

## 地震応答スペクトルに関する確率論的考察\*

## STOCHASTIC DISCUSSION CONCERNING EARTHQUAKE RESPONSE SPECTRA

辰巳安良\*\*

By Yasunaga TATSUMI

A systematic method for calculating the probability distribution of earthquake response spectrum for aseismic reliability designing is newly proposed, and applied to actual calculations in major Japanese and Chinese cities.

Based upon the mathematical theory of the maximum response of single-degree-of-freedom linear system and some empirical equations, this systematic method makes it practically possible to calculate the nonexceedance probability of earthquake response spectrum of a site at a certain lifetime when the surrounding seismicity and the ground condition of this site are given. Applied calculations utilizing numerical integration give many interesting results for aseismic reliability designing.

## 1. はじめに

今日、耐震設計に信頼性設計の考え方を取り入れることは、耐用年数を考えたうえで定量的に構造物の品質を確保し、適切な設計を行うために、設計者に求められている課題である<sup>1),2)</sup>。それゆえに、地震時の外力、強度、応答量等の確率的な性質について多くの研究がなされている。しかしながら、地震外力の確率的な性質については、耐震設計の結果に大きく影響を及ぼす要素であるにもかかわらず、いまだに不明確な部分が多く残されており、このことは、信頼性設計の発展を阻害する1つの要因となっている。

そこで著者は、地震外力のうち構造物の周波数特性を考慮できる点で設計上優れている地震応答スペクトルについて確率論的に考察を加え、地震応答スペクトルの確率分布の実用的な算定法について1つの試案に到達し、応用計算を行った<sup>3),4)</sup>。本報告は文献3), 4)の研究内容をさらに進め、改善し、まとめ直したものである。

1 自由度線形系の最大応答値の確率的性質については

数学的に確率過程論を用いて種々の研究および考察がなされてきた(たとえば5)~7)。これらの研究の成果を地震応答スペクトルの観点から発展させたものに Spanos によるもの<sup>8),9)</sup>がある。Spanos は非正常応答についての確率分布を Fokker-Plank の方程式より近似的に求め、応答スペクトルの確率分布まで言及しているが、最大応答値の定義に若干の飛躍がみられる。また、実用化への努力はみられない。

一方、観測された複数の地震動の応答スペクトルを統計的に研究したものととして、Anderson と Trifunac<sup>10)~12)</sup>、Dalal<sup>13)</sup>、片山<sup>14),15)</sup>などの研究がある。

Anderson と Trifunac および Dalal は過去に観測された多数の地震波の応答スペクトルの確率分布を、地震マグニチュード、震央距離、地盤条件等の関数とし、あるいは正規化して対数正規分布として回帰し、固有周期と減衰定数を変化させて係数を求めた。これは各地震波について減衰定数を変えて応答スペクトルを計算し、これを回帰するという膨大な計算を必要とする。次に両研究とも、これらの結果と地域の地震活動度を合わせて、限られた年数内での応答スペクトルの確率分布を求めている。また、片山は過去に実測された多数の地震動の応答スペクトルを数量化理論により解析し、地震マグニチュード、震央距離および地盤種別のおのおののカテゴリ

\* 第37回土木学会年次学術講演会(1982.10)および第6回日本地震工学シンポジウム(1982.12)で一部発表

\*\* 正会員 工修(株)竹中工務店技術研究所担当研究員  
(〒136 江東区南砂2-5-14)

リーに対応する数値を固有周期ごとに求めている。なお、ここでは減衰定数は0.05で一定としている。これより、地震マグニチュード、震央距離、地盤種別のおのおのの 카테고리に対する平均応答スペクトルが求まる。この成果は新耐震設計法(案)<sup>16)</sup>にも収められている。また、確率密度関数は実データのヒストグラムより一律の対数正規分布に従うとされている。次に、ここでもこの結果と地域の地震活動度を合わせて、日本の代表的な都市における限られた年数内での応答スペクトルの確率分布と一定の再帰年数の応答スペクトルを求めている。

本研究は、前述の Anderson と Trifunac, Dalal および片山と異なる数学的な新しい観点を加味して、設定された地点および期間内における設計用の地震応答スペクトルの非超過確率を、対象地点の地盤条件および周辺の地震活動度だけから求めることのできる一連の実用的な計算手法を展開し、これに従って数値計算を行った結果について考察を加えたものである。

本報告では、まず1自由度線形系の定常ランダム応答に初通過確率の考え方を導入し、応答スペクトルと関連づけることにより、応答スペクトルの確率分布が簡単な式で表わせることを述べる。次にこの式を用いて、地震のマグニチュード  $M$ 、震央距離  $\Delta$  および地盤条件を設定したときの応答スペクトルの確率分布を、実データにより求めた式を利用して求める方法を示す。さらに地震活動度に基づく  $M$  と  $\Delta$  の確率分布を考慮することにより、設定された地点および期間内における応答スペクトルの非超過確率を計算する理論を展開する。

次に、この理論を用いて基礎的な計算を行い、理論の検証を行い、さらに、日本および中国の代表的な都市について応用計算を行い、地震応答スペクトルの確率分布を算定し考察を加える。

## 2. 1自由度線形系のランダム応答

1自由度の線形運動方程式は  $X(t)$  をランダム応答、 $\zeta$  を減衰定数、 $\omega_0$  を非減衰固有円振動数とすると次式となる [Fig.1 参照]。

$$\ddot{X}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{X}(t) + \omega_0^2X(t) = W(t) \dots\dots\dots (1)$$

ここで  $W(t)$  はガウスホワイトノイズとする。また、 $\zeta$  は十分小さく、 $X(t)$  は定常で狭帯域ランダム過程であると仮定する。

このとき、 $X(t)$  と  $\dot{X}(t)$  の結合確率密度はマルコフベクトル法を用い、推移確率密度を支配する Fokker-Plank の方程式を解くことにより決定される。 $K$  をホワイトノイズのパワースペクトル密度とすると

$$p_{in}(x, \dot{x}) = C \exp\left[-\frac{\zeta\omega_0}{\pi K} \cdot (\omega_0^2x^2 + \dot{x}^2)\right] \dots\dots\dots (2)$$

