

深い杭基礎を有する多径間連続高架橋の地震応答解析

SEISMIC ANALYSIS OF A MULTISPAN CONTINUOUS ELEVATED BRIDGE ON DEEP PILE FOUNDATIONS

竹 宮 宏 和*・甲 斐 史 朗**

By Hirokazu TAKEMIYA and Shiro KAI

1. 緒 言

最近、規模の大きい土木・建築構造物が、わが国の地理的条件から軟弱地盤上にも深い基礎をもって建設される傾向にあるが、これらの構造物の耐震性に地盤との動的相互作用の重要性が認識され、多くの解析例が報告されている。この場合、建設地の地盤条件が構造物の地震応答に少なからず関与してくるため、地震入力を統一的にとらえる意味から地表面よりある深さのところへ地震入力基礎面を想定し、同位置で地震動を入力させる手法が現時点では多く採用されている。したがって、同面より上の領域が耐震解析の対象となる。

地盤と構造物の動的相互作用解析法は、大別すると、(i) 地盤をその剛性が振動数に依存しない一定係数のばねで置換して、上下部構造物を多質点系解析する方法¹⁾、あるいは、(ii) コンピュータ・プログラム FLUSH²⁾ に代表される有限要素法による全体系解析法、(iii) 地盤インピーダンスあるいは下部構造インピーダンスを使用する解析法^{3)~6)}、そのうち地盤-構造物系として直接に固有モード応答解析を行う解析法を単にインピーダンス法という。一方、上部構造物の固有モード系と地盤-基礎系（あるいは下部構造インピーダンス）の連成解析を実施する解析法を特に動的サブ・ストラクチャ法と称する。後者については、文献 6) に詳しく述べたので参照されたい。

地盤と構造物の動的相互作用解析で、上部構造物が長大化・複雑化してくると、扱う自由度数が非常に膨大になり、一挙に全体対象系を解くことが困難となる。そこで橋梁構造物に対する実務耐震設計レベル⁷⁾では、次の 3 段階の解析手順を採用してきている。つまり、

(I) 地盤の非線形（ひずみ依存性）震動解析、これ

より地盤物性の評価

(II) 地盤-基礎-簡易上部構造物系の解析、これより上部構造物への入力地震動評価

(III) 上部構造物の応答解析、これより変位・断面力の評価

そして、(I) に対しては、SHAKE¹⁰⁾ に代表されるような等価線形化による 1 次元波動方程式の重複反射理論、(II) に対しては、2 次元（平面ひずみ）モデルによる有限要素解析、(III) に対しては骨組構造理論を適用する。ところで、上記の解析の精度は、ステップ (II) で採用する上部構造物の簡易モデルが適正にその慣性力を基礎にフィード・バックできるか否かによる。特に各橋脚・基礎がそれぞれ異なる諸元を有する場合、橋脚と橋桁の連成が強い場合では、単なるスタック型の簡易モデルに上部構造物の動特性を反映させることが難しくなる。

一方、著者らが適用している動的サブ・ストラクチャ法は、地盤-基礎-上部構造物系の解析において厳密な定式化を与える。著者らは、前論文^{7), 8)}で同手法の適用例として、杭基礎を有する高架橋橋脚部の解析を橋軸直角方向について行った。今回は、多径間連続高架橋（図-1 参照）全体を対象とし、複数の入力点を有する多点入力系として動的サブ・ストラクチャ法から解析する。その際、主眼点を地盤と基礎との動的相互作用に起因する下部構造インピーダンス効果および地震動の有効入力問題、そして地震波動の伝播性のための各基礎への入力位相効果に置いた。

深い根入れを有する基礎構造形式の場合、地盤との動的相互作用は慣性力による連成のみならず、地盤と基礎の変形条件から基礎への入力地震動の修正を少なからず行う。前者に関する地盤あるいは下部構造インピーダンスの算定については、種々の手法が提案されてきているが、入力地震動については、基礎底面より上の地盤があたかも同一の動きをすると仮定した扱いが往々にして

* 正会員 工博 岡山大学助教授 工学部

** 正会員 工修 (株)建設技術研究所

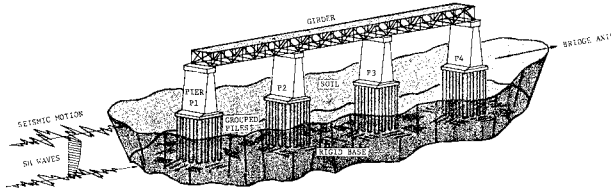


図-1 三径間連続高架橋

採られる。たとえば、構造物の存在しない自由地表面あるいは基礎底面位置の地盤応答を代用する。しかし、根入れの深い基礎形式の場合は、地盤の変位分布も深さ方向に関してかなり異なってくるから、地震動の入力法は応答解析結果の精度にかかわってくる。

