

## 減衰定数に対する地震応答スペクトルの補正法

MODIFICATION OF EARTHQUAKE RESPONSE SPECTRA  
WITH RESPECT TO DAMPING

川島 一彦\*・相沢 興\*\*

By Kazuhiko KAWASHIMA and Koh AIZAWA

Proposed is a modification coefficient which is to be multiplied to earthquake response spectra with 5% damping ratio of critical to obtain response spectra of arbitrary damping ratio  $h$ . A modification coefficient  $\xi_{SA}$  was defined as  $S_A(T, h)/S_A(T, 0.05)$  in which  $S_A(T, h)$  represents absolute acceleration response spectral amplitude for natural period  $T$  and damping ratio  $h$ . Studied was a variation of  $\xi_{SA}$  in accordance with natural period  $T$  and frequency characteristics of ground motions represented in terms of acceleration response spectral ratio  $\beta(T, 0.05)$  ( $\beta = S_A(T, 0.05)/a_{max}$ , in which  $a_{max}$  represents the peak acceleration). Horizontal strong motion records of 206 components obtained at free field sites in Japan were used for the analysis. It was concluded that coefficient  $\xi_{SA}$  can be approximated as  $1.5/(40h+1)+0.5$ .

## 1. ま え が き

地震応答スペクトルは、1自由度系で近似した構造物の最大応答を与える指標であると同時に、強度、周期、継続時間を包含した地震動の特性を表わす指標として、実務設計でよく用いられている。地震応答スペクトルに関しては現在までに各種の提案がなされているが、これらは一般に特定の減衰定数に対する値を与えるものであり、これ以外の減衰定数に対する地震応答スペクトルは、必要とされる減衰定数に近いスペクトル値を内外挿して求める必要がある。また、特定の減衰定数を指定して平均応答スペクトルもしくはこれを包絡する形で与えられた設計スペクトルをもとに動的解析を行う場合には、解析で必要とされる任意の減衰定数に対応するスペクトル値を求めなければならない。

このような観点から、著者らは、先に、地震応答加速度スペクトル（絶対加速度応答スペクトル）に及ぼす減衰定数の影響をわが国で得られた206成分の加速度強震記録に基づいて検討し、減衰定数5%の絶対加速度応答スペクトルをもとに任意の減衰定数の絶対加速度応答

スペクトルを推定する手法を提案した<sup>2)</sup>。しかしながら、前回の検討では、減衰定数の小さい場合 ( $h < \text{約} 0.01$ ) および固有周期が長く ( $T > \text{約} 2$ 秒)、かつ、減衰定数が大きい ( $h > \text{約} 0.2$ ) 場合には回帰の精度が悪いため、推定式の適用除外とした。本小文は、地震動の周期特性に注目して上記結果を再検討し、より一般的な減衰定数による絶対加速度応答スペクトルの補正法を検討した結果について報告するものである。

## 2. 応答スペクトル比と地震動の周期特性の関連

地震応答スペクトルに及ぼす減衰定数の影響を表わすため、減衰定数 0.05 の絶対加速度応答スペクトルを基準とし、次式により応答スペクトル比  $\xi_{SA}$  を定義する。

$$\xi_{SA}(T, h) = S_A(T, h)/S_A(T, 0.05) \\ = \beta(T, h)/\beta(T, 0.05) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $S_A(T, h)$ 、 $\beta(T, h)$  はそれぞれ固有周期  $T$  [秒]、減衰定数  $h$  の絶対加速度応答スペクトル [gal] およびこれを入力地震動の最大加速度  $a_{max}$  [gal] で割った加速度応答スペクトル倍率である。

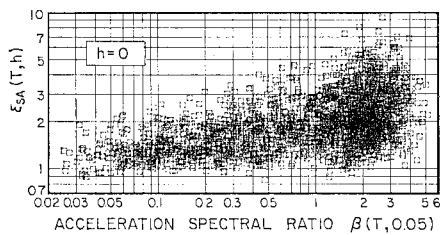
前報に示したとおり、減衰定数の増減が応答スペクトル比  $\xi_{SA}(T, h)$  に及ぼす影響は系の固有周期が入力地震動の卓越周期に一致する付近ではその他の固有周期の

