

地震応答スペクトルに及ぼす減衰定数の影響

EFFECTS OF DAMPING RATIO ON EARTHQUAKE RESPONSE SPECTRA

川 島 一 彦*・相 沢 興**・高 橋 和 之***

By Kazuhiko KAWASHIMA, Koh AIZAWA and Kazuyuki TAKAHASHI

1. ま え が き

地震応答スペクトルは、地震入力に対する線形 1 自由度系の非定常応答を系の固有周期 T および減衰定数 h の関数として表わしたものであり、1942 年に Biot により非減衰応答スペクトルが、また、1953 年に Housner¹⁾ により減衰を考慮した応答スペクトルがそれぞれ提案されて以後、広く構造物の地震応答解析に用いられている。わが国では、高田ら²⁾、土田ら³⁾、栗林ら⁴⁾により地震応答スペクトルが計算されており、また、建設省総プロ・耐震技術に関する研究開発の場においては、277 成分の強震記録をもとに片山らを中心として減衰定数 5% の地震応答スペクトルが提案されている⁵⁾。

以上のように、各種の地震応答スペクトルが提案されているが、これらはすべて特定の減衰定数に対する値を示すものであり、これ以外の減衰定数に対する地震応答スペクトルは、必要とする減衰定数に近いスペクトル値を内外挿して求める必要がある。この際には、減衰定数が増加することにより、応答スペクトルが基本的にどのようになるかを、知らなければならないが、従来、このような研究例はほとんどない。

本小文は以上の観点から、地震応答スペクトルに及ぼす減衰定数の影響を検討し、特定の減衰定数に対して計算された応答スペクトルから、任意の減衰定数の地震応答スペクトルを計算する手法を提案するものである。

2. 定常振動解に基づく応答特性の検討

地震動による応答を考える前に、定常振動解による応答を検討した。固有周期 T 、減衰定数 h の線形 1 自由

* 正会員 工博 建設省土木研究所地震防災部振動研究室主任研究員

** 正会員 建設省土木研究所地震防災部振動研究室

*** 正会員 建設省土木研究所地震防災部振動研究室

度系に、周期 T_{IN} の調和振動 $\ddot{u}_g(t)$ が作用した場合の運動方程式は

$$\ddot{u} + 2h \frac{2\pi}{T} \dot{u} + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u = -\ddot{u}_g(t) \dots \dots \dots (1)$$

となる。ここで、 $u(t)$ は 1 自由度系の基礎に対する相対変位振幅である。 α を入力調和振動の振幅とし、 $\ddot{u}_g(t) = \alpha \exp(2\pi t/T_{IN})$ とおくと、強制振動による式 (1) の絶対応答加速度 $R(T, T_{IN}, h, t) = \ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t)$ は周知のように次式となる。

$$R(T, T_{IN}, h, t) = A\alpha \exp(2\pi t/T_{IN} - \phi) \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 A, ϕ はそれぞれ加速度応答倍率、位相遅れであり、次式で与えられる。

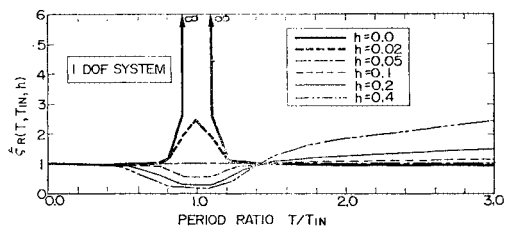
$$A(T, T_{IN}, h) = \sqrt{\frac{1 + 4h^2(T/T_{IN})^2}{\{1 - (T/T_{IN})^2\}^2 + 4h^2(T/T_{IN})^2}} \dots \dots \dots (3)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{2h(T/T_{IN})^2}{1 - (1 - 4h^2)(T/T_{IN})^2} \right] \dots \dots \dots (4)$$