次に、水平方向への地震波の伝播を考えると、各基礎へはそれに応じた地震動が入力することになる。現行の耐震設計では、入力地震動を各基礎で同時同位相と考え、つまり一様入力を探っているが、フレキシブルな多点入力系としての構造物では、各点の入力位相差によって固有振動モードの刺激係数が異なってくるため¹¹⁾、応答性状に与える入力位相差効果を把握しておくことは重要である。本研究では、橋軸方向への減衰のない進行性波動（SH 波）を想定している。これまでに同問題を扱った研究としては、文献 12)~16) がある。また著者らは不規則振論を適用して、その応答性状を明らかにしてきた^{17)~19)}。

2. 定式化

動的サブ・ストラクチャ法による地盤-基礎-上部構造物系の耐震解析についての一般的な説明は、すでに発表しているので⁹⁾、ここでは、解析対象構造物に即した形での同手法による定式化を示す。

(1) 地盤-基礎系

解析対象構造物は、図-1 に示したように複数の群杭基礎を有している。基礎面において、調和入力 $x_g e^{i\omega t}$ を受ける 1 基の基礎および橋脚に対する地盤との動的相互作用系をすでに前論文^{7), 9)} において扱ったが、結果のみを書けば、フーチングの運動を並進 x_F と回転 θ_F の 2 自由度として、

$$[M]_F \{\ddot{x}\}_F + [C]_F \{\dot{x}\}_F + [K]_F \{x\}_F = [C]_F \{\dot{x}_g\} + [K]_F \{x_g\} + [\alpha]_P^T \{F\}_S + [\alpha]_F^T \{R\}_{sup} \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 $\{x\}_F^T = \{x_F \ \theta_F\}$ の絶対変位ベクトル、 $[M]_F$ 、 $[C]_F$ 、 $[K]_F$ はそれぞれ質量、減衰および剛性マトリックスで、

$$[M]_F = \begin{bmatrix} M_F & 0 \\ 0 & J_G \end{bmatrix},$$

$$[K^*]_F = i\omega [C]_F + [K]_F = \sum_{\text{杭総数}} [\alpha]_P^T [K_{pile}^*] [\alpha]_P$$

と与えられる。ここに、 M_F はフーチングの質量、 J_G は重心に関する質量回転慣性モーメント、 $[K_{pile}^*]$ は単杭の杭頭作用力と変形を関係づける杭頭インピーダンス・マトリックスで、強制調和振動解析より

$$[K_{pile}^*] = \begin{bmatrix} K_{xx} + i\omega C_{xx} & K_{x\theta} + i\omega C_{x\theta} & 0 \\ K_{\theta x} + i\omega C_{\theta x} & K_{\theta\theta} + i\omega C_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} + i\omega C_{zz} \end{bmatrix}$$

と評価される。 $K_{x\theta}$ は等価ばね剛性を、 $C_{x\theta}$ は等価粘性減衰係数を表わし、一般に振動数 ω の関数となっている。前添字は運動方向を、後添字は力の作用方向を示す。 $\{x_g\}^T = \{1 \ 0\}$ x_g は基礎面に水平方向の入力があることを示し、 $\{F\}_S$ は地盤のせん断振動を考慮したときの杭頭有効入力で、杭頭を固定拘束する力の符号を変えたものとして求められる。 $\{R\}_{sup}$ はフーチング天端に働く断面力、 $[\alpha]_P$ はフーチング重心から各杭頭への変位変換マトリックス、 $[\alpha]_F$ は同重心からフーチング天端への変換マトリックスである。

ところで、解析対象系の下部構造は複数の地盤-杭基礎系から成るため、各地盤-杭基礎系に対して式 (1) を用いると次式となる。

$$[\tilde{M}]_F \{\ddot{x}\}_F + [\tilde{C}]_F \{\dot{x}\}_F + [\tilde{K}]_F \{x\}_F = [\tilde{C}]_F \{\dot{x}_g\} + [\tilde{K}]_F \{x_g\} + [\tilde{\alpha}]_P^T \{\tilde{F}\}_S + [\tilde{\alpha}]_F^T \{\tilde{R}\}_{sup} \dots \dots \dots (2)$$