\* 正会員 工博 建設省土木研究所地震防災部振動研究室主任研究員 (〒305 筑波郡豊里町大字旭 1)

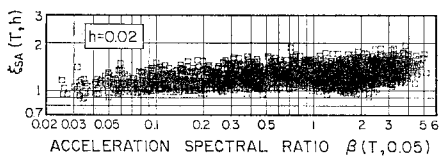
\*\* 正会員 建設省土木研究所地震防災部振動研究室 (同上)

箇所と比較して全く異なる<sup>2)</sup>。このように、同一の減衰定数に対する  $\xi_{SA}(T, h)$  でも固有周期領域でみると、入力地震動の卓越周期近傍で  $\xi_{SA}(T, h)$  が大きくなったり ( $h < 0.05$  の場合)、小さくなったり ( $h > 0.05$  の場合) する理由は、調和外力を受ける1自由度系の定常振動解から説明することができる<sup>3)</sup>。

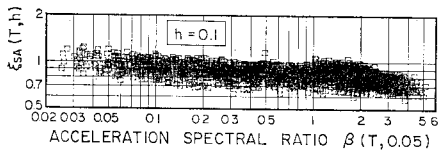
そこで、入力地震動の周期特性を減衰定数5%の入力地震動の加速度応答スペクトル倍率  $\beta(T, 0.05)$  で表わすこととし、同一の固有周期  $T$  に対する  $\xi_{SA}(T, h)$  と  $\beta(T, 0.05)$  の関係を全固有周期に対して主要な減衰定数  $h$  ごとにプロットした一例が図-1である。ここで、入力地震動の周期特性を表わす指標としては、加速度応答スペクトル倍率  $\beta(T, 0.05)$  以外にも入力波の加速度応答スペクトル  $S_A(T, h)$ 、もしくは、パワースペクトル、フーリエスペクトル等を考えることができる。しかしながら、パワースペクトル、フーリエスペクトルはい



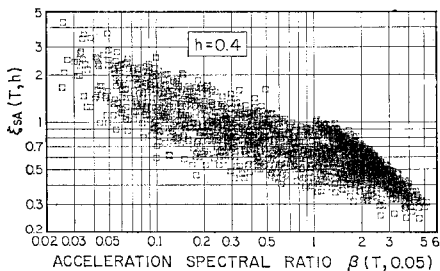
(a)  $h=0$  の場合



(b)  $h=0.02$  の場合



(c)  $h=0.1$  の場合



(d)  $h=0.4$  の場合

図-1 206成分の強震記録に対する  $\xi_{SA}(T, h) \sim \beta(T, 0.05)$  の関係

ずれも実務の耐震設計では使用される機会が少ないこと、また、加速度応答スペクトル  $S_A(T, h)$  は周期特性だけでなく入力波の強度特性も表わすため、周期特性だけを表わすには適当ではないこと等を考慮し、ここでは加速度応答スペクトル倍率  $\beta(T, 0.05)$  を用いることとしたものである。なお、解析に用いたのは前報と同じわが国の地盤上43地点において土木研究所により観測、数値化された206成分の水平加速度強震記録である<sup>4)</sup>。これによれば、 $h=0, h=0.4$  等ではややばらつきがあるが、全体として  $\log \xi_{SA}$  と  $\log \beta$  の間にはよい相関がある。そこで、いま両者の平均的な関係を求めることとし、図-1の  $\log \xi_{SA}$  を  $\log \beta$  について区間平均した値  $\overline{\log \xi_{SA}}$  と  $\log \beta$  の関係を求めた結果が図-2である。これによれば、 $\log \beta$  の値が大きくなるとともに  $h > 0.05$  の場合には  $\overline{\log \xi_{SA}}$  は小さくなり、また反対に、 $h < 0.05$  の場合には  $\overline{\log \xi_{SA}}$  は大きくなる。さらに、このような傾向は、 $h$  が0.05から離れるに従って著しくなる。入力地震動の卓越周期近傍では入力地震動の加速度応答スペクトル倍率  $\beta$  は当然大きな値をとるわけであるから、このような特性は上述した  $\xi_{SA}(T, h)$  に対する入力地震動の卓越周期の影響をよく表わしているといえることができる。なお、応答スペクトル比に対する地盤種別の影響は加速度応答スペクトル倍率  $\beta$  の形状を通して解析に考慮されていると考えることができる。

