

液状化を伴う多層砂質地盤の等価線形応答計算法

AN EQUIVALENTLY LINEARIZED DYNAMIC RESPONSE
ANALYSIS METHOD FOR LIQUEFACTION OF MULTI-LAYERED SANDY DEPOSITS

星谷 勝*・斎藤 悅郎**・山崎 晃弘***

By Masaru HOSHIYA, Etsuro SAITO and Akihiro YAMAZAKI

A simple dynamic response analysis method by employing an equivalent linearization model for liquefaction was previously developed by the present authors (No. 340, Proc. of JSCE, 1983-12). However, the study using this method remained within discussion only for undrained saturated sandy soil which was modeled as a single degree of freedom system. This paper has extended the method into one which can be applied to multi-layered soil deposits, where for the verification of effectiveness of this extended method, analyzed numerically are a one-layered deposit which is modeled as a four degree of freedom system and the site profile of KAWAGISHI-CHO of NIIGATA city which is modeled as an eleven degree of freedom system. From comparison of analytical results of pore-water pressures by this method and by Finn's effective stress method, it can be concluded that this method is also effective as a simple tool of response analysis for liquefaction of multi-layered sandy deposits.

1. はじめに

地盤の液状化現象を考慮した応答解析法には、全応力解析法¹⁾と有効応力解析法²⁾がある。後者の有効応力解析法は、応力-ひずみ関係のモデル、間隙水圧モデルおよび透水モデルを運動方程式中に組み込み、逐次積分により順次間隙水圧等の応答量を算出していくものである。この方法では、これらのモデル化に対して多くの実験定数を必要とするが、これらの定数が正確に推定できれば精度のよい応答計算ができるものと思われる。しかしながら推定が十分でない場合には、多くの実験定数が応答量に与える影響についての定量的な評価が困難となる。また構造物と地盤の連成を考慮したモデルといった実際的問題、すなわち有限要素法等を用いた自由度の大きい二次元、三次元問題への適用には、複雑な計算であることから実用上まだ困難であるものと思われる。

そこで前論文³⁾では、液状化現象の発生過程をなるべく少ない等価動特性パラメーターを用いて表現すること

を主目的とし、内部変数としてせん断ひずみ蓄積量を用いた等価線形モデルを提案した。そしてこのモデルを用いた簡易な応答計算法として、液状化を伴う地盤の等価線形応答計算法を同時に提案した。等価線形応答計算法は、非線形問題を線形範囲で近似的に解析するものであることから、計算が簡単で、またモード重ね合わせ法といった線形の効率よい解析法すべてを適用できる特徴がある。また有限要素法等による自由度の大きい二次元・三次元モデルを用いた実際的な問題への適用も可能である。

前論文³⁾では、液状化発生過程の等価モデル化およびこのモデルを用いた等価線形応答計算法の可能性を主目的としたことから、応答計算に用いた対象地盤は理想的な非排水一層地盤を1自由度系で表わしたモデルとした。

本論文は、本方法を現実的な地盤に適用できるように拡張し、その有効性を数値的に明らかにしたものである。

本論は次のような内容から構成されている。

① まず提案した液状化を伴う地盤に対する等価線形応答計算法の概略について説明した。

② 多自由度系への拡張として理想的な非排水一層地盤を4自由度系に分割したモデルを用いて、本方法を適用した。そして前論文³⁾と同様に本方法とFinnによる

* 正会員 Ph. D. 武藏工業大学教授 土木工学科
(〒158 世田谷区玉堤1-28-1)

** 正会員 工修 フジタ工業(株)技術研究所
(〒223 横浜市港北区大瀬町74)

*** 正会員 工修 東日交通コンサルタント(前・武藏工業大学学院)

有効応力解析法²⁾との解析結果の比較から、本方法の有効性を明らかにした。

③ 1964年の新潟地震で顕著な液状化現象を呈した新潟市川岸町の地盤を11質点系に分割したモデルを用いて解析を行った。ここでは、地下水面上と地下水面上より上層の地盤モデルとは、等価線形モデルの内部変数の評価を異にしている。また本方法の有効性の数値的検証は②と同様な方法で行った。

