

# 送電線のばね定数の振動数特性

## FREQUENCY CHARACTERISTICS OF SPRING CONSTANTS OF A SUSPENDED TRANSMISSION LINE

小坪清真\*・高西照彦\*\*・井嶋克志\*\*\*・園田敏矢\*\*\*\*  
By Seima KOTSUBO, Teruhiko TAKANISHI, Katsushi IJIMA  
and Toshiya SONODA

Frequency characteristics of spring constants at both ends of a suspended transmission line subjected to horizontal periodic displacements at one end are obtained theoretically by using the method of modal analysis and by analyzing the equations of motions directly. Both results agree well with each other and with the experimental results of a transmission line model. They show that the spring constants at both ends are not always equal and positive, but have frequency domains in which the spring constants are negative. The time histories of additional tensions in a transmission line subjected to earthquake-like excitations are computed by using the former method, and it is presented that only a few vibration modes which have large tension modes contribute to the seismic responses for tensions in a transmission line.

### 1. まえがき

著者らは前論文<sup>1)</sup>において、送電線の架設前後の送電鉄塔に対して起振機試験および常時微動測定試験を行って、その振動特性を測定した。その結果、懸垂型の鉄塔では架線の架設前後において振動特性の変化が小さいので、架線の影響を無視できるが、耐張型の鉄塔では架線の架設前後において振動特性が変化するので架線の影響を無視することができず、架線および碍子で連結されている隣接鉄塔との連成振動を考慮する必要があることがわかった。

鉄塔-架線系の耐震・耐風に関する研究をみると、鉄塔・架線(ケーブル)個々の研究は多くなされているが、特に耐震性の点から鉄塔と架線との連成振動を考慮した研究は少なく、岩間ら<sup>2)</sup>の研究が代表的なものである。岩間らは鉄塔-架線および碍子系を多質点系モデルに置換し解析しているが、架線の振動を厳密に考慮するためには架線の分割を細かにする必要があり、自由度が非常

に多くなり実用的でない。

一方、架線あるいはケーブルのみの自由振動に関する最近の研究は、山口ら<sup>3)~6)</sup>、Hengholdら<sup>7)</sup>、Irvineら<sup>8)~11)</sup>の研究が代表的なものである。特に、山口らの研究はケーブルを連続体として解析し、非線形振動まで取り扱っており、その振動特性は明確になったと思われるが、ケーブル内の張力の変動について述べていない。ケーブルの振動により起こる動的付加張力を連続体理論から解析しているのはIrvineら<sup>10),11)</sup>およびIrvineらの研究をケーブルの自由振動解析について詳しく行ったVeletsosら<sup>12)</sup>にみられるのみである。Irvineらの研究は吊橋の耐震設計を目的とし、両端同レベル支持のケーブルの初期座標値を放物線で近似し、線形の範囲内でケーブル両端の強制変位によるケーブルの動的付加張力について解析を行っているが、対称モードの低振動数のみを取り扱い、水平付加張力をケーブルの全長にわたって一定と仮定している。しかし、高次の振動数までを必要とする架線の地震応答計算の場合には、両端で張力が逆位相となるモードの応答も大きくなり、架線全長にわたって張力を一定と仮定することはできない。

本研究は、架線を多質点系に分割することをやめ、架線を鉄塔に対するばねとみなし、鉄塔群をこのばねで連結したのとして鉄塔-架線系の振動を解析する方法を

\* 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学科  
(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

\*\* 正会員 工博 九州工業大学助教授 開発土木工学科  
(〒804 北九州市戸畑区仙水町 1-1)

\*\*\* 学生会員 工修 九州大学大学院博士課程  
(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

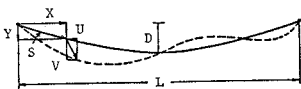
\*\*\*\* 正会員 九州大学助手 工学部土木工学科 (同上)

示したもので、本文ではまず、その第1段階として、連続体理論を用いて架線のばね定数の振動数特性を示した。架線の鉄塔に対するばね作用としては、線路方向と線路直角方向が考えられるが、ここでは線路方向のばね定数について述べた。

ばね定数の解析法として次の二法を採用した。一法は架線の線形化した面内振動の運動方程式に対して Galerkin 法を用いて固有値解析を行い、一端正弦波水平変位による架線の動的付加張力を振動形解析法により求め、架線のばね定数の振動数特性を求めるものである(以後A法とよぶ)。もう一つの解法は、架線の一端水平強制変位による面内振動の振動方程式を直接解き、振動により起こる架線の付加張力を求め、架線のばね定数の振動数特性を求めるものである(以後B法とよぶ)。数値計算の結果、架線の共振点は数多く存在するので、ばね定数の振動数特性は複雑であり、特性曲線の幅の広いピークや幅の狭いピークが存在することがわかった。そこで、架線の一端が地震によるランダム波を受けたときの架線の動的付加張力を求めたところ、動的付加張力には特性曲線の幅の広いピークのモードのみが寄与し、幅の狭いピークのモードはほとんど寄与しないことがわかり、架線の水平ばね定数の振動数特性の簡略化ができた。さらに、この簡略化したばね定数の振動数特性を支配するモードの特性を調べた。

2. 架線の鉛直面内振動の運動方程式

解析は次の仮定のもとに行った。i) 架線は完全可撓性とし、曲げ剛性は考慮しない。ii) 架線の伸張性は線形の範囲で考慮する。iii) 架線の両支持点は同レベルとする。iv) 架線の両支持点部の碍子は考慮せず、架線は一樣であるものとする。v) 架線は地震によるランダム波が入力したときの振動を対象とするため、架線の動的付加張力はその初期張力を超えるほどにはならない。また、架線の変位もスパンに比べて十分小さく、微小振動を仮定し、線形振動とした。



図一 架線の座標系

架線の鉛直面内振動の運動方程式は、線形振動の仮定より、架線の3次元振動方程式から分離できることが知られている。図一の座標系のもとに、架線の鉛直面内振動方程式に変位とひずみの適合条件から導かれる式(式(4))を代入し、非線形項を無視し、適当な無次元化を行うと次の微分方程式が得られる。

$$\pi^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s} \left[ \left\{ \frac{ds}{dx} + \nu^2 \left( \frac{dx}{ds} \right)^2 \right\} \frac{\partial u}{\partial s} + \nu^2 \frac{dx}{ds} \frac{dy}{ds} \frac{\partial v}{\partial s} \right] \dots\dots\dots(1 \cdot a)$$

$$\pi^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s} \left[ \nu^2 \frac{dx}{ds} \frac{dy}{ds} \frac{\partial u}{\partial s} + \left\{ \frac{ds}{dx} + \nu^2 \left( \frac{dy}{ds} \right)^2 \right\} \frac{\partial v}{\partial s} \right] \dots\dots\dots(1 \cdot b)$$