いま、式 (2) による 1 自由度系の絶対応答加速度の最大値を調和振動に対する応答スペクトルととらえ、 $h = 0.05$ を基準とした式 (3) の $A(T, T_{IN}, h)$ どうしの比（以下、調和振動に対する応答スペクトル比とよぶ）を次式で定義する。

$$\xi_R(T, T_{IN}, h) = \frac{A(T, T_{IN}, h)}{A(T, T_{IN}, 0.05)} \dots \dots \dots (5)$$

式 (5) による ξ_R を $T/T_{IN}, h$ の関数として示すと図—1 のようになる。これより、i) T/T_{IN} が約 0.5 以



図—1 調和振動に対する応答スペクトル比 ξ_R

下の領域では ξ_R は h によってほとんど変化せず、おおむね $\xi_R \approx 1.0$ であること、ii) T/T_{IN} が約 0.5~1.4 の範囲では、共振もしくはそれに近い状態となり、 $h < 0.05$ の場合には $\xi_R > 1.0$ 、 $h > 0.05$ の場合には $\xi_R < 1.0$ となること、iii) T/T_{IN} が約 1.4 以上の領域では、 h がおおむね 0.1 以下では ξ_R は h によらずほぼ 1.0 となるが、 h が 0.1 以上では、 ξ_R は h に応じて大きくなるのがわかる。

以上より、系の固有周期 T が入力周期 T_{IN} の約 1/2 以下であるか、もしくは 1.4 倍以上の条件では h が 0.2 程度以下の場合には、 ξ_R は h にほとんどよらない。しかし、これ以外の条件では ξ_R は h の影響を著しく受ける。 h の影響は T/T_{IN} によって異なり、 $0.5 < T/T_{IN} < 1.4$ の範囲では h が小さいほど ξ_R は大きくなるのに対し、 $T/T_{IN} > 1.4$ の範囲ではこれとは逆となる。図-2 は以上の関係を $\xi_R \sim h$ として示したものである。

3. 解析に用いた強震記録

解析対象としたのはわが国の 43 地点（地盤上）において土木研究所により観測・数値化された 206 成分（2 @103 波形）の水平加速度記録⁷⁾である。これらは 49 回の地震により SMAC 型強震計（SMAC-B₂, Q, D, E₂）で得られたものであり、数値化精度を考慮した計器補正

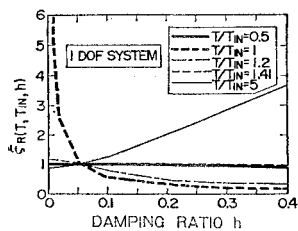


図-2 応答スペクトル比 $\xi_R \sim$ 減衰定数 h の関係

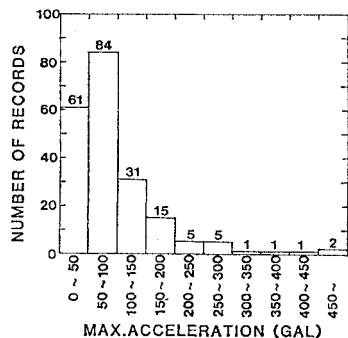


図-3 解析対象記録の最大加速度の分布

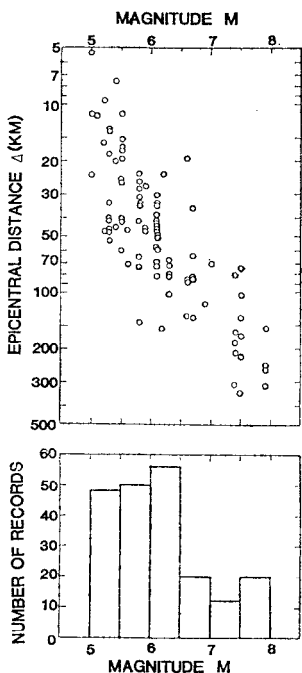


図-4 解析対象記録のマグニチュードおよび震央距離別分類

を周波数領域で加えている^{8)~10)}。補正フィルター倍率が 0 となる低振動数側および高振動数側の遮断振動数 f_{lu} , f_{uu} は、それぞれ 1/6 Hz, 13 Hz とした。206 成分の最大加速度の頻度を示すと 図-3 のとおりである。また、対象記録を地震のマグニチュードおよび震央距離別に分類すると 図-4 のようになる。

