

## 傾斜層を有する地盤における理論的地震動解析

THEORETICAL ANALYSIS OF SEISMIC WAVES  
IN A DIPPING LAYER

丹羽 義 次\*・廣 瀬 壯 一\*\*

By Yoshiji NIWA and Sohichi HIROSE

## 1. はじめに

地殻を弾性体と考え、その内部を伝播する地震波を弾性波動とみなして地震動解析を行う際に、よく用いられる地盤モデルは、一様な厚さをもった均質な層が水平に重なり合ったモデルである<sup>1),2)</sup>。この水平層状地盤モデルは、比較的容易に解析を行うことができ、多くの場合に、有益な結果を与えることがわかっている。しかしながら、実際の地盤においては、局所的にみれば、水平層状地盤構造を形成していても、広域的視野に立てば、層状地盤モデルによる解析では不十分な場合や、特徴的に不規則な地表面や内部境界が存在する場合など、不整形な地盤構造が数多く存在する。このような場合には、その地表面での変位、あるいは加速度などが、場所的变化を示し、地域的特性を有する地震災害を引き起こすものと考えられる。このことは、実際の震害調査においても報告され、軟弱な沖積土が厚く堆積している地盤や、崖地などの地形が急変する所は震害の著しい箇所として挙げられている。このような背景のもとに、近年、多くの研究者によってさまざまな不整形地盤の解析がなされ、その解法も、差分法<sup>3)</sup>、有限要素法<sup>4)</sup>、積分方程式法<sup>5)</sup>、Aki-Larner法<sup>6)</sup>、波線理論<sup>7)</sup>など、多岐にわたっている。

本論文において解析の対象としている傾斜層を有する地盤構造は、代表的な不整形地盤の1つで、広域的には大陸部と海洋部の境界領域によくみられ、局所的には、沖積土が堆積した埋没谷と基盤との境界端部などにみられる地盤構造である。いずれの場合においても、その地表面上の地震動は、傾斜層と基盤の境界部を境目として急変し、特に、傾斜層側の地表面上の地震動は、特異な挙動を示すことが予想される。

また、本論文においては、積分方程式法<sup>8)</sup>(あるいは、

境界積分方程式法(BIE法)、境界要素法ともよばれる)と波線理論<sup>9),10)</sup>の両解法を用いて解析を行うことにする。上述したさまざまな解法の中から、これらの解法を採用した理由は以下のように述べられる。

Ishii, H. and R.M. Ellis<sup>9),10)</sup>は、傾斜層に平面波が入射した場合について、波線理論を用い、傾斜層における地表面上の変位振幅を求めている。しかしながら、彼らも指摘しているように、波線理論による変位は、傾斜層内を多重反射する波の変位を単に重ね合わせて求められるもので、決して厳密解ではない。特に、回折波の影響については、波線理論では評価することができないために、彼らの論文においては定性的な考察が簡単に行われているにすぎない。そこで、われわれは、積分方程式法を用いて数値解析を行い、波線理論による結果と比較することによって、おもに、波線理論では評価できなかった回折波について検討するものである。よく知られているように、積分方程式法は本論文において対象としている地盤のような半無限領域、あるいは無限領域を含む問題に容易に適用できるうえ、反射波や回折波などの波線に関係なく、すべての波を一括した全変位を求めることができる。それゆえに波線理論による結果との比較により、特に、回折波の特性を明確にできると考えられる。

以下においては、まず、定常地震動解析における積分方程式法による定式化と波線理論による定式化、および過渡的地震動解析法について述べる。その後、回折波の発生機構とその伝播過程を明らかにし、最後に、回折波の特性とその影響について両解法による数値解析結果とともに、考察を行うことにする。

## 2. 定常地震動解析

## (1) 弾性体の運動方程式

等方で均質な3次元線形弾性体における運動方程式は

\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

\*\* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学教室

次の Navier-Cauchy の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) &= \mu \nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \\ &= \rho C_T^2 \nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \rho (C_L^2 - C_T^2) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

ただし、 $\mathbf{u}=(u_1, u_2, u_3)$  と  $\mathbf{f}=(f_1, f_2, f_3)$  はそれぞれ変位ベクトルと物体力ベクトルを表わし、 $\lambda, \mu$  は Lamé の定数、 $\rho$  は密度、 $C_L$  と  $C_T$  は、それぞれ縦波と横波の速度である。

ここで、平面ひずみ状態を仮定し、変位や物体力などの場の諸量が  $x_3$  方向に無関係であるとする、式 (1) は次のように面内波動問題と面外波動問題に分離され、おのおのは、2 次元問題として独立に扱うことができる。

$$\begin{aligned} \rho C_T^2 \nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \rho (C_L^2 - C_T^2) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) &= \rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{面内波動問題}) \dots (2) \\ \rho C_T^2 \nabla^2 u_3(\mathbf{x}, t) + f_3(\mathbf{x}, t) &= \rho \ddot{u}_3(\mathbf{x}, t) \quad (\text{面外波動問題}) \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

ただし、式 (2) において、 $\mathbf{u}$  と  $\mathbf{f}$  はそれぞれ  $\mathbf{u}=(u_1, u_2)$ 、 $\mathbf{f}=(f_1, f_2)$  なる 2 次元のベクトルである。次元の違いを考慮に入れて、また、スカラー方程式 (3) も広義のベクトル方程式の 1 つであるとするならば、式 (1) ~ (3) は、偏微分作用素  $L$  を導入して次のような一般的な形に表わすことができる。

$$L\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) \dots \dots \dots (4)$$

式 (1) ~ (3) に対応して、 $L$  がいかなる形をとるかは明らかであろう。

ここで、ある任意の関数  $g$  に関する Fourier 変換、およびその逆変換を次のように定義する。

$$\hat{g}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{i\omega t} dt \quad (\text{Fourier 変換}) \dots \dots \dots (5)$$

$$g(t) = 1/(2\pi) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (\text{Fourier 逆変換}) \dots \dots \dots (6)$$

式 (4) に上式の Fourier 変換を作用させると、

$$L\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \omega) + \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, \omega) = -\rho \omega^2 \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \omega) \dots \dots (7)$$

となる。これは、ある角周波数  $\omega$  に着目すれば、定常動弾性問題における運動方程式にほかならない。

(2) 積分方程式法による解析

本節では、まず、積分方程式の構成について、より一般的な議論をした後、それを本研究の対象としている傾斜層を有する地盤に対して適用する。

Fig. 1 に示すように、2 次元、あるいは 3 次元のユークリッド空間内に閉じた滑らかな境界  $\partial D$  を考え、その内部、および外部領域をそれぞれ  $D^-$ 、 $D^+$  とする。各領域は等方、均質、かつ線形な弾性体で、縦波と横波

の波速、および密度がそれぞれ  $(C_L^-, C_T^-, \rho^-)$  と  $(C_L^+, C_T^+, \rho^+)$  によって与えられ、物体力  $\mathbf{f}$  は存在しないものとする。このとき、各領域における運動方程式は、式 (7) より次のように書ける。

