

目標塑性率に基づく最適弾塑性 耐震設計法に関する研究

AN OPTIMUM ASEISMIC DESIGN OF INELASTIC STRUCTURES WITH TARGET DUCTILITY REQUIREMENTS

山田 善一*・家村 浩和**・古川 浩平***・坂本 幸三****

By Yoshikazu YAMADA, Hirokazu IEMURA, Kohei FURUKAWA
and Kozo SAKAMOTO

1. 緒 言

わが国はきわめて地震活動の活発な地域に属する。そのため、構造物の耐震設計の重要性が従来より指摘されている。どのような地震に対しても構造物が損傷を被らないように設計することは望ましいが、それは経済性の追求と著しく矛盾する。以上の点を考慮し、耐震設計の目標を次のように設定することが、すでに一般的な見解となりつつある。すなわち、「比較的起り頻度の高い地震に対しては、構造物がほぼ弾性範囲にとどまるようにする。起り得る最大級の地震に対しては、構造物が損傷を受けても倒壊しないようにする」。前者は強度、後者は塑性域における変形性能による耐震設計を意味している。したがって、耐震設計においては、強度面のみならず粘りの面からの検討の必要性が指摘されている。

現行の最適耐震設計法を考えた場合、強度の制約を有する代表的設計法として、許容応力度設計法が挙げられる。この設計法は弾性法則に基づいているため、各種の数値計画手法を用いて設計諸量を決定することが、従来より数多く行われてきた。現在では、こうした最適弾塑性耐震設計法によって得られた構造物に対して、起り得る最大級の地震データを入力して弾塑性応答解析を実施し、粘りの指標となる塑性率でその耐震安全性をチェックする方向に移行しつつある。

弾性系における最適耐震設計法に対して、弾塑性応答を考慮した最適耐震設計規範とはいかなるものであろうか。この規範として各種のものが考えられるため、一般的な方法論の展開は困難である。しかし、たとえば多層フレーム建築物のようなせん断型構造物においては、層

間部材における塑性率応答があらかじめ定めた目標（許容）塑性率の分布に等しくなることが、最適である 1 つの規範になると考えられる。

このように考えて、弾塑性応答を考慮した最適耐震設計法の定式化を行う場合、次の問題が生じる。弾塑性応答解析と最適化はともに繰り返し手法を基礎としているため、構造解析の回数が膨大なものとなり実用にならないことである。この問題を解決するため本研究においては、弾塑性応答解析に等価線形化解法を用い、応答評価における繰り返しを極力少なくしている。また最適化においては、剛性と塑性率の物理的な関係を用いて再設計における断面を簡単に求める方法を定式化し、最適化における構造解析の回数を非常に少なくしている。

このように本研究では、多自由度せん断型構造物を対象として、あらかじめ定めた目標塑性率の分布に等しくなることが最適であるという規範に基づく最適弾塑性耐震設計法の 1 手法を提案し、現行の最適耐震設計（全応力設計）の結果と比較を行うとともに、その有効性に対して検討を加えた。

2. 等価線形化解法による塑性率応答の評価

(1) 多自由度等価線形化解法

構造物の各部材の塑性率応答を評価するには、構造物に設計地震動を入力し、弾塑性応答解析を行って最大塑性率を算出する方法が最も明確である。だが、この数値積分応答評価法を本研究で行う最適弾塑性耐震設計に導入した場合、最適解に収束するまでの計算時間は多大なものになる。そこで、本研究では各設計サイクルにおいて時刻歴応答解析を実施せず、各部材の塑性率を近似的に求める等価線形化解法^{1)~3)}を用いる。

履歴復元力特性を有する非線形多自由度系の調和振動を考えると、その振動方程式は次式で与えられる。

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 山口大学助教授 工学部建設工学科

**** 正会員 工修 大阪府

$$[M]\{\ddot{u}\}_{ex} + [C]\{\dot{u}\}_{ex} + \{F(\{u\}_{ex}, \{\dot{u}\}_{ex})\} \\ = [M]\{1\}R \cos \omega t \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $[M]$ 、 $[C]$ は質量および減衰マトリックス、 $\{u\}_{ex}$ は地面との相対変位を表わすベクトル、 $\{F(\{u\}_{ex}, \{\dot{u}\}_{ex})\}$ は履歴復元力のベクトルである。式 (1) の非線形多自由度系は、次式のような等価線形多自由度系に置換できる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]_{eq}\{\dot{u}\} + [K]_{eq}\{u\} \\ = [M]\{1\}R \cos \omega t \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $[C]_{eq}$ 、 $[K]_{eq}$ は線形系における等価減衰および剛性マトリックス、 $\{u\}$ は線形系の相対変位を表わすベクトルである。式 (2) の $[C]_{eq}$ が等価線形系のモーダルマトリックス $[\phi]$ によって各次モードに分解されるという仮定を設けると、式 (2) は次式のような n 個の独立な微分方程式に分解できる。

$$m_n \ddot{\eta}_n + c_{neq} \dot{\eta}_n + k_{neq} \eta_n = \Gamma_{neq} R \cos \omega t \dots\dots (3)$$

ここに、 m_n 、 η_n はおのおの n 次の質量および一般化変位、 c_{neq} 、 k_{neq} 、 Γ_{neq} はおのおの n 次の等価減衰、等価剛性、等価刺激係数である。式 (3) と同様に、式 (1) が等価線形のモーダルマトリックス $[\phi]$ を用いて各モードごとに分解できるとすると次式ようになる。

$$m_n \ddot{\eta}_n + c_n \dot{\eta}_n + f_n + \varepsilon_n = \Gamma_{neq} R \cos \omega t \dots\dots (4)$$