となる<sup>17)</sup>。次に閾値  $\xi$  を正勾配で横断する期待横断数は

$$E[N_+(\xi)] = \int_0^\infty \dot{x} p_{in}(x, \dot{x})(\xi, \dot{x}) d\dot{x} \\ = C \cdot \frac{\pi K}{2\zeta\omega_0} \cdot \exp\left(-\frac{\zeta\omega_0^3}{\pi K} \cdot \xi^2\right) \dots\dots\dots (3)$$

となる<sup>17)</sup>。ここで期待等価振動数は式(3)で  $\xi=0$  とおいたもので近似され、これは非減衰固有振動数と考えてよいことから式(4)となり、これより  $C$  が求まり式(5)となる<sup>17)</sup>。

$$E[N_+(0)] = C \cdot \frac{\pi K}{2\zeta\omega_0} \approx \frac{\omega_0}{2\pi} \dots\dots\dots (4)$$

$$C = \frac{\zeta\omega_0^2}{\pi^2 K} \dots\dots\dots (5)$$

応答スペクトルは1自由度線形系を時間  $T$  だけ加振したときの応答の絶対値の最大値であるから、応答スペクトルの確率分布関数は、時間間隔  $T$  内において1回も  $X(t)$  の絶対値が  $\xi$  を超過しない確率  $P_0(\xi)$  と等価である。 $P_0(\xi)$  は  $X(t)$  の閾値横断をポアソン過程と仮定すると式(3)、(5)より

$$P_0(\xi) = \exp(-2E[N_+(\xi)]T) \\ = \exp\left[-\frac{\omega_0 T}{\pi} \cdot \exp\left(-\frac{\zeta\omega_0^3}{\pi K} \cdot \xi^2\right)\right] \dots\dots\dots (6)$$

となる。さらに式(6)から逆に  $\xi$  を求めると次式となる。

$$\xi = \sqrt{-\frac{\pi K}{\zeta\omega_0^3} \cdot \ln\left(-\frac{\pi \ln P_0}{\omega_0 T}\right)} \dots\dots\dots (7)$$

以上で、本章の目的とする応答スペクトルの確率分布関数が式(6)として、また非超過確率  $P_0$  に対する応答スペクトル値を求める式として式(7)が得られ、どちらも簡単な式で表わせることがわかった。

しかし、式(6)を求めるときにポアソン分布を用いており、このことは閾値横断の発生が独立事象であると

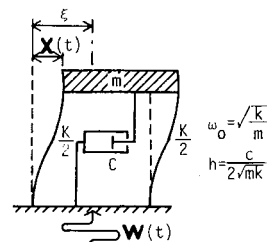


Fig.1 Single-degree-of-freedom linear system.

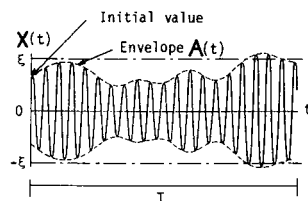


Fig.2 Narrow-band random process.

いう仮定をしたことを意味する。この仮定は特に減衰の小さい振動系の応答のような狭帯域ランダム過程に対しては受け入れがたい。そこで、これを改善するために包絡線分布を考え、包絡線の閾値横断を独立事象として取り扱うことにする。

狭帯域ランダム過程が

$$X(t) = A(t) \cdot \cos[\omega_m t + \theta(t)] \dots\dots\dots (8)$$

で表されると仮定する。ここで  $\omega_m$  は狭帯域のなかの代表的な周波数、 $A(t)$  および  $\theta(t)$  は  $t$  に関して  $X(t)$  より非常にゆっくり変化する定常ランダム過程である [Fig. 2 参照]。なお  $A(t)$  は非負であると仮定する。このとき包絡線  $A(t)$  の確率分布関数は次式となり<sup>17)</sup>、

$$F_{1A}(a) = 1 - \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma^2}\right) \dots\dots\dots (9)$$

また  $A(t)$  と  $\dot{A}(t)$  の結合確率密度関数は次式となる<sup>17)</sup>。

$$p_{1A, \dot{1A}}(a, \dot{a}) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma^2} - \frac{\dot{a}^2}{2\sigma_1^2}\right) \dots\dots (10)$$

なお式 (9)、(10) において  $\sigma^2 = \sigma_a^2$ 、 $\sigma_1^2 = \sigma_a^2 - \omega_m^2 \sigma^2$  である。

次に  $A(t)$  が閾値  $\xi$  を正勾配で横断する期待横断数は

$$E[\dot{A}N_+(\xi)] = \frac{\sigma_1 \xi}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) \dots\dots\dots (11)$$

である<sup>17)</sup>。

時間間隔  $T$  内において、 $A(t)$  が一度も  $\xi$  を正勾配で切らない確率  $P_{0A}^+(\xi)$  は  $A(t)$  の閾値横断をポアソン過程と仮定すると式 (11) により次式となる。

$$P_{0A}^+(\xi) = \exp(-E[\dot{A}N_+(\xi)]T) \\ = \exp\left[-\frac{\sigma_1 T \xi}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right)\right] \dots\dots\dots (12)$$

次に  $A(t)$  が  $T$  時間内に  $\xi$  を超えない確率は、初期値 ( $t=0$  における値) が  $\xi$  より小さくかつ  $T$  時間内において  $\xi$  を正勾配で切らない確率であり、また負の領域についても対称であることを考慮すると、 $X(t)$  の正および負の包絡線の絶対値が  $\xi$  を超えない確率は次式となる。

$$P_{0A}(\xi) = [F_{1A}(\xi) \cdot P_{0A}^+(\xi)]^2 \\ = \left[1 - \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right)\right]^2 \cdot \exp\left[-\frac{2\sigma_1 T \xi}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right)\right] \dots\dots\dots (13)$$

なお、式 (9)~(13) で用いた  $\sigma^2$ 、 $\sigma_1^2$  は、 $X(t)$  のパワースペクトル密度を  $\pm \omega_0$  に中心をもつ、元のピークの高さに等しく、面積の等しい2つの方で置き換えることにより次式で表現できる<sup>17)</sup>。

$$\sigma^2 = \frac{\pi K}{2\xi \omega_0^3} \dots\dots\dots (14)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\pi^3 K \xi}{24 \omega_0} \dots\dots\dots (15)$$