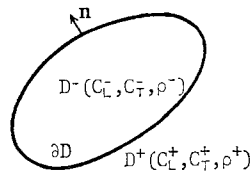


Fig. 1 Domain and its boundary.

$$L^- \mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\rho^- \omega^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in D^- \dots \dots \dots (8)$$

$$L^+ \mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\rho^+ \omega^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in D^+ \dots \dots \dots (9)$$

ただし、 $L^-$ 、 $L^+$  は、それぞれ領域  $D^-$ 、 $D^+$  における偏微分作用素を表わし、また、簡単のために、 $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \omega)$  を  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  と示してある。

さて、ここで外部領域  $D^+$  においては、入射波  $\mathbf{u}^I$  が存在し、散乱波  $\mathbf{u}^S = \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^I$  は無限遠において放射条件を満足していると仮定すると、Green 表示による積分方程式が内部問題と外部問題に対して、それぞれ次のように構成できる<sup>8)</sup>。

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^- \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}) &= \int_{\partial D} U^-(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{t}^-(\mathbf{y}) dS \\ &\quad - \int_{\partial D} T^-(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{u}^-(\mathbf{y}) dS \dots \dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^+ \cdot \mathbf{u}^+(\mathbf{x}) &= \mathbf{u}^I(\mathbf{x}) + \int_{\partial D} T^+(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{u}^+(\mathbf{y}) dS \\ &\quad - \int_{\partial D} U^+(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{t}^+(\mathbf{y}) dS \dots \dots (11) \end{aligned}$$

ただし、

$$\mathbf{e}^- = \begin{cases} \mathbf{1} & \mathbf{x} \in D^- \\ 1/2 \mathbf{1} & \mathbf{x} = \mathbf{x}_0 \in \partial D \\ \mathbf{0} & \mathbf{x} \in D^+ \end{cases}, \quad \mathbf{e}^+ = \begin{cases} \mathbf{0} & \mathbf{x} \in D^- \\ 1/2 \mathbf{1} & \mathbf{x} = \mathbf{x}_0 \in \partial D \\ \mathbf{1} & \mathbf{x} \in D^+ \end{cases}$$

であり、1 重層核  $U^{-(+)}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 、および 2 重層核  $T^{-(+)}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  は、それぞれ次式を満足するものである。

$$\begin{aligned} L^{-(+)} U^{-(+)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \\ = -\rho^{-(+)} \omega^2 U^{-(+)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

$$T^{-(+)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \hat{\mathbf{T}}^{-(+)} U^{-(+)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \dots \dots \dots (13)$$

また、ベクトル  $\mathbf{t}$  は、応力ベクトルで、

$$\mathbf{t}^{-(+)}(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{T}}^{-(+)} \mathbf{u}^{-(+)}(\mathbf{x}) \dots \dots \dots (14)$$

により定義される。さらに、式 (13) と (14) における偏微分作用素  $\hat{\mathbf{T}}$  は、式 (1)、(2)、(3) に対応して、それぞれ次のように定義される。

$$\hat{\mathbf{T}} = \begin{cases} \rho(C_L^2 - 2C_T^2) \mathbf{n} \nabla \cdot + 2\rho C_T^2 (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{1} \\ \quad + \rho C_T^2 \mathbf{n} \times \nabla \times \quad (\text{式 (1) に対して}) \\ \rho(C_L^2 - 2C_T^2) \mathbf{n} \nabla \cdot + 2\rho C_T^2 (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{1} \\ \quad + \rho C_T^2 \mathbf{n} \times \nabla \times \quad (\text{式 (2) に対して}) \\ \rho C_T^2 (\mathbf{n} \cdot \nabla) \quad (\text{式 (3) に対して}) \end{cases}$$

ここに、 $\mathbf{n}$  は、 $\partial D$  における単位外向き法線ベクトルである。

本研究においては、平面ひずみ状態を仮定して、Fig. 2 に示すような 2 次元半無限弾性地盤モデルを考える。

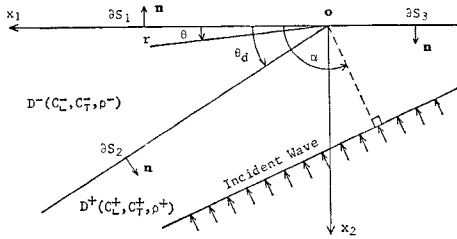


Fig. 2 The model to be analyzed.

傾斜層と基盤はそれぞれ領域  $D^-$  と  $D^+$  に対応している。入射波  $u^I$  は平面波とし、問題に適応した波動形式で、任意の角度  $\alpha$  の方向から入射するものとする。たとえば、面外波動問題の場合は、

$$u_3^I(x) = A_0(\omega) e^{-ik \cdot x} \dots\dots\dots (15)$$

と表わせる。ただし、 $k$  は次式で与えられる波数ベクトルである。

$$k = (\cos \alpha \cdot \omega / C_T^+, \sin \alpha \cdot \omega / C_T^+)$$

また、境界条件は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} t^-(x_0) = 0 \quad x_0 \in \partial S_1, \quad t^+(x_0) = 0 \quad x_0 \in \partial S_3 \\ t^-(x_0) = t^+(x_0) \quad \text{かつ} \quad u^-(x_0) = u^+(x_0) \quad x_0 \in \partial S_2 \end{aligned} \dots\dots\dots (16)$$

さて、前述の一般的に構成された積分方程式をこの解析モデルに適用してみよう。式 (16) の境界条件を考慮に入れると次式が得られる。

$$\begin{aligned} e^- \cdot u^-(x) = & - \int_{\partial S_1} T^-(x, y) \cdot u^-(y) dS \\ & + \int_{\partial S_2} \{ U^-(x, y) \cdot t^-(y) \\ & - T^-(x, y) \cdot u^-(y) \} dS, \quad x \in D^-, \\ & x = x_0 \in \partial S_1 \text{ or } \partial S_2 \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^+ \cdot u^+(x) = & u^I(x) + \int_{\partial S_2} \{ T^+(x, y) \cdot u^+(y) \\ & - U^+(x, y) \cdot t^+(y) \} dS \\ & + \int_{\partial S_3} T^+(x, y) \cdot u^+(y) dS, \quad x \in D^+, \\ & x = x_0 \in \partial S_2 \text{ or } \partial S_3 \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

まず、境界上における式 (17) および (18) を用いて境界積分方程式を構成し、それらを離散化して数値的に解けば、 $u(x_0)$ 、 $t(x_0)$  を求めることができ、次に、この結果と領域内における式 (17) および (18) を用いれば、任意の点  $x$  における変位  $u(x)$  を求めることができる。このように、簡単に積分方程式が構成されたが、上式を数値的に解くにあたって、注意すべき点が2つある。1 つは、積分区間である各境界がいずれも半無限長の直線であり、有限な境界ではないことである。数値積分を行う際に、半無限区間の積分を厳密に評価することは困難であるので、境界のある有限長で打ち切りざるを得ない。しかし、この境界の打ち切り長さについては、

