

## 断層モデルを用いたスロッシング解析の確率論的評価法

PROBABILISTIC ASSESSMENT OF SLOSHING ANALYSIS  
USING A FAULT DISLOCATION MODEL

星谷 勝\*・辻田 満\*\*・樫出正人\*\*・永田 茂\*\*\*

By Masaru HOSHIYA, Mitsuru TSUJITA, Masato KASHIIDE and Shigeru NAGATA

For the analysis of sloshing of liquid in a storage tank, it is important to consider relatively long-period ground motion properties expected at the construction site, and to establish a rational analysis method. Furthermore, it is rational to account for non-deterministic and non-reappearent properties of earthquake waves when the establishment of earthquake input model and response analyses are carried out. In this paper, a "fault model" which is an effective simulation method of long-period ground motions in seismology. Then, an earthquake input model was expressed by a nonstationary autoregressive model compatible to the simulated motions, and the analysis was effectively carried out by the use of a recursive covariance approach.

## 1. はじめに

近年、液体貯蔵タンクの大型化に伴い、耐震安全性に関する検討の必要性は増加している。液体自由表面の固有周期が地震動の変位波の卓越周期と共振状態にあるタンクでは液面動揺（スロッシング）が顕著となり、タンク構成部に動液圧として作用するとともに、内容液の溢流の危険性も生じる。このため、スロッシングに関する検討は、タンクの耐震安全性検討の際の重要項目となっている。

スロッシング現象に関する研究は古くから行われており、その解析手法は現象をほぼ説明できるものとなってきた。しかしながら、これにかかわる入力地震動に関する研究は不十分であり、実際の検討にあたっては常に入力地震動の問題が大きな障害となっているのが現状である。

スロッシング現象に多大な影響を及ぼす周波数の範囲は、地震動において数秒から10数秒程度のやや長周期成分であり、従来の構造物を対象に蓄積された比較的短

周期領域での入力地震動に関する知見をそのまま適用することは困難といえる。

入力地震動の重要性に着目したスロッシング応答解析に関する研究<sup>1)~4)</sup>は、これまでもいくつか報告されている。山本・清水<sup>2)</sup>は、長周期地震動に関する既往の研究と現行のスロッシング検討用スペクトルを整理した上で、東京近辺におけるスロッシング検討用の応答スペクトルを新たに提案し、これを用いた応答スペクトル解析を行っている。土木学会屋外貯蔵タンク耐震安全性小委員会報告書<sup>3)</sup>、スロッシング検討用の地震外力に関する研究の現状を取りまとめている。この報告書では、地震と注目地点に関する条件が与えられた場合の「やや長周期」地震動の予測手段として現時点で最も有効と考えられる「断層モデル」<sup>5)</sup>を用いた地震外力の設定を行い、スロッシング応答解析に用いている。また、確率論的な立場からスロッシング応答解析を取り扱ったものとして、坂田・木村ら<sup>6)</sup>の論文も発表されている。

以上のように、近年の地震学の知見を工学に取り入れた地震動の研究が行われており、中でも「断層モデル」の研究が実用化されつつある。これによって、今まで設定が難しかった「やや長周期」地震動の設定が可能となってきた。しかし、耐震工学上非常に有効な手法といえどもいまだ確立されたとはいえず、その使用にあ

\* 正会員 Ph. D. 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科  
(〒158 世田谷区玉堤1-28)

\*\* 正会員 工修(株)間組 技術研究所

\*\*\* 正会員 工修(株)日揮 (前・武蔵工業大学大学院)

たっては不確定な要素が多く残されているのが現状である。

そこで、著者らは現状での「断層モデル」で得られる有効な情報を生かしつつ、地震動のもつ不確定性・非再現性を補った合理的な入力地震動の設定を行い、これを取り入れた確率論的評価法の確立を試みた。本論文では、「断層モデル」を用いてやや長周期領域での地震動特性を抽出し、確率過程で地震動モデルを構築した。さらに、確率過程外力のばらつきを考慮したスロッシング応答解析を効率良く行うために、星谷らによって提案された応答共分散漸化式<sup>7),8)</sup>を用いた応答解析と最大応答値の整理に至る不規則振動解析<sup>9)</sup>の一連の解析手順を構築した。

## 2. 入力地震動の確率過程モデル

### (1) 断層モデルと不確定性

今日の構造物の大型化、長大化に伴い、やや長周期領域の地震動の重要性は高まっており、「断層モデル」を用いた理論地震動の模擬に関する研究は、土木工学の分野でも盛んに行われている。近年では、断層モデルと表面波動起理論（正規モード理論）を組み合わせた物理モデルを構築し、地震動変位波の再現・予測を行ったものがいくつかある<sup>5),10),11)</sup>。たとえば、井上ら<sup>3)</sup>は南海道トラフ沿いに周期100～150年で発生しているマグニチュード8クラスの巨大地震による周期5秒以上の表面波の模擬を行っている。この際、断層面上の食い違いを2次元的に仮定するとともに、断層面上での破壊伝播の不均一性を考慮して破壊速度  $V_R$  を1.5～3.0 km/s の一様乱数で与えることによって、より現実的な波動を模擬できることを報告している。

さて、破壊速度を確率量として扱うことは、破壊フロントの広がり方にゆらぎを与えることであり<sup>5)</sup>、破壊フロントが到達した断層面上の各小断層（点震源）から放出される小波動の時間的なずれの不規則性を考慮して重ね合わせることによって観測点での地震動を作成することになる（図-1）。このため、模擬された地震動は確率過程として表現するのが最適である。よって、「断層モデル」の破壊速度を一様乱数で与えた数十回の模擬によって予測されるやや長周期地震動の周波数特性・振幅の包絡形状特性・振幅強度特性を同時に満足し、かつ乱数位相特性を表現できる確率過程で地震外力を構築することは、破壊速度を確率量として与えた場合と平均的に等価な不確定性を表現することになるため、適切な地震動モデルと考えられる。

