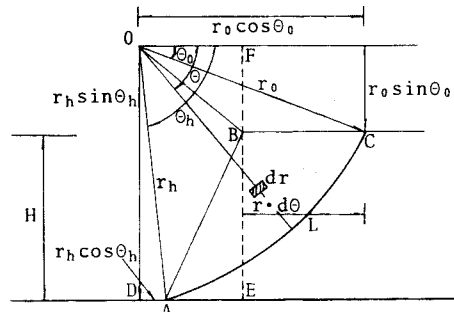


Fig. 3 Rotational Local Slope Failure Mechanism.

$$-\frac{L}{r_0} \sin \theta_0 - \left\{ \sin(\theta_n - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin \theta_n \right\} \cdot \exp[(\theta_n - \theta_0) \tan \phi]$$

また、 $M$  は重心の、回転中心： $O$ のまわりのモーメントであり、腕の長さを  $l$  とすると、

$$l = \sqrt{[\gamma r_0^3(f_1 - f_2 - f_3)]^2 + [\gamma r_0^3(f_4 - f_5 - f_6)]^2} / W_3$$

となる。

(2) すべり角度： $\theta$ の誘導

式(4)により求められる時刻  $t_{i-1}$ 、 $t_i$ における  $\ddot{\theta}$  を  $\ddot{\theta}_{i-1}$ 、 $\ddot{\theta}_i$  とする。いま、すべり挙動が始まるとすべり土塊には正のすべり加速度が見出される。もし、このすべり角加速度： $\ddot{\theta}_i$ が最初正であれば、1きざみ前の時刻  $t_{i-1}$ における  $\ddot{\theta}_{i-1}$ は零か負でなければならない。よって、すべり角加速度が零ですべり角速度が零から線形増加し始める時刻を計算する必要がある。すなわち、 $\ddot{\theta}_{i-1} \leq 0$ 、 $\ddot{\theta}_i \geq 0$ となる  $t_{i-1}$ と  $t_i$ の間で、土塊はすべり始め、このときの時刻： $t_{s1}$ は次の式(5)で示し得る。

$$t_{s1} = \frac{-\ddot{\theta}_{i-1}(t_i - t_{i-1})}{(\ddot{\theta}_i - \ddot{\theta}_{i-1})} + t_{i-1} \dots \dots \dots (5)$$

よって  $t_i$ 時におけるすべり角速度： $\dot{\theta}_i$ は、次のように示し得る。

$$\dot{\theta}_i = \frac{\ddot{\theta}_i}{2}(t_i - t_{s1}) \dots \dots \dots (6)$$

よって、すべり始めてからの任意の時刻  $t_r$ におけるすべり角速度： $\dot{\theta}_r$ は  $\dot{\theta}_r$ を式(4)より求め、次のように示される。

$$\dot{\theta}_r = \dot{\theta}_{r-1} + \frac{(\ddot{\theta}_{r-1} + \ddot{\theta}_r)(t_r - t_{r-1})}{2} \dots \dots \dots (7)$$

ここで、斜面が上方にすべろうとするときの抵抗は下方へすべるときの抵抗に比してきわめて大きくなると考

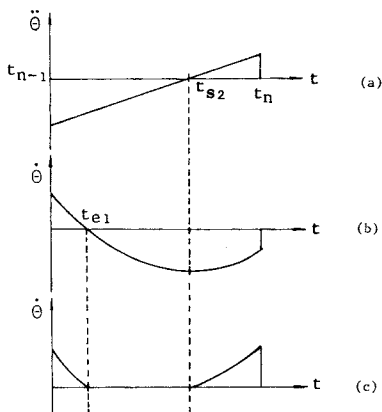


Fig. 4 Motion of Failure Block on a Slope with Positive Velocity at  $t_{n-1}$  and Negative Velocity at  $t_n$ .