確固たる基準がまだ確立されていないので、本論文においては、経験的な観点より<sup>11)</sup>、対象とする領域から入射波の波長分だけ長く境界をとり、それ以遠の積分の寄与は無視することにより、近似的な評価を行った。もう1つは、原点  $O$  が、くさびの頂点に位置し、その近傍は滑らかな境界ではないことである。式 (17) および (18) の誘導過程においては、境界の滑らかさを仮定していたので、原点において、これらの式はもはや正しくなく、また、応力は特異性を示す。しかし、本論文においては、変位のみに着目しており、応力の特異性が変位に及ぼす影響も小さいと考えられることから、原点における変位を、その近傍における変位の内挿によって求めることにし、特異性に関しては特別な注意を払わなかった。

(3) 波線理論による解析

Ishii, H. and R.M. Ellis<sup>9), 10)</sup> は、波線理論を用いて、Fig. 2 に示した2次元弾性地盤モデルにおける面内、および面外波動問題を解析している。ここでは、彼らに従い、その解法の概要と結果を簡単に述べることにする。

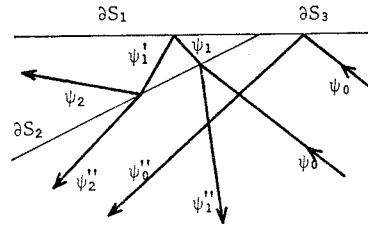


Fig. 3 The ray diagram of SH waves.

まず、面外波動問題について説明することにする。基盤  $D^+$  より入射してきた入射波は、各境界  $\partial S_1$ 、 $\partial S_2$ 、 $\partial S_3$  において、反射、透過を繰り返す、その波線図は Fig. 3 のようになる。したがって、傾斜層内の振幅を求めようとするならば、 $\psi_1$ 、 $\psi_1'$ 、 $\psi_2$ 、 $\psi_2'$ 、 $\dots$  の各波線の振幅と位相をおのおの計算し、重ね合わせればよいことがわかる。ところで、この場合、平面境界に平面波が入射しているので、Fig. 3 に示した各波線は、平面波  $Ae^{-ikr \cos(\theta-r)}$  の形に表わすことができる。ただし、 $Ae^{-ikr \cos(\theta-r)}$  における  $A$ 、 $k$  は、それぞれ、平面波の振幅、および波数を表わし、 $r$  は、Fig. 2 における入射波の入射角  $\alpha$  と同様、 $x_1$  軸と波線のなす角度を表わす。このとき、振幅  $A$  と角度  $r$  は境界条件 (16) を考慮すれば容易に求められる。また、傾斜層内で多重反射する波線  $\psi_1$ 、 $\psi_1'$ 、 $\psi_2$ 、 $\psi_2'$ 、 $\dots$  は無限に続くものではなく、ある波線の角度  $r$  が、 $\pi \leq r \leq \pi + \theta_d$  を満たすならば、その波線は、傾斜層の両境界  $\partial S_1$  および  $\partial S_2$  のいずれにも反射することなく層内を伝播し、その波線を

最後に多重反射は終了することになる。

以上のことを考慮すれば、傾斜層  $D^-$  内における変位  $u_3^-$  は、次のようにまとめることができる。

$$\left. \begin{aligned} \pi \leq r_L' \leq \pi + \theta_d \text{ のとき} \\ u_3^- = N_1 + N_1' \quad (0 \leq \theta \leq r_L' - \pi \text{ に対して}) \\ u_3^- = N_1 + M_1' \quad (r_L' - \pi \leq \theta \leq \theta_d \text{ に対して}) \\ \pi \leq r_L \leq \pi + \theta_d \text{ のとき} \\ u_3^- = M_1 + M_1' \quad (0 \leq \theta \leq r_L - \pi \text{ に対して}) \\ u_3^- = N_1 + M_1' \quad (r_L - \pi \leq \theta \leq \theta_d \text{ に対して}) \\ \dots\dots\dots (19) \end{aligned} \right\}$$

ただし、

$$\begin{aligned} M_1 &= A_0 \sum_{n=1}^{L'} \left( \prod_{n=1}^m A_n \right) e^{-ik-r\cos(\theta-r_m)} \\ M_1' &= A_0 \sum_{m=1}^{L'} \left( \prod_{n=1}^m A_n \right) e^{-ik-r\cos(\theta-r'_m)} \\ N_1 &= A_0 \sum_{m=1}^L \left( \prod_{n=1}^m A_n \right) e^{-ik-r\cos(\theta-r_m)} \\ N_1' &= A_0 \sum_{m=1}^L \left( \prod_{n=1}^m A_n \right) e^{-ik-r\cos(\theta-r'_m)} \\ A_n &= (\Delta \sin(\theta_d - r'_{n-1}) - \delta \sqrt{1 - \Delta^2 \cos^2(\theta_d - r'_{n-1})}) / \\ &\quad (\Delta \sin(\theta_d - r'_{n-1}) + \delta \sqrt{1 - \Delta^2 \cos^2(\theta_d - r'_{n-1})}) \\ &\quad (n \geq 2 \text{ に対して}) \\ A_1 &= 2 \sin(\theta_d - \alpha) / (\sin(\theta_d - \alpha) \\ &\quad - \sqrt{\Delta^2 - \cos^2(\theta_d - \alpha)} / \delta) \\ r_m &= 2\theta_d(m-1) + r_1, \quad r'_m = 2\pi - r_m \\ r_1 &= \theta_d + \pi/2 - \sin^{-1}((\cos(\theta_d - \alpha)) / \Delta) \\ L &= m_{\max}, \quad L' = m_{\max} - 1 \\ \Delta &= C_T^+ / C_T^-, \quad \delta = (C_T^+)^2 \rho^+ / ((C_T^-)^2 \rho^-) \\ k^- &= \omega / C_T^- \end{aligned}$$