本章では、破壊フロントの広がり方の不確定性に着目した場合のやや長周期地震動の確率過程モデルの作成手順とスロッシング応答解析の地震外力として用いるため

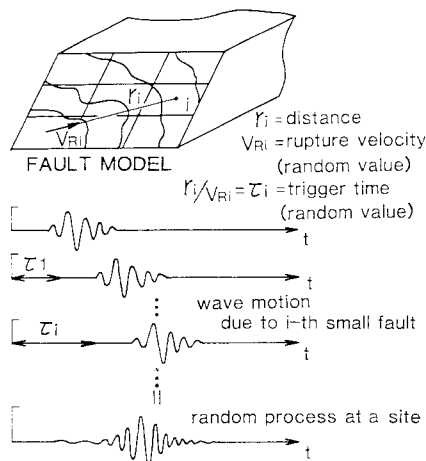


図-1 震源破壊過程モデル

の定式化に関して述べる。

### (2) やや長周期地震動の非定常確率過程モデル

非定常確率過程の地震動モデルとしては、式(1)のモデルがしばしば用いられている。

$$z_g(t) = g(t) \times z_o(t) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $z_o(t)$  は  $E[z_o(t)] = 0$  の非定常確率過程。  $g(t)$  は振幅の包絡形状を規定する確定関数。  $z_o(t)$  は  $E[z_o(t)] = 0$  で、パワースペクトル  $S(\omega)$  を有する定常確率過程である。なお、 $E[\ ]$  は期待値を表わし、“ $\cdot$ ” は  $d/dt$  を表わしている。

式(1)の地震動モデルは、包絡曲線と定常確率過程の積で表わされた簡単なモデルであるために卓越振動数の経時変化などの複雑な周波数特性を表現することは困難である。しかし、本研究においてやや長周期地震動特性の模擬手段として用いた、井上らの「断層モデル」ではモデルの特性上、有効周期が5～25秒となるように周波数領域においてバンドパス・フィルターをかけている。このため、やや長周期領域の周波数特性を表わすパワースペクトル  $S(\omega)$  は1つの頂点をもつ狭帯域のパワースペクトルをもつ。さらに、卓越振動数の経時変化が緩やかな地震動特性となっている。したがって、式(1)のモデルによるやや長周期地震動の表現も工学的には十分許容できるものと考えられる。

そこで、定常確率過程  $z_o(t)$  を規定するパワースペクトル  $S(\omega)$ 、振幅の包絡形状を表わす包絡曲線  $g(t)$  さらに非定常確率過程  $z_o(t)$  の振幅強度のモデル化に使用する平均速度応答スペクトル  $S_v(T)$  などのやや長周期地震動特性を用いて、式(1)の確率過程を作成している。なお、式(1)の確率過程モデルは、後述する応答共分散漸化式によるスロッシング応答解析の人力として用いるために、時系列モデルの非定常自己回帰過程によるモデ

ル化を行っている。非定常自己回帰過程による地震動のモデル化の際には、上述の3つの地震動特性を用いたモデル化手法を提案しているので、次節ではこの誘導に関して述べる。

(3) 非定常自己回帰過程<sup>12)</sup>による地震動のモデル化  
式(1)の定常確率過程  $z_s(t)$  は、定常自己回帰モデルを用いることにより、次式のように表現することができる。

$$z_s(k) = \sum_{j=1}^M b(j) \cdot z_s(k-j) + \varepsilon_s(k), \quad t = k \cdot \Delta t \dots (2)$$

ここで、 $b(j)$  は定常確率過程  $z_s(k)$  の周波数特性を決定する確定係数である。 $b(j)$  は後述の式(7)により決定される。 $\varepsilon_s(k)$  は  $E[\varepsilon_s(k)] = 0$  の確率変数(ホワイトノイズ)であり、 $\varepsilon_s(k)$  と  $\varepsilon_s(l)$  は式(3)の関係を有する。

$$E[\varepsilon_s(k) \cdot \varepsilon_s(l)] = \begin{cases} \sigma_s^2 = \text{const.} & (k=l) \\ 0 & (k \neq l) \end{cases} \dots (3)$$

$M$  は、定常確率過程  $z_s(k)$  のスペクトル特性を規定する係数であり、正の整数で与えられる。係数  $M$  の決定法としては、赤池・中川<sup>13)</sup>の方法があるが、断層モデルを用いたやや長周期地震動のモデル化では、 $M=2 \sim 4$  まで考慮することによって妥当なモデル化が可能であった。これは、 $M$  の値を変化させた数値実験を行うことによって確認したものである。なお、 $k\Delta t$  は時刻を表わしている。

さて、式(2)の係数  $b(j)$  は、式(2)の残差の2乗平均値  $E[\varepsilon_s^2(k)]$  を最小にするように定められる。式(2)より、

$$E[\varepsilon_s^2(k)] = \sigma_s^2 = E[\{z_s(k) - \sum_{j=1}^M b(j) \cdot z_s(k-j)\}^2] \dots (4)$$

したがって、 $k$  を固定して式(4)を  $b(l)$  で偏微分して0と置くと、次式を得る。

$$-2E[z_s(k) \cdot z_s(k-l)] + 2 \sum_{j=1}^M b(j) \cdot E[z_s(k-l) \cdot z_s(k-j)] = 0 \quad (l=1, 2, \dots, M) \dots (5)$$

ここで、断層モデルを用いて予測されたパワースペクトル  $s(\omega)$  を用いて算出した自己相関関数  $R(\tau)$  を用いると、式(5)は次式のようになる。

$$\sum_{j=1}^M b(j) \cdot R(j-l) = R(l) \quad (l=1, 2, \dots, M) \dots (6)$$

よって、式(2)の係数  $b(j)$  は、

$$\begin{bmatrix} b(1) \\ b(2) \\ \vdots \\ b(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(0), & & & \text{sym.} \\ R(-1), & R(0), & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ R(1-M), & R(2-M), & \dots, & R(0) \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} R(1) \\ R(2) \\ \vdots \end{bmatrix} \dots (7)$$

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ R(M) \end{bmatrix}$$

となる<sup>14)</sup>。さらに、式(2)の確率変数  $\varepsilon_s(k)$  の2乗平均値  $E[\varepsilon_s^2(k)] = \sigma_s^2$  は、式(4)より計算されることになる。