またこのような置き換えにより、 $\omega_m = \omega_0$  を用いることが可能となる。

以上により、応答スペクトルの確率分布が2種類の考え方で式 (6) および式 (13) として示された。しかし、まだパワースペクトル密度  $K$  と時間間隔  $T$  が未知のまま残されている。

### 3. スペクトル密度と継続時間の決定

次に上述の  $K$  と  $T$  を地震および地盤パラメーターから決定することを考える。なお以後、時間間隔  $T$  (s) は地震動の継続時間とする。

以下では  $K$  を周波数に関して徐々に変化する広帯域の関数と考える。この場合、 $X(t)$  が狭帯域ランダム過程であることを考慮すると、 $K$  は  $\omega_0$  近傍で一定値とみなせるから、 $K$  がホワイトノイズのパワースペクトル密度であるという前述の仮定は近似的に満足される。

フーリエスペクトルの絶対値  $FS(T_0)$  (cm/s) [ここに、 $T_0 = 2\pi/\omega_0$ ] は米国で実測された強震データに基づいて、マグニチュード  $M$ 、震源距離  $R$  (km)、地盤条件  $Y_s$  で

$$FS(T_0) = \exp(b_1 + b_2 M + b_4 Y_s) R^{b_3} \dots\dots\dots (16)$$

と表わせることが McGuire により示されている<sup>18)</sup>。なお  $b_1$ 、 $b_4$  の係数は周期  $T_0$  が 0.04~5.0 秒の間について表形式で与えられている<sup>18)</sup>。ここで前述のパワースペクトル密度  $K(T_0)$  (cm<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>) と式 (16) の  $FS(T_0)$  とは

$$K(T_0) = \frac{FS^2(T_0)}{2\pi T} \dots\dots\dots (17)$$

の関係がある。

次に地震動の継続時間  $T$  (s) については、強震動と等価な一様な強さのホワイトノイズの継続時間として Esteva の与えた次式<sup>19)</sup>を使用することとした。

$$T = 0.02 \exp(0.74M) + 0.3R \dots\dots\dots (18)$$

一方、今後の展開においては式 (16)、(18) で用いられている震源距離  $R$  は過去のデータが乏しいため、データの豊富な震央距離  $\Delta$  より決定することにした。すなわち、マグニチュード  $M$  に応じた余震体積の半径  $D$  (km) は飯田の式<sup>20)</sup>より

$$D = 10^{0.353M - 1.134} \dots\dots\dots (19)$$

となるので、これを震源深さと仮定すると  $R$  は次式となる。

$$R = \sqrt{\Delta^2 + D^2} \dots\dots\dots (20)$$

このように、 $M$ 、 $\Delta$ 、 $Y_s$  が設定されると式 (16)~(20) により  $K$  と  $T$  が定まり、式 (6) あるいは式 (13) から応答スペクトルの確率分布が決定される。

なお、式 (16)、(18)、(19) については、このほかにも種々の式が与えられている。本研究では上述の式を用いて議論を進めるが、今後よりよい式が与えられた場合には上述の式と置換してゆくのが望ましい。

4. 地震活動度の導入

次に、設定された地点および期間内における応答スペクトルの非超過確率を求める。

地震発生度数  $n$  について Gutenberg-Richter はマグニチュード  $M$  の関数として次の実験式を得ている<sup>21)</sup>。

$$\log n(M) = a_c - b_c M \dots\dots\dots (21)$$

$M$  以上のマグニチュードの地震の総数  $N(M)$  は

$$N(M) = \int_M^\infty n(M) dM \dots\dots\dots (22)$$

であるから、式 (21) より、 $N(M)$  と  $M$  の関係は

$$\log N(M) = A_c - b_c M \dots\dots\dots (23)$$

となる<sup>21)</sup>。式 (21)~(23) において  $a_c$ ,  $b_c$ ,  $A_c$  は定数であり、一般には  $b_c$  は 1 に近い値をとることが知られている<sup>21)</sup>。地震生起時のマグニチュード  $M$  の確率分布関数  $F_M(m)$  は式 (23) より次式となる<sup>22)</sup>。

$$F_M(m) = 1 - \exp[-\beta(m - m_0)] \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 $m_0$  は  $m$  の最小値、 $\beta = b_c \ln 10$  である。したがって確率密度関数  $f_m(m)$  は

$$f_m(m) = \beta \cdot \exp[-\beta(m - m_0)] \dots\dots\dots (25)$$

となる。

次に、地震の発生確率が一樣であると仮定できる震央領域  $R_i$  を設定すると、 $R_i$  についての震央距離の確率分布関数  $F_{\Delta}^{(i)}(\Delta)$  は次式となる<sup>22)</sup>。

$$F_{\Delta}^{(i)}(\Delta) = P_{Ri}[\Delta \leq \Delta] = \int_{Ri(\Delta)} \frac{dS}{S_{Ri}} = \frac{S[Ri(\Delta)]}{S_{Ri}} \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 $S_{Ri}$  は  $R_i$  領域の全面積、 $S[Ri(\Delta)]$  は  $R_i$  領域内で震央距離が  $\Delta$  以内にある部分の面積である [Fig. 3 参照]。

設定された震央領域  $R_i$  において地震が発生したとき、設定された地点の変位応答スペクトル  $S_d$  が  $\xi$  を超えない確率  $F_{S_d}^{(i)}(\xi)$  は式 (25), (26) を用いることにより

$$\begin{aligned} F_{S_d}^{(i)}(\xi) &= \int_{Ri} \int_{m_0}^{m_1} P_0(\xi; m, \Delta) f_m^{(i)}(m) \frac{dF_{\Delta}^{(i)}(\Delta)}{d\Delta} dm d\Delta \\ &= \int_{Ri} \int_{m_0}^{m_1} P_0(\xi; m, \Delta) f_m^{(i)}(m) \frac{1}{S_{Ri}} dm dS \\ &\dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

となる。ここに  $P_0(\xi; m, \Delta) = P_0[S_d \leq \xi | M = m, \Delta = \Delta]$  であり、式 (6) あるいは式 (13) および式 (16)~(20) を用いて求められる。なお  $m_0$ ,  $m_1$  は  $R_i$  におけるマグニチュードの実際上の最小値と最大値を示し、 $f_m^{(i)}(m)$

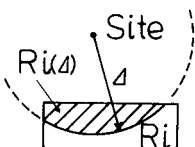


Fig. 3 Concept of the epicentral region.