また、同様に、基盤  $D^+$  内における変位  $u_3^+$  は、次のように表わせる。

$$\begin{aligned} u_3^+ &= A_0 [e^{-ik+r\cos(\theta-\alpha)} + \varepsilon_0 e^{-ik+r\cos(\theta-(2\pi-\alpha))} \\ &\quad + \varepsilon_1 B_1 e^{-ik+r\cos(\theta-\beta_1)} \\ &\quad + \sum_{m=2}^L \left( \prod_{n=1}^m A_n \right) \varepsilon_m B_m e^{-ik+r\cos(\theta-\beta_m)}] \dots (20) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} B_1 &= (\sin(\theta_d - \alpha) + \sqrt{\Delta^2 - \cos^2(\theta_d - \alpha)} / \delta) / \\ &\quad (\sin(\theta_d - \alpha) - \sqrt{\Delta^2 - \cos^2(\theta_d - \alpha)} / \delta) \\ B_m &= 2 \Delta \sin(\theta_d - r'_{m-1}) / (\Delta \sin(\theta_d - r'_{m-1}) \\ &\quad + \delta \sqrt{1 - \Delta^2 \cos^2(\theta_d - r'_{m-1})}) \\ &\quad (m \geq 2 \text{ に対して}) \\ \beta_1 &= 2\theta_d + 2\pi - \alpha \\ \beta_m &= \theta_d + 3/2 \cdot \pi + \sin^{-1}(\Delta \cos(\theta_d - r'_{m-1})) \\ &\quad (m \geq 2 \text{ に対して}) \\ \varepsilon_0 &= \begin{cases} 1, & \pi \geq \theta \geq \pi - \alpha \\ 0, & \pi - \alpha > \theta \geq \theta_d \end{cases} \\ \varepsilon_m &= \begin{cases} 1, & \beta_m - \pi \geq \theta \geq \theta_d \\ 0, & \pi \geq \theta > \beta_m - \pi \end{cases} \end{aligned}$$

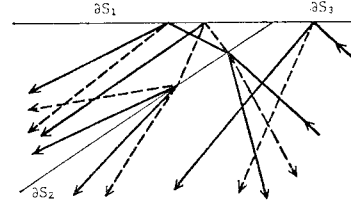


Fig. 4 The ray diagram of P waves (solid lines) and SV waves (dashed lines).

$$k^+ = \omega / C_T^+$$

面内波動問題の場合は、ある波線 (P 波、あるいは SV 波) が境界面に入射すると、反射 P, SV 波、および透過 P, SV 波が発生するため、その波線は、Fig. 4 のように、ねずみ算式に増えていく。しかしながら、波線理論の基本的な考え方は、面外波動問題の場合と同じで、本論文では Ishii, H. and R.M. Ellis のフローチャートに従って計算を行った。

### 3. 過渡的地震動解析

前章においては、積分方程式法、あるいは波線理論により、ある角周波数  $\omega$  に対して、 $\hat{u}(\mathbf{x}, \omega)$  を求める解法を述べた。このとき、角周波数  $\omega$  をパラメーターと考え、すべての角周波数についての  $\hat{u}(\mathbf{x}, \omega)$  を計算すれば、Fourier 逆変換式 (6) によって、容易に過渡的変位応答を求めることができる。ここでは、FFT 法を用いて、数値的に逆変換を行った。また、過渡的地震動解析における入射波の波形  $A_0(t)$  は、次式で表わされる Ricker wavelet<sup>12)</sup> を用いた (Fig. 5)。

$$A_0(t) = (\sqrt{\pi}/2) \cdot (\pi^2 \tau^2 - 1/2) e^{-\pi^2 \tau^2}, \quad \tau = t/t_p \quad (21)$$

$A_0(t)$  の Fourier 変換  $\hat{A}_0(\omega)$  は、次のように解析的に求めることができる。

$$\hat{A}_0(\omega) = -(t_p/2) \cdot \xi^2 \exp(-\xi^2), \quad \xi = \omega t_p / (2\pi) \quad (22)$$

ここで、 $t_p$  は  $\hat{A}_0(\omega)$  が最大となるときの周期に対応するものである。この Ricker wavelet は式 (22) より明らかのように、高周波成分が急速に減衰するために数値計算に特有の cut-off 周波数  $\omega_c$  による計算誤差を小さくすることができる。このような理由から、本論文で

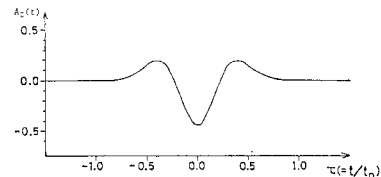


Fig. 5 The waveform of an incident wave (Ricker wavelet).

は、 $\omega_c = 6\pi/t_p$  として、Ricker wavelet を採用した。

さて、前述したように、本解析を行うには、FFT 法に必要なだけの角周波数  $\omega$  についてのおおの  $\hat{u}(x, \omega)$  を計算しなければならぬ。ところが、本研究における地盤モデルについては、次のように  $\omega$  に関する計算を省略することができる。Fig. 2 より明らかなように、この地盤モデルは、長さのディメンジョンにおいて、基準となるべき長さを有していない。それゆえに、次の関係式を利用することができるのである。

$$\hat{u}(x, \omega) = \hat{u}(x/a, a\omega) \quad (a \text{ は定数}) \dots\dots\dots (23)$$

すなわち、ある周波数  $\omega^*$  について、あらゆる点  $x$  での変位  $\hat{u}(x, \omega^*)$  を求めておけば、上式によって、ある点  $x^*$  におけるあらゆる周波数  $\omega$  についての  $\hat{u}(x^*, \omega)$  が求められる。

#### 4. 回折波の発生機構と伝播過程

前述した波線理論によって求められた変位は、近似的なものであって、厳密解ではない。このことは、Ishii, H. and R.M. Ellis も指摘しているように、波線理論によって求められた変位が、地盤内で不連続面を形成することに起因する。

まず、面外波動問題を例として、傾斜層  $D^-$  内における回折波の発生機構、ならびにその伝播について考察を行う。傾斜層内に存在する最後の波線は、式 (19) より、

$$A_0 \left( \prod_{n=1}^L A_n \right) e^{-ik-r \cos(\theta-\phi)}$$

の形をしている。この波線は、明らかに  $\theta = \phi - \pi$  において

$$A_0 \left( \prod_{n=1}^L A_n \right) e^{ik-r}$$

だけの変位の不連続量を生じせしめる。このことは、物理現象として不合理なことで、実際には、この変位、および応力の不連続を連続にするように、原点  $O$  から不連続面に沿って回折波が発生するのである。

次に、このように発生した回折波が地表面  $\partial S_1$  上の変位に及ぼす影響を考えてみよう。Sato, R.<sup>13)</sup> によれば、上述のようにして発生した回折波は、不連続面の近傍において大きい振幅を示し、不連続面から遠ざかるとその振幅は急速に小さくなるのが明らかになっている。このことから、Ishii, H. and R.M. Ellis は、変位の不連続量が小さい場合はもちろん、たとえ、それが大きくても、ある程度原点から遠ざかれば、地表面における回折波の影響は小さいとして解析を進めている。しかしながら、ある条件のもとにおいては、この回折波の影響を無視できない場合があることを示すことができる。それは、基本的に次の2つの場合である。

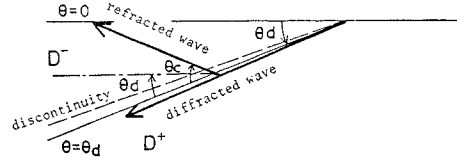


Fig. 6 The refracted wave induced by the diffracted wave.

