

## 位相差分による地震動の非定常性の解析

THE ANALYSIS OF NONSTATIONARITY OF EARTHQUAKE  
GROUND MOTION BY PHASE DIFFERENCES

沢 田 勉\*

By Tsutomu SAWADA

Fourier phase differences of earthquake motions are investigated by deriving the relationship between the phase differences and the envelope function of narrow band components containing a certain frequency of the Fourier spectra. By making use of the relationship, it is verified that the probability distribution of phase differences is closely related to the envelope of earthquake motion. The relationship is also used to analyze the nonstationary frequency content of recorded accelerograms, the result of which is compared with evolutionary spectra. It is concluded that the phase differences are useful to evaluate the nonstationary frequency content of earthquake motions. It is suggested that the concept is also useful for the simulation of earthquake motions.

## 1. 緒 言

本研究は、地震動のフーリエ位相の差分（位相差分）の物理的意味を明らかにし、地震動の非定常性と位相差分の関係について考察を加えたものである。

構造物の耐震設計を行う際の基本的かつ重要な課題として、地震動特性を的確に把握することが挙げられる。地震動特性は強度特性、周波数特性、および非定常特性に大別され、従来よりこれら諸特性を解明するために多くの研究がなされてきた。特に、非定常特性は、近年の構造物の大型化、長周期化に伴い重要な特性の1つとなり、各種の非定常スペクトル等を用いてその解明がなされてきた<sup>1)~4)</sup>。

強震記録をフーリエ解析すると、フーリエ振幅とフーリエ位相が得られる。従来より、フーリエ振幅を用いて地震動の周波数特性を明らかにした研究は多いが、フーリエ位相の方はほとんど注目されなかった。

最近、このフーリエ位相に着目して地震動の振幅および周波数の非定常性を明らかにしようとする研究がなされている。大崎らは、地震波のフーリエ位相  $\phi_k$ ,  $k=0, 1, \dots, N/2$  を用いて次式に示す位相差分を定義した<sup>5)</sup>。

$$\Delta\phi_k = \phi_{k+1} - \phi_k, \quad k=0, 1, \dots, N/2-1 \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 $N$ は地震波を離散時間点での値として表わしたときの時間点の数であり、 $\Delta\phi_k$ は時計回りに測り  $-2\pi \sim 0$  の間にあるようにする。大崎らは、強震記録の位相差分の頻度分布（以下位相差分分布とよぶ）を求め、この分布の形状と地震波の振幅特性との相似性を数値実験により経験的に明らかにするとともに、模擬地震動の作成に応用した<sup>12), 13)</sup>。Izumi らは、フーリエ位相  $\phi_k$  が単調増加すると仮定して、式(1)と同様の位相差分を用いて次式に示す群遅れ時間（group delay time）の解析を行った<sup>6), 7)</sup>。

$$t_{grk} = \Delta\phi_k / \Delta\omega \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$  は角振動数の刻み幅である。そして、この  $t_{grk}$  の頻度分布と地震波の振幅特性との関係を数値実験より明らかにするとともに、周波数領域を分割して  $t_{grk}$  の頻度分布を求め、それを利用して模擬地震動を作成する手法について述べた。以上のように、位相差分分布の形状と地震波の振幅特性がよく対応することが数値実験により経験的に明らかにされてきたが、それに対する理論的考察はほとんどなされていない。最近、大川は位相差分と振幅特性の関係を数学的に明らかにすることを試みている<sup>8)</sup>。しかしながら、この研究で誘導した式は、両者の間に何らかの関係があることを示唆するもの

\* 正会員 工修 徳島大学講師 工学部建設工学科  
(〒 770 徳島市南常三島町 2-1)

の、特定の周波数近傍の位相差分が地震波の振幅にどのように影響するかを具体的に示していない(次節参照)。

上述の位相差分の情報を用いて地震動の非定常性を解明し、それを模擬地震動などに応用して実用化するためには、その物理的意味を明らかにするとともに、実地震動の位相差分の特性を詳細に検討することが必要である。

本研究では、ある微小な周波数帯域にのみフーリエスペクトルを有する狭帯域の成分波を考え、その包絡線の最大値生起時間と位相差分との関係を導き、位相差分の物理的意味を具体的に示した。また、実地震動のフーリエスペクトルをそのような成分波の重ね合わせで近似することにより、地震波の振幅と位相差分分布の対応関係を明らかにするとともに、その関係を利用して二、三の強震記録の非定常性の解析を行い、若干の考察を加えた。

ところで、地震動の非定常性は、前述のような各種の非定常パワースペクトルを用いて解析される。非定常パワースペクトルでは、周波数成分波の時間領域の振幅の変動が得られるため、それによる解析結果には、成分波の最大値生起時間のみならず振幅の情報が含まれる。他方、本研究で示す位相差分による方法は、おもに各成分波の最大値生起時間だけに注目したものであり、振幅の情報を含まない。位相差分による非定常性解析はこのような欠点をもつが、地震動の非定常性に関する基礎的な情報を与えることや模擬地震動の作成その他への応用が考えられることにより、地震動特性の解明に有用である。

2. 位相差分の物理的意味

(1) 従来研究

地震波  $x(t)$  のフーリエ変換  $X(f)$  とその逆変換は周知のように次式で与えられる。

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \dots\dots\dots (3)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{i2\pi ft} df \dots\dots\dots (4)$$