- (a) Negative Acceleration at  $t_{n-1}$  and Positive Acceleration at  $t_n$
- (b) If Negative Velocity is Permissible
- (c) If Negative Velocity is not Permissible

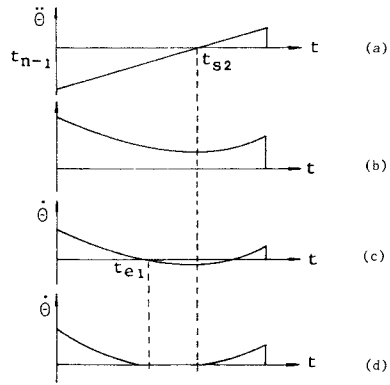


Fig. 5 Motion of Failure Block on a Slope with Positive Velocity both  $t_{n-1}$  and  $t_n$ .

- (a) Negative Acceleration at  $t_{n-1}$  and Positive Acceleration at  $t_n$
- (b) Velocity is all Positive
- (c) Velocity is Negative between  $t_{n-1}$  and  $t_n$  if, Negative Velocity is permissible
- (d) Velocity is Zero between  $t_{n-1}$  and  $t_n$  if, Negative Velocity is not permissible

えられるのですべり崩壊部分は、下方へのみ移動するものとし、 $\dot{\theta} \leq 0$ と計算されるときは  $\dot{\theta} = 0$ とする。

式(7)で求められるすべり角速度が Fig. 4で示されるように、 $\dot{\theta}_{n-1} \geq 0$ であり  $\dot{\theta}_n \leq 0$ のとき、この区間で速度が0となり変位は停止する。 $t_{n-1} \leq t \leq t_n$ の時刻  $t$ のすべり角速度は

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_{n-1} + \ddot{\theta}_{n-1}(t - t_{n-1}) + \frac{(\ddot{\theta}_n - \ddot{\theta}_{n-1})(t - t_{n-1})^2}{2(t_n - t_{n-1})} \dots \dots \dots (8)$$

$\dot{\theta} = 0$ の時刻  $t_{e1}$ は、式(8)で  $t = t_{e1}$ とおき、解くと次のように示される。

$$t_{e1} = t_{n-1} + \frac{-\ddot{\theta}_{n-1} \pm \sqrt{\ddot{\theta}_{n-1}^2 - \frac{2(\ddot{\theta}_n - \ddot{\theta}_{n-1}) \cdot \dot{\theta}_n}{(t_n - t_{n-1})}}}{\frac{(\ddot{\theta}_n - \ddot{\theta}_{n-1})}{(t_n - t_{n-1})}} \dots \dots \dots (9)$$

$\theta_0 = 39.17^\circ$      $r_0 = 16.8\text{m}$   
 $\theta_n = 110.03^\circ$      $r_h = 20.8\text{m}$

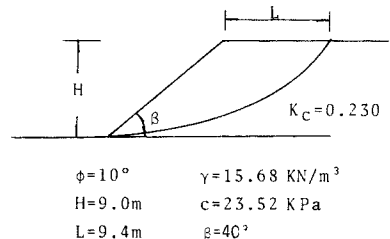


Fig. 6 Model of A Failure Mechanism.

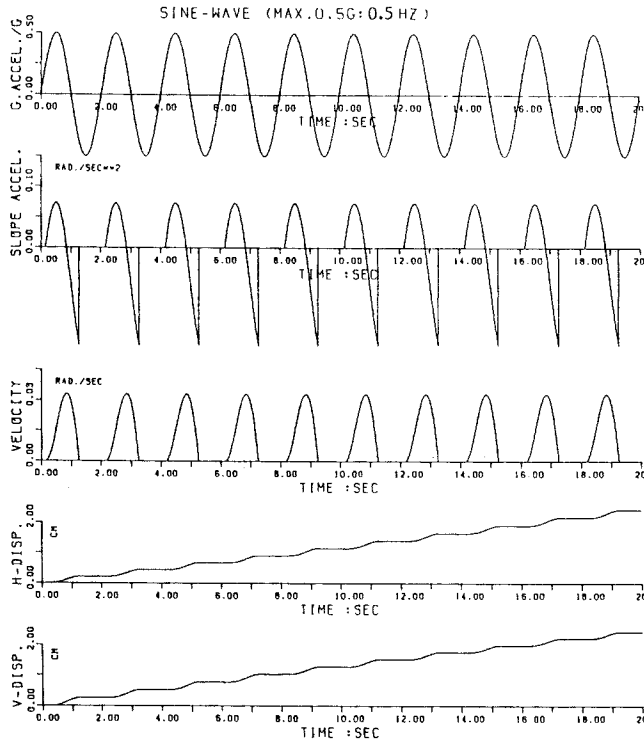


Fig.7 Case of Sine-wave (Max. 0.5 G : 0.5 Hz).