(i) 波線理論による変位の不連続量（以下においては単に不連続量という）が大きく、かつ、その不連続面が地表面  $\partial S_1$  の近傍にある場合

(ii) 不連続量が大きく、その不連続面が傾斜境界  $\partial S_2$  の近傍にあり、かつ、 $\theta_d < \theta_c = \cos^{-1}(C_T^-/C_T^+)$  を満たす場合

(i) の場合は、地表面  $\partial S_1$  上の変位が直接的に回折波の影響を受ける。このことは、回折波が大きい振幅を示す不連続面が、地表面の近傍にあることから容易に理解できる。一方、(ii) の場合は、(i) の場合と異なり、回折波の直接的な影響は小さい。しかし、この場合は、Fig. 6 に示すように、大きい振幅をもった回折波が、傾斜境界  $\partial S_2$  の近傍において発生し、基盤  $D^+$  内を伝播する回折波が、 $\theta_c = \cos^{-1}(C_T^-/C_T^+)$  を満たす臨界角で屈折波となって傾斜層内に伝播していく。このように、回折波の直接的影響は小さくても、2 次的に発生する屈折波のために、地表面での変位を波線理論によって評価し得ない場合があることは興味深いことである。また、たとえ不連続面が境界  $\partial S_1$ 、あるいは  $\partial S_2$  の近傍になくても、その不連続量が十分大きいならば、上述した (i) と (ii) の機構の相互作用によって回折波が影響を及ぼすことは明らかであろう。

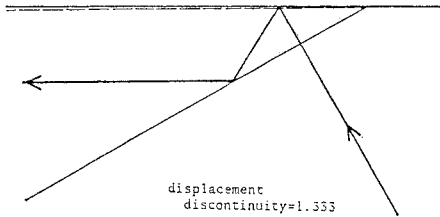
次に、基盤  $D^+$  内における回折波の発生機構とその影響について考察を行うことにする。式 (20) の  $\epsilon_m$  の表示をみれば明らかなように、基盤内においても、入射波を除くすべての波線が不連続面を形成し、傾斜層内の場合と同様な機構によって回折波が発生する。しかし、この場合は、傾斜層内の場合と異なり、前述の (i) に対応する地表面  $\partial S_2$  の近傍に不連続面が発生することはまれであり、また、(ii) に対応する場合にも地表面  $\partial S_1$  は回折波の影響を受けないことがわかる。ただし、後者の場合には、傾斜層内の場合と同様な議論から、回折波により誘発された屈折波により、地表面  $\partial S_1$  は大きい影響を受けることがわかる。

面外波動問題の場合には、傾斜層内において不連続面がただ一つしか発生しないのに対して、面内波動問題においては、Fig. 4 に示したように、波線の分岐により、不連続面が多数発生する。したがって、後者の場合には、それぞれの不連続面に対して回折波が発生し、前述した (i) と (ii) の2つの場合が複雑に関連して、地表

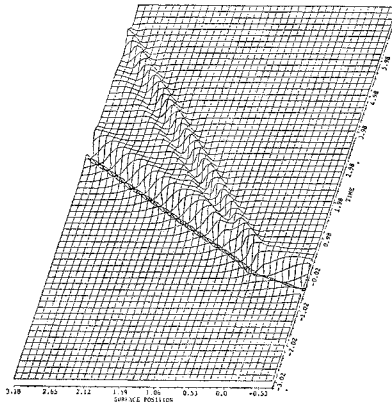
面における変位に影響を及ぼすと考えられる。

## 5. 数値計算例, および考察

ここでは, 2. および 3. で説明した解析法による数値計算結果をもとにして, 前節で述べた回折波の発生機構と伝播過程の検証, ならびに地表面における回折波の特性について考察を行う。



(a) The ray diagram (solid lines) and the ray theory displacement discontinuity (dashed line) for the parameters;  $\theta_d=30^\circ$ ,  $\alpha=122^\circ$ ,  $C_T^+/C_T^-=2.0$ ,  $\rho^+/\rho^-=1.0$  and the incident SH wave.



(b) The transient SH surface displacements by the BIE method for the same parameters as Fig. 7 (a).

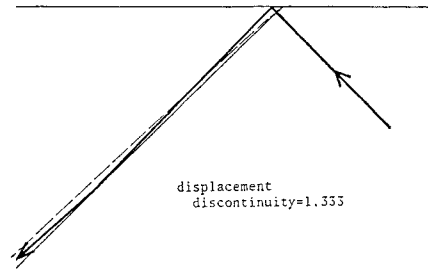


(c) The same as Fig. 7 (b) by the ray theory.

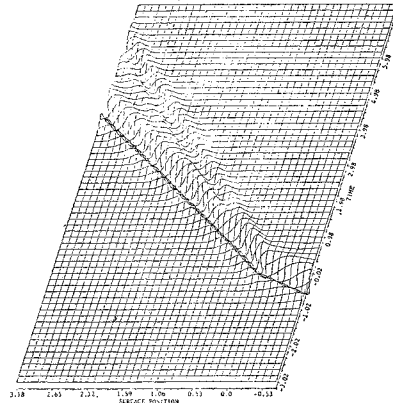
Fig. 7

### (1) 回折波の発生機構と伝播過程の検証

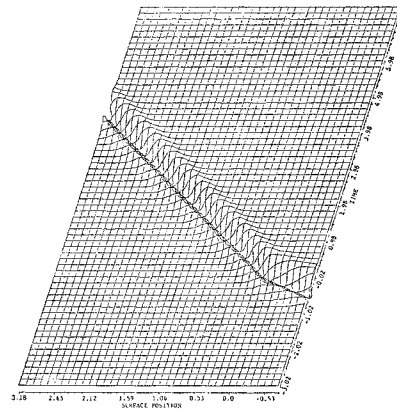
まず, 前章の (i), すなわち, 回折波の直接的影響が大きい場合の例として, 傾斜角  $\theta_d=30^\circ$ , 入射角  $\alpha=122^\circ$ , 速度比  $C_T^+/C_T^-=2.0$ , 密度比  $\rho^+/\rho^-=1.0$  の場合の面外波動問題を考える. Fig. 7 (a) は, この場合の傾斜層内の波線図を示したものである. ただし, 破線



(a) The same as Fig. 7 (a) for the parameters;  $\theta_d=45^\circ$ ,  $\alpha=134^\circ$ ,  $C_T^+/C_T^-=2.0$ ,  $\rho^+/\rho^-=1.0$  and the incident SH wave.



(b) The transient SH surface displacements by the BIE method for the same parameters as Fig. 8 (a).



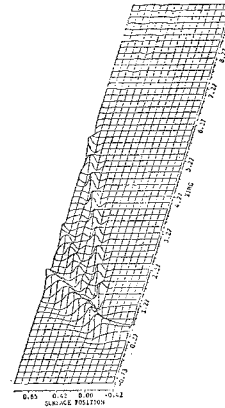
(c) The same as Fig. 8 (b) by the ray theory.