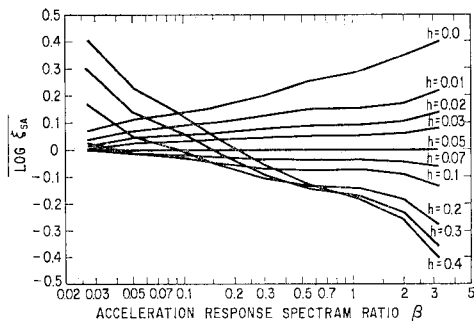


図-2 図-1を区間平均して求めた  $\log \xi_{SA}(T, h) \sim \beta(T, 0.05)$  の関係

### 3. 応答スペクトル比の推定法

いま、図-1の関係を固有周期  $T$  および減衰定数  $h$  ごとに次式で回帰する。

$$\log \xi_{SA}(T, h) = \log a(T, h) + b(T, h) \log \beta(T, 0.05) \dots \dots \dots (2)$$

最小自乗法により係数  $a(T, h)$ ,  $b(T, h)$  を定め、式(2)による  $\log \xi_{SA}(T, h)$  と  $\log \beta(T, 0.05)$  の関係を求めた一例が図-3である。ある固有周期  $T_0$  に対する加速度応答スペクトル倍率  $\beta(T_0, 0.05)$  の値には、上限と下限があるため、図-3では、206成分に対する

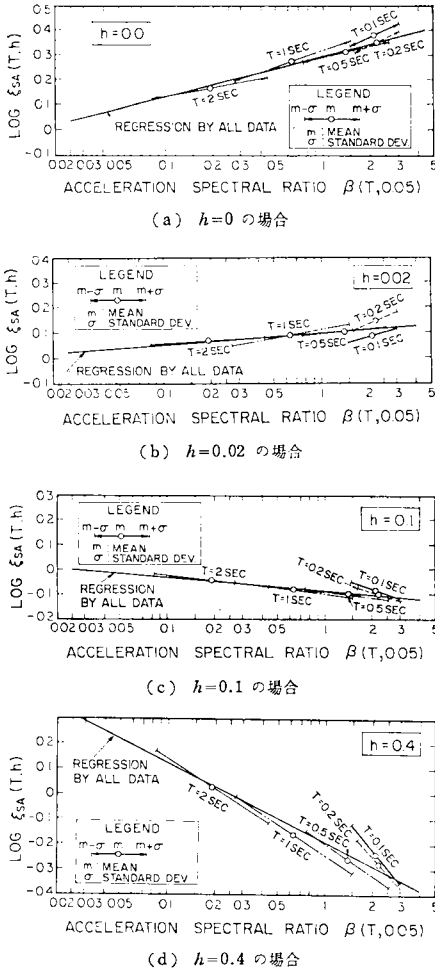


図-3 式(2)による  $\epsilon_{SA}(T, h) \sim \beta(T, 0.05)$  の関係

表-1 式(3)の係数  $a(h), b(h)$  およびこれを式(4), (5)で近似した場合の係数  $a(h), b(h)$

減衰定数 $h$	式(3)の係数		式(4),(5)で近似した場合	
	$a(h)$	$b(h)$	$a(h)$	$b(h)$
0	1.98	0.167	2.00	0.167
0.01	1.44	0.071	1.57	0.103
0.02	1.25	0.044	1.33	0.067
0.03	1.14	0.026	1.18	0.043
0.05	1.00	0.000	1.00	0.008
0.07	0.911	-0.022	0.895	-0.019
0.10	0.824	-0.052	0.800	-0.052
0.20	0.694	-0.150	0.667	-0.157
0.30	0.655	-0.239	0.615	-0.230
0.40	0.647	-0.316	0.588	-0.312