以上の定常自己回帰過程  $z_s(k)$  と振幅の包絡曲線  $g(k)$  を用いることにより、振幅強度に関して非定常性を有する非定常自己回帰モデルは、次式のようになる。

$$\begin{aligned} z_g(k) &= g(k) \cdot z_s(k) \\ &= \sum_{j=1}^M \{g(k) \cdot b(j) / g(k-j)\} \cdot \{g(k-j) \cdot z_s(k-j) + \varepsilon(k)\} \dots (8) \end{aligned} \quad (t = k \cdot \Delta t)$$

よって、非定常自己回帰過程  $z_g(k)$  の周波数特性を規定する係数  $b(j, k)$  は、

$$b(j, k) = g(k) \cdot b(j) / g(k-j) \dots (9 \cdot a)$$

となる。また、 $z_g(k)$  の振幅強度や振幅の包絡形状特性を規定する確率変数  $\varepsilon(k)$  の2乗平均値  $\sigma^2(k)$  は、

$$\sigma^2(k) = E[\varepsilon^2(k)] = g^2(k) \cdot E[\varepsilon_s^2(k)] = g^2(k) \cdot \sigma_s^2 \dots (9 \cdot b)$$

となる。

ところで、断層モデルを用いて模擬される「やや長周期」地震動特性を抽出する際に、模擬地震動が周波数的に定常と考えることは、「断層モデル」を用いた確率過程モデルの設定を容易にするばかりではなく、模擬地震動の周波数特性を十分に反映することも可能と考えられることはすでに述べた。しかし、確率過程モデルの周波数特性  $s(\omega)$  を適切に表現するために、振幅包絡形状を取り除くことを行わなかった。このため地震動モデルの設定の際には振幅強度の低下として表われた。そこで、本研究では断層モデルの模擬地震動の平均速度応答スペクトル  $s_v(T)$  を振幅強度特性と考え、この  $s_v(T)$  と非定常自己回帰モデル(式(8))のサンプル波形から算出した平均速度応答スペクトル  $c_s s_v(T)$  の比が以下の条件式を満足するように定めた。

$$R_d(T) = c_s s_v(T) / s_v(T) \geq 0.85 \quad (5 \leq T \leq 25 \text{ s}) \dots (10)$$

ただし式(10)の0.85は原子力発電所の入力地震動のために使用されているものであるが、本研究においても入力地震動モデル作成のための補正係数として採用している。本補正係数は以後の解析結果に影響を与えることも考えられるが、本研究では一貫した解析手順の確立を目指しているため、一応の目安として採用した。

ところで非定常自己回帰モデルにおいて振幅強度を規定する確率変数  $\sigma^2(k)$  (式(9 \cdot b)) に定数を乗ずることによって式(10)の補正条件を満足するようにした。

3. スロッシングの r.m.s 応答解析

(1) スロッシング応答解析の基礎式

スロッシング応答解析では、液体を非粘性・非圧縮性の完全流体と考え、液面における振幅を微小振幅と仮定した速度ポテンシャル理論<sup>1)</sup>、しばしば用いられている。本研究では、既往の研究を参考にして速度ポテンシャル理論を用いてスロッシングの不規則振動解析式の誘導を行った。

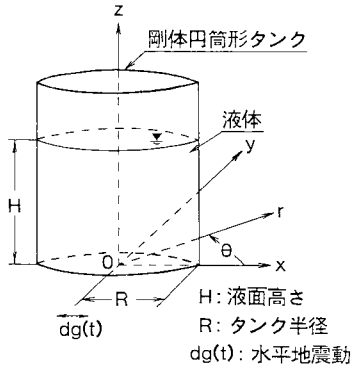


図-2 剛体円筒形タンク

さて、水平一方向変位  $d_g(t)$  を受ける剛体円筒形タンク (図-2) の速度ポテンシャル  $\phi(r, \theta, z, t)$  は

$$\phi(r, \theta, z, t) = R \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2}{\epsilon_j^2 - 1} \cdot \frac{J_1(\epsilon_j r/R)}{J_1(\epsilon_j)} \cdot \left[ \frac{\cosh(\epsilon_j z/R)}{\cosh(\epsilon_j H/R)} u_j(t) - u_g(t) \right] \cdot \cos \theta \dots (11)$$

$$(u_g(t) = \dot{d}_g(t))$$

となる。ここで、 $J_1(r)$  は 1 次の第 1 種ベッセル関数である。 $\epsilon_j$  は、 $J_1(\epsilon) = 0$  の  $j$  番目の正根である。また、 $u_j(t)$  は第  $j$  次スロッシングモードの応答速度であり、次の微分方程式の解である。

$$\ddot{u}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{u}_j + \omega_j^2 u_j = \dot{u}_g(t)$$

$$\dot{u}_j(t) = \dot{d}_g(t) \dots (12)$$

式(12)において、 $\omega_j$  は

$$\omega_j = \sqrt{\frac{g}{R} \epsilon_j \tanh\left(\epsilon_j \frac{H}{R}\right)} \quad g: \text{重力加速度}$$

で表わされる第  $j$  次スロッシングモードの固有円振動数であり、 $\zeta_j$  は第  $j$  次スロッシングモードの減衰定数である。 $\dot{u}_g$  は地震動の加速度である。式(12)において初期条件として、液面静止状態を仮定すると、

$$\dot{y}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{y}_j + \omega_j^2 y_j = \dot{z}_g(t)$$

$$\dot{y}_j(t) = u_j(t), \quad \dot{z}_g(t) = \dot{u}_g(t) \dots (13)$$

が得られる。したがって、式(11)、(13)より、液面上昇量  $\eta$ 、側板動液圧  $P_w$ 、底板動液圧  $P_b$  ( $n$  次スロッシングモードまで考慮、 $\theta = 0$ ) は、

$$\eta = \frac{R}{g} \sum_{j=1}^n \frac{2}{\epsilon_j^2 - 1} \cdot \frac{J_1(\epsilon_j r/R)}{J_1(\epsilon_j)} \cdot (\dot{y}_j - \dot{z}_g) \dots (14 \cdot a)$$

$$P_w = \frac{\gamma_f R}{g} \sum_{j=1}^n \frac{2}{\epsilon_j^2 - 1} \cdot \left[ \frac{\cosh(\epsilon_j z/R)}{\cosh(\epsilon_j H/R)} \dot{y}_j - \dot{z}_g \right] \dots (14 \cdot b)$$

$$P_b = \frac{\gamma_f R}{g} \sum_{j=1}^n \frac{2}{\epsilon_j^2 - 1} \cdot \frac{J_1(\epsilon_j r/R)}{J_1(\epsilon_j)} \cdot \left[ \frac{1}{\cosh(\epsilon_j H/R)} \dot{y}_j - \dot{z}_g \right] \dots (14 \cdot c)$$