一般に、デジタル化された強震記録は、等間隔の離散時間点での値として与えられるため、式(4)は以下のように離散型で表わされる。いま、地震波  $x(t)$  が時間間隔  $\Delta t$  の  $N$  個の離散時間点  $t_m = m\Delta t$ ,  $m=0, 1, 2, \dots, N-1$  で与えられるとすると、継続時間は  $T = N\Delta t$  となり、式(4)は次に示す有限フーリエ級数で表わされる<sup>10)</sup>。

$$x_m = \sum_{k=-N/2+1}^{N/2} X(f_k) \cdot e^{i2\pi f_k t_m} \Delta f \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $f_k$  は第  $k$  番目の振動数で、 $f_k = k\Delta f$ ,  $\Delta f = 1/T$  であり、 $x_m = x(t_m)$  である。 $x(t)$  の複素フーリエ係数を  $C_k$  で表わすと、フーリエスペクトル  $X(f_k)$  は

$X(f_k) = T \cdot C_k$  となり、これを式(5)に代入すると次式となる。

$$x_m = \sum_{k=-N/2+1}^{N/2} C_k \cdot e^{i2\pi f_k t_m} \dots\dots\dots (6)$$

地震波  $x(t)$  のフーリエ位相は、 $k$  次の振動数  $f_k$  に対し、次式により与えられる。

$$\phi_k = \tan^{-1}\{\text{Im}(C_k)/\text{Re}(C_k)\}, \quad k=0, 1, 2, \dots, N/2 \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $\text{Im}(\cdot)$  および  $\text{Re}(\cdot)$  は、それぞれ複素数の虚部および実部を表わす。位相差分はフーリエ位相の差分であり次式で定義される。

$$\Delta\phi_k = \phi_{k+1} - \phi_k, \quad k=0, 1, \dots, N/2-1 \dots\dots\dots (8)$$

大崎らは<sup>9)</sup>、 $\Delta\phi_k$  の領域が時計回りに測り  $-2\pi \sim 0$  になるように、 $\phi_k$  を単調減少すると仮定し、位相差分の頻度分布を求め、これを位相差分分布と名づけた。そして、位相差分分布の形状と地震波の振幅特性の相似性を数値計算によって示し、分布の平均値が地震波の強震部の中心時刻に対応し、分布の広がりが強震部の継続時間に対応することを示した。Izumi らも同様な解析を行ったが、特に、周波数領域をいくつかに分割して、各領域での位相差分分布を求め、それらが波形の振幅特性とよく対応することを示した。Fig. 1 は、以上のような位相差分分布と波形の対応性の一例を示したものである。位相差分分布図の横軸は、位相差分  $\Delta\phi_k$  を  $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$  で除して時間に変換されている。また、式(7)を用いてフーリエ位相を求める際、高速フーリエ変換(FFT)を用いたため、地震波の最後に後続のゼロを付け、離散時間点の数が2の累乗になるようにしたが、本研究では、位相差分分布の形状を検討して、記録の前にも若干のゼ

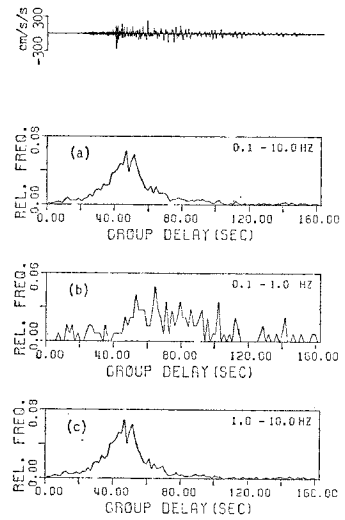


Fig. 1 Relative Frequency Distribution of Fourier Phase Differences (1968 Tokachioki, S 235 Aomori NS Component).

ロを付けた。詳細については付録を参照されたい。この図より、位相差分分布(図(a))と地震波の振幅特性が、よく対応すること、周波数領域を分割してそれぞれの領域の位相差分分布を求めることにより各周波数領域の波の振幅特性の概略が把握できることなどがわかる。

以上のように、位相差分分布と地震波の振幅特性との関係は数値実験により経験的に明らかにされてきたが、それに対する理論的根拠については言及されなかった。

最近、大川は地震波の振幅と位相差分の関係を数学的に明らかにすることを試みた<sup>9)</sup>。以下では、式の記述を簡単にするため式(6)を用いて、大川の研究の概略を述べる。いま、時刻  $t_m$  における自乗振幅  $x_m^2$  を考え、式(6)を用いて表わすと次のようになる。

$$x_m^2 = \left( \sum_{k=-N/2+1}^{N/2} C_k e^{i\omega_k t_m} \right) \left( \sum_{l=-N/2+1}^{N/2} C_l^* e^{-i\omega_l t_m} \right) \dots\dots\dots (9)$$

ここで、\* は共役複素数を表わし、 $\omega_k = 2\pi f_k$  である。上式を展開し、 $C_k = |C_k| \cdot e^{i\phi_k}$  を考慮すると

$$x_m^2 = \sum_k \sum_l |C_k| \cdot |C_l| \cdot e^{i(\phi_k - \phi_l)} \cdot e^{i(\omega_k - \omega_l)t_m} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $\phi_k - \phi_l = \Delta\phi_{k-1} + \Delta\phi_{k-2} + \dots + \Delta\phi_l$  であるから

$$x_m^2 = \sum_k \sum_l |C_k| \cdot |C_l| \cdot \exp[i\{(\omega_k - \omega_l)t_m + (\Delta\phi_{k-1} + \dots + \Delta\phi_l)\}] \dots\dots\dots (11)$$

となる。上式は、地震波の自乗振幅をフーリエ級数に展開した式であり、これから位相差分が地震波の振幅と密接に関係することがわかる。しかしながら、上式では、位相差分が自乗振幅に複雑に関連しているため、この式から位相差分と振幅の関係を具体的に把握することは難しい。本研究では、次項に述べる方法により位相差分の物理的意味を明らかにし、地震波の振幅と位相差分との関係を具体的に説明する。