ここに、 c_n は n 次の減衰、 f_n は基準座標上での n 次の非線形復元力⁴⁾、 ε_n は n 次モードにおける等価線形化による誤差であり、おのおの次式で与えられる⁴⁾、⁵⁾。

$$f_n = \phi_n^T F(\sum_i \phi_i \eta_i, \sum_i \dot{\phi}_i \dot{\eta}_i) \dots\dots\dots (5)$$

$$\varepsilon_n = c_n^* \dot{\eta}_n + k_{neq} \eta_n - f_n \dots\dots\dots (6)$$

ただし $c_n^* = c_{neq} - c_n$

応答の1サイクルにおける2乗平均誤差を最小にする規範を設定する。次に、各要素の応答変位から各要素の等価線形定数を決定し、モード形状に応じて全要素について加え合わせ、基準座標上にもちこめば、 n 次の非線形復元力 f_n の等価減衰係数 c_{neq} および等価剛性 k_{neq} は次式のようになる¹⁾。

$$k_{neq} = \sum_e \frac{\varepsilon_{en}}{A_n} \left[\bar{C}_e \sum_{j=1}^N \varepsilon_{ej} A_j \cos(\tau_n - \tau_j) - \bar{S}_e \sum_{j=1}^N \varepsilon_{ej} A_j \sin(\tau_n - \tau_j) \right] \dots\dots\dots (7)$$

$$c_{neq} = c_n - \frac{1}{\omega} \sum_e \frac{\varepsilon_{en}}{A_n} \left[\bar{S}_e \sum_{j=1}^N \varepsilon_{ej} A_j \cos(\tau_n - \tau_j) + \bar{C}_e \sum_{j=1}^N \varepsilon_{ej} A_j \sin(\tau_n - \tau_j) \right] \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 ε_{en} は n 次モードの要素ひずみ、 A_n は n 次モードの変位振幅、 τ_n はその位相角である。 \bar{C}_e 、 \bar{S}_e は bilinear 履歴系を考えると次式で与えられる⁵⁾。

$$\bar{S}_e = -\frac{PNk_e}{\pi} \sin^2 \theta_e^* \quad \left. \begin{array}{l} \mu_e > 1 \\ = 0 \quad \mu_e \leq 1 \end{array} \right\}$$

$$\bar{C}_e = \frac{k_e}{\pi} \left[\begin{array}{l} PN \cdot \theta_e^* + (1 - PN) \pi \\ - \frac{PN}{2} \sin 2 \theta_e^* \end{array} \right] \quad \left. \begin{array}{l} \mu_e > 1 \\ = k_e \quad \mu_e \leq 1 \\ \theta_e^* = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2}{\mu_e} \right) \\ = \pi \quad \mu_e > 1 \\ \mu_e \leq 1 \end{array} \right\} \dots\dots (9)$$

ここに、 k_e は要素の弾性域における剛性、 PN は要素の履歴形状を決定する弾塑性傾斜率 ($PN=0$ は弾性系、 $PN=1$ は完全弾塑性系を表わす)、 μ_e は要素の塑性率である。式 (8) によって要素の等価線形剛性が求まるが、これらを用いてモーダルマトリックス $[\phi]$ が計算されれば、直交条件は次式のように表わされる。

$$\sum_e \varepsilon_{en} \bar{C}_e \varepsilon_{ej} = 0 \quad (n \neq j) \dots\dots\dots (10)$$

$$\sum_e \varepsilon_{en} \bar{S}_e \varepsilon_{ej} = 0 \quad (n \neq j) \dots\dots\dots (11)$$

式 (10)、(11) を式 (7)、(8) に適用すれば、おのおの次式のような簡単な式になる。

$$k_{neq} = \sum_e \varepsilon_{en}^2 \bar{C}_e = m_n \omega_{neq}^2 \dots\dots\dots (12)$$

$$c_{neq} = c_n - \frac{1}{\omega} \sum_e \varepsilon_{en}^2 \bar{S}_e \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 β_n 、 ω_n を式 (4) における n 次の減衰定数、固有振動数とし、 β_{neq} 、 ω_{neq} を等価線形系におけるそれとすると、次式の関係

$$c_n = 2 \beta_n m_n \omega_n, \quad c_{neq} = 2 \beta_{neq} m_n \omega_{neq} \dots\dots\dots (14)$$

を式 (13) に代入し、 $\omega = \omega_{neq}$ とおくと、次式のような等価減衰定数 β_{neq} を得ることができる。

$$\beta_{neq} = \beta_n \frac{\omega_n}{\omega_{neq}} - \frac{\sum_e \varepsilon_{en}^2 \bar{S}_e}{2 \sum_e \varepsilon_{en}^2 \bar{C}_e} \dots\dots\dots (15)$$

(2) bilinear 履歴系の定常応答と地震応答との関係

2.(1) では、外力項が調和振動である場合を仮定して、各次モードの等価線形剛性および等価線形減衰定数を求めたが²⁾、調和振動と不規則地震動との関係を見出せば、地震動を外力とした場合にも、式 (12)、(15) は適用可能となる。以下、その関係について説明する。

図-1 に示す定常調和振動を考えれば、塑性率応答の rms 値 $\mu_{\sigma A}$ と最大値 μ_A とは次式の関係がある。

$$\mu_A = \sqrt{2} \mu_{\sigma A} \dots\dots\dots (16)$$

図-2 に示すような平均値ゼロの定常狭帯域ガウス過程では、ピークの分布はレイリー分布となり、塑性率の

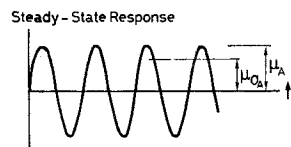


図-1 定常調和波応答時における μ_A と $\mu_{\sigma A}$

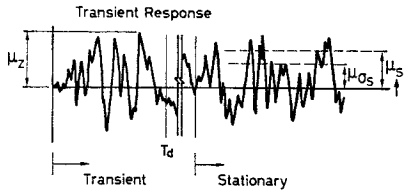


図2 定常ランダム応答時における μ_z と μ_{os}

rms 値 μ_{os} とピークの rms 値 μ_z とは次式によって関係づけられる。

$$\mu_z = \sqrt{2} \mu_{os} \dots\dots\dots(17)$$

入力データが広帯域の振動数を含むとき、サイクルごとにピーク応答が変化するので、平均ピーク応答をピークの rms 値で近似する。すなわち、入力調和波である場合の式 (16) とランダム波である場合の式 (17) とは酷似しており、等価線形定数を決定するために用いる擬定常状態の最大塑性率 μ_A^* は、次式のように定義できる。