( $\gamma_f$ : 液体の単位体積重量) となる<sup>1)</sup>。

(2) 応答共分散漸化式<sup>7), 8)</sup>

式(13)の微分方程式は、地震外力を非定常自己回帰過程のような時間領域の漸化式でモデル化することにより、スロッシング応答の標準偏差を計算するための r.m.s (root-mean-square) 応答解析を時間領域で効率よく行う応答共分散漸化式を誘導できる。

式(13)を線形加速度法を用いて解き、マトリックス表示すると、

$$\eta_j(k+1) = H_j \cdot \eta_j(k) + E_j \cdot \dot{z}_g(k+1) \dots (15)$$

$$\eta_j(k) = [y_j(k), \dot{y}_j(k), \ddot{y}_j(k)]^T$$

となる。さらに、地震動  $\dot{z}_g(k)$  の非定常自己回帰過程 (式(8)) を状態空間表示すると、

$$\dot{P}(k) = B(k) \cdot \dot{P}(k-1) + V \cdot \epsilon(k) \dots (16)$$

$$\dot{P}(k) = [\dot{z}_g(k), \dot{z}_g(k-1), \dots, \dot{z}_g(k-M+1)]^T$$

となる。式(15)、(16)を 1 つにまとめて状態方程式を作成すると式(17)のようになる。

$$W_j(k+1) = T_j(k+2) \cdot W_j(k) + U \cdot \epsilon(k+2) \dots (17)$$

$$W_j(k+1) = [\eta_j^T(k+1); \dot{P}^T(k+2)]^T$$

ここで、式(17)の確率変数  $\epsilon(k)$  の経時的独立性 (式(3)) を考慮すると、第  $i$  次と第  $j$  次スロッシングモードに関する応答共分散漸化式を誘導することができる。

$$\alpha_{ij}(k+1) = T_i(k+2) \alpha_{ij}(k) T_j^T(k+2) + U \sigma^2(k+2) U^T \dots (18)$$

$\alpha_{ij}(k) = E[W_i(k) \cdot W_j^T(k)]$  の応答共分散マトリックス。

$T_i(k+2)$ : 非定常自己回帰モデルの係数  $b(j, k)$  と振動方程式の係数からなる非定常遷移マトリックス。

さて、式(14・a)~(14・c)を用いるとスロッシングによる液面上昇量  $\eta$ 、側板動液圧  $P_w$  および底板動液圧  $P_b$  の r.m.s 応答 ( $n$  次スロッシングモードまで考慮、 $\theta = 0$ ) は、それぞれ、

$$\sqrt{E[\eta^2(r, k)]} = \left[ \left( \frac{R}{g} \right)^2 \cdot \{A(r) E[\dot{y}(k) \dot{y}^T(k)] A^T(r) - 2 \times A(r) \cdot E[\dot{z}_g(k) \dot{y}^T(k)] A^T(r) + A(r) \right]$$

$$\begin{aligned} & \cdot E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{z}_\sigma^T(k)]A^T(r)]^{1/2} \\ \sqrt{E[P_w^2(z, k)]} &= \left[ \left( \frac{\gamma R}{g} \right)^2 \cdot B(z) \cdot E[\dot{y}(k) \cdot \dot{y}^T(k)]B^T(z) \right. \\ & - 2 \times A(R) \cdot E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}^T(k)]B^T(z) + A(R) \\ & \left. \cdot E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{z}_\sigma^T(k)]A^T(R) \right]^{1/2} \\ \sqrt{E[P_r^2(r, k)]} &= \left[ \left( \frac{\gamma r R}{g} \right)^2 \cdot C(r)E[\dot{y}(k) \cdot \dot{y}^T(k)] \cdot C^T(r) \right. \\ & - 2 \times A(r) \cdot E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}^T(k)]C^T(r) \\ & \left. + A(r)E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{z}_\sigma^T(k)]A^T(r) \right]^{1/2} \\ t &= k \cdot \Delta t \dots \dots \dots (19.a \sim c) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $A(r)$ ,  $A(R)$ ,  $B(z)$ ,  $C(r)$ は、

$$\begin{aligned} A(r) &= \left\{ \frac{2}{\varepsilon_j^2 - 1} \cdot \frac{J_1(\varepsilon_j r/R)}{J_1(\varepsilon_j)} \right\} (j=1, 2, \dots, n) \\ B(z) &= \left\{ \frac{2}{\varepsilon_j^2 - 1} \cdot \frac{\cosh(\varepsilon_j z/R)}{\cosh(\varepsilon_j H/R)} \right\} (j=1, 2, \dots, n) \\ A(R) &= \left\{ \frac{2}{\varepsilon_j^2 - 1} \right\} (j=1, 2, \dots, n) \\ C(r) &= \left\{ \frac{2}{\varepsilon_j^2 - 1} \cdot \frac{J_1(\varepsilon_j r/R)}{J_1(\varepsilon_j)} \cdot \frac{1}{\cosh(\varepsilon_j H/R)} \right\} \\ & \quad (j=1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