ここに、 $u=U/L$ 、 $v=V/L$ ：無次元水平、鉛直変位、 $U$ ：水平変位、 $V$ ：鉛直変位、 $L$ ：スパン長、 $x=X/L$ 、 $y=Y/L$ ：初期の無次元水平および鉛直座標値、 $X$ 、 $Y$ ：初期の水平および鉛直座標値、 $s=S/L$ ：架線に沿う無次元距離、 $S$ ：架線に沿う距離、 $t=\Omega_0 T$ ：無次元時間、 $T$ ：時間、 $\Omega_0=(\pi/L)\sqrt{H/\rho}$ ：初期水平張力  $H$  で張られた長さ  $L$  の弦の1次の固有円振動数、 $\rho$ ：架線の単位長さ当たり質量、 $\nu=\sqrt{EA/H}$ ：架線の縦波・横波の伝播速度比、 $EA$ ：架線の伸び剛性である。上式中の変位および後述の式中で用いる動的付加張力は初期つり合い状態からの変動値である。

3. 架線の水平ばね定数の振動数特性 (A法、振動形解析法)

(1) 固有円振動数および変位モード

架線の面内線形自由振動における固有円振動数および変位モードは、山口ら<sup>4)</sup>の解法を用いたので、ここではその解法を簡単に述べる。

式(1)の解として、両端固定の境界条件のもとに、次式を仮定する。

$$\left. \begin{aligned} u(t, s) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi s}{\sigma} \exp(i\omega t) = \bar{u}(s) \exp(i\omega t) \\ v(t, s) &= \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi s}{\sigma} \exp(i\omega t) = \bar{v}(s) \exp(i\omega t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 $\sigma$ ：架線のスパン長  $L$  で無次元化した架線長、 $\omega=\Omega/\Omega_0$ ：無次元円振動数、 $\Omega$ ：円振動数、 $i$ ：虚数単位である。式(2)を式(1)に代入し、時間関数を分離し、Galerkin法を用いることにより、 $a_n$ 、 $b_n$ の連立1次方程式が得られる。この $a_n$ 、 $b_n$ の係数行列を固有値解析することにより、 $j$ 次の無次元固有円振動数 $\omega_j$ および変位モード $\bar{u}_j(s)$ 、 $\bar{v}_j(s)$ が得られる。

(2) 動的付加張力モード

初期水平張力  $H$  で無次元化した架線の  $j$  次の水平方向および接線方向の無次元動的付加張力モード  $\bar{h}_j(s)$ 、 $\bar{\tau}_j(s)$  は式(3)および式(4)で表わされる。

$$\bar{h}_j(s) = \left\{ \frac{ds}{dx} + \nu^2 \left( \frac{dx}{ds} \right)^2 \right\} \frac{d\bar{u}_j}{ds} + \nu^2 \frac{dx}{ds} \frac{dy}{ds} \frac{d\bar{v}_j}{ds} \dots\dots\dots(3)$$

$$\bar{\tau}_j(s) = \nu^2 \left( \frac{dx}{ds} \frac{d\bar{u}_j}{ds} + \frac{dy}{ds} \frac{d\bar{v}_j}{ds} \right) \dots\dots\dots(4)$$

しかし、上式に変位モードを代入する方法では、級数解を微分するため収束性が悪く、特に架線の両支持点ではなかなか収束しない。そこで、架線の運動による慣性

力が外力として作用したときのつり合い式から動的付加張力を求めた。すなわち、無次元水平付加張力モード  $\bar{h}_j$  は、式 (1・a) の左辺に変位モードを代入し、 $s$  について積分することにより式 (5) のように表わされる。また、無次元接線方向付加張力モード  $\bar{\tau}_j$  は式 (1) の慣性項に変位モードを代入し、そのつり合い式を積分した後、 $d\bar{u}_j/ds$ ,  $d\bar{v}_j/ds$  についてまとめ、それらを式 (4) に代入することにより、式 (6) として得られる。

$$\bar{h}_j(s) = \pi^2 \left( \mu_{j1} - \omega_j^2 \int_0^s \bar{u}_j ds \right) \dots \dots \dots (5)$$

$$\bar{\tau}_j(s) = \frac{\pi^2 \nu^2}{(ds/dx)(ds/dx + \nu^2)} \left\{ \mu_{j1} - \omega_j^2 \int_0^s \bar{u}_j ds + \frac{dy}{dx} \left( \mu_{j2} - \omega_j^2 \int_0^s \bar{v}_j ds \right) \right\} \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 $\mu_{j1}$  および  $\mu_{j2}$  は積分定数であり、次式のよりに表わされる。

$$\begin{aligned} \mu_{j1} = \omega_j^2 & \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} a_{jn} \left\{ \int_0^{\sigma} \lambda_3(s) ds - \int_0^{\sigma} \lambda_3(s) \cos \frac{n\pi s}{\sigma} ds \right\} \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} b_{jn} \int_0^{\sigma} \lambda_2(s) \cos \frac{n\pi s}{\sigma} ds \right] / \int_0^{\sigma} \lambda_3(s) ds \\ \mu_{j2} = \omega_j^2 & \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} a_{jn} \int_0^{\sigma} \lambda_2(s) \cos \frac{n\pi s}{\sigma} ds \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} b_{jn} \left\{ \int_0^{\sigma} \lambda_1(s) ds - \int_0^{\sigma} \lambda_1(s) \cos \frac{n\pi s}{\sigma} ds \right\} \right] / \int_0^{\sigma} \lambda_1(s) ds \end{aligned}$$

ここに、 $\lambda_1(s) \sim \lambda_3(s)$  は架線の初期形状および縦波・横波の伝播速度比  $\nu$  で決まり、次式で表わされる。

$$\lambda_1(s) = \frac{ds/dx + \nu^2(dx/ds)^2}{(ds/dx)(ds/dx + \nu^2)}$$

$$\lambda_2(s) = \frac{\nu^2(dx/ds)(dy/ds)}{(ds/dx)(ds/dx + \nu^2)}$$

$$\lambda_3(s) = \frac{ds/dx + \nu^2(dy/ds)^2}{(ds/dx)(ds/dx + \nu^2)}$$

$\int_0^{\sigma} \lambda_1 \cos(n\pi s)/\sigma ds \sim \int_0^{\sigma} \lambda_3 \cos(n\pi s)/\sigma ds$  は数値積分によらざるを得ないが、他の積分は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \int_0^{\sigma} \lambda_3 ds &= \frac{1}{\alpha} \left[ \alpha + \frac{1}{\nu^2} \left\{ \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}(\operatorname{sech} \alpha) \right\} \right. \\ & \quad \left. - \tanh \alpha - \frac{1}{\nu^2 \sqrt{\nu^4 - 1}} \right. \\ & \quad \left. \times \ln \left( \frac{\nu^2 \cosh \alpha + 1 + \sqrt{\nu^4 - 1} \sinh \alpha}{\cosh \alpha + \nu^2} \right) \right] \\ \int_0^{\sigma} \lambda_1 ds &= \frac{1}{\alpha} \left[ \alpha - \frac{1}{\nu^2} \left\{ \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}(\operatorname{sech} \alpha) \right\} \right. \\ & \quad \left. + \tanh \alpha - \frac{\sqrt{\nu^4 - 1}}{\nu^2} \right. \\ & \quad \left. \times \ln \left( \frac{\nu^2 \cosh \alpha + 1 + \sqrt{\nu^4 - 1} \sinh \alpha}{\cosh \alpha + \nu^2} \right) \right] \end{aligned}$$