$$\mu_A^* = \sqrt{2} \mu_{os} \dots\dots\dots(18)$$

線形系あるいは非線形性が小さい系においては、式 (18) は十分適用できる。非線形性が大きくなった場合でも、式 (18) を次のように修正して用いることができることが、実験結果から確認されている²⁾。

$$\mu_{AF}^* = \sqrt{2} \mu_{os} / (1 - PN)^{0.2} \dots\dots\dots(19)$$

$$\mu_{AD}^* = \sqrt{2} \mu_{os} \dots\dots\dots(20)$$

式 (19) は等価線形剛性を求める場合に、式 (20) は等価線形減衰定数を求める場合に用いられる。

ここで、「ゼロスタート期待最大応答」という語を定義する。これは静止状態からスタートした系の最大応答の平均を意味しており、定常応答時の rms 値に対するゼロスタート期待最大応答の割合は次式で表現される²⁾。

$$\mu_z / \mu_{os} = [2 \ln(f_0 T_d)]^{1/2} \dots\dots\dots(21)$$

ここに、 μ_z はゼロスタート期待最大塑性率、 f_0 は 1 次モードの固有振動数、 T_d は考慮すべき地震動の継続時間である。この関係は Davenport⁶⁾ が理論的に展開して証明しており、 $f_0 T_d$ が 40 未満においては塑性率、塑性傾斜率、粘性減衰の諸量に対して十分に正確であることが検証されている^{6), 7)}。

式 (19), (20) を式 (21) に代入すれば、 μ_{AF}^* , μ_{AD}^* が μ_z の関数として求まり、さらにこの μ_{AF}^* , μ_{AD}^* を式 (12), (15) に代入すれば、等価線形剛性、等価線形減衰定数が求まる。等価線形減衰定数に関しては、過去の研究⁹⁾より RF 率 (Reduction Factor) を用いて減少させた方がよい結果の得られることが指摘されている。したがって、等価線形剛性 β_{neq} , 等価線形減衰定数 β_{neq} は次式ようになる。

$$k_{neq} = \sum_e \epsilon_{en}^2 \bar{C}_e (\mu^* A_{eD}) = m_n \omega_{neq}^2 \dots\dots\dots(22)$$

$$\beta_{neq} = \beta_n \frac{\omega_n}{\omega_{neq}} - RF \left(\frac{\sum_e \epsilon_{en}^2 \bar{S}_e (\mu^* A_{eD})}{2 \sum_e \epsilon_{en}^2 \bar{C}_e (\mu^* A_{eD})} \right) \dots\dots\dots(23)$$

(3) 摂動法

等価線形化解法による応答評価においては、塑性率応答がある程度一定値に収束するまでに、等価線形定数の繰り返し計算を必要とする。等価線形剛性は繰り返しごとに変化するため、その都度新たな固有値解析を行い、等価線形モデルマトリックスを決定しなければならない。したがって、繰り返し回数が非常に多い場合、等価線形解析法の効果は減少する。このような問題点を解消するために考案された繰り返し手法が摂動法⁹⁾であり、本研究でもこの手法を用いる。

摂動法は、弾性固有値解析をベースとして、等価線形系の振動モードを近似的に評価する手法であり、固有値解析は 1 度だけ実行すればよい。次のステップでは、要素剛性の変化量の関数として、要素ひずみエネルギー変化量を求め、これと弾性振動モード形から等価線形振動モード形を近似的に決定する。これらの近似振動モード形は、等価線形振動モード形と区別するために「修正振動モード形」と称されている。いったん修正振動モード形が決定されれば、等価線形剛性、等価線形減衰定数が式 (22), (23) より容易に求められ、線形応答スペクトルを引用することによって塑性率を評価できる。塑性率が一定値に収束しなければ、再び弾性振動モードを用いて、同じ操作を繰り返す。これが摂動法の概要である。

摂動法において修正振動モード形 $\{\phi_n\}_{EL}$ は、次式で与えられる^{1), 9)}。

$$\begin{aligned} \{\phi_n\}_{EL} &\simeq \{\phi_n\}^{(0)} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^N \frac{\Delta E_{kn}}{\omega_n^{2(0)} - \omega_k^{2(0)}} \\ &\cdot \left[1 - \frac{\Delta E_{nn}}{\omega_n^{2(0)} - \omega_k^{2(0)}} \right] \{\phi_k\}^{(0)} \\ &+ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N \frac{\Delta E_{mn} \Delta E_{mk}}{(\omega_n^{2(0)} - \omega_m^{2(0)}) (\omega_n^{2(0)} - \omega_k^{2(0)})} \\ &\cdot \{\phi_k\}^{(0)} \dots\dots\dots(24) \end{aligned}$$

ここに、肩文字 (0) は弾性値を示し、 ΔE_{kn} は次式で表わされるひずみエネルギーの変化量である。

$$\begin{aligned} \Delta E_{kn} &= - \sum_e \epsilon_{ek}^{(0)} (k_e - \bar{C}_e) \epsilon_{en}^{(0)} \\ &= \sum_e \epsilon_{ek}^{(0)} \bar{C}_e \epsilon_{en}^{(0)} \quad (k \neq n) \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