4. 地震応答スペクトルに及ぼす減衰定数の影響

地震応答スペクトルに及ぼす減衰定数の影響を検討するため、式 (5) にならって減衰定数 0.05 の応答スペクトルを基準とし、次式により応答スペクトル比 ξ_{SA} を定義する。

$$\xi_{SA}(T, h) = S_A(T, h) / S_A(T, 0.05) = \beta(T, h) / \beta(T, 0.05) \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $S_A(T, h)$, $\beta(T, h)$ はそれぞれ固有周期 T [秒]、減衰定数 h の絶対加速度応答スペクトル [gal] および加速度応答スペクトル倍率である。 $\beta(T, h)$ は $S_A(T, h)$ を入力地震動の最大加速度 A_{max} で割ったものであるから、以下では $S_A(T, h)$ を中心に結果を示すこととする。

なお、強震記録には前章に示したように $f_{lu}(=1/5 \text{ Hz}) \sim f_{uu}(=12 \text{ Hz})$ の範囲でバンドパスフィルターによる計器補正を加えているため、この振動数範囲外では

応答スペクトルは意味をもたない。さらに、応答スペクトルでは、記録に含まれる周期 T_0 の波動成分が T_0 周辺のスペクトル値にも寄与するため、 f_{lu} から f_{uu} の範囲で計器補正を加えたスペクトルが有意な値を取る範囲は $f_{lu} \sim f_{uu}$ よりもさらに狭くなる。このような点を 2. に示した定常振動解をもとに検討すると、図-1 より ξ_R に対して共振の影響が顕著でなくなるのは $T/T_{IN} < 0.5$ および $T/T_{IN} > 1.4$ である。したがって、計器補正の遮断周期 $T_0 = 1/f_{lu} = 5$ 秒より長周期の波および $T_0 = 1/f_{uu} = 1/12$ 秒よりも短周期の波が ξ_R に影響を与えない範囲は $T_{IN} = T_0$ とおき、 $1/9 < T < 2.5$ 秒と考えることができる。これは定常振動解 ξ_R の場合であるが、応答スペクトルは地震記録に含まれる各種の周期の波に対する応答の集合であるから、地震動に対する応答スペクトル比 ξ_{SA} の場合にも近似的にあてはまると考えられる。したがって、以下の解析では、

S_A もしくは β の周期範囲を 0.1~3 秒に限定することにする。

式 (6) による ξ_{SA} の一例として、1968 年 8 月の豊後水道沖地震 ($M=6.7$) による板島橋近傍地盤上の記録 (震央距離約 10 km) および 1968 年 5 月の十勝沖地震 ($M=7.9$) による新石狩大橋近傍地盤上の記録 (震央距離約 300 km) に対する ξ_{SA} をそれぞれ 図-5, 6 に示す。図中には参考のため $h=0.05$ の β スペクトルも同時に示されている。これによれば、 ξ_{SA} はいずれの減衰定数の場合にも周期ごとに一樣ではないが、その変化の様子は β スペクトルの形状と密接な関係があることがわかる。すなわち、 $h=0$ に対する ξ_{SA} に着目すると、板島橋記録、新石狩記録のいずれの場合も β スペクトルのピークに対応する周期で $\xi_{SA}(T, 0)$ が大きくなっている。これは、地震記録に卓越する周期成分で $\xi_{SA}(T, 0)$ が大きいことを意味している。地震記録には各種の周期成分の波が含まれるが、定常振動解に基づく検討のところで示した共振現象 (図-1) が地震記録に卓越する箇所で見られるためと解釈される。これは、減衰定数 h が大きい場合にも成り立ち、たとえば $h=0.4$ の場合に着目すると、 $\xi_{SA}(T, 0.4)$ が極小となる周期も地震記録が最も卓越する周期成分とよく対応している。以上より、図-1 の ξ_R から予想される様式に従って $\xi_{SA}(T, h)$ は対象とする地震記録の周期特性によりある程度変化することがわかる。