は式 (25) を  $m_0 \leq m \leq m_1$  の面積が 1 になるように定数倍して補正したものである。

次に震央領域  $R_i$  で生起する地震により、変位応答スペクトルが  $t$  年間に  $n_s$  回  $\xi$  を超える確率  $P_{N_s}^{(i)}(n_s)$  は、この事象がポアソン過程に従って生起すると仮定すると

$$P_{N_s}^{(i)}(n_s) = P_{Ri}[N_s = n_s] = \frac{\exp(-p_i^{(i)} \nu_i t) \cdot (p_i^{(i)} \nu_i t)^{n_s}}{n_s!} \dots\dots\dots (28)$$

となる。ここに  $p_i^{(i)} = P_{Ri}[S_d > \xi] = 1 - F_{S_d}^{(i)}(\xi)$ ,  $\nu_i$  は  $R_i$  における  $m_0 \leq M \leq m_1$  の地震の年間平均生起回数である。これより、 $R_i$  で生起する地震に対して  $t$  年間に一度も応答スペクトルが  $\xi$  を超えない確率  $P_{N_s}^{(i)}(0)$  は次式となる。

$$P_{N_s}^{(i)}(0) = \exp(-p_i^{(i)} \nu_i t) \dots\dots\dots (29)$$

最後に、本地点に影響を及ぼすと考えられる震央領域  $R_i$  のすべて ( $i=1 \sim n_n$ ) で生起する地震について、 $t$  年間に一度も変位応答スペクトルが  $\xi$  を超えない確率  $F_{S_d}(\xi)$  は次式となる。

$$F_{S_d}(\xi) = \prod_{i=1}^{n_n} P_{N_s}^{(i)}(0) = \prod_{i=1}^{n_n} \exp[-(1 - F_{S_d}^{(i)}(\xi)) \nu_i t] \dots\dots (30)$$

こうして、本研究において最終目標とする設計用の地震応答スペクトルの確率分布を求めることができる。

5. 人工地震波による理論の検証

前述の式 (1)~(18) の理論展開の検証を以下の手順で行った。

まず、 $M=8.0$ ,  $R=100$  km,  $Y_s=0$  (硬質地盤) の場合の継続時間  $T$  を式 (18) により計算する。次にフーリエスペクトルの絶対値  $FS(T_0)$  を式 (16) により求めた。つづいて式 (17) よりパワースペクトル密度  $K(T_0)$  を求め、これを用いて、非減衰固有周期を一定値  $T_0=1.0$  秒とし、減衰定数を  $\zeta=0.01, 0.02, 0.05$  の 3 種類に変化させ、式 (6) および式 (13) により最大変位応答値の確率分布を求めた。

一方、上で求めた  $FS(T_0)$  を使い、位相を  $0 \sim 2\pi$  の一様乱数として作成したフーリエスペクトルをフーリエ逆変換して継続時間  $T$  秒の人工地震波を作成するという手順を繰り返し、人工地震波を 1000 波作成した。次に、この各波形を上記と同じ非減衰固有周期および減衰定数の 1 自由度線形系の入力として与えることにより最大変位応答値を計算し、これの累積度数分布 (確率分布) を求めた。

上述の式 (6), 式 (13) および人工地震波による 3 種類の確率分布を、減衰定数  $\zeta=0.01, 0.02, 0.05$  のおのおのについて比較して示したものが Fig. 4 (a)~(c) である。どの減衰定数についても、式 (13), 人工地震波、式 (6) の順に分布関数が左から右へ並んでいる。また、

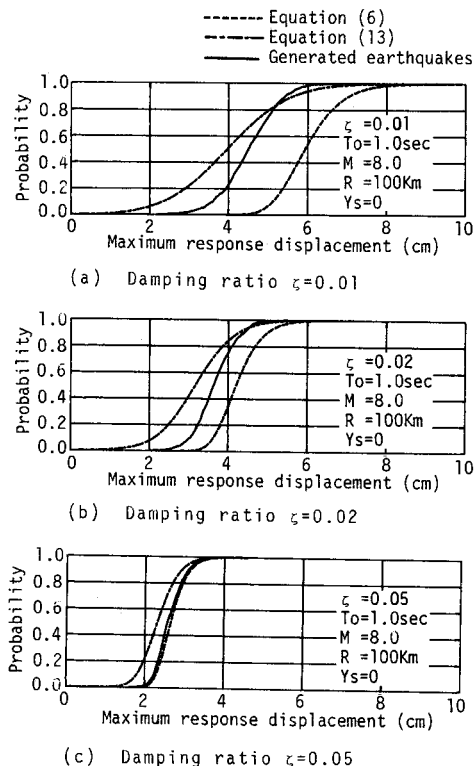


Fig.4 Probability distribution functions of maximum response displacement.