3. 多自由度せん断型構造物の弾塑性応答を考慮した要素剛性の最適化

(1) 剛性と降伏変位との関係

2. で示した手法を用いて、ある剛性分布をもった構

造物の塑性率を算出した場合、各要素の塑性率はあらかじめ与えた目標塑性率の分布とは異なったものになると予想される。これらの塑性率を設計者が目標としている塑性率の分布に収束させるためには、弾性域における剛性や降伏変位の分布を変化させる必要がある。しかしながら、剛性や降伏変位の分布は、ある一定の条件下ではまったく独立なパラメーターではなく、互いに従属変数であると考えられる。そこで本章においては、剛性と降伏変位の関係の定式化を試みる。

本研究では、層間の水平変形のみを取り扱ったせん断型構造物を対象として解析を進める。その際、層間変形は柱部材の曲げ変形によって発生するものとする。すなわち、曲げ剛性 EI をばね剛性 k に置換することによって、 k と降伏変位 X_y との関係を見出すことにする。このとき、軸力による応力の影響も考慮する。

図-3 に示した1層門型ラーメン構造において、はり部材の曲げ剛性 EI が無限大であるとした場合、この構造物の振動はせん断型とみなすことができ、上層に水平方向の力 P が作用したときの変位 δ は次式で与えられる。

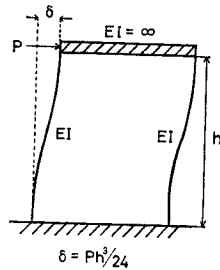


図-3 水平力 P を受ける1層門型ラーメン

$$\delta = \frac{Ph^3}{24EI} \dots\dots\dots(26)$$

ここに、 h は柱部材の長さである。よって、剛性 k は次式で求められる。

$$k = \frac{P}{\delta} = \frac{24EI}{h^3} \dots\dots\dots(27)$$

いま、曲げおよび軸力による降伏応力度を考えると、降伏応力度 σ_y は次式で表わされる。

$$\sigma_y = \frac{M}{W} + \frac{N}{A} \dots\dots\dots(28)$$

ここに、 N は軸力、 W は断面係数、 A は断面積である。図-4 に曲げモーメントの分布を示したが、軸力の効果のため、まず圧縮側で降伏する。したがって、降伏時のモーメント $M_y = P_y h/4$ を式(28)に代入すると、次式となる。

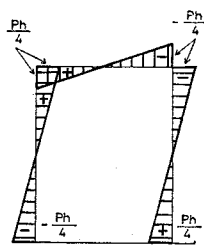


図-4 曲げモーメント分布図

$$P_y = \frac{4W}{h} \left(\sigma_y - \frac{N}{A} \right) \dots\dots\dots(29)$$

本研究では、部材材料として鋼材を考えているが、鋼材に関する W および A は一般に断面2次モーメント I の関数として、近似的に次式で表わされる¹⁰⁾。

$$W = 0.78 I^{3/4} \dots\dots\dots(30)$$

$$A = 0.8 I^{1/2} \dots\dots\dots(31)$$

式(29)に式(30),(31)を代入し、式(27)を用いると、 P_y と k との間には次式が成立する。

$$P_y = ak^{3/4} - bk^{1/4} \dots\dots\dots(32)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} a &= 3.12(1/24 E)^{3/4} h^{5/4} \sigma_y \\ b &= 3.90(1/24 h E)^{1/4} N \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

降伏応力に達したときの変位が降伏変位であり、降伏変位まで変形する過程においては弾性領域と考えられるため、次式が成立する。

$$P_y = k \cdot X_y \dots\dots\dots(34)$$

式(32),(34)から P_y を消去すると次式が得られる。

$$X_y = ak^{-1/4} - bk^{-3/4} \dots\dots\dots(35)$$

式(35)は明らかに剛性 k と降伏変位 X_y の関係を示しており、この式を用いれば、多層せん断型構造物の各柱要素の弾性剛性 k_e に対して、その降伏変位 $X_{y,e}$ は容易に求まる。

(2) 剛性の修正手法

弾性域における剛性分布をいかに修正すれば、敏速にかつ首尾よく目標とした塑性率の分布に収束するか、という問題は最適設計においてきわめて重要である。しかし、本研究においては、等価線形化法という近似解法を用いているため、各柱要素の剛性のわずかな変化 δk_e が塑性率にどのような影響を及ぼすかということを理論的に追求することは非常に困難である。それゆえ、剛性と塑性率の物理的な関係より、繰り返し手法を用いて収束させることを考える。すなわち、ある剛性に対して求めた塑性率が、目標塑性率より大きい場合には剛性が小さすぎ、反対に、目標塑性率より小さい場合には剛性が大きすぎると考えられる。よって、次式のように要素剛性 k_e を修正する式を用いる。

$$k_e^{(i+1)} = k_e^{(i)} \{ 1.0 + \Delta(\mu_e - \mu) \} \dots\dots\dots(36)$$

ここに、 $k_e^{(i+1)}$ は $(i+1)$ 回目のサイクルにおける e 要素の剛性、 Δ は刻み幅、 μ_e は算出した要素 e の塑性率、 μ は目標塑性率である。

式(36)の漸化式は、最適化を簡単にするため最も単純な形を用いており、この式で必ず収束するという保証はない。しかし本研究で用いた応答評価のためのスペクトルは滑らかなため、工学的な範囲内での収束性は十分期待できる。式(36)の Δ を大きくすると収束は早い、場合によっては発散することもある。一方 Δ が小さいと収束が遅い。例には示していないが、 Δ の値を変えて収束性を検討した結果、 $\Delta = 0.25 \sim 0.5$ 程度であれば発散することもなく、かつ収束性もよいことがわかったの

で、以下の例では 4 としてこれらの値を用いる。

4. 計算例および考察

上記 2., 3. で展開した理論を用いて、多自由度 bilinear 履歴系の最適弾塑性耐震設計を行う。図-5 はその全体の流れ図を示したものである。この流れ図において、下方の小ループは摂動法を用いた等価線形化解法に