ここに、 $\alpha = (\rho g L)/(2H)$  である。

(3) ばね定数の振動数特性

図-1 の右端にスパン長  $L$  で無次元化した鉛直面内正弦波水平変位  $\delta = \Delta/L = \delta \exp(i\omega t)$  を架線に与えたときの無次元変位  $u, v$  は、変位モードを用いて次式のよりに仮定される。

$$\left. \begin{aligned} u(t, s) &= \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(t) \bar{u}_j(s) + \delta u_0(s) \\ v(t, s) &= \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(t) \bar{v}_j(s) + \delta v_0(s) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $u_0(s), v_0(s)$  は架線右端の単位の水平静変位による架線の水平および鉛直無次元変位であり、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} u_0(s) &= \int_0^s \lambda_3(s) ds / \int_0^{\sigma} \lambda_3(s) ds \equiv \frac{s}{\sigma} \\ v_0(s) &= - \int_0^s \lambda_2(s) ds / \int_0^{\sigma} \lambda_2(s) ds \equiv -\alpha h_0 \frac{s}{\sigma} \left( 1 - \frac{s}{\sigma} \right) \end{aligned}$$

右辺の式は強制変位がスパンに比べて十分小さいときの近似式である。 $h_0 = 1 / \int_0^{\sigma} \lambda_3(s) ds$  は単位の無次元水平静変位による架線の無次元水平付加張力、式 (7) の  $\phi_j(t)$  は  $j$  次の基準座標である。式 (7) を式 (1) に代入し、 $\phi_j(t)$  に関する次の微分方程式が得られる。

$$\ddot{\phi}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{\phi}_j + \omega_j^2 \phi_j = -\beta_j \delta \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 $\cdot$  は時間による微分を表わし、 $\xi_j$  は  $j$  次の減衰定数である。また、 $\beta_j$  は  $j$  次の刺激係数であり、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \beta_j &= \frac{\int_0^{\sigma} (u_0 \bar{u}_j + v_0 \bar{v}_j) ds}{\int_0^{\sigma} (\bar{u}_j^2 + \bar{v}_j^2) ds} \\ &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \left[ a_{jn} \left\{ \int_0^{\sigma} \lambda_3 \cos \frac{n\pi s}{\sigma} ds - (-1)^n \int_0^{\sigma} \lambda_3 ds \right\} - b_{jn} \int_0^{\sigma} \lambda_2 \cos \frac{n\pi s}{\sigma} ds \right] \\ & \quad / \left[ \int_0^{\sigma} \lambda_3 ds \sum_{n=1}^{\infty} (a_{jn}^2 + b_{jn}^2) \right] \end{aligned}$$

基準座標を  $\phi_j = \bar{\phi}_j \exp(i\omega t)$  と仮定し、式 (8) を解くと、基準座標の定常振幅値  $\bar{\phi}_j$  が得られる。この  $\bar{\phi}_j$  を次式に代入すると、 $H/L$  で無次元化した水平ばね定数が得られる。次式で  $\bar{h}_j$  は  $j$  次の無次元水平付加張力である。

$$\left. \begin{aligned} k_f &= \frac{1}{\delta} \sum_{j=1}^{\infty} \bar{\phi}_j \bar{h}_j(0) + k_0 \\ k_e &= \frac{1}{\delta} \sum_{j=1}^{\infty} \bar{\phi}_j \bar{h}_j(\sigma) + k_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 $k_f$  は固定点側の無次元ばね定数、 $k_e$  は強制変位点側のそれである。また、 $k_0 = h_0/1$  は静的な無次元ばね定数である。

架線両端の無次元接線方向付加張力は次式で表わされる。次式で  $\bar{\tau}_j$  は  $j$  次の無次元接線方向付加張力である。

$$\left. \begin{aligned} \tau_f &= \sum_{j=1}^{\infty} \bar{\phi}_j \bar{\tau}_j(0) + \bar{\delta} \tau_0(0) \\ \tau_e &= \sum_{j=1}^{\infty} \bar{\psi}_j \bar{\tau}_j(\sigma) + \bar{\delta} \tau_0(\sigma) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

ここに、

$$\tau_0(0) = \tau_0(\sigma) = \left\{ \frac{\nu^2}{\cosh \alpha (\cosh \alpha + \nu^2)} \right\} / \int_0^\sigma \lambda_3 ds$$

4. 架線の水平ばね定数の振動数特性 (B法)

本法は、式(1)の境界条件を左端が固定であり、右端に  $\delta = \bar{\delta} \exp(i\omega t)$  の鉛直面内の無次元水平変位が与えられるとし、架線の無次元変位を次式のように仮定して解く。なお、本法において減衰を架線の速度に比例する空気抵抗として扱ったり、複素剛性として取り入れることも可能であるが、ここでは簡単のため無視している。

$$\left. \begin{aligned} u(t, s) &= \bar{\delta} \left( \frac{s}{\sigma} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi s}{\sigma} \right) \exp(i\omega t) \\ &= \bar{u}(s) \exp(i\omega t) \\ v(t, s) &= \bar{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi s}{\sigma} \exp(i\omega t) \\ &= \bar{v}(s) \exp(i\omega t) \end{aligned} \right\} \dots\dots(11)$$

式(11)を式(1)に代入し、Galerkin法を用いて  $a_n, b_n$  に関する連立1次方程式を求め、これを解くことにより、無次元円振動数  $\omega$  の強制振動による架線の無次元応答変位  $\bar{u}(s), \bar{v}(s)$  が得られる。

架線の無次元付加張力を求めるには、A法と同様に、式(1)の慣性項に無次元変位(式(11))を代入し、そのつり合い式を  $s$  について積分することにより得られる。架線両端の無次元水平ばね定数は、式(1・a)を  $s$  について積分し得られた無次元水平付加張力を無次元強制変位の振幅値  $\bar{\delta}$  で除すことにより、式(12)で表わされる。また、接線方向の無次元付加張力は、式(1)を積分したのち、 $d\bar{u}/ds, d\bar{v}/ds$  についてまとめ、式(4)に代入し、式(13)で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} k_f &= \pi^2 \mu_1 / \bar{\delta} \\ k_e &= \frac{\pi^2}{\bar{\delta}} \mu_1 - \pi^2 \omega^2 \left[ \frac{\sigma}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} a_n (1 - (-1)^n) \right] \\ \tau_f &= \frac{\pi^2 \nu^2}{\cosh \alpha (\cosh \alpha + \nu^2)} (\mu_1 + \mu_2 \sinh \alpha) \\ \tau_e &= \frac{\pi^2 \nu^2}{\cosh \alpha (\cosh \alpha + \nu^2)} \\ &\quad \times \left[ \mu_1 - \bar{\delta} \omega^2 \left\{ \frac{\sigma}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} a_n (1 - (-1)^n) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \sinh \alpha \left\{ \mu_2 - \bar{\delta} \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} b_n (1 - (-1)^n) \right\} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 $\mu_1, \mu_2$  はA法における  $\mu_{j1}, \mu_{j2}$  に対応し、