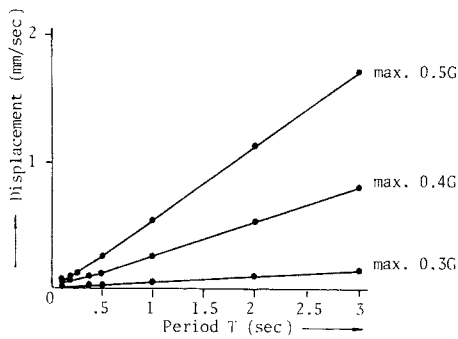


Fig.8 Comparison of Cumulative Displacement per Unit-time Corresponding to Period.

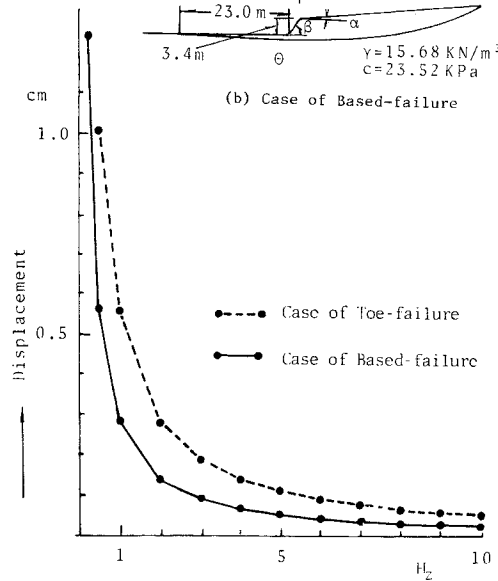
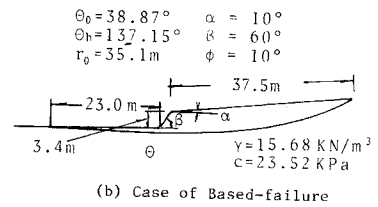
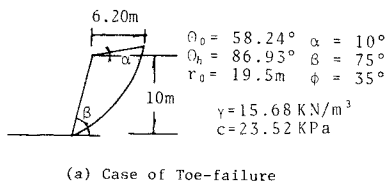


Fig.9 Comparison of Cumulative Displacement between Toe- failure and Based-failure Corresponding to frequencies.