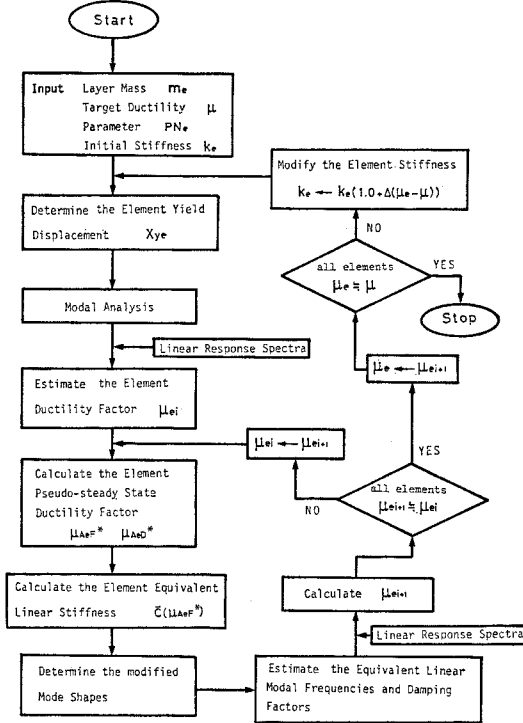


図-5 最適弾塑性耐震設計法の流れ図

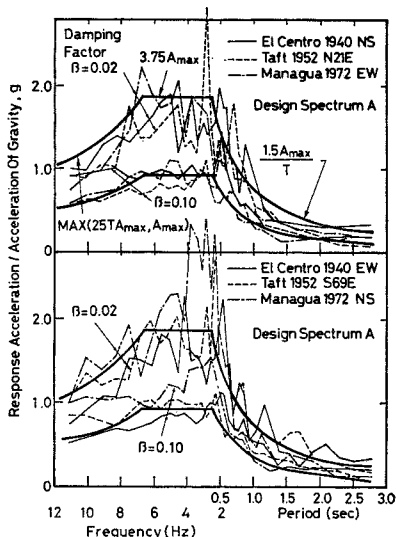


図-6 線形応答スペクトル曲線

よる各要素の塑性率決定のためのループであり、全体の大ループは各要素を目標塑性率に収束させるため剛性を変化させるループである。線形応答スペクトルとしては、エルセントロ、タフト、マナグアのそれぞれ NS, EW 成分を平坦化したスペクトルを用いた¹¹⁾。図-6 にそのスペクトルを示す。このスペクトルは減衰定数 $\beta = 0.02$ がベースとなっており、それ以外の減衰定数に対しては次式を適用する。

$$S_A(\beta) = \frac{8}{6+100\beta} S_A(0.02) \dots\dots\dots (37)$$

粘性減衰定数は弾性解析および弾塑性解析において、

表-1 初期剛性や刻み幅を変えた場合の最適設計結果 (a)

Design Acceleration; 300 gal, Target Ductility Factor; 2.0 PN; 0.5, Initial Stiffness; All 20000 t/m, Pitch 4; 0.3						
Column Number	1	2	3	4	5	6
Optimum Stiffness (t/m)	5 420	4 560	3 582	2 603	1 656	663
Ductility Factor	1.99	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98

Iterative Number; 24

(b)

Design Acceleration; 300 gal, Target Ductility Factor; 2.0 PN; 0.5, Initial Stiffness; All 20000 t/m, Pitch 4; 0.5						
Column Number	1	2	3	4	5	6
Optimum Stiffness (t/m)	5 421	4 561	3 583	2 605	1 657	664
Ductility Factor	1.99	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98

Iterative Number; 13

(c)

Design Acceleration; 300 gal, Target Ductility Factor; 2.0 PN; 0.5, Initial Stiffness; All 5000 t/m, Pitch 4; 0.4						
Column Number	1	2	3	4	5	6
Optimum Stiffness (t/m)	5 404	4 546	3 571	2 594	1 651	661
Ductility Factor	1.99	1.99	1.99	1.99	1.98	1.98

Iterative Number; 9

(d)

Design Acceleration; 300 gal, Target Ductility Factor; 2.0 PN; 0.5, Initial Stiffness; All 50000 t/m, Pitch 4; 0.4						
Column Number	1	2	3	4	5	6
Optimum Stiffness (t/m)	5 429	4 568	3 589	2 608	1 660	614
Ductility Factor	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98

Iterative Number; 18

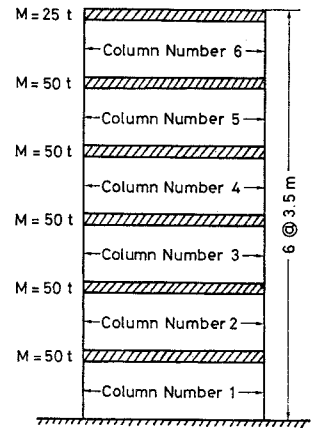


図-7 数値解析モデル

各モードとも 0.02 とした。また、式 (23) における RF は bilinear 系を考えているため $1/\sqrt{2}$ とし、式 (21) の T_d は 12 秒とした。

解析の対象としたモデルは、図-7 に示す 6 層せん断型構造物である。柱部材としては、鋼材 SS 41 を想定した。SS 41 の弾性係数 E は 2.1×10^7 t/m²、許容応力度は 1.4×10^4 t/m²、降伏応力度は 2.5×10^4 t/m² である¹²⁾。

表-1 は入力加速度 300 gal、全部材とも目標塑性率 2.0、塑性傾斜率 0.5 とした場合の最適解の計算例である。表-1 には (a), (b), (c), (d) の 4 ケースが示されているが、いずれも初期剛性あるいは刻み幅 λ が異なる