次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \bar{\delta} \left[ \frac{1}{\pi^2} + \omega^2 \left\{ \frac{1}{2\sigma} \int_0^\sigma s^2 \lambda_3 ds + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} a_n \right. \right. \\ &\quad \times \left( \int_0^\sigma \lambda_3 ds - \int_0^\sigma \lambda_3 \cos \frac{n\pi s}{\sigma} ds \right) \\ &\quad \left. \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} b_n \int_0^\sigma \lambda_2 \cos \frac{n\pi s}{\sigma} ds \right\} \right] / \int_0^\sigma \lambda_3 ds \\ \mu_2 &= \bar{\delta} \omega^2 \left\{ -\frac{1}{2\sigma} \int_0^\sigma s^2 \lambda_2 ds + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} \right. \\ &\quad \times a_n \int_0^\sigma \lambda_2 \cos \frac{n\pi s}{\sigma} ds + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma}{n\pi} b_n \\ &\quad \left. \times \left( \int_0^\sigma \lambda_1 ds - \int_0^\sigma \lambda_1 \cos \frac{n\pi s}{\sigma} ds \right) \right\} / \int_0^\sigma \lambda_1 ds \end{aligned}$$

上式中において、 $\int_0^\sigma s^2 \lambda_2(s) ds$  および  $\int_0^\sigma s^2 \lambda_3(s) ds$  は次式で表わされる。他の積分は3.(2)ですでに述べている。

$$\begin{aligned} \int_0^\sigma s^2 \lambda_2 ds &= \frac{\sinh \alpha}{2 \alpha^3} \left[ -\frac{1}{\nu^2} \left\{ \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}(\operatorname{sech} \alpha) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \tanh \alpha - \frac{\sqrt{\nu^4 - 1}}{\nu^2} \right] \\ &\quad \times \ln \left( \frac{\nu^2 \cosh \alpha + 1 + \sqrt{\nu^4 - 1} \sinh \alpha}{\cosh \alpha + \nu^2} \right) \\ \int_0^\sigma s^2 \lambda_3 ds &= \frac{1}{4 \alpha^3} \left[ \frac{1}{2} \sinh \alpha \cosh \alpha + \frac{\alpha}{2} + (1 - \sinh^2 \alpha) \right. \\ &\quad \times \left\{ -\alpha + \frac{1}{\nu^2} \sin^{-1}(\operatorname{sech} \alpha) - \frac{\pi}{2\nu^2} + \tanh \alpha \right\} \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{\nu^4 - 1}} \left( -\nu^2 + \frac{1}{\nu^2} - \frac{\sinh^2 \alpha}{\nu^2} \right) \right. \\ &\quad \left. \times \ln \left( \frac{\nu^2 \cosh \alpha + 1 + \sqrt{\nu^4 - 1} \sinh \alpha}{\cosh \alpha + \nu^2} \right) \right] \end{aligned}$$

上記の積分値が  $\alpha$  と  $\nu$  で決定するように、架線の無次元変位および無次元付加張力は  $\alpha$  と  $\nu$  の2つのパラメーターで決まる。 $\alpha$  は架線のスパン長重量 ( $\rho g L$ ) と初期水平張力  $H$  の比の1/2であり、サグ比  $D/L$  が小さい場合、 $\alpha \approx 4(D/L)$  と近似できるように、架線の形状から決まる。

5. 数値計算

本節の(1)~(5)の数値計算に用いた架線の2つのパラメーターは  $\alpha = 0.236$  および  $\nu = 40.47$  である。この架線は南九州幹線送電系のなかの一実在架線であり、スパン長  $L = 488.0$  m, サグ  $D = 28.9$  m ( $D/L = 0.06$ ), 単位長さ当たり重量  $\rho g = 26.5$  N/m, 伸び剛性  $EA = 44.8$  MN である。その初期形状における水平張力は  $H = 27.4$  kN, その初期張力による長さ  $L$  の弦の1次の固有円振動数は  $\Omega_0 = 0.65$  rad/s である。文献(6)を参考にすれば架線の曲げ抵抗比  $r = (EI/L^2)/(EA)$  ( $I$  は断面2次モーメント) は  $10^{-10}$  のオーダーであるから、曲げ剛性が架線の固有振動数に及ぼす誤差は6次で約0.002%, 40次で約1%であり100次程度の高次でも約5%

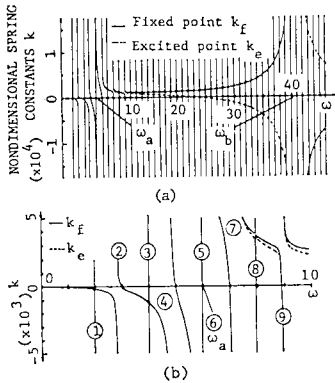


図-2 架線の無次元ばね定数の振動数特性

以内に止まり、無視して差し支えないと思われる。

(1) 実在架線のばね定数の振動数特性

図-2 (a), (b) に上述の架線の無次元ばね定数の振動数特性を示し、図-3 に一端無次元水平強制変位  $\delta = d/L = 2.0 \times 10^{-5}$  による架線の径間中央点の無次元変位  $\bar{u} = U/L$ ,  $\bar{v} = V/L$  を示す。両図とも横軸は無次元円振動数  $\omega = \Omega/\Omega_0$  である。本計算には B 法を用い、級数項数は 40 項をとり収束した解が得られた。減衰は考慮していない。A 法によっても全く同じ解が得られた。

架線の共振点は図-2 (a) 中の縦線あるいは不連続点であり、数多く存在する。これらの共振点のほとんどは無次元円振動数が 1.0 刻みに存在する。このことは、円振動数を弦の 1 次の固有円振動数で無次元化したことより、ほとんどの共振点は横波にかかわるものであり、サグ比が 0.06 程度と大きくなっても弦の固有円振動数とあまり変わらないことを意味する。