Fig. 8

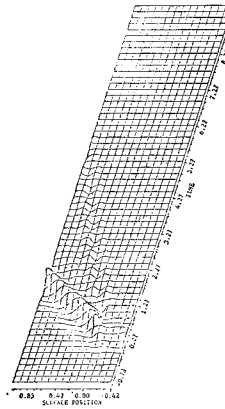
は、変位の不連続面の位置を表わし、また、入射波の振幅に対する相対的な不連続量も付記している。この図より明らかなように、この場合には変位の不連続面が地表面  $\partial S_1$  の近傍にあり、その不連続量も 1.333 と入射波の振幅以上になっており、かなり大きいことがわかる。したがって、原点より発生する直接的な回折波の影響が大きいと予想される。このことを確かめるために、積分方程式法と波線理論の両解法により過渡的地震動解析を行った。その結果を、それぞれ Fig. 7 (b) と (c) に示す。これらの図において、横軸は、無次元化された地表面の座標  $x_1/\lambda_p$  (ただし、 $\lambda_p=C_T^+t_p$ )、斜軸は、無次元化された時間  $t/t_p$ 、縦軸は変位振幅を表わす。明らかに、積分方程式法による解析結果 (b) において、波線理論による結果 (c) には現われなかった回折波が、地表面上を原点から伝播しているのがわかる。

次に、前章の (ii)、すなわち、回折波によって誘発される屈折波の影響が大きい場合の例として、傾斜角  $\theta_d=45^\circ$ 、入射角  $\alpha=134^\circ$  で、その他の条件は Fig. 7 と同様な場合を考えてみる。Fig. 8 (a) にその波線図と波線理論による不連続面の位置を示す。この場合、不連続面は傾斜境界  $\partial S_2$  の近傍にあるため、前述の議論より、原点から伝播してきた回折波が境界  $\partial S_2$  において屈折波となり、地表面  $\partial S_1$  上の変位に大きい影響を及ぼすものと思われる。このことは、前と同様に積分方程式法と波線理論による過渡的地震動解析結果 Fig. 8 (b), (c) を比較すれば明らかである。さらに、基盤  $D^+$  側の地表面  $\partial S_1$  上の変位に注目するならば、Fig. 7, Fig. 8 ともに、積分方程式法と波線理論の結果に大きな違いはなく、回折波はほとんど影響を及ぼしていないことがわかる。

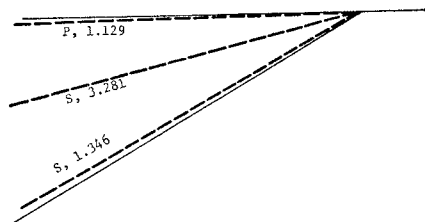
Fig. 9 は、面内波動問題における過渡的地震動解析の結果である。(a) は積分方程式法、(b) は波線理論によるものである。ただし、傾斜角  $\theta_d=30^\circ$ 、入射角  $\alpha=122^\circ$ 、密度比  $\rho^+/\rho^-=1.273$ 、速度比  $C_L^+/C_L^-=2.5$ 、 $C_T^+/C_L^-=1.4$ 、 $C_T^-/C_L^-=0.55$ 、入射P波に対する  $x_1$  方向の変位振幅を表わしている。この場合の波線図は複雑なので省略し、おもな不連続面だけを Fig. 9 (c) に示す。ただし、不連続面の傍に付けられた記号PとSは、それらの不連続面がそれぞれP波、およびS波によって形成されたことを示すものであり、数字は、入射波の振幅に対する相対的な不連続量を表わしている。Fig. 9 (a) と (b) の比較より、回折波による2本のおもな走時曲線を認めることができる。地表面への到達時刻を考慮すると、最初の回折波は、P波による不連続面、第2番目の回折波は、S波による不連続面に起因するものであることがわかる。このように、面内波動問題においては、不連続面が複数個、形成され、おのおのの不連続面に対し



(a) The transient P-SV surface horizontal displacements by the BIE method for the parameters;  $\theta_d=30^\circ$ ,  $\alpha=122^\circ$ ,  $\rho^+/\rho^-=1.273$ ,  $C_L^+/C_L^-=2.5$ ,  $C_T^+/C_L^-=1.4$ ,  $C_T^-/C_L^-=0.55$  and the incident P wave.



(b) The same as Fig. 9 (a) by the ray theory.



(c) The ray theory discontinuities for the same parameters as Fig. 9 (a).

Fig. 9

て回折波が発生するので、地表面上の変位は相当に複雑なものとなることがわかる。

## (2) 回折波の特性

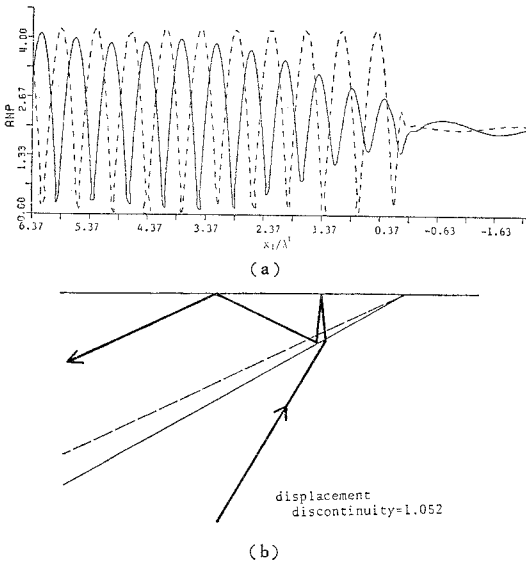
前節においては、過渡的地震動解析による結果を参照して、回折波の発生機構、ならびにその伝播過程を検証した。しかし、工学的に興味あることは、いかなる場合に地表面における回折波の影響が大きくなるかである

う。すでに述べたように、地表面において回折波の影響を無視できなくなるのは、基本的に前章の (i) と (ii) の場合である。そこで、本節においては定常地震動解析による結果とともに、さまざまな地盤パラメーターとの関連をも含めて地表面における回折波の特性、特に振幅特性について考察を行うことにする。

**Fig. 10~14** は、面外波動問題の定常解析の代表的な結果である。各図において、(a) 図は地表面における変位振幅を表わし、(b) 図は対応する波線図と不連続面の位置を示している。(a) 図において、実線と破線はそれぞれ積分方程式法と波線理論による結果を表わしている。すなわち、実線と破線の差が地表面における回折波の大きさを示していることになる。また、同図において、横軸は無次元座標  $x_1/\lambda^l$  (ただし、 $\lambda^l$  は入射波の波長を表わす)、縦軸は入射波に対する相対変位振幅を示している。なお、用いた地盤パラメーターは各図の説明文に示している。