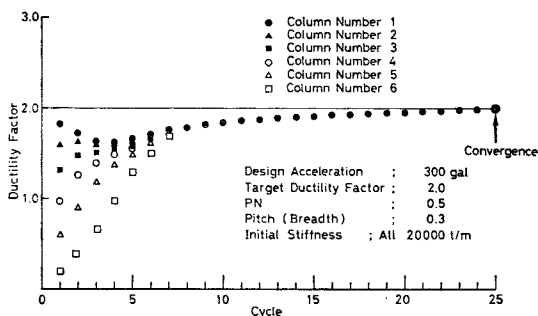


図-8 最適解への収束状況 (表-1 (a) の例)

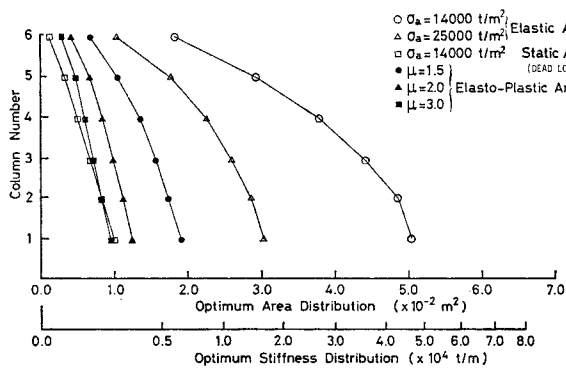


図-9 入力加速度 200 gal, PN=0.2 の場合の最適剛性分布

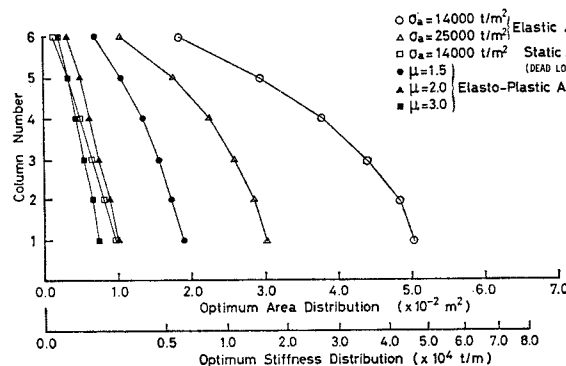
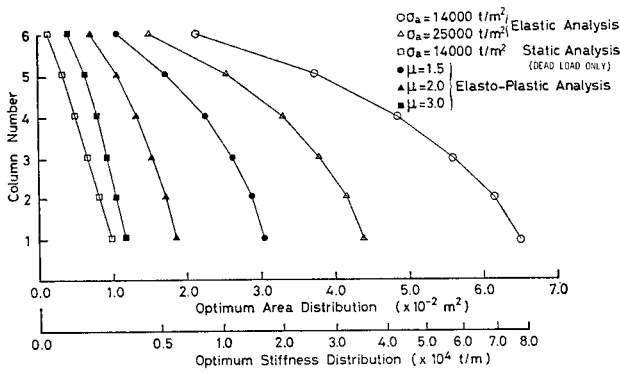


図-10 入力加速度 200 gal, PN=0.8 の場合の最適剛性分布

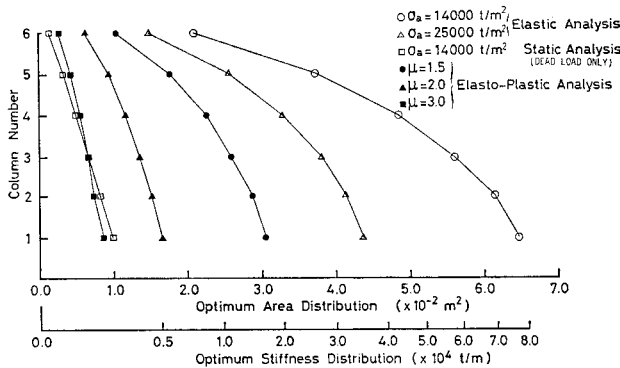
っている。これらの結果をみると、最適化により得られた塑性率は各柱部材に関してほぼ 2.0 となっており、最適剛性も 4 ケースともほぼ同じ値を示している。このことは、本研究で示した手法により最適解が一義的に決定できることを示している。図-8 に表-1 (a) の収束状況を示す。初期値においては不均一であった塑性率が、8 サイクル目でほぼ等しくなり、目標とする塑性率 2.0 に収束していく様子がよくわかる。表-1 より、最適解へ収束するのに要する繰り返回数はずか 9~24 回であり、弾塑性応答を考慮した最適耐震設計としては非常に少ない回数である。また図-8 をみてわかるように、本手法では最適解に滑らかにかつ敏速に収束していくことがわかる。このことは、本研究で開発した最適弾塑性耐震設計法が大変優れた手法であることを示している。

図-9 は入力加速度 200 gal, PN=0.2, 図-10 は入力加速度 200 gal, PN=0.8, 図-11 は入力加速度 300 gal, PN=0.2, 図-12 は入力加速度 300 gal, PN=0.8 とした場合のそれぞれの最適剛性分布である。全応力設計法による最適弾性剛性分布、地震荷重を考えない死荷重のみによる最適剛性分布との比較も行うため、これらの結果もともに図に示した。なお、地震荷重を考えない死荷重のみによる剛性分布は、いわば構造設計上の最下限値と考えられ、比較・考察のために示したものである。これらの図から目標塑性率を大きくすれば、各部材剛性を小さくできることがわかる。これは目標塑性率を大きくするにつれて降伏レベルを下げられること、また履歴面積、すなわちエネルギー吸収量が增大するなどの結果、剛性の小さい構造物が得られるものと考えられる。しかし、目標塑性率を大きくしても、比例的な剛性の低下はみられない。この原因は、剛性の小さい部分では、図-13 から明らかなように、剛性のわずかな変化に対して軸力の影響が降伏変位の変化に大きく作用してくるからであると考えられる。図-9 と図-10, あるいは図-11 と図-12 とを比較すると、目標塑性率 1.5 では非線形性を示すパラメーター PN の値による最適剛性分布の差異はほとんど認められないが、目標塑性率を 2.0, 3.0 と増大した場合、PN が増大する、すなわち非線形性が大きくなるに従って、最適剛性分布の低下がみられる。これは、PN を大きくすれば非線形性が大きくなり、履歴ループによるエネルギー吸収量がより一層増すため、このような最適剛性分布の相違が生じたと考えられる。