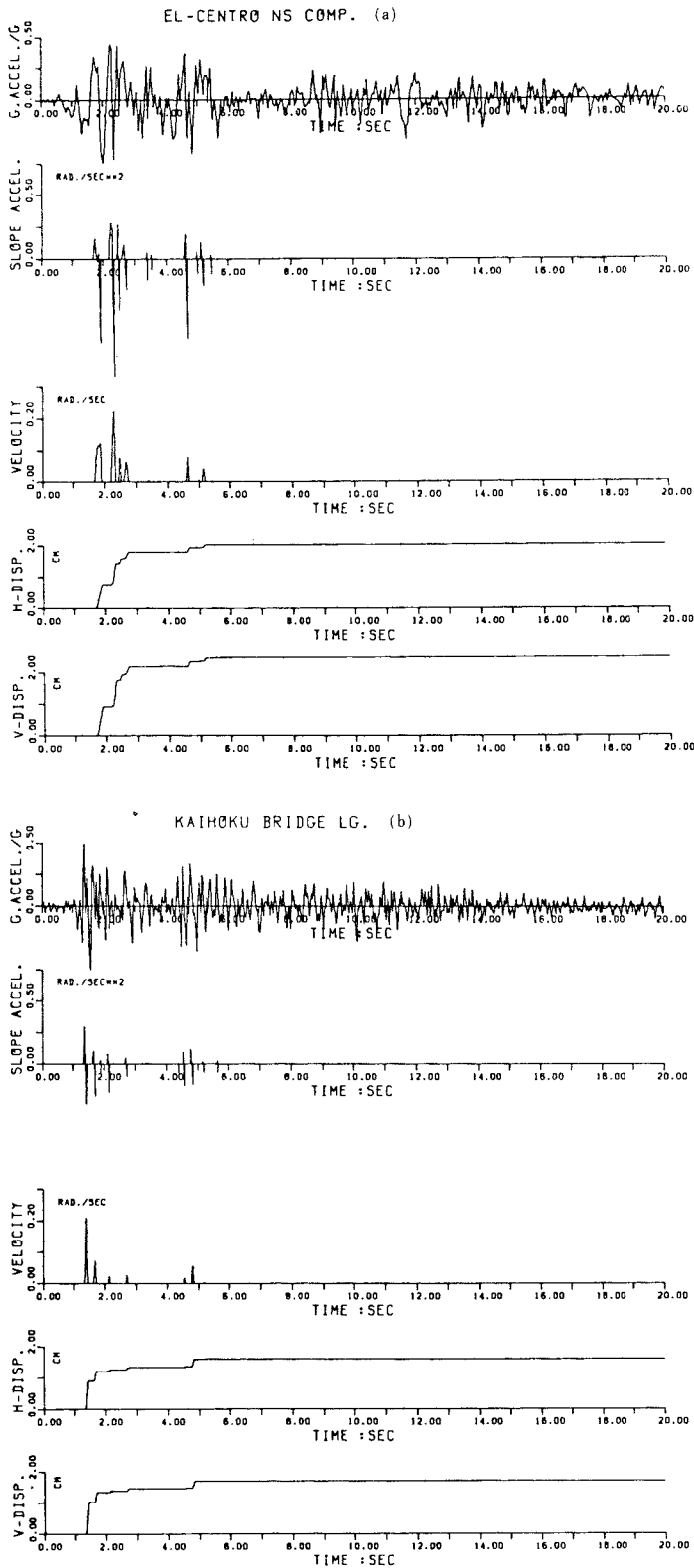


Fig. 10 Earthquake Waves.

ただし、 $t_{n-1} \leq t_{e1} \leq t_n$  を満足する解をとる。

また、次の場合には  $t_{n-1}$  と  $t_n$  の間で再びすべり出すことが考えられる。

1) すべり角速度： $\dot{\theta}$  が正から負になり、そのときすべり角加速度： $\ddot{\theta}$  が負から正となる場合 (Fig. 4(b)).

2) すべり角速度： $\dot{\theta}$  が正から負となり再び正となり、同時にすべり角加速度： $\ddot{\theta}$  は負から正となる場合 (Fig. 5(c)).

この崩壊斜面が再びすべり出す時刻  $t_{s2}$  は次のように表わされる。

$$t_{s2} = t_{n-1} + \frac{-\ddot{\theta}_{n-1}(t_n - t_{n-1})}{(\ddot{\theta}_n - \ddot{\theta}_{n-1})} \dots (10)$$

このように、 $t_{n-1}$  と  $t_n$  の間で2つの不連続な変位が計算できる。ただし、すべり加速度は、 $t_{n-1}$  で負、 $t_n$  で正であるときのみに限る。

したがって、 $t_i$  と  $t_{i+1}$  の時間間隔におけるすべり角加速度とすべり角速度を基本にして次式のように、おのこの時刻におけるすべり角度は示される。

$$\theta_{r+1} = \theta_r + \dot{\theta}_{r+1}(t_{r+1} - t_r) + \frac{(2\ddot{\theta}_r + \ddot{\theta}_{r+1})(t_{r+1} - t_r)^2}{6} \dots (11)$$

同様な経過で、地震のおわりまでのすべり角は式 (11) をもとにすべり角： $\theta$  とその地点までの距離の積として計算できる。

### 3. 正弦波入力を受ける斜面変位

いま、数値計算例として、Fig. 6に示すように得られた斜面崩壊形式に対して、地動として 0.5 Hz で最大加速度を 0.5 G に正規化した、Sine 波 ( $K_s(t) = 0.5 \sin \pi t$ ) を与えた場合を示す。