次に、図-5, 6 に基づき代表的な固有周期 T に対する $\xi_{SA} \sim h$ の関係を求めると 図-7 (板島橋記録)、図-8 (新石狩大橋記録) のようになる。これらは基本的に 図-2 に示した定常振動解と同じ性質をもっており、地震記録に含まれる卓越周期成分に応じ、 ξ_{SA} は変化する。ここで、 $h=0$ および $h > 0.3$ の場合には、 ξ_{SA} は地震記録、および、 T により大きく変化することに注意しなければならない。

以上の解析を 206 成分すべてに対して行い、全記録に対する $\xi_{SA}(T, h)$ の平均値 $\bar{\xi}_{SA}$ および標準偏差 σ_{SA} を求めると 図-9 のようになる。個々の地震記録については上述したように T による ξ_{SA} の変化

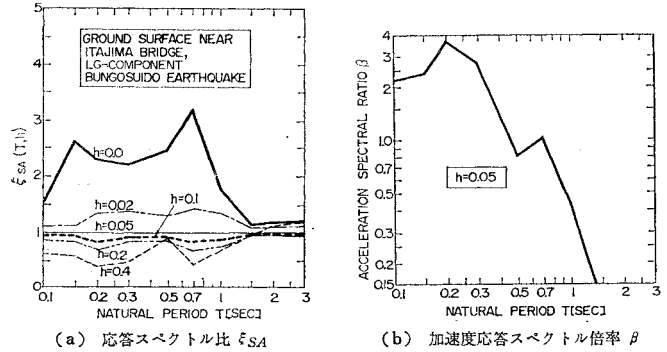


図-5 板島橋記録 (橋軸方向成分) に対する応答スペクトル比 ξ_{SA}

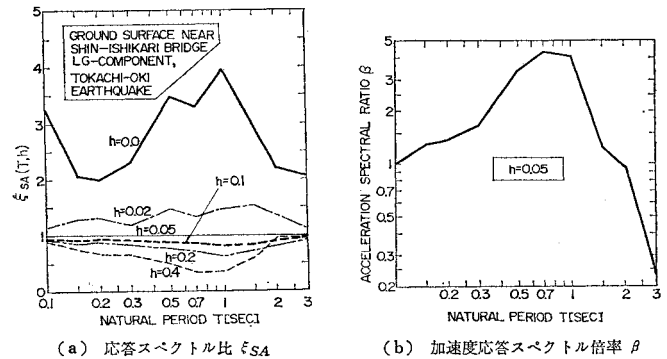


図-6 新石狩大橋記録 (橋軸方向成分) に対する応答スペクトル比 ξ_{SA}

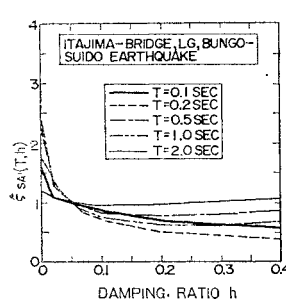


図-7 板島橋記録に対する $\xi_{SA} \sim h$ の関係

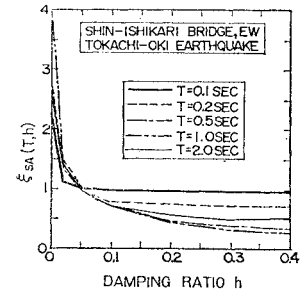


図-8 新石狩大橋記録に対する $\xi_{SA} \sim h$ の関係

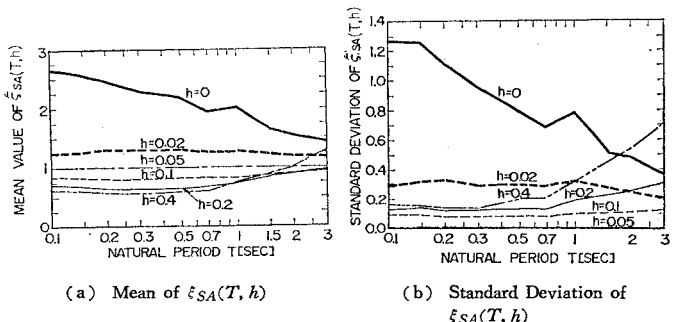


図-9 206 成分に対する応答スペクトル比 ξ_{SA} の平均および標準偏差