$\log \beta(T_0, 0.05)$  の平均値を中心に、これに標準偏差の1倍を加減した範囲に対して、式(2)の  $\log \epsilon_{SA}$  を示している。これによれば、 $\log \epsilon_{SA}(T, h) \sim \log \beta(T, 0.05)$  の関係は固有周期ごとに多少変化しているが、それぞれの  $\beta$  の範囲を考えれば、全体として固有周期に関係なく1つの関係で近似できることがわかる。したがっ

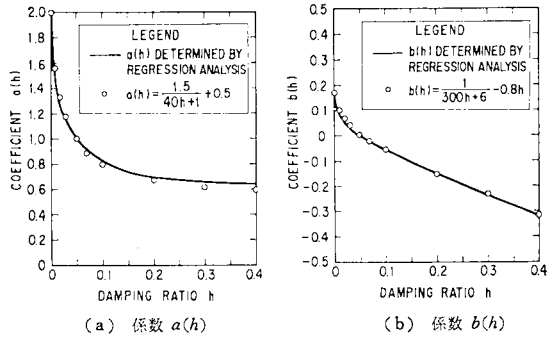


図-4 式(3)の係数  $a(h), b(h)$

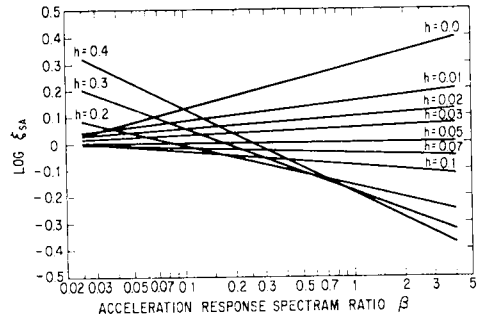


図-5 式(3)による  $\epsilon_{SA}(T, h) \sim \beta(T, 0.05)$  の関係

て、式(2)の関係を改めて次のように固有周期によらず減衰定数ごとに回帰することとした。

$$\log \epsilon_{SA}(T, h) = \log a(h) + b(h) \log \beta(T, 0.05) \dots \dots \dots (3)$$

最小自乗法により係数  $a(h), b(h)$  を定めると表-1 のようになる。また、これより  $a(h) \sim h, b(h) \sim h$  の関係を示すと図-4 のようになる。表-1 の係数  $a(h), b(h)$  をもとに式(3)で近似した  $\log \epsilon_{SA}(T, h) \sim \log \beta(T, 0.05)$  の関係を示すと図-5 のようになり、上記の回帰式が図-2 の特徴をよく表わしていることがわかる。

ここで、式(3)の係数  $a(h), b(h)$  は  $h$  の関数として次式で近似できる。

$$a(h) = \frac{1.5}{40h+1} + 0.5 \dots \dots \dots (4)$$

$$b(h) = \frac{1}{300h+6} - 0.8h \dots \dots \dots (5)$$

式(4),(5)による  $a(h), b(h)$  の近似値は前出の表-1, 図-4 に示してあり、これより両式による近似の精度がよいことがわかる。

以上より、加速度応答スペクトル倍率  $\beta(T, 0.05)$  (減衰定数5%) が与えられれば、応答スペクトル比  $\epsilon_{SA}(T, h)$  は次式により求めることができる。

$$\epsilon_{SA}(T, h) = \left\{ \frac{1.5}{40h+1} + 0.5 \right\}$$

$$\times \beta(T, 0.05) \left\{ \frac{1}{300h+6} - 0.8h \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、ここで注意しなければならないのは、式(6)では、 $h \rightarrow \infty$  となると、 $a(h) \rightarrow 0.5$ 、 $b(h) \rightarrow -\infty$  となり、 $\xi_{SA}(T, h) \rightarrow 0$  となるが、式(1)で定義した応答スペクトル比  $\xi_{SA}(T, h)$  は  $h \rightarrow \infty$  となっても 0 とはならない点である。すなわち、 $h \rightarrow \infty$  の場合には、 $\beta(T, h)$  は固有周期  $T$  にかかわらず 1.0 に漸近するから、式(1)より、