を要素とする  $(1 \times n)$  の行ベクトルである。さらに、式(19)の  $E[\dot{y}(k) \cdot \dot{y}^T(k)]$ ,  $E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}^T(k)]$ ,  $E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{z}_\sigma^T(k)]$  は、それぞれ次式のようになる。

$$\begin{aligned} & E[\dot{y}(k) \cdot \dot{y}^T(k)] \\ = & \begin{bmatrix} E[\dot{y}_1^2(k)] & & & & & & \text{sym.} \\ E[\dot{y}_2(k)\dot{y}_1(k)], & E[\dot{y}_2^2(k)], & & & & & \\ \vdots & \vdots & & & & & \\ E[\dot{y}_n(k)\dot{y}_1(k)], & E[\dot{y}_n(k)\dot{y}_2(k)], & \dots, & & E[\dot{y}_n^2(k)] \\ (n \times n) \dots \dots \dots (20.a) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}^T(k)] \\ = & \begin{bmatrix} E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}_1(k)], & E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}_2(k)], \\ E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}_1(k)], & E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}_2(k)], \\ \vdots & \vdots \\ E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}_1(k)], & E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}_2(k)], \\ \dots, & E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}_n(k)] \\ \dots, & E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}_n(k)] \\ \vdots & \\ \dots, & E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{y}_\sigma(k) \cdot \dot{y}_\sigma(k)] \\ (n \times n) \dots \dots \dots (20.b) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$E[\dot{z}_\sigma(k) \cdot \dot{z}_\sigma^T(k)] = E[\dot{z}_\sigma^2(k)] \dots \dots \dots (20.c)$$

(n × n)

上記の式(20.a)~(20.c)の各要素は、式(18)の応答共分散マトリックスの要素として与えられている。このため、式(19)を用いることにより、タンク各部の r.m.s 応答の近似理論解は効率よく算出することができる。なお、

同様の手法を用いると、タンクに作用する水平合力や転倒モーメントも算出することができる。

次に、式(18)の漸化式の初期値マトリックスは以下のように決定した。応答共分散漸化式を誘導する際、初期条件として式(21)の液体静止状態を仮定した。

$$y_j(0) = \dot{y}_j(0) = \ddot{y}_j(0) = z_\sigma(0) = 0 \dots \dots \dots (21)$$

このため、応答共分散漸化式の初期値マトリックスは、 $\alpha_{ii}(0) = E[W_i(0) \cdot W_j^T(0)]$

$$= E[[\eta_j^T(0) \ ; \ \ddot{P}^T(1)]^T \cdot [\eta_j^T(0) \ ; \ \ddot{P}^T(1)]]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & & & 0 \\ & \dots & & \\ & & \sigma^2(1) & \\ & 0 & & 0 \end{bmatrix}$$

[(3+M) × (3+M)] \dots \dots \dots (22)

となる。断層モデルによって模擬されるやや長周期地震動の立ち上がり部の振幅強度は、一般的には非常に小さいため、これを非定常自己帰帰モデルでモデル化した場合の確率変数  $\varepsilon(k)$  の 2 乗平均値  $\sigma^2(k)$  の初期値も

$$E[\varepsilon^2(k)] = \sigma^2(0) = 0$$

となるために、式(21)および式(22)の初期条件は妥当と考えられる。

### (3) 最大応答値による解析結果の整理

これまでも確率論手法を用いた応答解析に関する研究が行われているが、解析結果を r.m.s 応答で示したものが多く見られた<sup>15)</sup>。しかし、本研究では設計などの実務的な問題に対しても有効な情報を提供することを目的として、解析結果を最大応答値で示すこととした。このため、非定常確率過程応答の平均最大応答値を推定するために、Yang と Liu によって提案された最大応答理論<sup>16)</sup>を用いている。

しかしながら、Yang と Liu の最大応答理論は、スロッシング問題のように長周期で減衰が小さな場合の最大応答の推定で精度の低下がみられたために理論式の補正を行った。文献16)によれば、 $E[x_k]$  と  $\sigma_k$  および  $E[x_k^2]$  と  $\sigma_k^2$  は線形関係となっている。そこで本研究においても、それぞれ線形関係とし、数値実験的に係数を調べたところ、

$$E[x_k] = 0.76 \sigma_k$$

$$E[x_k^2] = 1.00 \sigma_k^2$$

の関係が得られたので、これを適用して最大応答値の推定を行っている。なお、最大応答理論に関する詳細は、文献16)を参照していただきたい。

## 4. 数値計算例

### (1) 地震動モデルの設定

断層モデルを用いたやや長周期地震動の確率過程モデルの代表例として、今日、注目を集めている仮想東海地

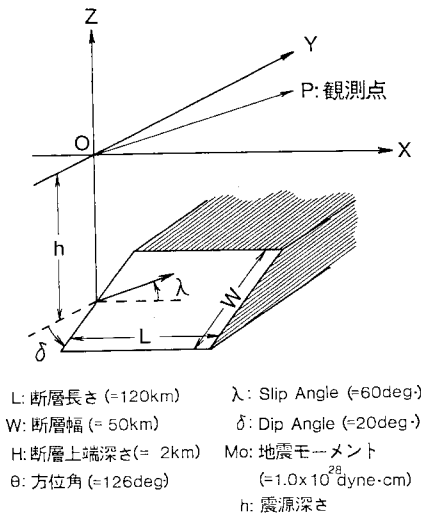


図-3 仮想東海地震の巨視的パラメーター<sup>3)</sup>

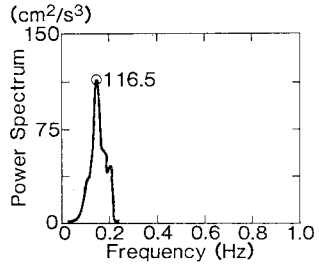


図-6 仮想東海地震動のパワースペクトル

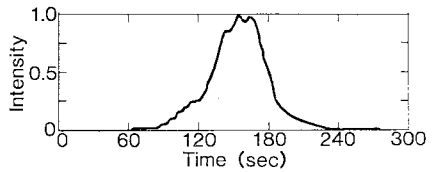


図-7 仮想東海地震動の平均振幅包絡線

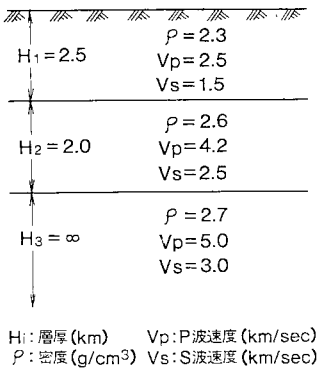


図-4 地下構造モデル<sup>3)</sup>

震による東京近辺での地震動モデルを構築した。

仮想東海地震に関する研究は、地震学を中心に多数行われているため、断層諸元などはかなり解明されている。今回の数値計算例では、仮想東海地震の断層の巨視的パラメーターとしては、中央防災会議が提案したモデル(図-3)<sup>3)</sup>を使用している。また、震源域から観測点までの伝播経路特性を決定する地下構造モデルとしては、工藤によって提案された水平層構造モデル(図-4)<sup>3)</sup>を使