図-2 (b) は図-2 (a) の低振動数領域 ( $0 \leq \omega \leq 10.0$ ) を拡大して示したもので、この領域で架線のばね定数は固定点と強制変位点でほとんど同じ値となっている。また、ばね定数の特性曲線のピーク幅が広いのは対称モードの共振点 ②, ④, ⑥, ⑦, ⑨ で、ピーク幅がほとんど認められないのは逆対称モードの共振点 ①, ③, ⑤, ⑧ である。これらの共振点で ⑤ と ⑥ の共振点はきわめて近い。  $0 \leq \omega \leq 10.0$  においては、 $\omega = \omega_a = 5.99$  で示した対称モードの共振点 ⑥ の帯域が最も広いものである。  $\omega = 10.0$  を過ぎると架線両端のばね定数に徐々に差が現われ、 $\omega = \omega_b = 40.55$  で逆位相の顕著なピークとなる。このように、架線のばね定数は常に正と限らず負となる振動数領域もあることがわかった。これは、当然のことながら、強制変位と架線の動的張力との間に  $180^\circ$  の位相差が現われることを意味する。

(2) A 法と B 法の数値計算上の比較

図-2 に示した架線のばね定数の解は、A 法および B

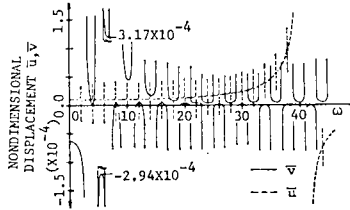


図-3 架線の無次元変位応答 (径間中央点)

これについては、低振動数に対してすでに山口らが計算を行っているが、後述するように実在架線のばね定数の振動数特性を求めるためには非常に高い次数までを必要とする。したがって、ここでは高次振動に対しても十分な精度が得られる級数項数について検討した。図-4 に示すように本架線においては、その無次元固有円振動数は鉛直および水平変位とも、それぞれ目的とする振動次数よりほぼ 5 項多い級数項数をとれば十分な精度が得られることがわかった。

図-5 に振動形解析法における、採用モード数に対する無次元ばね定数の精度を示す。  $k^{70}$  は 70 次のモードまでを採用したときの固定点側の無次元ばね定数であり、十分な精度をもった値である。図より明らかなように、無次元ばね定数を特性曲線の幅の狭いピークまでも含めて精度よく求めるには、低振動数領域においても 41 次の固有モードまで採用しなければならない。一般の構造物の振動形解析法において、与えられた振動数の外力に対する定常解にはそれよりあまり高次のモードの影響は小さいのが普通であるが、架線においては、はるかに高次のモードまで採用しなければならない。この原因は、本例において縦波のモードである  $\omega_b$  に対応する 41

法とも十分な級数項数を採用すれば一致する。しかし、2 法とも架線のばね定数の振動数特性を求めるためには一長一短がある。

a) A 法における解の精度

A 法ではまず架線の自由振動の固有値解析を行う必要があるため、Galerkin 法における使用級数項数による架線の無次元固有円振動数の精度を調べた。

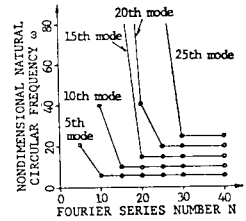


図-4 級数項数による無次元固有円振動数の精度

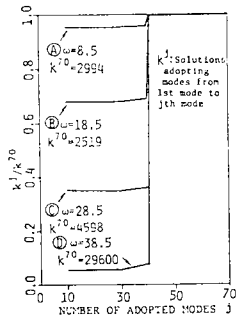


図-5 固有モードの採用次数による無次元ばね定数の精度 (A 法)

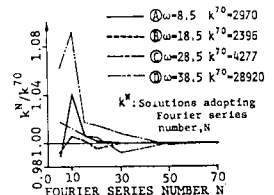


図-6 級数項数による無次元ばね定数の精度 (B 法)

次の付加張力モードの値が他の付加張力モードの値と比べて非常に大きいので、低振動数領域においても41次の固有モードまで採用しなければならないのである。

**b) B法における解の精度**

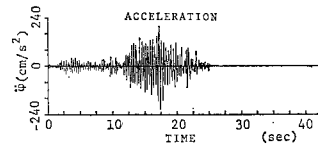
式(11)の採用級数項数と無次元ばね定数の精度を図-6に示す。 $k^{70}$ は級数項数を70項採用したときの解であり、十分な精度をもつ。本法の場合、A法と違い $\omega=40$ に近い高い振動数においても、無次元ばね定数は20項程度の採用項数で2%以内の誤差に収まり、比較的少ない級数項数で十分なことがわかった。

架線のばね定数の数値計算について、A法とB法を比較する。A法の場合、多くの固有モードを必要とするので、非常に大きいマトリックスの固有値解析を行わなければならない。しかし、一度この計算を行えば、ばね定数の振動数特性を求めるために、振動数の刻みを小さくとっても計算時間はさほど増大しない。B法の場合、少ない級数項数で十分な精度のばね定数が得られるが、その振動数特性を求めるためには各振動数ごとに連立方程式を解く必要がある。

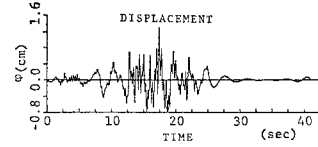
**(3) 地震による架線の動的付加張力**

架線のばね定数の振動数特性は架線の一端の周期的定常強制変位に対する張力応答であるから、数多くのピークをもち複雑であるが、図-2の振動数領域では、 $\omega_a$ および $\omega_b$ のピークを除いてそのピークのほとんどが特性曲線の幅の狭いピークである。地震時における架線の振動は地震波が鉄塔を通して伝わったランダム波による強制振動であるから、一定の振動数が長時間作用することはない。したがって、特性曲線の幅の狭いピークを示すモードは幅の広いモードと同様に成長するとは考えられず、 $\omega_a$ および $\omega_b$ のような特性曲線の幅の広いピークを示すモードだけが支配的に成長すると考えられる。そこで、実地震波が鉄塔を通して架線の一端に伝わる時の架線の付加張力の応答を振動形解析法により、1次から95次までピーク幅の狭いモードを含めてすべてのモードを採用した場合について計算した。次に、特性曲線の幅の広い $\omega_a=5.99$ 、 $\omega_b=40.55$ および $\omega_c=80.44$ の3つのモードのみを採用した場合について応答を求め、架線の変位および付加張力の成長に対する各次の幅の狭いピークのモードの影響を調べた。

入力地震波の加速度 $\ddot{\phi}$ および変位 $\phi$ を図-7(a),(b)に示し、その加速度のパワー



(a) 加速度  $\ddot{\phi}$



(b) 変位  $\phi$

図-7 入力地震波(釧路地震 1962. EW)

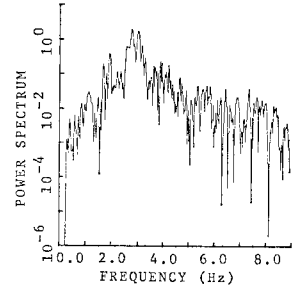
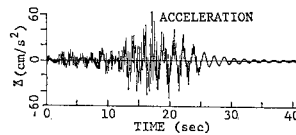


図-8 入力加速度のパワースペクトル(釧路地震 1962. EW)