(2) 地震波の振幅と位相差分の関係

いま、中心振動数  $f_n$  の両側の微小帯域  $\Delta f'$  にのみ振幅を有する次のようなフーリエスペクトルを考え<sup>11)</sup>。

$$F_n(f) = \begin{cases} a_n \exp[-i2\pi(f-f_n)t_n + i\psi_n], & f_n - \Delta f' \leq f \leq f_n + \Delta f' \\ a_n \exp[-i2\pi(f+f_n)t_n - i\psi_n], & -f_n - \Delta f' \leq f \leq -f_n + \Delta f' \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $a_n$  はフーリエ振幅、 $\psi_n$  は任意の偏角、 $i$  は虚数単位である。上式の指数項  $-2\pi(f \pm f_n) \pm \psi_n$  はフーリエ位相を表わし、振動数  $f$  が  $f_n \pm \Delta f'$ 、または  $-f_n \pm \Delta f'$  の領域にある場合には単調減少し、比例定数は  $-2\pi t_n$  である。Fig. 2 は、上式の振幅および位相を正の振動数領域で示したものである。上式をフーリエ逆変換して時刻歴を求めると次のようになる。

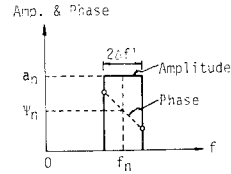


Fig. 2 Fourier Amplitude and Phase of Eq. 12.

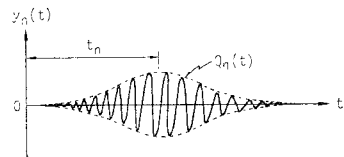


Fig. 3 Time History of Eq. 13 (After Wong, et al.<sup>11)</sup>).

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F_n(f) e^{i2\pi f t} df = Q_n(t) \cdot \cos(2\pi f_n t + \psi_n) \dots\dots\dots (13)$$

$$Q_n(t) = \frac{2 a_n}{\pi} \frac{\sin 2\pi \Delta f' (t - t_n)}{t - t_n} \dots\dots\dots (14)$$

Fig. 3 は、式(13)を模式的に示したものであり、 $y_n(t)$  が振動数  $f_n$  の正弦波状の波で、その包絡線は  $Q_n(t)$  となることがわかる。包絡線  $Q_n(t)$  は時刻  $t = t_n$  において最大値  $4a_n \Delta f'$  をとり、 $|t - t_n|$  の増加とともに漸次減少する関数である。したがって、係数  $t_n$  は包絡線  $Q_n(t)$  の最大値が出現する時刻であり、 $Q_n(t)$  の時間遅れを表わす。また、 $F_n(f)$  の帯域幅を与える  $\Delta f'$  は  $Q_n(t)$  の形状に関する係数であり、 $\Delta f'$  が大きい場合には、 $Q_n(t)$  の最大値は大きくなり、 $|t - t_n|$  の増加とともに  $Q_n(t)$  の振幅は急速に減少する。以下では、式(12)~(14)で規定される波を周期波群とよぶ。

次に、この周期波群を用いて地震動の位相差分の物理的意味を考える。いま、式(5)で表わされるような  $x(t)$  のフーリエ変換  $X(f_k)$  を考え、 $f_k$  を中心振動数として、 $2l$  個の離散的な振幅、位相を有するフーリエスペクトル  $X(f_j)$ 、 $j = k-l, \dots, k, \dots, k+l-1$  を取り出す。これらの振幅と位相を図示すると Fig. 4(a) のようになる。ただし、図は振動数の正領域について図示したものである。このようにして取り出した離散フーリエスペクトルは、 $2l$  が小さい場合には、狭帯域に含まれるから、これらの離散フーリエスペクトルを Fig. 4(b) のような振幅および位相をもつスペクトルで近似する。すなわち、 $2l$  個の離散スペクトルを、中心振動数  $f_n = f_k$  の両側に  $\Delta f' = l \Delta f$  なる帯域幅をもち、振幅が  $a_n$  であつ位相が線形的に減少する周期波群のフーリエスペクトルで近似する。周期波群のフーリエ振幅および位相と、 $X(f_j)$  のそれらの関係は以下のようにして求める。いま、 $X(f_j) = T C_j$  を振幅  $T|C_j|$  と位相  $\phi_j$  を用いて

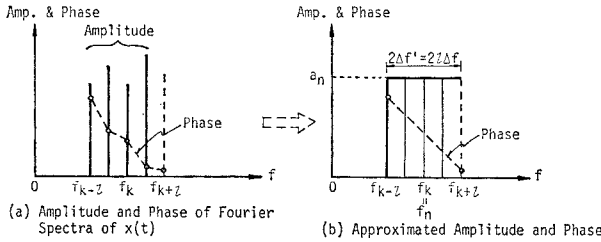


Fig. 4 Relation between Real and Approximated Fourier Spectra.

表わすと、

$$X(f_j) = T|C_j| \cdot \exp(i\phi_j),$$

$$j = k-l, \dots, k, \dots, k+l-1 \dots\dots\dots (15)$$

となる。これを式 (12) と比較すると、周期波群の  $a_n$  および指数項は、上式の  $T|C_j|$  と位相に対応する。両式の振幅の関係は両者のパワーを等置することにより次のように得られる。

$$a_n^2 \cdot 2l\Delta f / T = \sum_{j=k-l}^{k+l-1} T|C_j|^2 \Delta f \dots\dots\dots (16)$$

$$\therefore a_n = \left[ \sum_{j=k-l}^{k+l-1} |C_j|^2 / 2l \right]^{1/2} \cdot T \dots\dots\dots (17)$$