があるが、多数の強震記録を平均すると、 $h=0$ の場合および $T > 約2秒$ かつ h が大きい場合を除けば $\bar{\xi}_{SA}$ はあまり T によらず一定となる。これは、図-9 (b) に示した ξ_{SA} の標準偏差にもよく現われている。

一般に長周期構造物は減衰定数が小さい場合が多いため、上記で $T > 約2秒$ かつ h が大きいという条件は工学的には重要ではない。しかし、 h がほとんど0に

近いという構造物には長大吊橋、タンクのスロッシング等が存在する。図-9 では、 $h=0$ の場合には T が大きくなるにつれ $\bar{\xi}_{SA}$ が低下するが、この理由としては、減衰定数が小さい系では、減衰定数が小さいほど、また、系の固有周期が長いほど、定常振動に達するまでの時間が長いため、記録・数値化可能な範囲の加速度強震記録の継続時間では定常振動に達するに至らないという

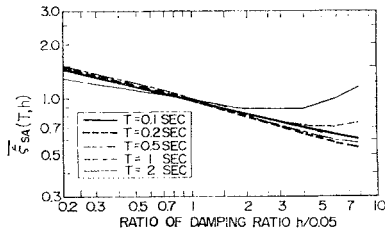


図-10 平均応答スペクトル比 $\bar{\xi}_{SA} \sim h$ の関係

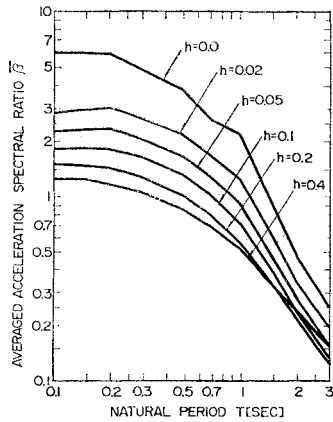


図-11 206 成分に対する平均応答スペクトル倍率 β

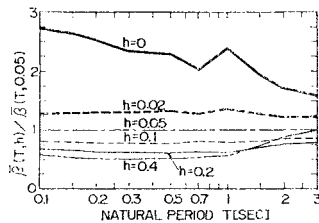


図-12 平均応答スペクトル倍率をもととしたスペクトル比 $\bar{\xi}_{SA}'$

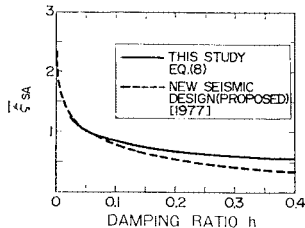
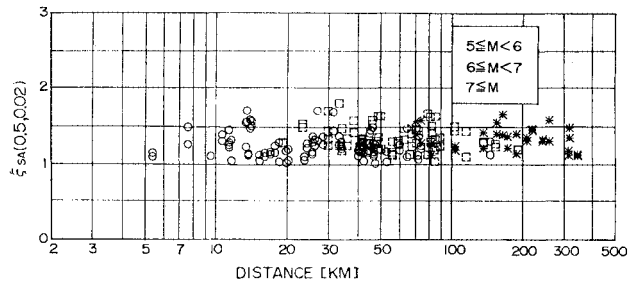
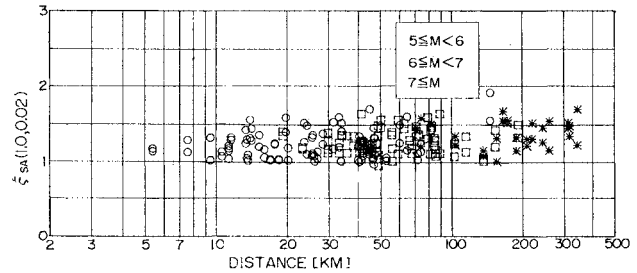