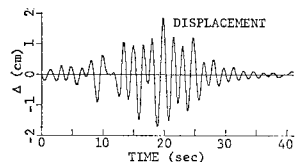
スペクトルを図-8に示す。入力地震波は釧路地震

(1962.4.23.)の強震記録(E-W)を用い、川島らの方法<sup>15)</sup>により補正して求めた加速度および変位である。補正した地震波の加速度および変位の最大値は216 cm/s<sup>2</sup>および1.3 cmである。この地震波を1質点系に置換した鉄塔の基礎から入力し、架線支持点の加速度( $\ddot{d}=\ddot{\phi}+\ddot{\eta}$ )および変位( $d=\phi+\eta$ )の時刻歴応答を求め、これを架線の一端から入力して、架線の応答を求めた。鉄塔および架線の応答計算にはRunge-Kutta-Gill法を用い、鉄塔の減衰定数を5%とした。一方、架線の減衰定数についてIrvineは2%かあるいはそれ以上と述べているが<sup>13)</sup>、ここでは0および1%と仮定した。実際の鉄塔は多自由度系であるが、鉄塔の固有振動数が架線の $\omega_a$ 、 $\omega_b$ 、 $\omega_c$ などに相当する固有振動数に一致するときの架線の応答が最も重要であるので、鉄塔を1質点系としても本研究の目的は達せられる。

一例として、1質点系とした鉄塔の無次元固有円振動数を $\omega_T=\omega_a=5.99$ (0.62 Hz)としたときの応答加速度( $\ddot{d}=\ddot{\phi}+\ddot{\eta}$ )および応答変位( $d=\phi+\eta$ )を図-9(a),(b)

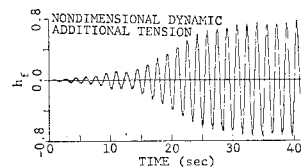


(a) 応答加速度 ( $\ddot{d}=\ddot{\phi}+\ddot{\eta}$ )

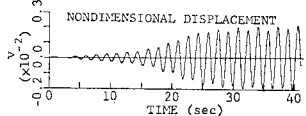


(b) 変位 ( $d=\phi+\eta$ )

図-9 1質点系の応答 ( $\omega_T=5.99$  (0.62 Hz),  $\xi=0.05$ )

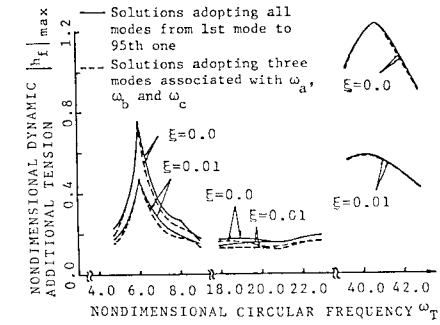


(a) 無次元水平付加張力  $h_f$

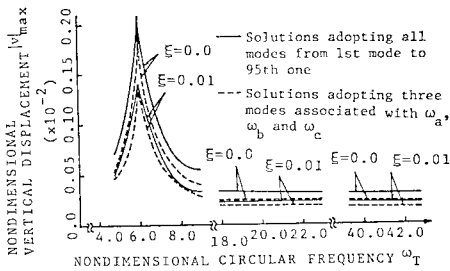


(b) 無次元鉛直変位(径間中央点)  $v$

図-10 架線の応答 ( $\xi=0.0$ )



(a) 無次元付加張力 (固定点)



(b) 無次元鉛直変位 (径間中央点)

図-11 架線の無次元付加張力および無次元鉛直変位の応答最大値

に示す。また、図-10 (a), (b) には架線の1次から95次までのすべてのモードを採用し、減衰定数を0としたときの架線の固定端の無次元水平付加張力  $h_f$  および架線中点の無次元鉛直変位  $v$  を示す。

鉄塔の無次元固有円振動数  $\omega_T$  を種々変えたときの、架線の固定点側の無次元水平付加張力および径間中央点の無次元鉛直変位の応答最大値の絶対値を 図-11 (a), (b) に示す。架線の応答は  $\omega_T = \omega_a, \omega_b$  近傍でピークを示すのでこの付近および  $\omega_T = 20$  付近のみを示した。実際は95次までの架線のモードを採用した解で、点線は  $\omega_a, \omega_b$  および  $\omega_c$  に対応する3つのモードのみを採用した解である。図-11(a)において  $\omega_T = \omega_b$  付近で、架線の減衰を0としたとき、架線の無次元水平付加張力は1を超え、動的付加張力が初期張力を超すことになるが、減衰を1%にとった場合には動的付加張力は初期張力を超えない。

無次元鉛直変位の応答最大値は実線と点線で多少の差が認められるが、無次元水平付加張力は実線と点線の間にあまり差がない。また、鉄塔の固有振動数が架線の  $\omega_a$  および  $\omega_b$  前後あるいは  $\omega = 20.0$  付近の架線の固有振動数に一致した場合でも、実線と点線の差はわずかしか認められない。したがって、地震のようなランダム波によって起こる架線の動的付加張力は、 $\omega_a, \omega_b$  および  $\omega_c$  に対応するモードのみにほとんど支配され、ばね

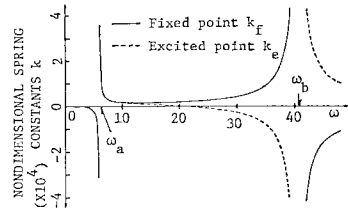


図-12 簡略化した無次元ばね定数の振動数特性

定数の振動数特性において特性曲線の幅の狭いピークに相当する固有振動数のモードの影響は小さく、無視しても差し支えないといえる。強制変位点側の動的付加張力の応答最大値も同じ結果であった。

(4) 架線のばね定数の振動数特性の簡略化

架線的一端を周期的に振動させて得られた架線のばね定数は多くのピークをもつ複雑な特性を示すが、前述の計算から明らかのように、鉄塔からランダム波が入力するときの付加張力には、これらのピークのうち、幅の広い  $\omega_a, \omega_b, \omega_c$  などに対応するモードに支配されることがわかった。

図-12 にこの3つのモードのみを採用して、振動形解析法で求めた無次元ばね定数の振動数特性を示す。図-12 と 図-2(a) を比較すると、図-12 は 図-2(a) から  $\omega_a$  および  $\omega_b$  以外の特性曲線のピークを省略した図とほとんど等しく、ばね定数の振動数特性としては、複雑なピークをもつ 図-2(a) を用いる必要はなく、簡単な特性の 図-12 を用いて十分であるといえる。したがって、 $\omega_a, \omega_b$  に相当するモードが簡単に得られるならば、振動形解析法によってばね定数の振動数特性を求める方法 (A法) の方がB法より得策である。