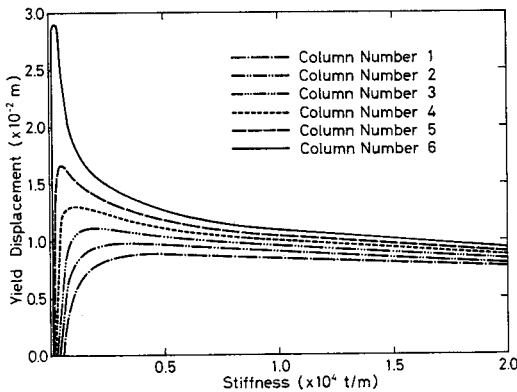
図-9 と図-11 とを比較すると、図-9 の△の分布と図-11 の●の分布とがほぼ一致するこ



図—11 入力加速度 300 gal, $PN=0.2$ の場合の最適剛性分布



図—12 入力加速度 300 gal, $PN=0.8$ の場合の最適剛性分布



図—13 剛性と降伏変位との関係

とがわかる。図—9 の Δ は、入力加速度 200 gal、許容応力度を割増し係数 1.79 を乗じて決定した最適弾塑性剛性分布である。これに対して、図—11 の \bullet は入力加速度 300 gal、各柱部材の目標塑性率 1.5 のときの最適剛性分布である。この両者がほぼ一致するという事は、入力加速度 200 gal で弾性設計された構造物に 300 gal の地震が入力された場合、その各柱部材の塑性率応答が 1.5 程度になることを示している。この結果は、図—10 と 図—12 とを比較しても同様である。このように本設計法を応用すると、ある入力加速度で弾性設計された構

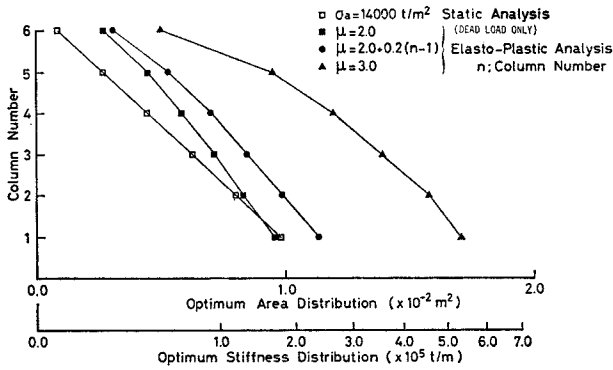
造物に、それ以上の加速度を有する地震が入力された場合、どの程度の塑性率が見込まれるかという判断も可能となることを示している。

図—14 に、入力加速度 300 gal, $PN=0.5$, 目標塑性率 2 および 3 とした場合の最適剛性分布を示す。この図には、構造的な耐震安全性から下の階ほど重要であるという考え方も存在するため、Column Number n によって目標塑性率を $2 + 0.2(n-1)$ のように変化させて設定した解析結果も示した。図—15 にその収束状況を示す。このように、各階ごとに変化する目標塑性率を与えても、最適剛性分布が決定できるという点でも、本設計法は汎用性に富むものと考えられる。また、目標塑性率を上階になるほど大きくした最適剛性分布が、地震荷重を考えない死荷重のみによる最適弾塑性剛性分布とほぼ同様の形状を示していることは、現実の設計面でも合理的であるといえよう。

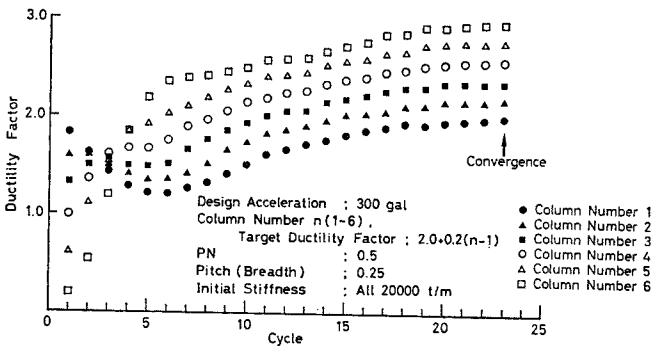
図—16 には、入力加速度 300 gal で、目標塑性率を 2, 3 とした場合の弾塑性解析および弾性設計（全応力設計）における最適剛性分布を、最下階の柱の剛性で除した剛性比率分布図を示す。(a), (b), (c) はそれぞれ $PN=0.2, 0.5, 0.8$ に対応する。この図をみると、最適弾塑性剛性比率分布が最適弾性剛性比率分布と異なっていることがわかる。特に、目標塑性率および PN が大きくなるとこの差異は顕著になり、中間階における最適弾塑性剛性比率分布は弾性のそれに比べて大きく低下している。すなわち、最適弾塑性設計法を採用すれば、1階部に対する中間階の剛性比を最適弾性設計（全応力設計）の場合より、さらに小さくできることを示している。本研究では、図—13 に示した剛性と降伏変位の関係を用いているが、部材のエネルギー吸収量はこの剛性と降伏変位により決定される。目標塑性率や PN を大きくすると初期剛性を小さくでき、剛性の小さい領域では図—13 のように、剛性の微妙な変化に対して降伏変位が大きく変化する。このような領域においては、最下階の柱部材に比べ、それ以外の柱部材のエネルギー吸収が大きくなることもあり、このような剛性比率分布の低下を誘起したのであると考えられる。