次に、式 (12) のフーリエ位相に関する係数  $t_n$  および  $\psi_n$  を求めるため、式 (12) と (15) の指数項を対応させると次の  $(2l+1)$  個の等式が得られる。

$$-2\pi(f_j - f_n)t_n + \psi_n = \phi_j, \quad j = k-l, \dots, k+l \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $j$  の上限を  $k+l$  としたのは、Fig. 4 (a) に示すように、位相の情報  $f_{k-l} \sim f_{k+l}$  において考慮するためである。式 (18) は 2 個の未知数  $t_n$  と  $\psi_n$  を含む  $2l+1$  個の等式であるから、それらの最尤値  $\hat{t}_n$  と  $\hat{\psi}_n$  は回帰分析の手法<sup>13)</sup>を用いて次のように求められる。

$$\hat{\psi}_n = \bar{\phi}_n \dots\dots\dots (19)$$

$$\hat{t}_n = - \frac{k+l}{\sum_{j=k-l}^{k+l} (f_j - f_n)} (\phi_j - \bar{\phi}_n) / 2\pi \sum_{j=k-l}^{k+l} (f_j - f_n)^2 \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $\bar{\phi}_n$  は、 $\phi_j$ ,  $j = k-l, \dots, k+l$  の平均値であり

$$\bar{\phi}_n = \left[ \sum_{j=k-l}^{k+l} \phi_j \right] / (2l+1) \dots\dots\dots (21)$$

式 (20) において、 $j$  が  $k$  を中心にして対称に変化することおよび  $f_n = f_k$  であることを考慮して式を変形すると

$$\hat{t}_n = \hat{t}_k = - \frac{\sum_{j=1}^l j \Delta f (\phi_{k+j} - \phi_{k-j})}{\sum_{j=1}^l 2 j^2 \Delta f^2}$$

$$= - \left[ \sum_{j=1}^l j (\Delta\phi_{k+j-1} + \dots + \Delta\phi_{k-j}) / 2 \sum_{j=1}^l j^2 \right] / \Delta\omega \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$  は角振動数の刻み幅である。

上式の左辺は、式 (14) および Fig. 3 に示すように、周期波群の包絡線のピークが出現する時刻の推定値であ

り、右辺は  $4\phi_k$  を中心とする  $2l$  個の位相差分の重み付平均を  $\Delta\omega$  で除した値である。このことより、位相差分は、地震波の離散フーリエスペクトルを周期波群のそれで近似したときの包絡線の最大値生起時間と密接に関係することがわかる。また、包絡線が地震波のパワーの時間的変動を表わすことから、ある振動数近傍の位相差分はその振動数近傍の成分波の最大パワーが到着する時刻と密接に関係することになる。

以上のことより、位相差分分布と地震波の振幅特性との対応が明らかとなる。すなわち、位相差分分布の平均値に対応する時刻付近では、多くの成分波のパワーのピークが生じるため振幅が大きくなる。また、位相差分分布の広がりに対応して多くの成分波の最大値生起時間もばらつくから、地震動の強震部の継続時間は位相差分分布の広がりの影響を受けることがわかる。従来より、両者の相似性については数値実験等により経験的に明らかにされていたが、本研究で誘導した関係式よりその理論的根拠が与えられた。

### 3. 実地震動の非定常性解析への応用

本節では、前節で誘導した  $\hat{t}_n$  を用いて実地震動の非定常性の解析を行い、若干の考察を加えた。

対象とした記録は、1968 年十勝沖地震の際にそれぞれ宮古、八戸、青森で得られた記録である<sup>14), 15)</sup>。これらの地点の記録を選んだ理由は、それらの地盤条件が道路橋示方書に示されている第 1 種、第 2 種、第 3 種地盤に対応するためである<sup>16)</sup>。

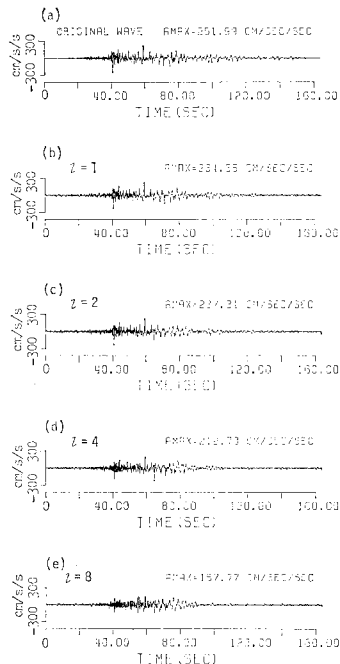
ところで、前節で述べたように、地震動の離散フーリエスペクトルを周期波群のそれで近似する場合には、その帯域幅を与える  $l$  の値をいくりにするかが問題となる。式 (17), (19)~(22) の  $l$  が小さい場合には、元のフーリエスペクトルと近似したスペクトルの差異は小さいから、近似度はよく、波形の再現性は良好である。 $l$  が大きい場合には、ある周波数近傍の離散フーリエスペクトルを一定振幅のスペクトルで置き換えるため、ある帯域内のスペクトル振幅がほぼ一定とみなし得なくなり、波形の再現性という点では近似度が悪くなる。他方、ある周波数近傍の成分波が群をなして到着することを考えた場合には、波の群遅れ時間等をとらえるために  $l$  の値をある程度大きくしなければならない。以上のことは、各種の非定常パワースペクトルの解析におけるバンド幅の選択に付随する問題と類似である<sup>17-19)</sup>。そこでは、周波数領域でのバンド幅が狭いと時間領域の分解能が悪くなるが、広すぎると周波数領域の分解能が落ちる。このような相反する現象を同時に満足するように  $l$  の値を決めることは難しい。ここでは、波形の再現性と

群遅れ時間のとらえやすさという2点より  $l$  の値を検討した. なお, 以下の解析には位相差分の計算を含むが, その際, 付録に述べる理由により, 解析する記録の前に若干のゼロを付加した.