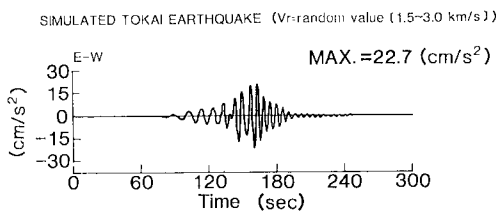


図-5 仮想東海地震の理論加速度波形の一例

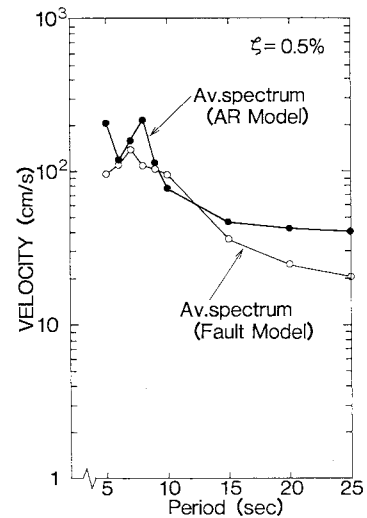


図-8 断層モデルと非常数自己回帰モデルの平均速度応答スペクトルの比較図

用している。

以上の断層諸元と地下構造モデルを用いることにより、仮想東海地震において予想されるやや長周期地震動特性を抽出することになる。このとき、井上らの文献5)を参考にして震源での破壊フロントの広がり方を規定する破壊速度  $V_R$  を  $V_R=1.5 \sim 3.0$  km/s の一様乱数で与えている。さらに、破壊速度を決定する一様乱数発生初期値を 50 通りに変えることによって、50 波の理論加速度波形の水平成分を算出した。50 波の理論波形の中の 1 波形を図-5 に示した。

断層モデルでは、模擬地震動のフーリエ成分が得られ

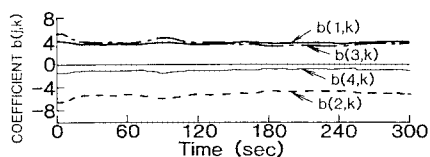


図-9 非定常自己回帰モデルの係数  $b(j,k)$

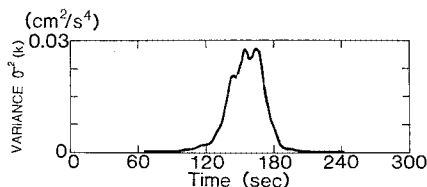


図-10 非定常自己回帰モデルの確率変数  $\sigma^2(k)$

るが、50波の理論波形の2乗平均フーリエ成分  $E[|A(\omega)|^2]$  を用いると確率過程の周波数特性を規定するパワースペクトル  $S(\omega)$  (図-6) は、

$$S(\omega) = E[|A(\omega)|^2] / 2\pi T$$

$T$ : 全継続時間

として与えられる。また、50波の理論波形の平均的包絡曲線  $g(t)$  (図-7) を計算して、やや長周期地震動特有の振幅包絡形を表現するのに用いている。さらに、確率過程の振幅強度のモデル化に用いる平均速度応答スペクトル  $S_v(T)$  を計算して図-8に示した。

図-6~8に示した仮想東海地震の地震動特性を満足する非定常自己回帰モデルは、3.(2)に述べた手順によって構築される。図-9, 10には、非定常自己回帰モデルを構築する係数  $b(j,k)$  と  $\sigma^2(k)$  を示した。図-9の係数  $b(j,k)$  は、確率過程モデルの周波数特性を規定することになるが、今回算出した係数の経時変化は緩慢であり、ほぼ周波数定常のモデルを作成したことが示されている。また、図-10の確率変数  $\sigma^2(k)$  の値は、時刻120~180秒の間で相対的に増加しており、この間に地震動モデルの主要動が存在することを示している。図-8には、非定常自己回帰モデルのサンプル波形の平均速度応答スペクトル  $S_v(T)$  も計算して示したが、断層モデルの有効周期  $T=5\sim 25$  秒でほぼ満足できる結果が得られていることがわかる。

(2) スロッシングのr.m.s.応答解析

図-9, 10の非定常自己回帰モデルを入力とするスロッシングのr.m.s.応答解析の数値計算例を示した。解析モデルとしては、剛体円筒形タンク (Model 1~3)<sup>3)</sup> と2次元矩形タンク (Model 4)<sup>17)</sup> (Appendix 1) を考え、これらの解析モデルが水平一方向地震外力を受けた場合の解析を行った。各タンクの諸元は、表-1に示した。

表-1 解析モデルの諸元

円筒タンク	Model No.	容量 (kl)	内径 (m)	液面高さ (m)	スロッシング固有周期 (秒)		
					1次	2次	3次
	1	10,000	25.4	19.8	5.3		
	2	50,000	56.7	19.8	8.5		
	3	110,000	80.0	21.6	10.7	5.5	
矩形タンク	Model No.	容量 (kl)	タンク幅 (m)	液面高さ (m)	スロッシング固有周期 (秒)		
					1次	2次	3次
	4	21,000	112.0	12.5	20.7	7.8	5.5

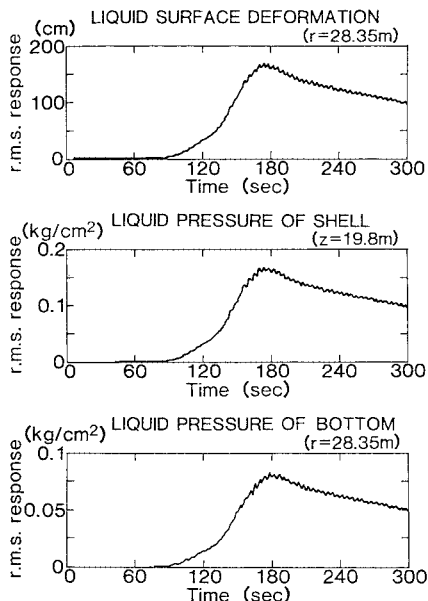


図-11 タンク各部のr.m.s. 応答 (Model 2)