減衰定数が大きくなるに従い、人工地震波によるものは式(13)から式(6)に近づき、 $\zeta=0.05$ では式(6)とよい近似を示す。すなわち $\zeta=0.05$ 程度の応答は、閾値横断の発生がポアソン過程であるという仮定が矛盾を生ずるほど狭帯域ランダム過程ではなく、式(6)を最大変位応答の確率分布の推定式としてよいことがわかる。

### 6. 応用計算例と考察

#### (1) 計算例 1

マグニチュード  $M$ 、震央距離  $\Delta$ 、地盤条件  $Y_s$  が与えられたときの計算を行った。方法としては、式(16)~(20)により  $K$  と  $T$  を定め、その後式(6)、(7)および(13)により、 $X(t)$  自体と包絡線  $A(t)$  のおのおのについて、等確率の応答スペクトルを求めた。なお、式(13)から直接に、与えられた非超過確率  $P_o$  に対する応答スペクトルを求めることはできないので、二分割法を用いて求めた。

ここでは、片山および建設省土木研究所がこれまでに日本で実測された地震記録について数量化理論を用いて解析し、マグニチュード、震央距離および地盤種別により整理したもの<sup>(14), (16), (23)</sup> と比べることを目的とした。そ

のため、両方の条件を合わせるために、 $\zeta=0.05$ 、 $P_o=P_{o0}=0.5$  として、 $M$ 、 $\Delta$  は建設省土木研究所が整理に用いた各カテゴリーの中央値として、 $M$ 、 $\Delta$ 、地盤種別(第2種地盤に対して  $Y_s=0$ 、第4種地盤に対して  $Y_s=1$ )を変化させて比較したものが Fig.5 (a)~(d) である。

Fig.5(a)のカテゴリーを基準とし、(b)は  $M$ 、(c)は  $\Delta$ 、(d)は地盤種別のおのおののカテゴリーを変化させている。なお以下は、加速度応答スペクトルの計算結果を示すが、前述の式で用いられている  $\xi$  は変位であるため  $\omega_0^2$  倍して変換する。

Fig.5 (a)~(d)において、全般的に本方法から得られた結果と建設省土木研究所のものを比較すると、本方法が米国のデータに基づいているにもかかわらず、よい対応を示すことがわかる。個別にみると、(d)は(a)の地盤条件を硬質から軟質に変化させた場合であるが、本方法と建設省土木研究所のものに若干の傾向の差がみられる。これは米国と日本の地盤条件の差に基づいていると考えられる。また、式(7)と式(13)による結果はほぼ一致し、前章でも述べたように、 $\zeta=0.05$ 程度の減衰では  $X(t)$  と包絡線  $A(t)$  のどちらから応答スペクトルを計算しても差が小さいことがわかる。

次に一例として、 $M=7.0$ 、 $\Delta=50$  km、 $Y_s=0$  (硬質地盤)、 $\zeta=0.05$  のときの応答スペクトルの等確率線を式(7)により求めて示したものが Fig.6 である。固有周期により応答スペクトルのばらつき具合が異なるこ

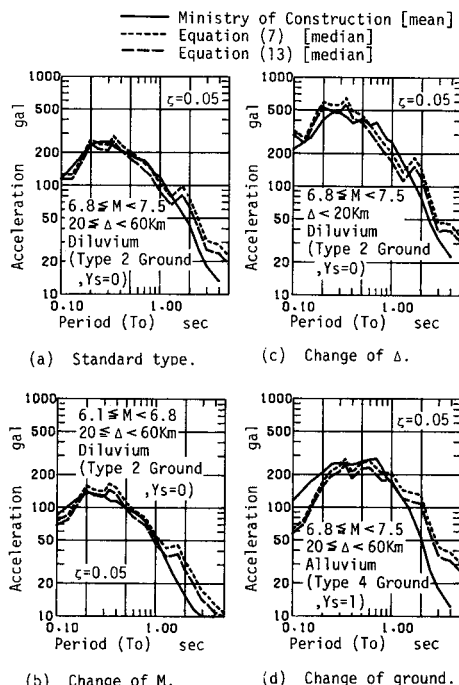


Fig.5 Comparison of equi-probability response spectra.

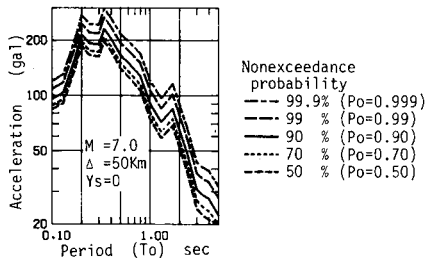


Fig. 6 Equi-probability response spectra in case  $M$ ,  $\Delta$  and  $Y_s$  have been set.

と、非超過確率を 90 % から 99.9 % に増加させるには応答スペクトル値を大幅に増大させなければならないこと等が読み取れる。なお、応答スペクトルの独特の凹凸形状は McGuire の与えた式 (16) に由来している。

(2) 計算例 2

東海地域に予想される巨大地震が生じたとき、東京 (139°45' E, 35°40' N) における応答スペクトルがどのような確率分布になるかを計算した。計算上以下の仮定をし、式 (27) より算出した。

i)  $M$  の度数分布については、式 (21) において  $b_c=1$  とし、過去の東海地震の記録から  $8.0 \leq M \leq 8.6$  と仮定する。このとき  $M$  の確率密度関数は Fig. 7 となる。

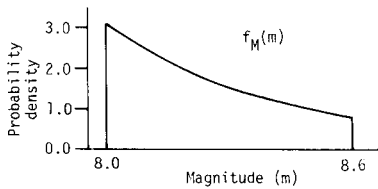


Fig. 7 Probability density function of  $M$ .

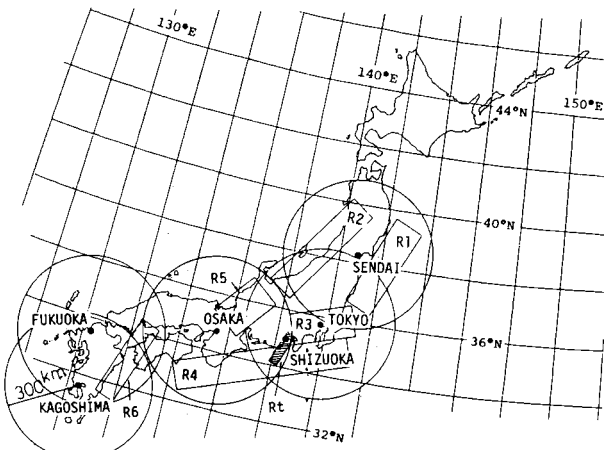


Fig. 8 Epicentral regions in Japan.

ii) 震央領域は中央防災会議が想定した震源モデル<sup>24)</sup>に基づき Fig. 8 における斜線部分  $R_t$  とした。

また、 $\zeta=0.05$ ,  $Y_s=0$  (硬質地盤) とし、 $P_o(\xi)$  については  $\zeta=0.05$  に対して 5. で適用性が確認された式 (6) を用いることとし、式 (27) を数値積分により求めた。