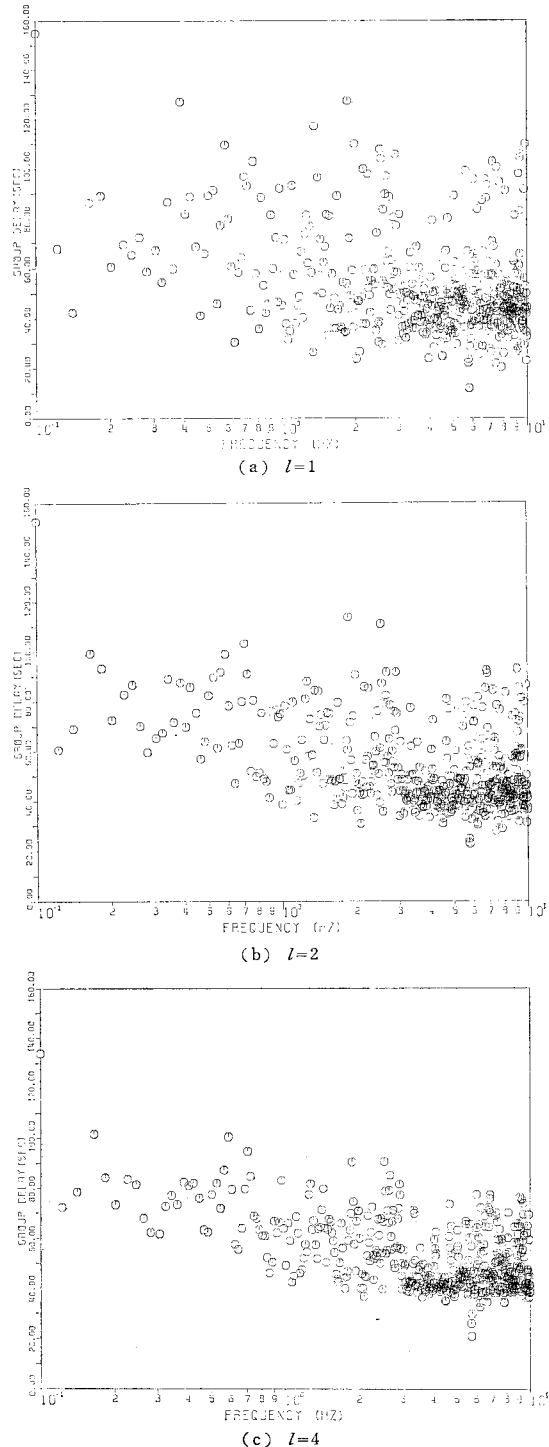
まず, 波形の再現性について検討する. **Fig. 5** には, 実地震動の  $N$  個の離散的な振幅, 位相を有するフーリエスペクトルを  $N/2l$  個の周期波群のそれで近似した場合の波形を示した. 対象とした記録は青森の  $N-S$  成分であり, 図の (a)~(e) はそれぞれ, 原波形,  $l=1, 2, 4, 8$  の各場合の近似波形を示す. この図より,  $l$  が小さい場合の近似波形は原波形をよく再現するが,  $l$  が大きい場合でも原波形の特性はある程度反映されることがわかる. 以上のような波形の再現性は, 対象とする記録のスペクトル特性により若干異なるが, 他の記録 (宮古, 八戸) の解析結果でも, 上述と同様な傾向が得られた. 以上のことより, 離散フーリエスペクトルを周期波群で置換することの妥当性が確認できる.

次に, 各周波数成分波が群をなして到着するという現象に注目して, そのとらえやすさについて検討した. そのために, 式 (22) で与える  $i_n$  を用いて, 各周波数近傍の成分波の群遅れ時間の解析を行った. **Fig. 6** には, 式 (22) より  $i_n$  を求め, それを2次元平面に図示した. 図の横軸は振動数, 縦軸は  $i_n$  の値であり, (a)~(d) はそれぞれ  $l=1, 2, 4, 8$  の各場合に対応する. これらの図から以下のことがわかる.  $l$  が小さい場合には,  $i_n$  のばらつきは全体的に大きく, 相隣る振動数の  $i_n$  には大

きな差異があるが,  $l$  が大きくなるにつれて,  $i_n$  のばらつきは小さくなり, 相隣る振動数の  $i_n$  の間にある傾向がみられるようになる. このように  $l$  が大きい場合には, ある周波数近傍の成分波が群をなして到着するという現象がとらえられる.



**Fig. 5** Original Wave and Approximated Waves (1968 Tokachioki, S235 Aomori NS component).



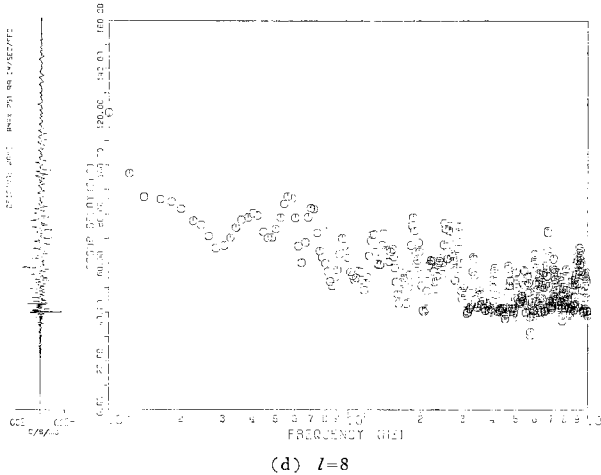


Fig. 6 Group Delay Times  $\hat{l}_n$  (1968 Tokachioki, S235 Aomori NS Component).