2. 等価線形応答計算法の概説³⁾

前論文で提案した液状化を伴う地盤に対する等価線形応答計算法は、以下に示した3段階から構成されている。

① 液状化発生までの地盤軟化現象を、動的試験等から得られる入力および出力の時刻歴データを用いて、時間関数の等価な固有振動数および等価な減衰定数を推定する。推定には、制御理論の拡張カルマンフィルター⁴⁾を基本式として著者らが開発したEK-WGI法⁵⁾を用いた。この方法は、入力およびこの入力があるシステムを通過した出力を用いて、そのシステムのパラメーターを周波数領域に変換することなく、時間領域で推定するものである。なお前論文、本論文に用いた等価動特性推定用の入出力波形は、Finnによる有効応力解析法²⁾によって求めたシミュレーション波形とした。

② 振動によって生ずる間隙水圧の上昇は、一般にせん断ひずみの蓄積によって生ずるものと考えられていることから、内部変数としてせん断ひずみ蓄積量を定義した。

$$E_r = \int_0^t \gamma^2(t) dt \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここに、 E_r ：せん断ひずみ蓄積量

$\gamma(t)$ ：時間 t での地盤せん断ひずみ

そして、時間関数の等価動特性および間隙水圧比をこの内部変数の関数として整理する。

③ 等価線形応答計算法は、従来から地盤非線形（ただし液状化を伴わない）応答計算の一方法として用いられている計算法⁶⁾と同様である。すなわち従来の方法では、繰り返し収斂計算に用いる動特性的変化がひずみ依存であるのに対し、本方法では、せん断ひずみ蓄積量依存であることになる。そして収斂したせん断ひずみ蓄積量を用いて、間隙水圧比-せん断ひずみ蓄積量曲線より継続時間 T_d での間隙水圧比を求めることができる。

3. 多質点系モデルでの適用

ここでは、本方法を多質点系モデルに適用した場合の可能性について、Finnによる有効応力解析法での解析結果との比較から検討を行った。解析対象地盤は、図1に示した土質定数をもつ理想的な一層の非排水飽和砂

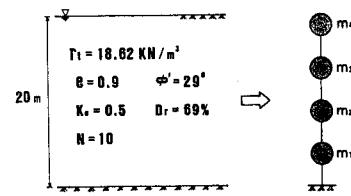


図-1 解析対象地盤

質地盤を4質点系に分割したモデルとした。図中の記号は、それぞれ γ_1 ：単位体積重量、 e ：間隙比、 K_0 ：静止土圧係数、 N ： N 値、 ϕ' ：内部摩擦角および D_r ：相対密度である。また Finn の有効応力解析法に用いた実験定数⁷⁾は、応力-ひずみ関係のモデルに対して、 $H_1 = 0.754$ 、 $H_2 = 0.406$ 、 $H_3 = 0.550$ 、 $H_4 = 0.500$ 、また間隙水圧モデルに対して $C_1 = 0.80$ 、 $C_2 = 0.79$ 、 $C_3 = 0.45$ 、 $C_4 = 0.73$ 、 $m = 0.43$ 、 $n = 0.62$ 、 $K_s = 0.0025$ とした。

(1) せん断ひずみ蓄積量依存曲線

多質点系モデルでは、間隙水圧比および動特性（固有振動数と減衰定数）の3本のせん断ひずみ蓄積量依存曲線を各質点間に對して推定しておく必要がある⁸⁾。4質点系モデルでは、 $4 \times 3 = 12$ 本のせん断ひずみ蓄積量依存曲線を推定することになる。これらの依存曲線の推定には、前論文と同様に、振幅特性および周波数特性の異なる入力波形に対して、Finn の有効応力解析法から応答波形を求め、EK-WGI 法の入出力データとした。なお Finn の有効応力解析法に用いた等価動特性の推定モデルは、各層を1質点系としたものである。すなわち本4質点系モデルでは、一層地盤であることから、拘束圧のみが相違した4種類の等価動特性推定モデルとなる。図-2は各層に対する間隙水圧比のせん断ひずみ蓄積量依存曲線を示したが、4層目（最上層）以外は、ほぼ同様な曲線としてまとめられた。図-3、4は、EK-WGI 法で推定した時間関数の固有振動数と減衰定数をせん断ひずみ蓄積量の関数として整理したものである。ただし固有振動数に関しては、多質点系において、せん断剛性比としての表現がより一般的であること