**a)** 不連続面の位置、および不連続量と回折波の振幅

**Fig. 10** と **11** は、不連続面の位置がほぼ同じで、不連続量の大小に差がある場合の例である。明らかに、不連続量の大きい **Fig. 10** の方が回折波の振幅は大きくなっている。一方、**Fig. 10** と **12** より、たとえ不連続量が大きくても不連続面の位置が傾斜層の境界から離れれば、回折波の振幅は小さくなるのがわかる。これらのことより、地表面における回折波の振幅は、不連続面の位置とその不連続量の両者に関係し、前章に示した基本的な2つの場合、(i) または (ii) に近い状態ほど大き

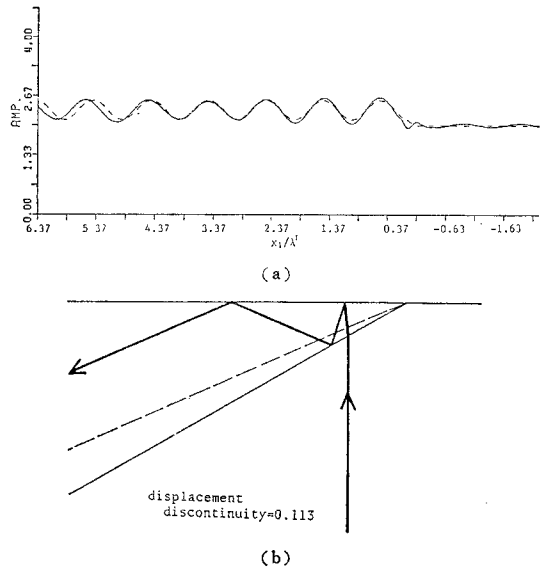


**Fig. 10** (a) The steady SH surface displacements and (b) the ray diagram and its discontinuity for the parameters;  $\theta_a=30^\circ$ ,  $\alpha=10^\circ$ ,  $C_T^+/C_T^-=2.0$  and  $\rho^+/\rho^-=1.0$ .

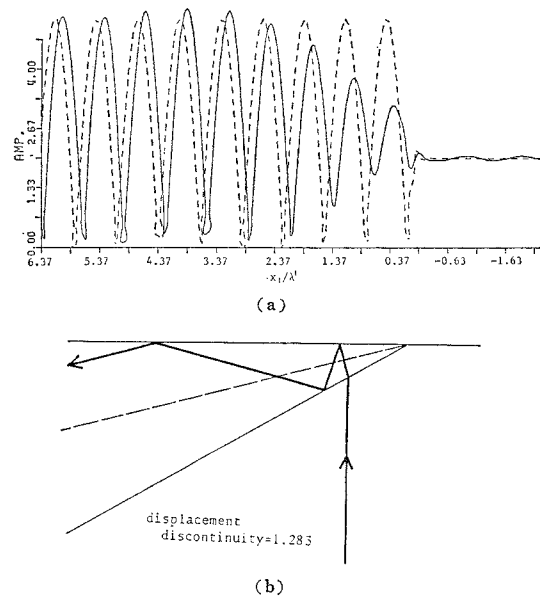
くなるのがわかった。

**b)** 地盤パラメーターと回折波の振幅

本論文で用いた地盤モデルにおけるパラメーターとしては、傾斜角  $\theta_a$ 、入射角  $\alpha$ 、速度比  $C_T^+/C_T^-$ 、密度比  $\rho^+/\rho^-$  が考えられる。前項で述べたように、回折波の振幅は、不連続面の位置とその不連続量の両者に関係しているの、地盤パラメーターと回折波の振幅の関係を確定的に定めることは難しい。しかし、不連続量の大小に



**Fig. 11** The same as **Fig. 10** for the parameters;  $\theta_a=30^\circ$ ,  $\alpha=90^\circ$ ,  $C_T^+/C_T^-=1.265$  and  $\rho^+/\rho^-=1.18$ .



**Fig. 12** The same as **Fig. 10** for the parameters;  $\theta_a=30^\circ$ ,  $\alpha=90^\circ$ ,  $C_T^+/C_T^-=2.0$  and  $\rho^+/\rho^-=1.0$ .



限って議論するならば、次のような一般的傾向があると思われる。すなわち、傾斜角  $\theta_a$  と入射角  $\alpha$  が大きいほど、かつ、速度比  $C_T^+/C_T^-$  とせん断剛度比  $\mu^+/\mu^-$  が大きいほど不連続量は大きくなる。なぜなら、傾斜角と入射角が大きいほど傾斜層内における多重反射の回数が少なくなると、多くのエネルギーが層内に保留されることになり、また、速度比とせん断剛度比が大きいほど、傾斜層への透過係数は大きく、逆に基盤への透過係数は小

さくなるからである。しかし、注意しなければならないのは、地表で観測される回折波の振幅は不連続面の位置にも関係しており、不連続量が大きいからといって、地表面での回折波の振幅が大きいと連断できないことである。つまり、不連続量が大きいことは、地表面での回折波の振幅が大きいことの必要条件にすぎないのである。

次に、回折波の振幅が速度比とせん断剛度比の大小によって影響を受ける興味深い結果を示す。Fig. 13 と 14 は、その一例である。おのおの (b) 図を比較する限り、不連続面の位置と不連続量はほとんど等しい。しかし、それにもかかわらず、速度比とせん断剛度比が大きい Fig. 13 の方が回折波の影響を大きく受けていることがわかる。このことから、回折波の振幅を決定する要因として、不連続面の位置と不連続量に加え、速度比とせん断剛度比を挙げることができる。

最後に、Fig. 10~14 を通じて特徴的な事項を列挙するならば、次のようなことがいえる。第 1 に、回折波の影響が大きい場合、積分方程式法と波線理論の両解法による結果を比較すると、地表面における平均的変位振幅はほぼ等しいけれども、振幅の分布状態はかなり異なっていることがわかる。このことは、地震動の地域的特性を考慮する場合には重要なことである。第 2 に、傾斜層側の地表面  $\partial S_1$  と基盤側の地表面  $\partial S_3$  の変位振幅はまったく異なっており、明らかに、傾斜層側の地表面  $\partial S_1$  の方が最大変位振幅が大きく、その地域的変化も大きいことから耐震上、危険側にあることがわかる。ただし、本研究においては一般的な軟弱地盤や堆積層に対応して、 $C^-/C^+ < 1$  の場合のみを論じており、 $C^-/C^+ > 1$  の場合には、これまでの議論はもはや成り立たないことをつけ加えておく。

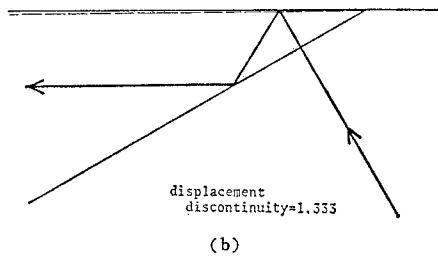
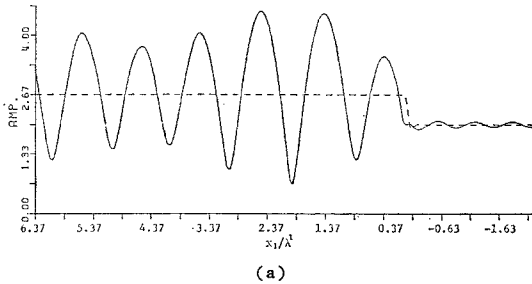


Fig. 13 The same as Fig. 10 for the parameters;  $\theta_a=30^\circ$ ,  $\alpha=122^\circ$ ,  $C_T^+/C_T^-=2.0$  and  $\rho^+/\rho^-=1.0$ .