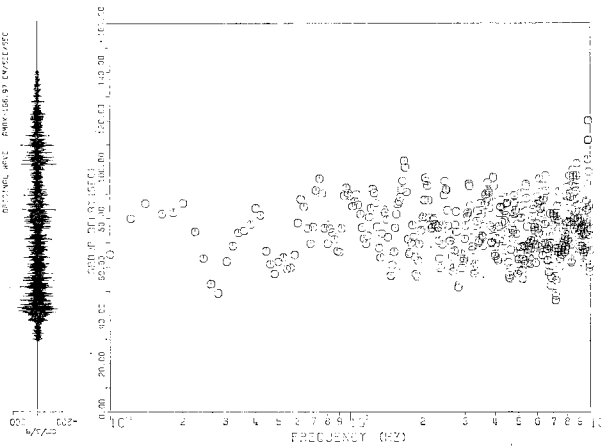


Fig. 7 Group Delay Times  $\hat{l}_n$  (1968 Tokachioki, S236 Miyako NS Component).

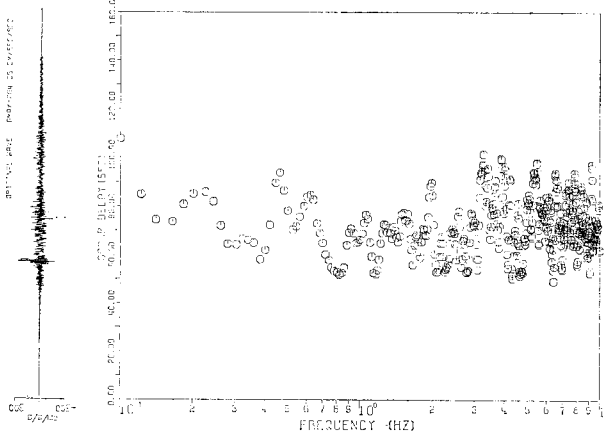


Fig. 8 Group Delay Times  $\hat{l}_n$  (1968 Tokachioki, S252 Hachinohe NS Component).

以上のように、波形の再現性と群遅れ時間の2点より  $l$  の値を検討したが、本節では  $\hat{l}_n$  を用いて地震波の非定常性の解析を行うという目的のため、 $l$  の値はやや大きくするのが適当と考えられる。このことより、以下の解析では  $l=8$  として  $\hat{l}_n$  を求め、地震動の非定常性の解析を行い、若干の考察を加えた。

Fig. 7 と 8 には、前述の宮古、八戸の記録 (N-S 成分) の  $\hat{l}_n$  を求め、前図同様 2次元平面にプロットした。これらの図より以下のことがわかる。

(1) 宮古 (Fig. 7)、八戸 (Fig. 8) の記録のように、周波数特性の時間的変動が小さい場合には、 $\hat{l}_n$  の分布は周波数によってあまり変わらず、強震部付近の約数 10 秒の範囲に分布する。

(2) 青森の記録 (Fig. 6(d)) のように、強震部以後に長周期の波が顕著に現われる場合には、高周波成分波に比べて低周波成分の波の到着が遅れ、 $\hat{l}_n$  の分布の全体の傾向は図において右下りとなる。この図では、低周波成分波が強震部より 30 秒程度遅れて到着することがわかる。このことは、非定常パワースペクトルによる解析結果と比較することによって確かめられる。Fig. 9 には、この記録の evolutionary spectrum<sup>1)</sup> を、周波数-時間平面に等高線表示した。図中の太線は、Fig. 6(d) の  $\hat{l}_n$  を直線で結んだものである。図において、群遅れ時間  $\hat{l}_n$  は非定常パワースペクトルとよく対応しており、このことから、地震動のフーリエ位相が周波数の非定常性に関する基礎的な情報を含むことがわかる。

(3) 工学的に重要な低周波数領域 (たとえば 0.2~1.0 Hz) において、長周期成分波の到着時間  $\hat{l}_n$  に右上りの傾向がみられる。すなわち、長周期波がそれより短周期の波より早く到着する現象が認められる。たとえば、青森 (Fig. 6 (d)) では 0.3~0.4 Hz, 0.5~0.6 Hz, 0.6~0.7 Hz, 0.8~1.0 Hz, 宮古 (Fig. 7) では 0.3~0.4 Hz, 0.6 Hz 付近, 0.7 Hz 付近, 0.9~1.0 Hz, 八戸 (Fig. 8) では 0.4~0.5 Hz, 0.5~0.6 Hz, 0.8~1.0 Hz のそれぞれの周波数領域において  $\hat{l}_n$  が右上りの傾向をもつ。これらが地震波に含まれる長周期成分波 (おもに表面波) の特性によるものかどうかについては、さらに検討を要する。一般に、強震記録には実体波と表面波が混在しているため、表面波の特性を論じるには両者を分離しなければならない。しかしながら、それを厳密に行うことは現時点では難しいので、ここではこれ以

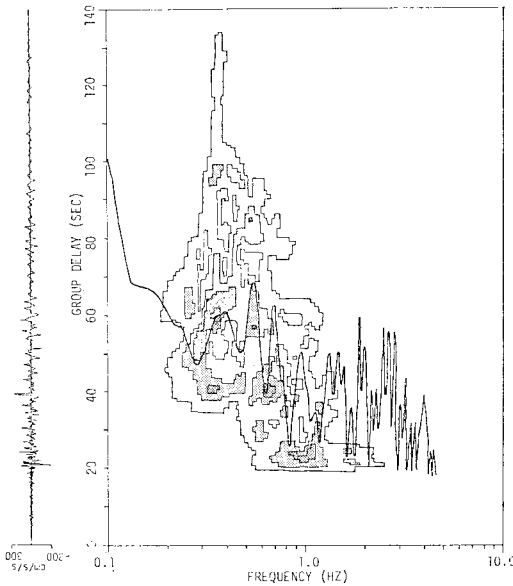


Fig. 9 Group Delay Times  $t_n$  and Evolutionary Spectra (1968 Tokachioki, S235 Aomori NS Component).