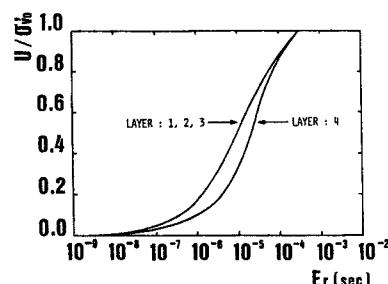


図-2 各層に対する間隙水圧比のせん断ひずみ蓄積量依存曲線

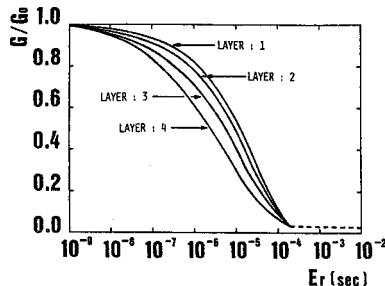


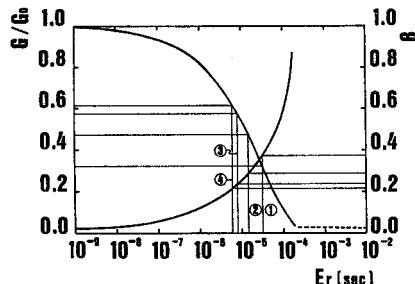
図-3 各層に対するせん断剛性比のせん断ひずみ蓄積量依存曲線

から、固有円振動数からせん断剛性比に変換した。

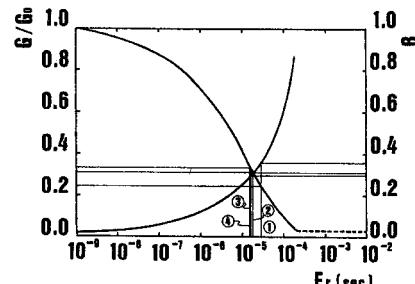
本4質点系モデルは、一層地盤であることから、各層のせん断ひずみ蓄積量依存曲線は、拘束圧のみの関数となる。図-3からも明らかなようにせん断剛性比は、拘束圧が高くなるに従い、すなわち層番号が小さくなるに従い、同じせん断ひずみ蓄積量に対して大きくなる傾向を示した。なお減衰定数のせん断ひずみ蓄積量依存曲線は、各層ともデータにばらつきがあることから、ここでは1~4層目までを1本の曲線として表わした。

(2) 解析結果

等価線形応答計算法およびFinnの有効応力解析法に用いた入力波形は、W 70, EW 10, EW 30, EW 100, R 1およびR 2の6種類とした。W 70とは、0.01~5 Hzの周波数領域で一様なパワーを有する有帯域ホワイントノイズで、最大振幅を70 cm/s²とした波形である。



(a) 1層目



(b) 2層目

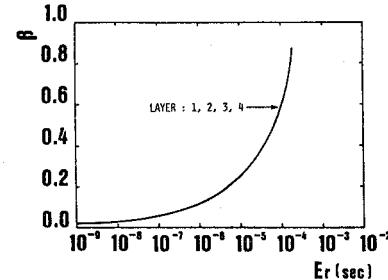
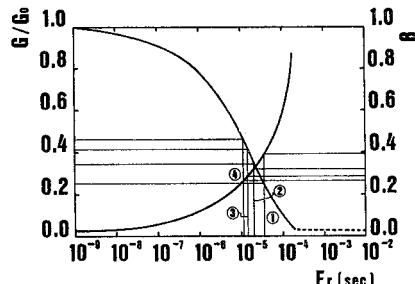


図-4 各層に対する減衰定数のせん断ひずみ蓄積量依存曲線

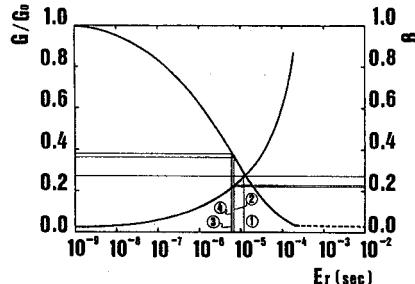
EW 10, EW 30 および EW 100 は、0.01~5 Hzの周波数領域で一様なパワーを有し、また最大振幅をそれぞれ10, 30, 100 cm/s²とし、形状関数を用いて振幅の非定常性をもたせた波形である。R 1 および R 2 は実地震波形で、R 1 は Millikan Library 地震記録 NS 成分、R 2 は Managua Nicaragua 地震記録 NS 成分であり、2波とも最大振幅を 100 cm/s²と調整した。なお形状関数 [I(t)] は次式を用いた。

$$I(t) = \begin{cases} 0.1 \exp(0.805 t) & (0 \leq t < 2 \text{ s}) \\ 0.5 & (2 \leq t \leq 7 \text{ s}) \\ 0.5 \exp[-0.201(t-7)] & (7 < t \leq 15 \text{ s}) \end{cases} \quad (2)$$