5. 結 論

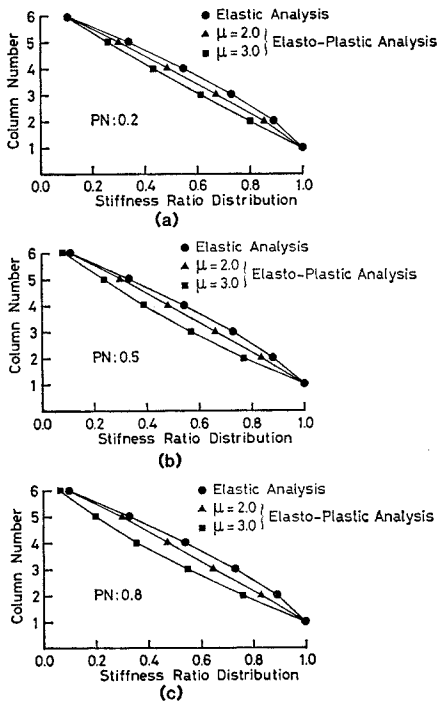
本研究においては、多自由度せん断型構造物を対象とし、その各層間部材の塑性率があらかじめ定めた目標塑性率の分布に等しくなったときが最適であるという1つの規範を設けて、弾性領域だけでなく塑性領域まで考慮



図一四 入力加速度 300 gal, PN=0.5 の場合の最適剛性分布



図一五 各階ごとに異なる目標塑性率を与えた場合の収束状況



図一六 弾性および弾塑性最適剛性比率分布の比較

した最適耐震設計法の 1 つの定式化を行った。そして現行の許容応力度に基づいた最適耐震設計(全応力設計法)による結果との比較を行い、弾塑性を考慮した最適耐震設計法のあり方の 1 案を提示した。本研究により得られたおまな結果は次のようにまとめることができる。

(1) 本研究で示した解析手法を用いることにより、弾塑性領域を考慮した最適耐震設計を比較的簡単に行うことができる。またその最適解は、一義的に求められる。

(2) 目標塑性率を各階で一定とした場合の最適剛性分布は、目標塑性率を大きくすると低下するが、比例的な剛性の低下はみられない。これは、軸力の影響が大きく作用してくるからであると考えられる。また、1階部に対する中間階の剛性比を、最適弾性設計(全応力設計)の結果と比較した結果、さらに低減できることが判明した。

(3) 本研究での手法を応用すると、ある入力加速度で弾性設計された構造物にそれ以上の加速度を有する地震が生じた場合、どの程度の塑性率が見込まれるかという推定も可能となる。

(4) 各階ごとに異なる目標塑性率を与えても、本研究の手法により最適剛性を決定できる。一例として、上階ほど大きくなる目標塑性率を与えて得られた最適剛性分布は、死荷重による静的最適剛性分布とほぼ同様の形状を示しており、現実の設計面でも合理的であると考えられる。

応答が降伏変位を越え、破壊に至るような大振幅領域を考慮した最適耐震設計に関する研究は、現在までのところ非常に少ない。しかし、耐震設計において安全性と経済性のバランスを考えると、大規模地震の場合は弾性限を越えた領域での変形能力に期待せざるを得ず、そのような場合の最適耐震設計と弾性域での最適耐震設計の違いを明確にしておく必要があると考えられる。

本研究においては、各層間部材における塑性率があらかじめ定めた目標塑性率の分布に等しくなることを最適性の 1 規範として用いたが、これらも含め今後さらに研究を進め検討を加えたいと考えている。

最後に、本研究の一部は文部省科学研究費の補助を受けて行ったものであり、計算は京都大学大型計算機センターの M 382 を用いて行ったことを付記し、謝意を表す。

参考文献

1) Tansirikongkol, V. and D.A. Pecknold : Approximate

- Modal Analysis of Bilinear MDF Systems Subjected to Earthquake Motions, Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 449, University of Illinois, Urbana, Aug., 1978.
- 2) Transirikongkol, V. and D.A. Pecknold : Equivalent Linear SDF Response to Earthquakes, Proceedings of the ASCE, Vol. 105, No. ST 12, pp. 2529~2545, Dec. 1979.
 - 3) Transirikongkol, V. and D.A. Pecknold : Approximate Modal Analysis of Bilinear MDF Systems, Proceedings of the ASCE, Vol. 106, No. EM 2, pp. 361~375, April 1980.
 - 4) Iemura, H., C-T. Chu, A. H-S. Ang and Y.K. Wen : Reduced Degree-of-Freedom Approximations for Earthquake Damage Assessment of Deteriorating Hysteretic Structures, Proceedings of the Sixth Japan Earthquake Engineering Symposium, pp. 1233~1240, 1982.
 - 5) Caughey, T.K. : Sinusoidal Excitation of a System with Bilinear Hysteresis, Journal of Applied Mechanics, Transaction of the ASME, Vol. 27, No. 4, pp. 640~652, 1960.
 - 6) Davenport, A.G. : Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading, Proceedings of the Institute of Civil Engineering, Vol. 28, pp. 187~196, 1964.
 - 7) Chokshi, N.C. and L.D. Lutes : Maximum Response Statistics for Yielding Oscillator, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 102, No. EM 6, pp. 983~993, December, 1976.
 - 8) Brown, R.N. : Analog Simulation of a Bilinear Hysteretic System Undergoing Random Vibration, Journal of Engineering for Industry, ASME, Vol. 91, pp. 1051~1056, 1969.
 - 9) Morse, P.M. and H. Feshbach : Method of Theoretical Physics, McGraw-Hill Book Company, New York, 1953.
 - 10) 田中 尚・中村雄治 : 建築構造物の自動設計と最適設計, コンピューターによる構造工学講座II-7-B, 培風館, pp. 123~124, 昭和48年.
 - 11) Shibata, A. and M.A. Sozen : The Substitute-Structure Method for Earthquake-Resistant Design of Reinforced Concrete Frames, Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 412, University of Illinois, Urbana, Oct., 1974.
 - 12) 小西一郎・横尾義真・成岡昌夫・丹羽義次 : 構造力学第1巻, 丸善, p. 43, 昭和53年.

(1983.5.26・受付)