上詳しい検討は行わない。

(4) 比較的高周波数領域においては、いずれの図においても、上記(3)のような傾向はみられない。これは、高周波数領域では実体波が優勢となり、重複反射、乱反射等によって各成分波の到着時間がランダムになるためと思われる。

以上、二、三の強震記録について位相差分に基づいて各周波数成分波の到着時間の解析を行ったが、これらの結果から、位相差分が地震動の非定常性を把握するうえできわめて有用であることがわかった。

#### 4. 結 言

本研究では、地震動の位相差分に注目してその物理的意味を明らかにし、位相差分と地震動の非定常性との関係について若干の考察を加えた。

得られた結果を要約すると以下ようになる。

(1) 地震動の離散フーリエスペクトルを周期波群のそれで近似することにより、位相差分の物理的意味を明らかにした。すなわち、ある周波数近傍の成分波のパワーのピークが到着する時間は、その周波数近傍の位相差分の重み付平均で表わされることを示した。このことより、地震波の振幅特性と位相差分分布の相似性が明らかとなった。

(2) 位相差分より求めた各周波数成分波の到着時間  $t_n$  を周波数-時間平面にプロットすることにより、地震動の非定常性がとらえられることを

示した。

本研究ではおもに、位相差分の物理的意味の解明と、地震動の非定常性解析への応用について述べたが、位相差分概念は簡単でありその応用分野は広い。たとえば、模擬地震動への応用、波形分離への応用等が考えられる。これらの分野への応用については今後の課題としたい。

謝 辞：本研究は、著者が昭和 55 年度文部省内地研究員として京都大学工学部交通土木工学科において研修中に行ったものである。ご指導いただいた後藤尚男教授に謝意を表します。京都大学工学部 亀田弘行助教授には本研究の内容の不備をご指摘いただくとともに、数々の有益なご助言を賜りました。厚く御礼申し上げます。

最後に、本研究で使用した強震記録は京都大学工学部後藤研究所蔵のものであることを付記して謝意を表すとともに、多くの強震記録を収集し公表されている関係機関の方々<sup>15)</sup>に深謝致します。

#### 付録 1：記録の前に若干のゼロを付加する理由

大崎らは、式(8)より位相差分  $\Delta\phi_k$  を求める際、式(7)より計算されるフーリエ位相  $\phi_k$  が単調減少すると仮定して  $\Delta\phi_k$  の範囲を次式のように制限した。

$$-2\pi \leq \Delta\phi_k \leq 0 \dots\dots\dots (A\cdot 1)$$

しかしこの制限を取り除いた場合には、 $\Delta\phi_k$  の範囲は次のようになる。

$$-2\pi \leq \Delta\phi_k \leq 2\pi \dots\dots\dots (A\cdot 2)$$

3. の式(22)で示したように、位相差分が周波数成分波の到着時間と密接に関係することを考えれば、 $\Delta\phi_k$  の領域を式(A・1)のように負の範囲に制限する方が妥当と考えられる。しかしながら、以下に示すように、 $\Delta\phi_k$  を式(A・1)の範囲に制限すると地震波の振幅と位相差分分布との対応がつかない部分が生じる。

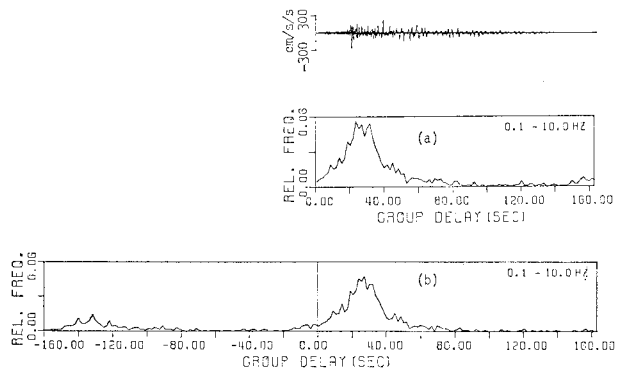


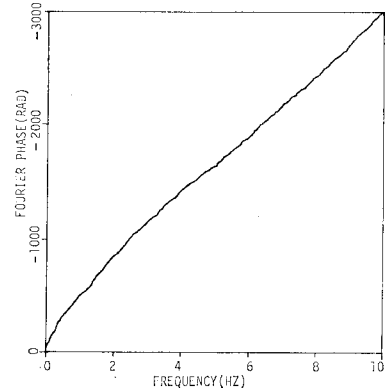
Fig. A-1 Relative Frequency Distribution of Fourier Phase Differences Restricted by Eqs. A-1 and A-2 (1968 Tokachioki, S235 Aomori NS Component).