図-5は一例として、入力波形 EW 30、継続時間 $T_d = 10$ s の場合について、等価線形応答計算法の各層に対する収斂過程を示したものである。まず初期（微小ひずみ時）の各層に対するせん断剛性比および減衰定数をそ



(c) 3層目



(d) 4層目

図-5 等価線形応答計算の収斂過程 (EW 30, $T_d = 10$ s の場合)

表—1 等価線形応答計算法と Finn による有効応力解析法との比較

Input Waves	Equivalent Linearization Method			Effective Stress Method			
	Td	N.I.	LAYER	E_γ (sec)	u/σ'_{vv}	E_γ (sec)	u/σ'_{vv}
EW10	15	7	1	1.56×10^{-6}	0.220	2.10×10^{-6}	0.235
			2	2.09×10^{-6}	0.240	2.57×10^{-6}	0.245
			3	2.43×10^{-6}	0.280	2.32×10^{-6}	0.210
			4	1.26×10^{-6}	0.110	1.11×10^{-6}	0.110
EW30	10	4	1	5.93×10^{-6}	0.420	9.84×10^{-6}	0.470
			2	1.09×10^{-5}	0.520	1.40×10^{-5}	0.520
			3	1.53×10^{-5}	0.590	1.48×10^{-5}	0.510
			4	6.35×10^{-6}	0.260	7.26×10^{-6}	0.275
W70	2	4	1	4.81×10^{-6}	0.380	5.46×10^{-6}	0.370
			2	9.56×10^{-6}	0.490	1.01×10^{-5}	0.460
			3	1.16×10^{-5}	0.540	1.68×10^{-5}	0.540
			4	6.51×10^{-6}	0.260	1.36×10^{-5}	0.390
EW100	3	3	1	2.20×10^{-5}	0.700	2.51×10^{-5}	0.690
			2	4.21×10^{-5}	0.780	2.41×10^{-5}	0.640
			3	4.41×10^{-5}	0.760	1.74×10^{-5}	0.550
			4	1.21×10^{-5}	0.370	1.32×10^{-5}	0.390
R1	8	4	1	2.83×10^{-5}	0.750	1.79×10^{-5}	0.610
			2	5.74×10^{-5}	0.820	2.79×10^{-5}	0.680
			3	7.20×10^{-5}	0.830	6.16×10^{-5}	0.790
			4	1.75×10^{-5}	0.460	3.34×10^{-5}	0.630
R2	1	3	1	1.93×10^{-8}	0.020	1.79×10^{-8}	0.020
			2	1.67×10^{-8}	0.015	1.54×10^{-8}	0.020
			3	2.37×10^{-8}	0.020	2.33×10^{-8}	0.025
			4	3.08×10^{-8}	0.020	3.06×10^{-8}	0.015

Td : Time duration N.I. : Number of Iteration

それぞれ、1.0, 0.02の値を用いて、4質点モデルで線形応答計算を行なう。そして算出された各層のせん断ひずみ蓄積量に対応する等価動特性値を図—3, 4から求める(図—5①)。以上の方針で繰り返し計算を行うと、各層のせん断ひずみ蓄積量は4回目以降の繰り返しにおいて、それぞれ同様な値として算出され、本ケースの収斂回数は、4回であった。この収斂したせん断ひずみ蓄積量の値は、表—1のEW30の欄に示すように1層目： $E_\gamma = 5.93 \times 10^{-6}$ s, 2層目： $E_\gamma = 1.09 \times 10^{-5}$ s, 3層目： $E_\gamma = 1.53 \times 10^{-5}$ s, 4層目： $E_\gamma = 6.35 \times 10^{-6}$ sであった。次にこれらのせん断ひずみ蓄積量値に対応する間隙水圧比は、図—2を用いて、1層目： $u/\sigma'_{vv} = 0.420$, 2層目： $u/\sigma'_{vv} = 0.520$, 3層目： $u/\sigma'_{vv} = 0.590$, 4層目： $u/\sigma'_{vv} = 0.260$ と求められた。次に同じ入力および継続時間を用いてFinnの有効応力解析法から算出したせん断ひずみ蓄積量と間隙水圧比は、それぞれ、1層目： $E_\gamma = 9.84 \times 10^{-6}$ s, $u/\sigma'_{vv} = 0.470$, 2層目： $E_\gamma = 1.40 \times 10^{-5}$ s, $u/\sigma'_{vv} = 0.520$, 3層目： $E_\gamma = 1.48 \times 10^{-5}$ s, $u/\sigma'_{vv} = 0.510$, 4層目： $E_\gamma = 7.26 \times 10^{-6}$ s, $u/\sigma'_{vv} = 0.275$ となった。これらの結果を比較すると、等価線形応答計算法はFinnによる有効応力解析法とほぼよい対