図-13 既往の研究成果との比較

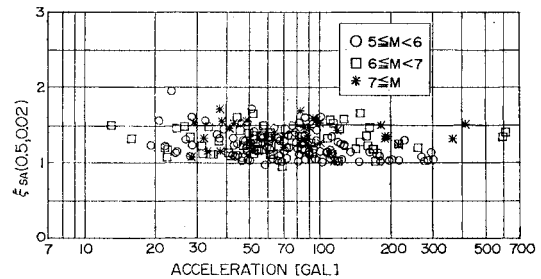


(a) $T=0.5$ 秒, $h=0.02$ の場合

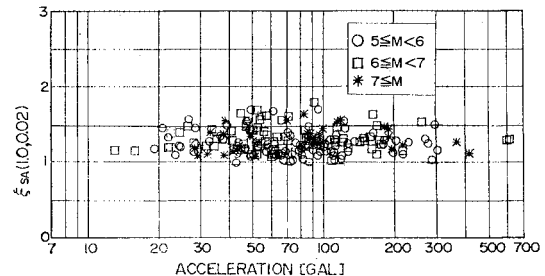


(b) $T=1$ 秒, $h=0.02$ の場合

図-14 応答スペクトル比 ξ_{SA} に対する震央距離の影響



(a) $T=0.5$ 秒, $h=0.02$ の場合



(b) $T=1$ 秒, $h=0.02$ の場合

図-15 応答スペクトル比 ξ_{SA} に対する最大加速度の影響

表-1 式(7)の係数 a, b および
相関係数

固有周期 [秒]	a	b	相関係数
0.1	0.991	-0.249	0.88
0.15	0.934	-0.267	0.88
0.2	0.979	-0.291	0.90
0.3	0.979	-0.288	0.91
0.5	0.981	-0.287	0.90
0.7	0.980	-0.260	0.89
1.0	0.992	-0.249	0.84
0.1~1.0	0.983	-0.270	0.89

点が考えられる。
また、 $h=0$ の場
合には σ_{SA} が非
常に大きいことが
注目される。

図-9 を $\bar{\epsilon}_{SA} \sim$
 h の関係にまとめ
直すと 図-10 の
ようになる。こ
こでは、 $h=0$ の場

合には上述したように $\bar{\epsilon}_{SA}$ の傾向が異なるため除外している。これによれば、 $T >$ 約 2 秒の場合を除き、 $\bar{\epsilon}_{SA}$ と $h/0.05$ の間にはよい相関があり、いま、両者を

$$\bar{\epsilon}_{SA}(T, h) = a \times (h/0.05)^b \dots\dots\dots(7)$$

とおき、最小 2 乗法で係数 a, b を定めると表-1 のようになる。表中の相関係数はいずれの固有周期の場合にも 0.84 以上となっており、式(7)による相関がよいことを示している。0.1 $\leq T \leq$ 1.0 のデータから平均的に a, b を求めると、式(7)は次のように与えられる。

$$\bar{\epsilon}_{SA}(T, h) = 0.983 \times (h/0.05)^{-0.270} \dots\dots\dots(8)$$

以上は式(6)の応答スペクトル比 ϵ_{SA} を個々の地震記録ごとに求め、これを平均化した結果であるが、206 成分に対する $\beta(T, h)$ スペクトルの平均値 $\bar{\beta}(T, h)$ を求めると 図-11 のようになる。ここで応答スペクトルの平均に β スペクトルを用いたのは、 S_A スペクトルを単純平均すると S_A 値の大きい地震記録の特性が強調されるのに対し、 β スペクトルは最大加速度で正規化されており、平均的な形状を表わすには都合がよいと考えたためである。図-11 から、平均スペクトルによる減衰定数の補正係数 $\bar{\epsilon}_{SA}' \equiv \bar{\beta}(T, h) / \bar{\beta}(T, 0.05)$ を求めると 図-12 のようになり、当然ながら $\bar{\epsilon}_{SA}'$ は 図-9(a) に示した $\bar{\epsilon}_{SA}$ とよく一致する。