(5)  $\omega_a$  および  $\omega_b$  に対応するモードの特性

$\omega_a, \omega_b$  および  $\omega_c$  に対応するモードが、架線のばね

	DISPLACEMENT MODES	DYNAMIC ADDITIONAL TENSION MODES
5th MODE $\omega = 5.93$		$\bar{v}_{max} = 0.004$
6th MODE $\omega = 5.99$		$\bar{v}_{max} = 0.384$
7th MODE $\omega = 7.08$		$\bar{v}_{max} = 0.188$
40th MODE $\omega = 39.71$		$\bar{v}_{max} = 0.566$
41th MODE $\omega = 40.55$	VERTICAL DISPLACEMENT  HORIZONTAL DISPLACEMENT 	$\bar{v}_{max} = 14.88$ Modes of the vertical displacement and the horizontal one separated from the upper displacement mode
42th MODE $\omega = 40.71$		$\bar{v}_{max} = 0.019$

図-13 変位モードと無次元接線方向付加張力モード

定数の振動数特性に対して重要であることがわかったので、これらのモードの特性を調べた。

(1)~(4)の数値計算に用いた架線の $\omega_a$ ,  $\omega_b$ およびその前後の共振点における自由振動の変位モードおよび接線方向付加張力モードを図-13に示す。この無次元付加張力モード値は無次元変位 $\bar{v}_{\max}=0.001$ のときの値である。 $\omega_a$ はこの架線の固有振動数の6次、 $\omega_b$ は41次に対応する。6次の変位モードは対称であり、鉛直変位は全体が同位相である。山口ら<sup>4)</sup>およびVeletsosら<sup>12)</sup>は、このモードについてサグ比あるいは伸び剛性の影響によりある次数の対称モードがその上の次数の対称モードに遷移する途中のモードであると説明している。これらの次数において動的付加張力は、その付近のその他の次数の動的付加張力に比べて大きな値となる。また、低次数の架線の動的付加張力は対称モードの方が逆対称モードより大きく、対称モードのそれは全スパンにわたりほぼ一定である。したがって、IrvineらおよびVeletsosらの張力一定の仮定は縦波の振動が影響しない低次数のモードを考える場合において適用可能と思われる。Irvineらの理論から $\omega_a$ の無次元固有円振動数を導くと、 $\omega = (8D/\pi L)\sqrt{EA/H} = 6.11$ であり、著者らの値とほぼ一致する。

41次の変位モードは水平変位が非常に大きく、付加張力モード値は架線両端で最大となり逆対称である。また、この41次の動的付加張力モード値はこの付近の次数において一番大きい。縦波と横波の伝播速度比が $\nu = 40.47$ であることより、この41次のモードは純粋な縦波の共振点といえる。また、(3)で用いた $\omega_c$ は $\omega_b$ のほぼ2倍であるから、縦波の2次の共振点と考えられる。

理論解析で述べたように、架線のモードは $\alpha$ (架線のスパン長重量 $\rho g L$ と初期水平張力 $H$ の比の1/2)と $\nu$ (架線の縦波・横波の伝播速度比 $\sqrt{EA/H}$ )の2つのパラメーターで決まる。

図-14は縦波・横波の伝播速度比 $\nu$ を40とし、 $\omega_a$ に相当する無次元固有円振動数および $s=0$ における無次

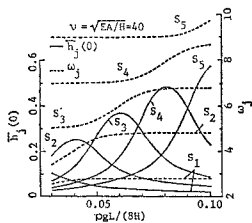


図-14  $\omega_a$ に対応する無次元固有円振動数および無次元水平付加張力モード

$\alpha/4 = \rho g L / (8H)$	Modes corresponding to $\omega_a$	Displacement modes
0.04	4th mode ( $S_2$ ) $\omega_a = 4.03$	
0.06	6th mode ( $S_3$ ) $\omega_a = 5.99$	
0.08	7th mode ( $S_4$ ) $\omega_a = 7.90$	

図-15 変位モードに及ぼすサグ比の影響 ( $\nu = \sqrt{EA/H} = 40$ )

元水平付加張力モード( $\bar{v}_{\max}=0.001$ )のサグ比( $D/L$ )に対する変化を示したものである。横軸が0.03~0.1では $\rho g L / (8H) \cong D/L$ となり、横軸はサグ比とほぼ等しい。図中の $S_1 \sim S_5$ は対称モードの1次から5次であ

ることを示し、 $\omega_a$ に相当するモードは低次数の対称モードにのみ現われ、サグ比に対して無次元固有円振動数の変化の曲線の傾斜角が大きいモードあるいは無次元水平付加張力モード値が最も大きいモードとして識別される。しかし、無次元水平付加張力モードにおいて、 $S_2$ と $S_3$ ,  $S_3$ と $S_4$ ,  $S_4$ と $S_5$ の交点付近のサグ比では、 $\omega_a$ を単一なものとして決定できない場合がある。

$\omega_a$ に対応するモードはサグ比が大きくなるとともに $S_2$ から $S_3$ ,  $S_4$ と変わり、無次元水平付加張力モードのピーク付近のそれぞれの変位モードは、図-15で表わされるように、弦の1次モードがそれより上の次数の対称モードと重なった形を示していることがわかる。

図-16はサグ比( $D/L \cong \rho g L / (8H)$ )を0.04とし、 $\omega_b$ に相当する無次元固有円振動数および $s=0$ における無次元水平付加張力モード( $\bar{v}_{\max}=0.001$ )の縦波・横波の伝播速度比 $\nu$ に対する変化を示したものである。 $\omega_b$ に対応する無次元固有円振動数は $\nu$ に等しく、縦波の1次の固有円振動数であることが確認できた。無次元水平付加張力モード値は縦波・横波の伝播速度比 $\nu$ により大きく変動し、山と谷がそれぞれ $\nu \cong 2$ 刻みに現われる。

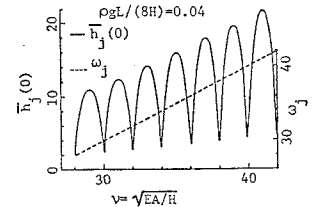


図-16  $\omega_b$ に対応する無次元固有円振動数および無次元水平付加張力モード

## 6. 架線模型の強制振動実験

### (1) 実験概要

5.の数値計算で用いた理論を検証するために、架線模型の強制振動実験を行い、架線の接線方向付加張力を測定した。実験概要を図-17に示す。架線の模型には可挑性をもたせるために、鎖を用いた。鎖のスパン長は $L=9.65$  m, サグは $D=0.465$  m ( $D/L=0.048$ ), 伸び剛性は引張り試験の結果 $EA=2.33$  MN, 単位長さ当たり