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \xi_{SA}(T, h) = 1/\beta(T, 0.05) \dots\dots\dots (7)$$

となる。したがって、式(3)の係数  $a(h)$ 、 $b(h)$  は  $h \rightarrow \infty$  の場合には本来それぞれ 1.0、-1.0 に漸近する性格のもでなければならない。しかし  $h$  の大きい領域について式(3)の係数  $a(h)$ 、 $b(h)$  を計算すると図-6 のようになり、 $h < 0.5$  程度の場合には式(4)、(5)による近似度が良好である。また、一般に  $h > 0.5$  の条件の動的解析はまれである。以上の点より、式(3)の係数  $a(h)$ 、 $b(h)$  を式(4)、(5)で近似したものである。このため式(6)は  $h > 0.5$  の場合には適用できない。

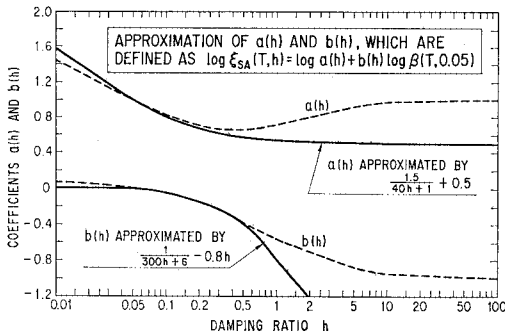


図-8 式(3)による  $a(h)$ 、 $b(h)$  とこれを式(4)、(5)で近似した値の比較

なお、前報では、減衰定数が約 0.01 以下、および固有周期が約 2 秒以上で、かつ、 $h > 約 0.2$  の場合を除き、応答スペクトル比  $\xi_{SA}(T, h)$  は固有周期  $T$  によらず、次式で与えられるとした<sup>2)</sup>。

$$\xi_{SA}(h) = 0.983 \times (h/0.05)^{-0.270} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、今回求めた式(6)の右辺第1項 ( $a(h)$ ) と式(8)の  $\xi_{SA}(h)$  を比較すると、図-7 のようになり、両者は非常によく一致している。式(6)の右辺第1項のみを用いるということは、式(6)において  $\beta(T, 0.05) = 1.0$  としたことにはほかならない。式(6)では  $\beta(T, 0.05) = 1.0$  の場合には右辺第2項の影響は小さいが、 $\beta(T, 0.05) \gg 1.0$  もしくは  $\beta(T, 0.05) \ll 1.0$  となるにつれてこの項の影響が現われてくる。前報において減衰定数が小さい場合および固有周期が長い場合に式(8)が適用できなかったのはこのような理由によると考えることができる。また、減衰定数  $h \rightarrow 0$  となると式(8)で

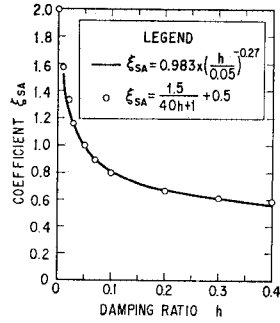


図-7 式(4)の  $a(h)$  と式(8)の比較

は  $\xi_{SA}(h) \rightarrow \infty$  となるが、このような点についても式(6)は改善されている。

### 4. 試算例

前述した 206 成分の水平成分強震記録をもとに式(6)の適用性を以下に検討する。式(1)の応答スペクトル比  $\xi_{SA}(T, h)$  を個々の記録ごとに計算し、これの常用対数の平均  $\overline{\log \xi_{SA}}$  を 206 成分について求めると、図-8 のようになる。ここで、 $\bar{\xi} = 10^{\overline{\log \xi_{SA}}}$  と示すことにする。一方、図-9 は 206 成分の平均加速度応答スペクトル倍率  $\bar{\beta}(T, h)$  を示したものである。いま、図-9 の  $\bar{\beta}(T, 0.05)$  (減衰定数 0.05 の場合) を用い、主要な  $h$  に対して式(6)から  $\xi_{SA}(T, h)$  を計算すると図-10 のよ