なお、建設省新耐震設計法では、 $h=0.05$ の S_A スペクトルの換算として 図-13 の点線の関係を示している¹¹⁾。一方、式(8)による $\bar{\epsilon}_{SA}$ は実線のようになり、両者は比較的良好に一致している。新耐震設計法の結果と比較し、式(8)の方が $h > 0.05$ でやや大きめになっているのは、対象とした強震記録の平均的な周期特性の違いによると考えられる。

最後に、 ϵ_{SA} が地震記録の属性でどのように変化するかを検討するために、記録採取地点の震央距離および記録の最大加速度 A_{max} との関係は地震のマグニチュードごとに示したのがそれぞれ 図-14, 15 である。これによれば、 ϵ_{SA} は、地震のマグニチュード、震央距離および最大加速度により顕著な傾向の変化を示さない。

5. 結 論

わが国の地盤上で観測された 206 成分の強震記録をもとに、地震応答スペクトルに及ぼす減衰定数の影響を検討した。本解析の結果は以下のようにまとめることができる。

(1) 式(6)による応答スペクトル比 $\epsilon_{SA}(T, h)$ は、入力地震動に含まれる周期成分により変化する。入力地震動の卓越周期近傍では $h < 0.05$ の場合には $\epsilon_{SA} > 1$ 、 $h > 0.05$ の場合には $\epsilon_{SA} < 1$ となる。この傾向は $h=0$ および $h > 0.3$ の場合に著しい。さらに、以上のような傾向は調和外力を受ける 1 自由度系の定常振動解からの結果とよく一致している。

(2) ϵ_{SA} は、入力地震動の最大加速度、記録採取地の震央距離および地震のマグニチュードによりあまり変化しない。

(3) 減衰定数が 0 の場合、および、固有周期 T が約 2 秒以上の場合を除き、任意の減衰定数に対する応答スペクトル (S_A スペクトルもしくは β スペクトル) は減衰定数 0.05 の応答スペクトルから式(8)により推定できる。

参 考 文 献

- 1) Housner, G.W.: Behavior of Structures During Earthquakes, Proc. ASCE, Vol. 85, No. EM 4, 1959.
- 2) 高田孝信・大久保忠良・栗林栄一: 橋梁の耐震設計に関する研究 (I), 土木研究所報告 128 号, 1965.
- 3) 土田 肇・倉田栄一・石坂徳三・林 聡: 各種地盤における平均応答スペクトル, 港湾技術研究所報告, 12-4, 1973.
- 4) 栗林栄一・岩崎敏男・辻 勝成: 地震応答スペクトルに及ぼす諸因子, 土木学会第 11 回地震工学研究発表会, 1971.
- 5) 片山恒雄・岩崎敏男・佐伯光昭: 地震動加速度応答スペクトルの統計解析, 土木学会論文報告集, 第 275 号, 1978.
- 6) 岩崎敏男・川島一彦・高木義和: 地震応答スペクトルの統計解析, 土木技術資料, Vol. 21~8, 1979.
- 7) 建設省土木研究所: 土木構造物における加速度強震記録, 土木研究所彙報, No. 1~No. 7, Vol. 32~38.
- 8) 川島一彦・高木義和・相沢 興: デジタイザーによる SMAC 型強震計記録の数値化精度, 土木学会論文報告集, No. 323, 1982.
- 9) 川島一彦・高木義和・相沢 興: 数値化精度を考慮した SMAC-B₂ 型強震計記録の計器補正法および変位計算法, 土木学会論文報告集, No. 325, 1982.
- 10) 岩崎敏男・川島一彦・若林 進・高木義和: 地震応答スペクトルに及ぼす SMAC 型強震計特性に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第 309 号, 1981.
- 11) 建設省土木研究所: 昭和 51 年度総合技術開発プロジェクト, 耐震技術に関する研究開発報告書, 土木研究所資料, 第 1250 号, 1977.

(1982.6.15・受付)