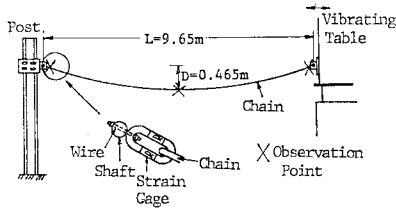


図-17 実験概要図

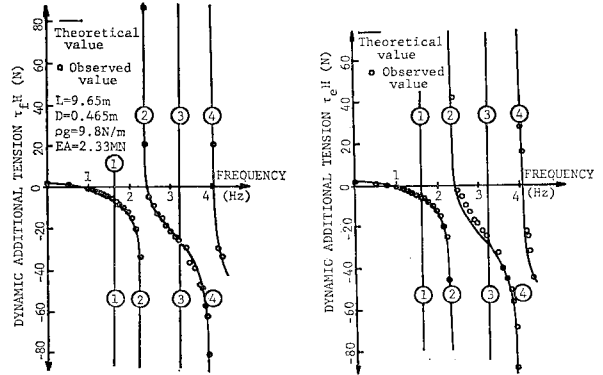
重量は  $\rho g = 9.81 \text{ N/m}$ 、初期水平張力は  $H = 246 \text{ N}$  である。これは実際の架線に比べ、縦波と横波の伝播速度比 ( $\nu = 97$ ) が少し大きいモデルとなった。鎖の一端は支柱に固定し、他端を振動台に接続して振動台より正弦波の水平変位を架線に与えた。振動台の強制変位は差働型変位計により測定し、架線の付加張力はひずみゲージを架線の両端と中央の3か所に貼りつけて測定した。強制変位の振動数は  $0 \sim 4.5 \text{ Hz}$  の間を増減して変え、これらの実験を数回繰り返した。また、鎖の付加張力が初期張力を超えないように強制変位の振幅を調整しながら実験を行った。振動台の変位や架線のひずみの記録には直記式電磁オシログラフを用い、付加張力が定常状態にまで成長したのち強制変位と動的付加張力の同時記録を行った。

## (2) 実験結果および架線模型に対する数値計算結果

架線模型の一端強制変位による固定点と強制変位点の接続方向付加張力の振動数特性の理論値および実験値を図-18(a), (b) に示す。実験において、減衰定数も測定したが非常に小さい値であり、数値計算においては減衰を考慮していないが、その誤差は小さい。実験値は一端強制変位を  $0.1 \text{ cm}$  に換算した場合の接続方向付加張力で、○印で示しており、理論値を同時に実線で示している。

振動数が  $4.5 \text{ Hz}$  までは架線の付加張力は固定側と強制変位点側でほぼ同様であり、架線中央点の付加張力は両端のそれとあまり変わらなかった。

図-18の振動数領域 ( $0.0 \sim 4.5 \text{ Hz}$ ) の中には理論上4つの共振点があり、図中の①~④の縦線がそれである。1次および3次は逆対称振動であり、この共振点近傍の共振曲線の幅は非常に狭いものであり、共振点は定常強制振動の実験においては現われなかった。したがって、架線のばね定数の振動数特性において、特性曲線の幅の狭いピークに相当するモードは実際のランダム地震波によっては成長しないことが推察される。これらの1次、3次の共振点を除いて、2次、4次の対称振動の共振振動数および共振曲線については理論値と実験値はよく一致しており、理論の検証ができた。



(a) 固定点付加張力

(b) 強制変位点付加張力

図-18 一端水平強制変位による接続方向付加張力の振動数特性

## 7. 結論

架線を連続体とした線形解析理論から、架線の鉛直面内水平ばね定数の振動数特性が得られた。また、架線模型の強制振動実験により、動的付加張力を測定し、この理論の検証が得られた。実在架線のばね定数の振動数特性に関する上記の理論および実験から次のことがわかった。

- (1) 架線のばね定数は固定点と強制変位点で値が異なり、同符号となる領域もあり、逆符号となる振動数領域もある。
  - (2) 架線の厳密な意味でのばね定数の振動数特性曲線には、幅の広いピークや幅の狭いピークなど数多く存在し、複雑である。
  - (3) 地震波などのランダム波を対象とする場合には、ばね定数の振動数特性曲線のうち、幅の狭いピークは無視し、幅の広いピークのみを考慮して差し支えない。
  - (4) 特性曲線の幅の広いピークに相当するモードのみをとって、振動形解析法を用いれば、ばね定数の振動数特性の簡易計算ができる。
  - (5) 特性曲線の幅の広いピークに相当する固有振動の変位モードおよび付加張力モードの特性を明らかにした。
- 上記(4)については、送電線のばね定数の振動数特性の簡易計算法として別に発表する予定である。

## 参考文献

- 1) 小坪清真・高西照彦・鳥野 清・園田敏矢：超高送電鉄塔の動的試験とその耐震性に関する検討，土木学会論文報告集，第333号，1983。
- 2) 岩間貴行・広木光雄・小林 武・玉松健一郎：地震時における電線・がいし系の振動特性と鉄塔との連成系の振動特性に関する研究，鉄塔，第53号，1982。
- 3) 電気学会：送電用支持物設計標準 JEC-127-1979，電気書院，1979。

- 4) 山口宏樹・伊藤 学：単一ケーブルの三次元線形自由振動，土木学会論文報告集，第 286 号，1979.
  - 5) 山口宏樹・宮田利雄・伊藤 学：正弦波外力を受けるケーブルの時間応答解析，土木学会論文報告集，第 308 号，1981.
  - 6) 山口宏樹・宮田利雄・伊藤 学：曲げ剛性を考慮したケーブルの面内線形自由振動，土木学会論文報告集，第 319 号，1982.
  - 7) Henghold, W.M., Russell, J.J. and Morgan, J.D. III: Free vibrations of cable in three dimensions, Proc. of ASCE, Vol. 103, No. ST 5, 1977.
  - 8) David, Ma. Leonard, J. and K.H. Chu: Slack-elastoplastic dynamics of cable systems, Proc. of ASCE, Vol. 105, No. EM 2, 1979.
  - 9) Irvine, H.M. and Caughey, T.K.: The linear theory of free vibrations of a suspended cable, Proc. R. Soc. Lond. A. 341., 1974.
  - 10) Irvine, H.M. and Griffin, J.H.: On the dynamic response of a suspended cable, Earthqu. Eng. Struct. Dyn., Vol. 4, 1976.
  - 11) Irvine, H.M.: The estimation of earthquake-generated additional tension in a suspension bridge cable, Earthqu. Eng. Struct. Dyn., Vol. 8, 1980.
  - 12) Veletsos, A.S. and Darbre, G.R.: Free vibration of parabolic cables, Proc. of ASCE, Vol. 109, No. ST 2, 1983.
  - 13) Irvine, H.M.: Cable Structure, MIT Press Series in Structural Mechanics, Cambridge, Massachusetts, and London, England, 1981.
  - 14) 高橋和雄・藤本一人・戸田和之：ケーブルの面内非線形振動，長崎大学工学部研究報告第 17 号，1981.
  - 15) 川島一彦・高木義和・相沢 興：数値化精度を考慮した SMAC-B 2 型強震計記録の計器補正法および変位計算法，土木学会論文報告集，第 325 号，1982.  
(1983.7.7・受付)
-