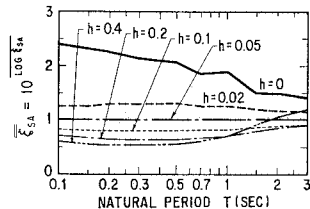


図-8 206 成分に対する  $\xi_{SA}(T, h)$  の平均値  $\bar{\xi}_{SA}(T, h)$

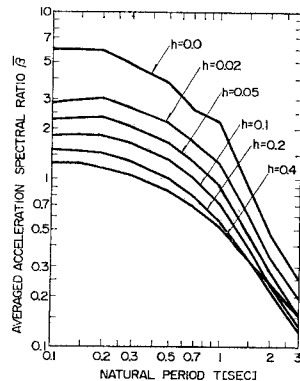


図-9 206 成分に対する加速度応答スペクトル倍率  $\beta(T, h)$  の平均値  $\bar{\beta}(T, h)$

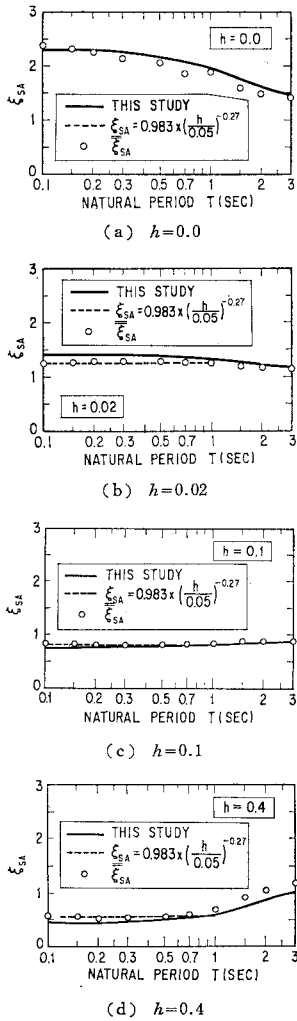


図-10 図-8 の  $\bar{\xi}_{SA}(T, h)$  と式(6)の比較例

うになる。図中には、図-8 に示した 206 成分に対する応答スペクトル比の平均値  $\bar{\xi}_{SA}$  および前回提案した式(8)の値(ただし、 $h=0$  の場合および固有周期  $T \geq 2$  秒の場合は適用除外であるのでもに示していない)を比較のために示している。これによれば、式(6)の推定式は 206 成分に対する応答スペクトル比の平均値  $\bar{\xi}_{SA}(T, h)$  とよく一致しており、式(6)が妥当であることを示している。

### 5. まとめ

わが国の地盤上で観測された 206 成分の強震記録をもとに、絶対加速度応答スペクトルに及ぼす減衰定数の影響を加速度応答スペクトル倍率で表わした地震動の周期特性に着目して検討し、 $h < 0.5$  の場合には応答スペクトル比の平均値  $\bar{\xi}_{SA}(T, h)$  が式(6)により与えられること、また、前報で提案した式(8)は基本的には式(6)の右辺第 1 項に相当していることをそれぞれ示した。

### 参考文献

- 1) 建設省土木研究所：土木構造物における加速度強震記録，土木研究所彙報，No. 1～No. 8，Vol. 32～38，40.
- 2) 川島一彦・相沢 興・高橋和之：地震応答スペクトルに及ぼす減衰定数の影響，土木学会論文報告集，No. 335，1983.
- 3) 川島一彦・相沢 興・高橋和之：最大地震動および地震応答スペクトルの統計解析，第 6 回日本地震工学シンポジウム，1982.
- 4) 建設省土木研究所：最大地震動および地震応答スペクトルの推定法—(その 5) 減衰定数による地震応答スペクトルの補正式の開発—，土木研究所資料，第 2001 号，1983.

(1983.8.31・受付)