応を示すことがわかる。表—1は他の入力波形を用いた場合に対しても、解析結果を併せて示している。同表から等価線形応答計算法の結果は、Finnによる有効応力解析法の結果とよい対応を示し、本解析法は多質点系への拡張が可能であることが数値的に明らかになった。

4. 新潟市川岸町地盤での適用^⑨

実地盤に対して本論の等価線形応答計算法がどの程度有効であるかを検証するために、新潟市川岸町地盤のモデル地盤に対して解析を行なった。検証方法は、前章と同様に、本方法とFinnによる有効応力解析法から得られた継続時間 T_d での深さ方向の間隙水圧比分布の比較から、数値的に検討した。

この川岸町の地盤は、1964年に発生した新潟地震の際に液状化現象による被害が顕著にみられた場所である。解析に用いた表—2の地盤データは、石原ら¹⁰⁾がモデル化した川岸町地盤データを参考にして求めたものである。なお地下水面上より上層(表—2の10, 11層)地盤の等価線形モデルは、ひずみ依存曲線を用いた。

表—2 新潟市川岸町地盤データ

Z (m)	Layer	e	γ_t (kN/m ³)	σ'_{vv} (kN/m ²)	K _n -value	ϕ' (deg)	N-value	Dr (%)
11	11	1.08	12.74	6.86	0.5	29	6	59
	10	1.08	12.74	19.60	0.5	28	6	54
4	9	1.13	17.64	37.24	0.5	26	6	49
6	8	0.89	18.62	55.86	0.6	30	8	53
8	7	0.89	18.62	77.42	0.6	32	12	60
10	6	0.89	18.62	116.74	0.6	32	15	60
12	5	0.69	19.60	152.88	0.7	37	15	55
18	4	0.54	20.58	184.24	0.8	41	15	50
20	3	0.54	20.58	216.58	0.8	41	40	78
22	2	0.54	20.58	248.92	0.8	42	40	74
26	1	0.54	20.58	281.26	0.8	46	40	70
30								

(1) 地水面より上層地盤のせん断ひずみ依存曲線

図—6は、地下水面上より上層地盤(10, 11層)に対して推定したせん断ひずみ依存曲線である。これらのせん断ひずみ依存曲線は、EK-WGI法から推定された時間関数(時間区間1sとした階段状の関数)の動特性を、各区間内の最大せん断ひずみ量の65%を有効ひずみとして整理し、作成したものである。

なおEK-WGI法に用いた入力は、周波数領域0.01~5Hzの有帶域ホワイトノイズで、最大加速度をそれぞれ100cm/s², 200cm/s², 300cm/s², 500cm/s²および

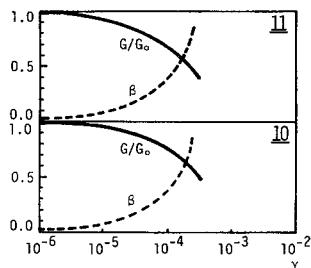


図-6 せん断剛性比および減衰定数のせん断ひずみ依存曲線

1 000 cm/s²とした5波である。また出力は、10層、11層の材料特性および拘束圧に対してそれぞれFinnの有効応力解析法で1質点系でモデル化し、上述の入力波形を用いて応答計算により求めた波形である。