タンク内溶液の単位体積重量  $\gamma_r=1.0\text{ t/m}^3$ 、第1次スロッシングモードの減衰定数  $\zeta_1=0.5\%$  としている。さらに、断層モデルの有効周期が5~25秒であることを考慮して、それぞれのタンクにおいて

- Model 1, 2...1次モードのみ
- Model 3 ...1~2次モード
- Model 4 ...1~3次モード

のモードまで考慮している。

4種類の解析モデルのr.m.s.応答解析の結果のうち、一例としてModel 2のr.m.s.応答(液面上昇量、側板動液圧)を図-11に示した。

(3) 現行の応答スペクトル法との比較

本節では、YangとLiuの最大応答理論を用いて、r.m.s.応答解析の結果から平均最大応答と信頼性限界を推定することにより、現行の応答スペクトル法との比較・検討を行った。

現在、液体貯槽のスロッシング検討用スペクトルとし

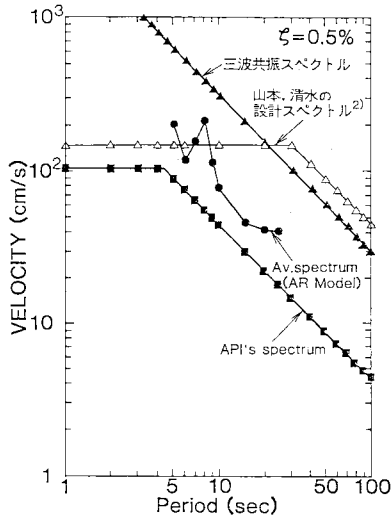


図-12 現行のスロッシング検出用スペクトル

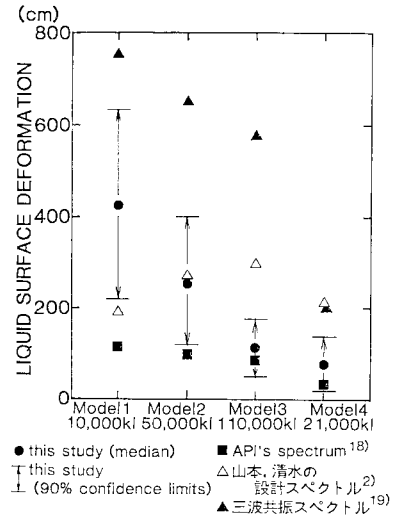


図-13 液面上昇量の比較図

て用いられている代表的なものとしては、図-12に示すように API によって提案されたスペクトル<sup>18)</sup> (API's spectrum), 三波共振スペクトル<sup>19)</sup>および山本・清水によって提案された東京近辺でのスロッシング検出用スペクトル<sup>2)</sup>などがある。これらのスペクトルを入力として、速度ポテンシャル理論に基づく応答スペクトル法より、表-1の解析モデルの液面上昇量を計算した。この結果を本研究の結果と比較して図-13に示した。

図-13に示した結果より、東海地震を想定した場合の液面上昇量に関して以下のような考察ができる。API's spectrumの結果は、本研究の下限側の信頼性区間に入るものであり、やや危険側の応答を示している。山本・清水のスペクトルを用いた結果は、設計スペクトルとしての一般性を考えると、ほぼ妥当なスペクトルであると考えられる。一方、三波共振スペクトルの結果は、全体的に過大な応答を示すことになる。

このように、従来の決定論的解析手法を用いた解析では、応答値のもつ意味を定量的に評価することが困難であるのに対して、確率論的手法では信頼性限界を算出することができるため現行の応答スペクトルを用いた解析結果を定量的に評価することも可能になる。

## 5. おわりに

本論文では、現行での「断層モデル」で得られる有効な情報を生かしつつ、地震動のもつ不規則性・非再現性を補った合理的なやや長周期地震動の確率過程モデルを作成した。さらに、この確率過程モデルを用いた効率よいスロッシングの不規則振動解析法を提案することにより、入力の設定から最大応答や信頼性限界の算出までの

解析手順を構築した。本研究の成果を要約すると以下のとおりになる。

(1) 「断層モデル」の破壊フロントの広がり方の不確定性に着目し、破壊速度を確率変数として与えた場合に模擬された、周波数特性・振幅包絡形・振幅強度特性などの「やや長周期」地震動特性を用いて、非定常自己回帰過程による確率過程の作成手法を提案した。

(2) スロッシングの r.m.s 応答解析を効率よく行うために、星谷らによって提案された応答共分散漸化式をスロッシング応答解析に適用した。このため、任意の地震動が作用するタンクにおいて、高次スロッシングモードの影響まで考慮した場合の r.m.s 応答の近似理論解を効率よく算出できるようにした。

(3) 数値計算例では、仮想東海地震動の確率過程モデルを構築し、これを用いたスロッシングの r.m.s 応答解析を行った。さらに、スロッシング問題に対して使用できるように若干の修正を行った Yang と Liu の最大応答理論を用いて r.m.s 応答を平均最大応答とその信頼性限界の形に整理し、現行の応答スペクトル法を用いた結果との比較を行った。

最後に本研究の問題点を明示し、今後の研究課題としたい。本研究では、断層モデルのもつ不確定性を直接表現できるような確率過程モデルを構築することを試みたものであるが、いまだに多くの問題を有するために理想的モデルの完成には至らなかった。そこで、断層モデルを用いたシミュレーションを介することによって乱数位相モデルによる確率過程入力地震動を作成し、確率論的な解析手法の構築を試みたものである。



謝 辞：本研究のうち、「断層モデル」の使用にあたり、貴重なプログラムとデータを提供していただいた、茨城大学の井上己介先生、(株)間組 松原勝己氏に深く感謝致します。