**Fig. A-1**には、青森の記録に対する位相差分布を示した。ただし、 $\Delta\phi_k$ の範囲は式(A-1)に制限した。なお、式(7)を用いてフーリエ位相を求める際、高速フーリエ変換(FFT)を用いたため、記録の最後に後続のゼロを付け離散時間点の数が2の累乗になるようにした。また、位相差分布図の横軸は、 $-\Delta\phi_k/\Delta\omega$ により時間に変換した値とした。**Fig. A-1**(a)にみられるように、位相差分布の形状は波の強震部付近では振幅とよく対応している。しかしながら、記録の最後に付加した後続のゼロに対応する時刻においては、位相差分布の値はかなり大きく、振幅との対応がみられない。そこで、 $\Delta\phi_k$ の範囲を式(A-2)のように拡張して位相差分布を求め、図(b)に示した。この図から明らかなように、図の原点( $\Delta\phi=0$ )では分布が連続的に変化し、正および負の領域での分布形状は相似形である。 $\Delta\phi_k$ の範囲を式(A-1)に制限した場合には、図(b)の負の領域の分布は正の領域の分布に加算される。このために、図(a)で後続のゼロの部分の分布値が生じたものと考えられる。

以上のような位相差分布と振幅特性の対応性を改善するため、本研究では、記録の前に若干のゼロを付加して位相差分を求めた。その際の $\Delta\phi_k$ の範囲は式(A-1)とした。記録の前に付けるゼロの数は、**Fig. A-1**(b)の負の領域における分布値がほぼ0になる時間(この図では約20秒)より求めた。このようにして求めた位相差分布図が本文中の**Fig. 1**(a)である。この図においては、強震部の分布形状は**Fig. A-1**(a)と同様に振幅特性とよく対応しており、また、後続のゼロに対応する分布値も小さくなった。

## 付録2：ある周波数帯域の離散的なフーリエ位相を直線的に変化する位相で近似する理由

ここでは、実地震動記録(1968年十勝沖地震、青森)のフーリエ位相の変化を用いて、2.でのフーリエ位相の直線近似に対し検討を加える。**Fig. A-2**は、この記録のフーリエ位相 $\phi_k$ の変化を示したもので、横軸は振動数、縦軸は単調減少を仮定して求めたフーリエ位相である。この図より、フーリエ位相の全体的な変化の傾向として、低周波数領域での曲線の勾配が急であり、高周波数領域では緩いことがわかる。2.で述べたように、フーリエ位相の差分は成分波の到着時間と関係するから、この図は、**Fig. 6**の $t_n$ の図と対応している。**Fig. A-2**の曲線は、微小な凹凸はあるが、全体的に滑らかに変化しており、微小な帯域を取り出して考える場合には、その帯域のフーリエ位相の変化を直線近似することは妥当と考える。



**Fig. A-2** Variation of Fourier Phase (1968 Tokachioki, S235 Aomori NS Component).

## 参考文献

- 1) 亀田弘行：強震地震動の非定常パワースペクトルの算出法に関する一考察，土木学会論文報告集，第235号，pp. 52~62，1975年3月。
- 2) 星谷 勝・千葉利晃・草野直幹：地震加速度波の非定常特性とシミュレーション，土木学会論文報告集，第245号，pp. 51~58，1976年1月。
- 3) 吉田 裕・増田陳紀・澤 正・若菜弘之：数値河波の計算法と地震記録の非定常スペクトルへの応用，土木学会論文報告集，第274号，pp. 1~14，1978年6月。
- 4) 神山 真：強震地震動の非定常スペクトル特性とその波動論的考察，土木学会論文報告集，第284号，pp. 35~48，1979年4月。
- 5) 大崎順彦・岩崎良二・大川 出・政尾 亨：地震波の位相特性とその応用に関する研究，第5回日本地震工学シンポジウム講演集，pp. 201~207，1978年。
- 6) Katukura, H., Watanabe, T. and Izumi, M.: A study on the phase properties of seismic waves, Proc. of 5th Japan Earthq. Engr. Symp., pp. 209~216, 1978.
- 7) Izumi, M., Watanabe, T. and Katukura, H.: Interrelation of fault mechanisms, phase inclinations and nonstationarities of seismic waves, Proc. of 7th WCEE, Vol. 1, pp. 89~96, Sept., 1980.
- 8) 大川 出：地震動の位相特性に関する一考察，昭和56年建築学会学術講演会梗概集，pp. 509~510，昭和56年9月。
- 9) 沢田 勉・後藤尚男：周期波群の到着時間とフーリエ位相差分の関係に注目した地震動の非定常性の解析，第16回地震工学研究発表会講演概要，pp. 125~128，1981年7月。
- 10) 大崎順彦：地震動のスペクトル解析入門，pp. 43~111，鹿島出版会，1976年。
- 11) Wong, H.L. and Trifunac, M.D.: Synthesizing realistic ground motion accelerograms, Univ. of Southern California Rep., No. CE78-07, 1978.
- 12) Papoulis, A. (大槻・平岡 監訳)：工学のための応用フーリエ積分，pp. 163~166，オーム社，1967年。
- 13) Ang, A.H.S. and Tang, W.H. (伊藤・亀田 訳)：土木・建築のための確率・統計の基礎，pp. 282~290，丸善株式会社，昭和52年。
- 14) 後藤尚男・亀田弘行・杉戸真太・今西直人：デジタルフィルターによるSMAC-B2型加速度記録の補正について，土木学会論文報告集，第277号，pp. 57~70，1978年9月。
- 15) 土田 肇・倉田栄一・須藤克子：1968年十勝沖地震とそ



- の余震の港湾地域における強震記録, 港湾技研資料, No. 80, 1969年6月.
- 16) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, V 耐震設計編, 丸善株式会社, 昭和55年5月.
- 17) 政尾 亨・大崎順彦・大川 出・岩崎良二: ガウス波による模擬地震動, その 1, その 2, 昭和55年日本建築学会学術講演会梗概集, pp. 481~484, 昭和55年9月.
- 18) 岩崎良二: 非定常スペクトルを持つ波の作成と非線形応答について, 昭和55年日本建築学会学術講演会梗概集, pp. 485~486, 昭和55年9月.
- 19) Trifunac, M.D.: Response envelope spectrum and interpretation of strong earthquake ground motion, BSSA, Vol. 61, No. 2, pp. 343~356, Apr. 1971.  
(1982.10.4 受付)
-