図-6のせん断剛性比に対するせん断ひずみ依存曲線は、室内実験等によって求められている砂地盤に対する多くのせん断ひずみ依存曲線の範囲内に推定されている。一方減衰定数のせん断ひずみ依存曲線に関しては、ひずみレベルが増加するに従い対数的に増大し、従来の

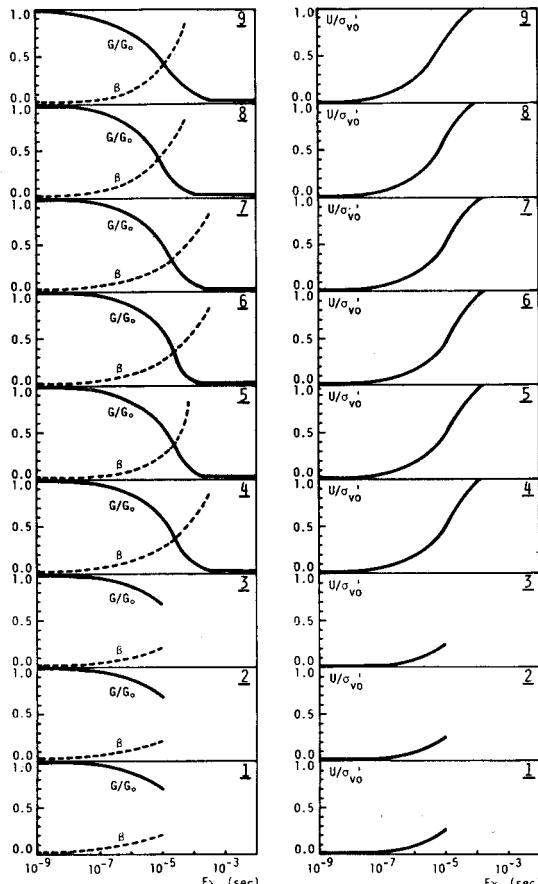


図-7 せん断ひずみ蓄積量依存曲線

実験結果で示されている最大で20~30%程度の減衰定数と比べその傾向が一致しない。これは推定に用いたFinnの有効応力解析法による出力波形が、履歴型Hardin-Drnevich型の応力-ひずみモデルを通過した波形であることから、国生¹²⁾による結果と同様な傾向が現われている。

(2) 地下水面より下層地盤のせん断ひずみ蓄積量依存曲線

図-7は、前章と同様な方法を用いて求めた地下水面より下層地盤(1~9層)に対するせん断剛性比、減衰定数および間隙水圧比のせん断ひずみ蓄積量依存曲線を示した。これらの図に示した右端の数字は層の番号である。1~3層目の地盤に対するせん断ひずみ蓄積量依存曲線は、完全液状化($u/\sigma'_{vo}=1.0$)の状態までの曲線を示していないが、これは下層において拘束圧、地盤剛性とも高く、最大加速度1 000 cm/s²の加速度波形を入力としても完全液状化まで至らなかった理由による。

(3) 解析結果

解析に用いた出力波形(図-8)は、周波数特性として0.01~5 Hzの間で一様なパワーを有し、また振幅特性として形状関数[式(2)]を用いて非定常性をもたらした波形とした。また入力波形の継続時間は、2 s間、6 s間および10 s間の3ケースとした。

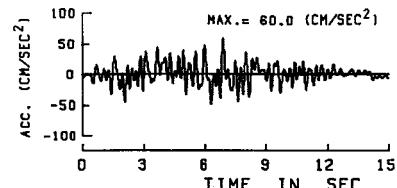


図-8 入力加速度波形

図-9は、各層に対する等価線形応答計算法の収斂過程を示したものである。これらの図の縦軸は、各繰り返し時に対するせん断ひずみ γ (10, 11層)およびせん断ひずみ蓄積量 E_γ (1~9層)である。図-9(a)は、入力波形の継続時間が2 sの場合である。この場合7回の繰り返し計算以後では、 γ および E_γ の値は、一定値となり、7回の繰り返し計算で各層の γ および E_γ は収斂した。図-9(b)は、入力波形の継続時間が6 sの場合で、9回の繰り返し計算で γ および E_γ は収斂した。また入力波形の継続時間が10 sの場合[図-9(c)]には、6回の繰り返し計算により各層の γ および E_γ は収斂した。なお各層の初期せん断剛性比、初期減衰定数は、それぞれ1.0, 0.02を用いた。