以上より求めた確率分布より、等確率の加速度応答スペクトルを求めて結んだものが Fig. 9 である。本図では、1.0 秒以上の長周期における応答スペクトルの大きさおよびばらつきが、1.0 秒以下のものと同程度であり、中距離の巨大地震としての特性をよく反映していることが認められる。このようにして、特定の想定地震に対する設定された地点の応答スペクトルの確率分布を求めることができる。

(3) 計算例 3

日本および中国の主要都市である仙台 (140°52' E, 38°16' N)、東京 (139°45' E, 35°40' N)、大阪 (135°30' E, 34°42' N)、福岡 (130°24' E, 33°42' N)、鹿児島 (130°32' E, 31°37' N)、北京 (116°26' E, 39°55' N)、台北 (121°32' E, 25°05' N) の 7 地点について、耐用年数 30 年 ( $t=30$ ) の加速度応答スペクトルの非超過確率を計算した。こ

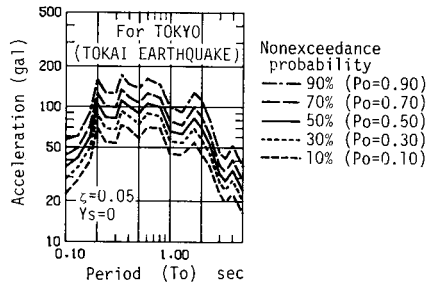


Fig. 9 Equi-probability response spectra for Tokyo in case of suspicious Tokai Earthquake.

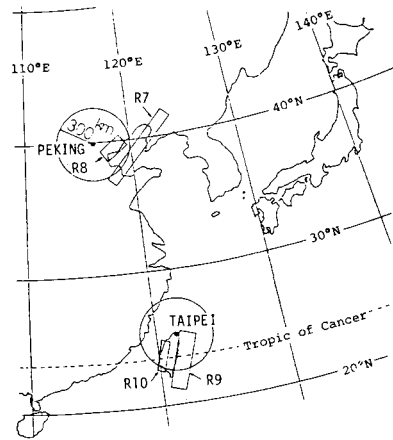


Fig. 10 Epicentral regions in China.

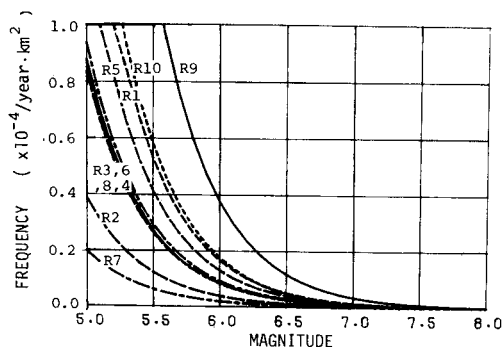


Fig. 11 Frequency distribution function of  $M$  for epicentral regions.

では式 (27) を計算例 2 と同様に計算し、式 (29)、(30) に代入して求めた。なお、以下の仮定をした。

i) 震央領域については Fig. 8, 10 に示すように、過去の日本および中国の被害地震<sup>25)~27)</sup>の分布に基づき、発生頻度が高いと想定される 10 領域 (日本: R1~R6, 中国: R7~R10) を設定し、各領域内では地震の発生確率は一様とした。

ii) 各地点から 300 km 以内を影響範囲と考え、外側は無視した。また、300 km 以内でかつ上記 10 領域以外の領域についても、おのおのの領域内で地震発生確率は一様とした。

iii) 各震央領域の  $M$  の累積度数分布を式 (23) において  $b_0=1$  とし、信頼度の高いデータとして、日本については 1872 年以後、 $M \geq 7.0$  を、中国については 1901 年以後、 $M \geq 6.0$  を使用して求めた。次にこれを用いて、 $R_i$  における地震の年間平均生起回数  $\mu_i$  を求めた。また、積分領域は  $M \geq 5.0$  ( $m_0=5.0$ ) とし、上限  $m_1$  は各領域内で発生した記録が残っている地震の最大の  $M$  とした。参考のために各領域の 1 年間、単位面積 (1 km<sup>2</sup>) 当たりの  $M$  の累積度数分布関数を Fig. 11 に示す。

なお、 $\zeta=0.05$ ,  $Y_s=0$  (硬質地盤) とした。

各地点について式 (30) により求めた非超過確率から、等確率の加速度応答スペクトルを求めて結んだものが Fig. 12 (a)~(g) である。

東京が特に大きく、以下ほぼ、台北、大阪、仙台、鹿児島、福岡、北京の順に小さくなっている。また、等確率線の密度が各地点および固有周期  $T_0$  により複雑に変化していることがわかるが、概して長周期に比して短周期の領域でばらつきが大きい傾向がある。これは、近距離の比較的小規模な地震の発生に起因すると推察される。