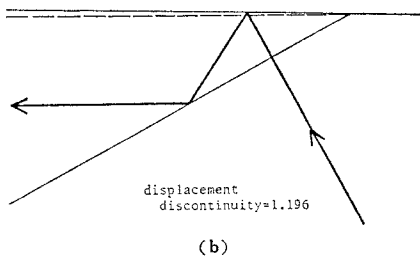
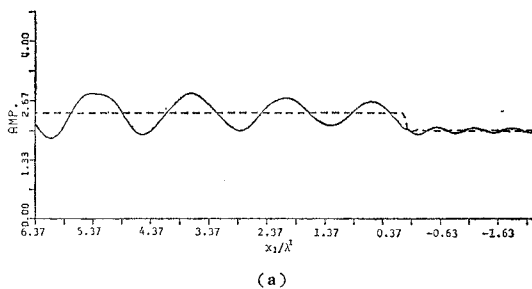


Fig. 14 The same as Fig. 10 for the parameters;  $\theta_a=30^\circ$ ,  $\alpha=122^\circ$ ,  $C_T^+/C_T^-=1.265$  and  $\rho^+/\rho^- = 1.18$ .

## 6. 結 論

本論文は、傾斜層を有する地盤における波動伝播特性、特に回折波の発生機構と伝播過程を明らかにし、それらの特性、ならびに影響について考察を行ったものである。解析方法は、積分方程式法と波線理論を用いて、定常地震動解析を行い、さらに、FFT 法を用いて、過渡的地震動解析を行った。両解法の定式化の違いにより、波線理論による解には、回折波の影響が含まれず、積分方程式法による解には含まれているので、両者の結果を比較することにより、回折波の特性が明らかになった。得られたおもな結果は以下のとおりである。

(1) 回折波は、波線理論による解析によって生じる変位、および応力の不連続のために発生するが、地表面  $\partial S_1$  上の変位に大きい影響を及ぼす基本的な場合は、次の 2 つの場合である。

(i) 波線理論による変位の不連続量が大きく、かつ、不連続面が地表面  $\partial S_1$  の近傍にあるために回折波の直接的影響が大きい場合。

(ii) 波線理論による変位の不連続量が大きく、かつ、不連続面が傾斜境界  $\partial S_2$  の近傍にあるために、回折波が屈折波を誘発して影響を及ぼす場合。ただし、この場合には、 $\theta_d < \theta_c = \cos^{-1}(C_T^-/C_T^+)$  なる条件が満たされていなければならない。

(2) 地表面における回折波の振幅の大きさは、波線理論による変位の不連続量、その不連続面の位置、および傾斜層と基盤の速度比とせん断剛度比によって決定される。すなわち、不連続量が大きいほど、また、不連続面が傾斜層の両境界に近いほど、さらに、傾斜層と基盤の速度比とせん断剛度比が大きいほど、回折波の振幅は大きくなる傾向がある。

(3) 地表面において回折波の影響が大きい場合には、変位振幅の分布が回折波を考慮しない場合とかなり異なる。そのため、地震動の地域的特性を問題にする場合には、回折波の影響も含めて解析することが必要である。

(4) 面外波動問題の場合には、傾斜層内に不連続面がただ1つしか発生しないのに対し、面内波動問題の場合には、波線の分岐により、複数個の変位の不連続面が発生する。そのため、面内波動問題の場合には、面外波動問題の場合よりも回折波の影響が大きくなる傾向がある。

以上、本論文においては傾斜層を有する地盤について地震動解析を行い、特に、回折波に着目して考察を行った。ここで用いた積分方程式法は、その定式化からも明らかのように、無限領域や半無限領域を含む任意形状の領域に適用でき、また、任意の入射波に対する変位などを求めることができる。したがって、本論文における解析は、数多くある地盤構造に対する解析の一例にすぎず、今後、積分方程式法をさまざまな地盤に適用し、定常、あるいは過渡的応答解析を行うことによって、実体波のみならず、表面波も含んだ興味ある結果が得られることが期待できる。

最後に、本論文をまとめるにあたり、熊本大学工学部 大津政康講師に有益な助言をいただいたことを付記し、感謝の意を表わしたい。なお、本研究の数値計算は京都大学大型計算機センターの M-200 によった。

#### 参考文献

- 1) Haskell, N.A.: Crustal reflection of plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 65, pp. 4147~4150, 1960.
- 2) Haskell, N.A.: Crustal reflection of P and SV waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 67, pp. 4751~4767, 1962.
- 3) For example, Boore, D.M.: Love waves in nonuniform wave guides, *J. Geophys. Res.*, Vol. 75, pp. 1512~1527, 1970.
- 4) For example, Smith, W.D.: The application of finite element analysis to body wave propagation problems, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, Vol. 42, pp. 747~768, 1975.
- 5) For example, Wong, H.L. and P.C. Jennings: Effects of canyon topography on strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 65, pp. 1239~1257, 1975.
- 6) For example, Aki, K. and K.L. Larner: Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 75, pp. 933~954, 1970.
- 7) For example, Hong, T.-L. and D.V. Helmberger: Generalized ray theory for dipping structure, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 67, pp. 995~1008, 1977.
- 8) Shaw, R.P.: Boundary integral equation methods applied to wave problems, In: *Developments in Boundary Element Methods-1*, Ch. 6, Eds. P.K. Banerjee and R. Butterfield, Applied Science Pub., London, pp. 121~153, 1979.
- 9) Ishii, H. and R.M. Ellis: Multiple reflection of plane SH waves by a dipping layer, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 60, pp. 15~28, 1970.
- 10) Ishii, H. and R.M. Ellis: Multiple reflection of plane P and SV waves by a dipping layer, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, Vol. 20, pp. 11~30, 1970.
- 11) 丹羽ほか: 地下空洞周辺における面外波動問題の解析について, 土木学会第36回年次学術講演会講演概要集第1部, pp. 529~530, 1981.
- 12) Bard, P.-Y. and M. Bouchon: The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1. The case of incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 70, pp. 1263~1286, 1980.
- 13) Sato, R.: Diffraction of SH-waves at an obtuse-angled corner, *J. Phys. Earth*, Vol. 11, pp. 1~17, 1963.

(1982.11.22・受付)