図-10は、各層の収斂したせん断ひずみ蓄積量から、各継続時間に対して図-7の間隙水圧比のせん断ひずみ

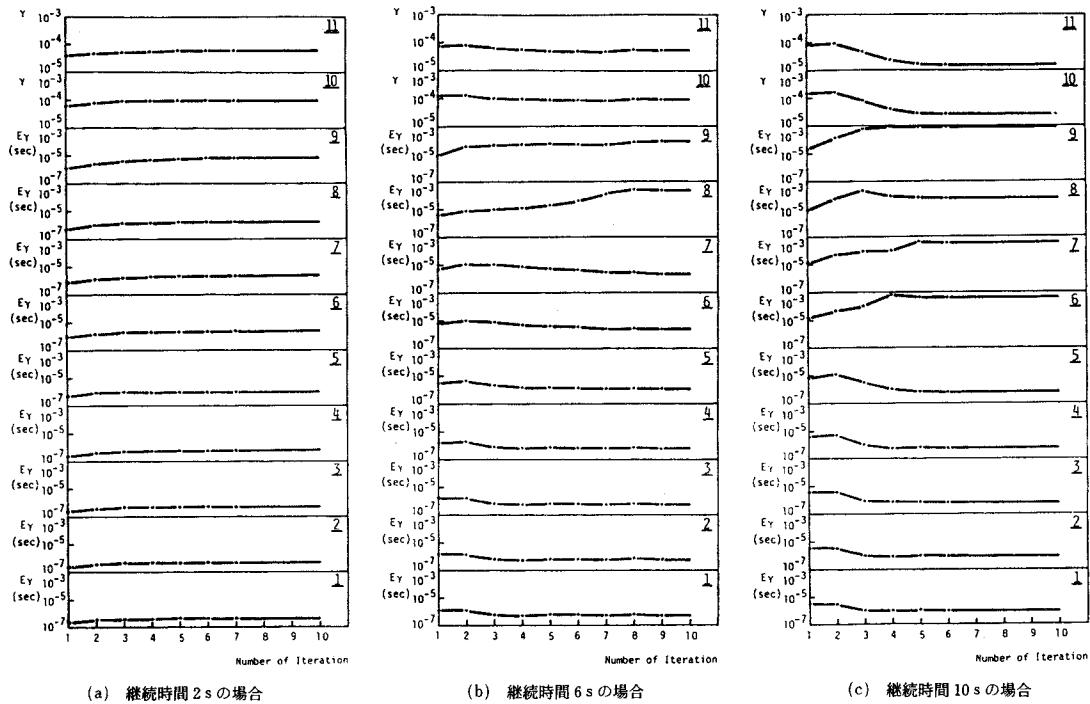
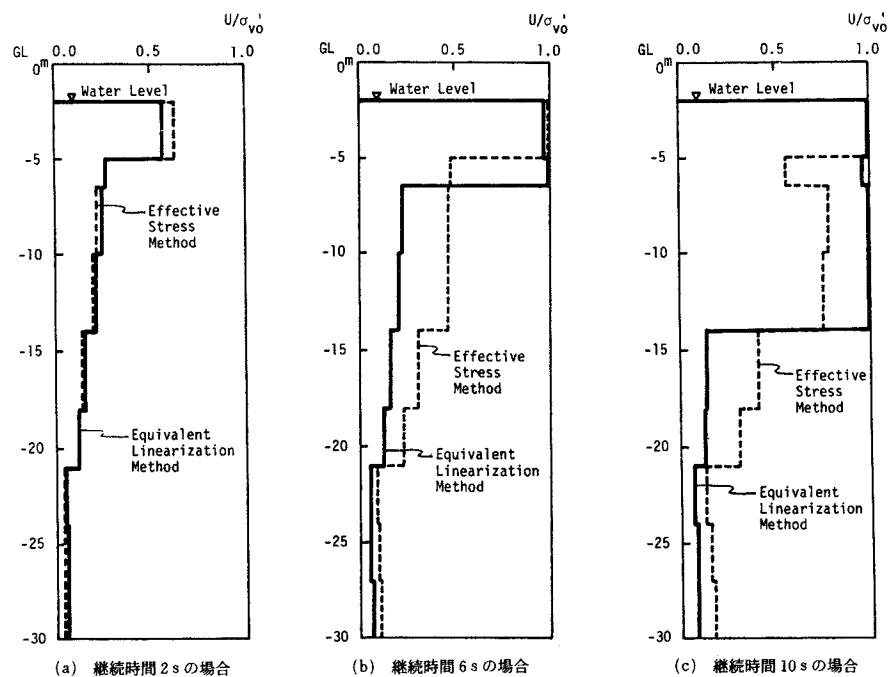
図-9せん断ひずみ蓄積量 E_Y およびせん断ひずみ γ の収敛過程