Fig. 7 に示されるように、土塊のすべり運動は、入力波の加速度が斜面の限界加速度： $K_{cg}$  を越えた時点より開始され、それに応じて斜面のすべり速度および重心の移動変位が明らかになる。図には、その水平方向と鉛直方

向のおのおの分変位を示してある。

Fig. 8には上記正弦波の2波までの累積変位を所用時間で割って、単位時間当たりの移動変位量を周期の変化とともに示したもので0.3G, 0.4G, 0.5Gと正規化した場合を示している。図からわかるように、入力加速度が大きいほど、単位時間当たりの変位量は大きくなり、同時に周期の大きな波に対して、変位は直線的に増加する。

Fig. 9には、最適解として、ほぼ同じ限界地震加速度係数を得た斜面先崩壊と底部崩壊の崩壊形式の異なる場合の累積変位の比較を周波数の変化とともに示したものである。図より明らかなように、低い周波数の波動ほど急激に変位は増加する。

#### 4. 地震入力を与えたときの斜面変位

次にFig. 6に示す崩壊モデルにおいて、EL-Centroおよび宮城沖地震の開北橋における観測加速度を最大0.5Gに増幅して与えた結果をFig. 10(a), (b)に示す。これら地震波は、卓越周期がおのおの0.45, 0.40秒程度で似ており主動継続時間も5秒前後で変位の立ち上がりは異なるが、その累積変位は同程度の値を示している。

これにより、地動にわずかに遅れて斜面の加速度が生じ、それにより生じる正の速度から求める累積変位の逐次増加が明瞭に現われている。なお、前述の負の速度を認めないとするときの、加速度が負から正に変わるために生じる正の速度による変位が生じるような現象はこの計算例では現われない。

#### 5. ま と め

以上のことより次のようにまとめることができる。

(1) 地震時の斜面において、斜面の限界地震加速度係数： $K_c$ を地震力が越えるとき、斜面のすべり挙動をニューマーク法で簡便に示し得る。

(2) すべり変位は、地動の最大加速度が大きいほど、

また、地動の周期が大きいほど（周波数の低い地震波に対するほど）大きく現われ、崩壊しやすい傾向を示す。

(3) 崩壊形式の異なるものにおけるすべり挙動について比較を行える。

(4) 実測波を入れて、計算できる。

なお、Sine波における累積変位は、円振動数の2乗に逆比例すると考えられるが<sup>6)</sup>、これを基本とした累積変位の評価は今後の研究課題である。

謝 辞：本研究を行うにあたり、室蘭工業大学 松岡健一教授および岸 徳光助教授には多大なご協力を頂いた。ここに付記し、深く謝意を表するものである。また、図・表の作製にあたっての、室蘭工業大学 田中 功、伊藤寿勝両技官のご協力に厚く感謝する次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) Taylor, D.W. : Fundamental of Soil Mechanics, John Wiley and Sons, Inc., pp.452~459, 1948.
- 2) Newmark, N.M. : Effect of earthquakes on dams and embankment, Géotech., Vol.15, No.2, pp.137~160, 1965.
- 3) Seed, H.B. : Consideration in the earthquake-resistant design of earth and rockfill dams, Géotech., Vol.29, No.3, pp.215~263, 1979.
- 4) Chen, W.F. : Plasticity in soil mechanism and landslides, Proc. of ASCE, Vol.106, No.EM3, pp.443~464, 1980.
- 5) Sawada, T., Nomachi, S.G., Chen, W.F. and Takahashi, Y. : Evaluation of seismic limit factor of a slope with anisotropic cohesion strength, 5th EMD speciality conference, ASCE, Vol. II, pp.997~1000, August, 1984.
- 6) Goodman, R.E. and Seed, H.B. : Earthquake-Induced displacement in sand embankments, Proc. of ASCE, Vol.92, No.SM, pp.125~146, 1966.

(1984.8.17・受付)