このようにして、建設地点、地盤条件および耐用年数に応じた地震応答スペクトルの確率分布を求めることが

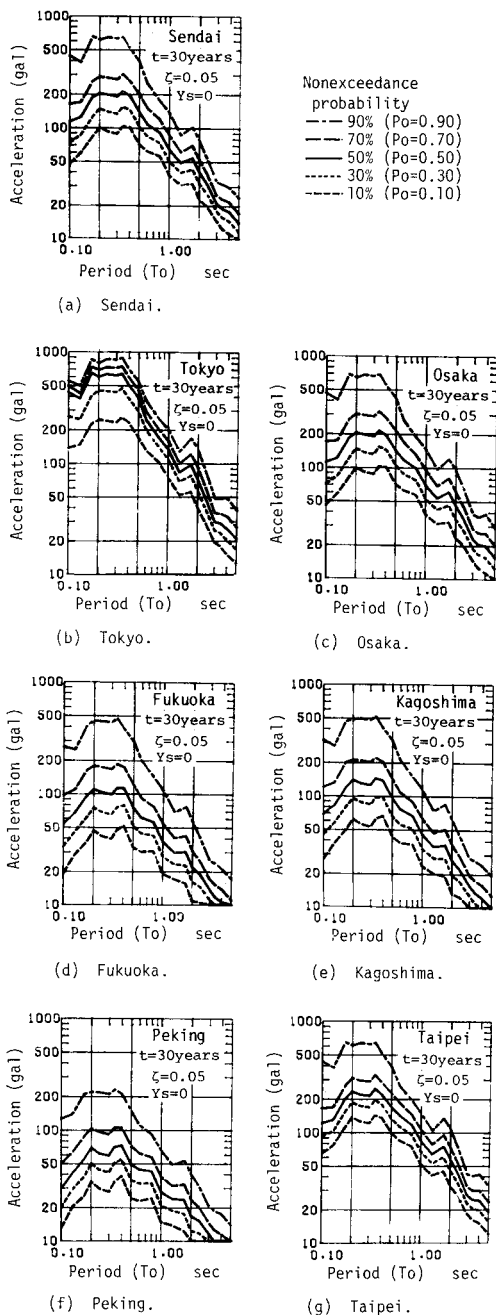


Fig. 12 Equi-probability response spectra for major Japanese and Chinese cities.

できる。

(4) 計算例 4

東京について、軟質地盤 ( $Y_s=1$ ) とし他は計算例 3 と同一条件で求めた結果が Fig. 13 (a) である。また、減衰定数  $\zeta$  を 0.02 に変え、他の条件を計算例 3 と同一にしたものが Fig. 13 (b) である。これらを Fig. 12 (b)

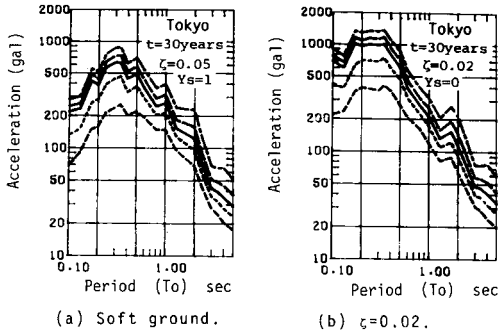


Fig. 13 Equi-probability response spectra.

と比較すると、地盤が軟質になると等確率応答スペクトルは固有周期 0.5 秒以下で小さく、それ以上で大きくなること、また減衰定数が小さくなると等確率応答スペクトル線が上方へほぼ平行移動することがわかる。

(5) 考察 1

Fig. 14 (a)~(c) はおのおの 1 つのパラメーターを変化させたときの確率密度関数の変化を示すものである。

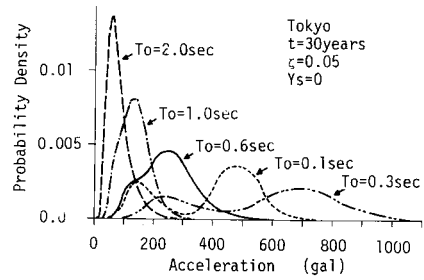
Fig. 14 (a) は固有周期、(b) は耐用年数、(c) は地点をおのおのパラメーターとして変化させている。

全般的にみるとおのおののパラメーターにより確率密度関数の形状、特性が複雑に変化することがわかる。また分布形状はレイリー分布のような単純な形は少なく種々の形があり、単一の形状に規定できないことがわかる。

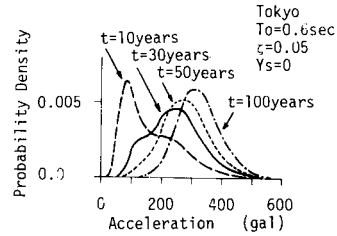
Fig. 14 (a) では、固有周期  $T_0=0.1$  および  $0.3$  秒で双頭の複雑な確率密度関数となっており、非常に大きなばらつきを示しているのがわかる。これは、距離減衰の大きい高周波成分において、この地点の各震央領域との位置関係および各震央領域の地震活動度の相違が特に強く影響した結果であると考えられる。これより、低周波に比して高周波の応答スペクトルのばらつきについては、設計上より注意を要することがわかる。

Fig. 14 (b) では、耐用年数が大きくなると漸次右方へ移動するのがわかるが、耐用年数  $t$  を 10 年から 30 年に増すと確率密度関数が急激に右方へ変化し、その後 50 年、100 年については緩やかに変化している。したがって、仮設構造物のような耐用年数の小さいものは大幅に地震外力を低減することができること、また耐用年数を 30 年から 50 年に、あるいは 50 年から 100 年に増すのに必要な地震外力の増分量はそれほど大きくなく、少しの設計用地震外力の割増しで耐用年数が大幅に増大することがわかる。

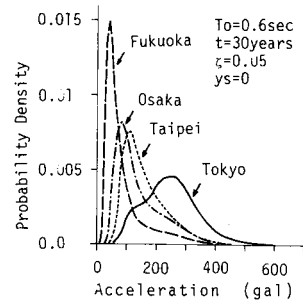
Fig. 14 (c) では、地点による差が大きいことが明らかであり、たとえば東京と福岡の差は非常に大きく、この 2 地点の設計用の地震外力は、現行設計の設計震度



(a) Differences of undamped natural frequency ( $T_0$ ).



(b) Differences of lifetime ( $t$ ).



(c) Differences of site.

Fig. 14 Comparisons of probability density functions.

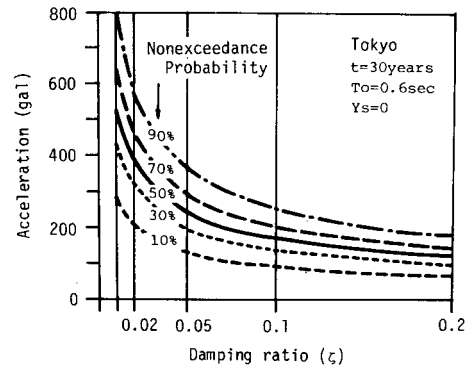


Fig. 15 Equi-probability response spectra changing with damping ratio.