図-10 等価線形応答計算法と Finn による有効応力解析法との比較

蓄積量依存曲線を用いて求めた地盤深さ方向の間隙水圧比分布である(太線)。また点線は、Finnによる有効応力解析法から算出した各継続時間での間隙水圧比の深さ方向分布である。これらの分布を比較すると、それでおおむねよい対応を示していることがわかる。以上より提案した等価線形応答計算法は、液状化を伴う地盤の簡易な応答計算法として有効な方法であることが数値的に明らかになった。

5. おわりに

本研究は、前論文を拡張し、液状化を伴う多層地盤に対する等価線形応答計算法の可能性について検討を行ったものである。理想的な非排水一層地盤を4質点系に分割したモデルおよび新潟市川岸町地盤を11質点系に分割したモデルに対して本方法および、Finnによる有効応力解析法から得られた結果がそれぞれほぼ同様であることから、本方法は間隙水圧比を算定する簡易な応答計算法として有効であることが数値的に明らかになった。

本論文では、液状化を伴う地盤の軟化現象を、間隙水圧比および等価動特性のせん断ひずみ蓄積量依存曲線のみによりマクロ的に表現したものである。そしてこれらの曲線を用いて、線形の応答計算の繰り返し収斂計算により間隙水圧の上昇量を算出していくものである。

本方法は、新たに応答計算用のプログラムを開発する必要がない。すなわち、現在では汎用プログラム化されている地盤非線形(液状化を伴わない)の応答計算の簡易計算法(等価線形計算法)の材料特性データのみを、せん断ひずみ蓄積量依存曲線に変更することにより、液状化を伴う地盤の応答計算法にまで拡張できる特徴がある。

なお、今後、地盤種類、拘束圧をパラメーターとして、せん断ひずみ依存曲線データの蓄積を行う予定である。

参考文献

- 1) たとえば、Seed, H. B., Martin, P. P. and Lysmer, J. : Pore-Water pressure changes during soil liquefaction, Proc. ASCE, No. GT 4, 1976.
- 2) たとえば、Finn, W. D. L., Byrne, P. M. and Martin, G. T. : Seismic response and liquefaction of sands, Proc. ASCE, No. GT 8, 1976.
- 3) 星谷・齊藤：液状化を伴う地盤の等価線形化、土木学会論文報告集、No. 340, 1983-12.
- 4) Jazrawski, A. H. : Stochastic processes and filtering theory, Academic Press, 1970.
- 5) 星谷・齊藤：拡張カルマン・フィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用、土木学会論文報告集、No. 339, 1983-11.
- 6) たとえば、Schnabel, P. B., Lysmer, J. and Seed, H. B. : SHAKE, A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, Report No. EERC 72-12, Univ. California.
- 7) Finn, W. D. L., Lee, K. W. and Martin, G. T. : An effective stress model for liquefaction, Proc. ASCE, No. GT 6, 1977.
- 8) 星谷・齊藤・山崎：液状化現象を伴う地盤の等価線形計算法—1層地盤の2層分割モデルの場合、第11回関東支部年次研究発表会(土木学会)、1984-1.
- 9) 星谷・齊藤・山崎：液状化現象を伴う地盤の等価線形計算法—新潟市川岸町地盤データを用いた場合、土木学会第39回年次学術講演概要集(I)、1984-10.
- 10) Ishihara, K. and Tohata, I. : One-dimensional soil response analysis during earthquakes based on effective stress method, Journal of the Faculty of Engineering, Univ. Tokyo (B), Vol. 35, No. 4, 1980.
- 11) たとえば、栗林・岩崎・龍岡・堀内：土の動的変形特性－共振法土質試験機による測定、土木研究所資料、912号、建設省土木研究所。
- 12) 国生剛治：非線形応力～ひずみモデルの等価線形化過程での誤差、第16回地震工学研究発表会。

(1984. 5. 21・受付)