Appendix 1

タンク幅  $2a(x=\pm a)$ 、液面高さ  $z=H$  の 2次元矩形タンクが水平変位  $d_g$  を受けた場合の液面上昇量  $\eta(x, k)$ 、側板の動液圧  $P_w(z, k)$ 、底板の動液圧  $P_b(x, k)$  は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \sqrt{E[\eta^2(x, k)]} &= \left[ \left( \frac{1}{g} \right)^2 \cdot \{A(x)E[\dot{y}(k)\dot{y}^T(k)]A^T(x) \right. \\ &\quad - 2 \times A(x) \cdot E[\dot{z}_g(k)\dot{y}^T(k)]A^T(x) \\ &\quad \left. + A(x)E[\dot{z}_g(k)\dot{z}_g^T(k)]A^T(x) \right]^{1/2} \\ \sqrt{E[P_w^2(z, k)]} &= \left[ \left( \frac{\gamma}{g} \right)^2 \cdot \{B(z) \cdot E[\dot{y}(k)\dot{y}^T(k)]B^T(z) \right. \\ &\quad - 2 \times A(a)E[\dot{z}_g(k) \cdot \dot{y}^T(k)]B^T(z) \\ &\quad \left. + A(a)E[\dot{z}_g(k)\dot{z}_g^T(k)]A^T(a) \right]^{1/2} \\ \sqrt{E[P_b^2(x, k)]} &= \left[ \left( \frac{\gamma}{g} \right)^2 \cdot \{C(x) \cdot E[\dot{y}(k)\dot{y}^T(k)]C^T(x) \right. \\ &\quad - 2 \times A(x) \cdot E[\dot{z}_g(k) \cdot \dot{y}^T(k)]C^T(x) + A(x) \\ &\quad \left. \cdot E[\dot{z}_g(k) \cdot \dot{z}_g^T(k)]A^T(x) \right]^{1/2} \\ t &= k \cdot \Delta t \end{aligned}$$

ここで、 $A(x)$ 、 $A(a)$ 、 $B(z)$ 、 $C(x)$  は、

$$A(x) = \left\{ \frac{8a(-1)^{j-1}}{(2j-1)^2 \pi^2} \sin(k_j x) \right\} (j=1, 2, \dots, n)$$

$A(a) = A(x=a)$  の場合

$$B(z) = \left\{ \frac{8a(-1)^{j-1}}{(2j-1)^2 \pi^2} \sin(ak_j) \cdot \frac{\cosh(k_j z)}{\cosh(k_j H)} \right\} (j=1, 2, \dots, n)$$

$$C(x) = \left\{ \frac{8a(-1)^{j-1}}{(2j-1)^2 \pi^2} \sin(k_j x) \frac{1}{\cosh(k_j H)} \right\} (j=1, 2, \dots, n)$$

を要素とする  $(1 \times n)$  の行ベクトルである。なお、

$$k_j = \pi(2j-1)/2a$$

であり、固有円振動数  $\omega_j$  は次式で与えられる。

$$\omega_j = \sqrt{g k_j \tanh(k_j H)}$$

参 考 文 献

1) 曾我部潔・重田達他・柴田 碧：液体貯蔵の耐震設計，日本機械学会誌，第 79 巻，第 689 号，pp. 31 ~ 40, 1976.

2) 山本鎮男・清水信行：長周期地震動とスロッシング解析，高圧ガス，Vol. 18, No. 4, pp. 10 ~ 20, 1981.

3) 土木学会屋外貯蔵タンク耐震安全性小委員会：屋外貯蔵タンクの耐震安全性検討のための入力地震波の変位特性に関する調査報告書，土木学会，1982.

4) 井上涼介：やや長周期領域の実記録を用いた石油タンクの応答スペクトルの計算，第 27 回応用力学連合講演会概要，1977.

5) 井上涼介・藤野陽三・松原勝己・伯野元彦：断層震源モデルを適用した周期 10 秒前後の地震動評価の試み，土木学会論文報告集，第 317 号，pp. 47 ~ 60, 1982.

6) 坂田 勝・木村康治・内海雅彦：円筒タンク内の非線形液面揺動の非定常不規則応答解析，日本機械学会論文集 C 編，第 49 巻，第 442 号，pp. 963 ~ 970, 1983.

7) Hoshiya, M. : Recursive Formulation of Response Covariance Matrix in Earthquake Random Vibration, U. S. -Japan Seminar, Hawaii, March, 1982.

8) 星谷 勝・石井 清・永田 茂：応答共分散漸化式の誘導と応用，土木学会論文報告集，第 341 号，pp. 207 ~ 213, 1984.

9) 星谷 勝：確率論手法による振動解析，鹿島出版会，1974.

10) 工藤一嘉：正規モード解による強震地動の研究とその応用，東北大学理学部博士論文，1979.

11) Swanger, H. J. and Boore, D. M. : Simulation of Strong Motion Displacements Using Surface-wave Model Superposition, BSSA, 68, pp. 907 ~ 922, 1978.

12) Hoshiya, M. and Chiba, T. : Simulation Methods of Multi-Dimensional Nonstationary Stochastic Processes By Time Domain Models, Proc. JSCE, No. 296, pp. 121 ~ 130, 1980.

13) 赤池弘次・中川東一郎：ダイナミックシステムの統計解析と制御（サイエンスライブラリ情報電算機=9），サイエンス社，1975.

14) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，1977.

15) たとえば，岡林隆敏：単一走行車両による道路橋の二乗平均応答解析，土木学会論文報告集，第 286 号，pp. 15 ~ 27, 1979.

16) Yang, J. N. and Liu, S. C. : Distribution of Maximum and Statistical Response Spectra, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 107, No. EM 6, December, 1981.

17) 岩盤タンク貯蔵所調査小委員会：岩盤タンク貯蔵所の規制のための一般的基準作成についての基礎調査，土木学会，1982.

18) Wozniak, R. S. and Mitchell, W. W. : Basis of Seismic Design Provisions for Welded Steel Oil Storage tanks 43rd Midyear Meeting, Tronto, Canada, May 9, 1978.

19) Shibata, H. and Sogabe, K. : Design Criteria for Oil and Liquefied Gas Storages, Proc. of 6 ECEE, 1978. (1984. 3. 19・受付)