用いられている地域係数<sup>16)</sup>以上の差をつけるべきであること等が推察される。このように、各建設地点に適した地震外力を積極的に設計に取り入れることは、地震危険度の小さい地域の建設構造物のコストダウンと、地震危



険度の大きい地域の建設構造物の信頼性の向上に大きく貢献するものと考えられる。

## (6) 考察 2

Fig. 15 は等確率応答スペクトルが減衰定数  $\xi$  によりどのように変化するかを示すものである。減衰定数が大きくなると応答スペクトルが小さくなり、ばらつきも小さくなるのがわかる。また、減衰定数が 0.05 より小さくなると、等確率応答スペクトルの増大が著しく、設計においては適切な減衰定数の設定が肝要であることがわかる。

## 7. おわりに

地震応答スペクトルの確率分布を算定するための理論を確率過程論を用いて展開し、1つの試案を得た。次にこの試案を検証した後、実際に応用した計算例を示し、考察を加えた。こうして以下のことがわかった。

(1) 本手法は、耐震信頼性設計に不可欠な地震外力の大きさとばらつきを、建設地点、地盤条件、建設物の固有周期および減衰定数、耐用年数に応じて評価することを可能にする有力な手段になる。

(2) 地震応答スペクトルのばらつきは大きく、また確率密度関数は上記の各種条件により大きく変化する。したがって、耐震信頼性設計を行うにあたり、各条件に適合した地震外力の確率分布を用いることが必要かつ有用である。

なお、本研究で行った計算には、少ない地震データからの推論や種々の仮定が含まれており、今後改善すべき種々の課題が残されている。著者は引き続き研究を進め、これらの課題を解決し、実構造物の耐震信頼性設計への適用を目指したいと考えている。

謝 辞：本研究を進めるにあたって、貴重なご意見、ご助言および励ましを頂いた京都大学防災研究所 土岐憲三教授および群馬大学工学部 斉藤三郎助教授、ならびに、ご支援を頂いた鈴木善雄主任研究員および杉本三千雄担当研究員はじめ竹中技術研究所の多くの方々には厚く感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 星谷 勝：確率論手法による振動解析，鹿島出版会，1974。
- Freudenthal, A. M., Shinozuka, M., Konishi, I. and Kanazawa, T. : Reliability approach in structural engineering, Maruzen Co., Ltd., Tokyo, 1975.
- 辰巳安良：応答スペクトルに関する確率論的考察，第 37 回土木学会年次学術講演会講演概要集，第 1 部，pp. 769 ~ 770, 1982 年 10 月。
- 辰巳安良：応答スペクトルに関する確率論的考察，第 6 回日本地震工学シンポジウム講演集，pp. 337 ~ 344, 1982 年 12 月。
- Rosenblueth, E. and Bustamante, J. I. : Distribution of structural response to earthquakes, Proc. of ASCE, EM 3, pp. 75 ~ 106, June, 1962.
- Vanmarcke, E. H. : Properties of spectral moments with applications to random vibration, Proc. of ASCE, EM 2, pp. 425 ~ 446, Apr., 1972.
- Der Kiureghian, A. : On response of structures to stationary excitation, Report No. UCB/EERC-79/32, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA., Dec., 1979.
- Spanos P-T.D. : Probabilistic earthquake energy spectra equations, Proc. of ASCE, EM 1, pp. 147 ~ 159, Feb., 1980.
- Spanos P-T.D. : Response spectra of evolutionary earthquake models, Proc. of 7th WCEE, Vol. 2, pp. 387 ~ 390, 1980.
- Trifunac, M. D. : Forecasting the spectral amplitudes of strong earthquake ground motion, Proc. of 6th WCEE, Vol. 1, pp. 139 ~ 152, 1977.
- Anderson, J. G. and Trifunac, M. D. : A note on probabilistic computation of earthquake response spectrum amplitudes, Nuclear engineering and design, 51, pp. 285 ~ 294, 1979.
- Anderson, J. G. and Trifunac, M. D. : Uniform risk functionals for characterization of strong earthquake ground motion, BSSA, Vol. 68, pp. 205 ~ 218, Feb., 1978.
- Dalal, J. S. : Probabilistic seismic exposure and structural risk evaluation, Report No. 15, The John A. Blume Earthquake Engineering Center, Stanford University, Jan., 1975.
- Katayama, T. : Engineering prediction of acceleration response spectra and its application to seismic risk analysis, Proc. of 5th JEES, pp. 57 ~ 64, Dec., 1978.
- Katayama, T. : An engineering prediction model of acceleration response spectra and its application to seismic hazard mapping, Earthquake engineering and structural dynamics, Vol. 10, pp. 149 ~ 163, 1982.
- 建設省土木研究所：新耐震設計法（案），pp. 61 ~ 89, 1977 年 3 月。
- Lin, Y. K. : Probabilistic theory of structural dynamics, McGraw-Hill, 1967.
- McGuire, R. K. : A simple model for estimating fourier amplitude spectra of horizontal ground acceleration, BSSA, Vol. 68, No. 3, pp. 803 ~ 822, June, 1978.
- 土木学会：構造物の安全性・信頼性，pp. 101 ~ 116, 1981.
- Iida, K. : A relation of earthquake energy to tsunami energy and the estimation of the vertical displacement in a tsunami source, Journal of Earth Science, Nagoya University, pp. 49 ~ 67, 1963.
- 浅田 敏：地震予知の方法，東京大学出版会，pp. 57 ~ 60, 1978.

- 22) Cornell, C. A. : Engineering seismic risk analysis, BSSA, Vol. 58, No. 5, pp. 1583~1606, Oct., 1968.
- 23) 建設省土木研究所：耐震技術に関する研究開発総合報告書, pp. 132~145, 1977年3月.
- 24) 力武常次：日本各地の地震危険度, サイエンス叢書, 1982.
- 25) 東京天文台：理科年表, pp. 780~813, 丸善, 1982.
- 26) Lee, W. H. K., Wu, F. T. and Jacobsen, C. : A catalog of historical earthquakes in China compiled from recent Chinese publications, BSSA, Vol. 66, No. 6, pp. 2003~2016, Dec., 1976.
- 27) Lee, W. H. K., Wu, F. T. and Wang, S. C. : A catalog of instrumentally determined earthquakes in China (magnitude  $\geq 6$ ) compiled from various sources, BSSA, Vol. 68, No. 2, pp. 383~398, Apr., 1978.

(1984. 10. 12・受付)

---