ただし、

$$[\tilde{M}]_F = [[M]_F]_D, \quad [\tilde{C}]_F = [[C]_F]_D$$

$$[\tilde{K}]_F = [[K]_F]_D, \quad \{x_g\} = \{ \{x_g\} \}$$

$$\{x\}_F = \{ \{x\}_F \}, \quad [\tilde{\alpha}]_P = [[\alpha]_P]_D$$

$$\{\tilde{F}\}_S = \{ \{F\}_S \}, \quad [\tilde{\alpha}]_F = [[\alpha]_F]_D$$

$$\{\tilde{R}\}_{sup} = \{ \{R\}_{sup} \}$$

と基礎数だけ拡張したものである。記号 $[]_D$ は内側のマトリックスを対角に並べることを意味する。

(2) 上部構造系

本研究では、図-1 の三径間連続高架橋のフーチング天端より上の部分を上部構造系とみなし、これを図-2 のようにはり要素による有限要素分割を行う。今回は、橋軸直角水平方向（面外）振動を対象としているので、各節点については、格子構造としての面外 3 成分 (y , θ_x , θ_z) の変位自由度を採る。このとき、同系の運動方程式

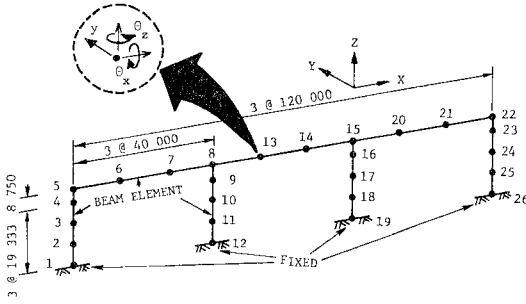


図-2 上部構造の有限要素分割

$$[M]_{sup}\{\ddot{x}\}_{sup} + [C]_{sup}\{\dot{x}\}_{sup} + [K]_{sup}\{x\}_{sup} = \{F\}_{sup} \dots \dots \dots (3)$$

を得る。減衰マトリックスは後述するように固有モード分解可能な比例減衰とし、各次固有モード減衰定数を仮定して作成する。

解析にあたり、式(3)を拘束節点(ここでは下部構造系との境界節点つまり各橋脚下端節点で添字 j を付す)と、それ以外の自由節点(添字 i を付す)に分割して表わせば、

$$\begin{bmatrix} [M_{jj}] & [M_{ji}] \\ [M_{ij}] & [M_{ii}] \end{bmatrix}_{sup} \begin{Bmatrix} \{\ddot{x}_j\} \\ \{\ddot{x}_i\} \end{Bmatrix}_{sup} + \begin{bmatrix} [C_{jj}] & [C_{ji}] \\ [C_{ij}] & [C_{ii}] \end{bmatrix}_{sup} \begin{Bmatrix} \{\dot{x}_j\} \\ \{\dot{x}_i\} \end{Bmatrix}_{sup} + \begin{bmatrix} [K_{jj}] & [K_{ji}] \\ [K_{ij}] & [K_{ii}] \end{bmatrix}_{sup} \begin{Bmatrix} \{x_j\} \\ \{x_i\} \end{Bmatrix}_{sup} = \begin{Bmatrix} \{F_j\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}_{sup} \dots \dots \dots (4)$$

ただし、外力は自由節点に関しては慣性項に含まれ、拘束節点に関しては支点反力 $\{F_j\}$ が働いている。式(4)より、橋脚下端で強制入力を受ける上部構造物(以下これを完全固定支持系とよぶ)の運動方程式は

$$[M_{ii}]\{\ddot{x}_i\} + [C_{ii}]\{\dot{x}_i\} + [K_{ii}]\{x_i\} = -([M_{ij}]\{\ddot{x}_j\} + [C_{ij}]\{\dot{x}_j\} + [K_{ij}]\{x_j\}) \dots \dots \dots (5)$$

となる。いま変位 $\{x_i\}$ を支点変位 $\{x_j\}$ によって生じる準静的な量と、さらに慣性力による動の変位 $\{x_i^c\}$ に分割する。

$$\{x_i\} = \{x_i^c\} + [\beta]\{x_j\} \dots \dots \dots (6)$$

ここに $[\beta]$ は変位影響マトリックスを定義したものであり、上部構造物モデルが不静定系をなしているから、式(4)の静的つり合い状態より

$$[\beta] = -[K_{ii}]^{-1}[K_{ij}] \dots \dots \dots (7)$$

と求める。式(6)を式(5)に代入し、式(7)の性質を使うと

$$[M_{ii}]\{\ddot{x}_i^c\} + [C_{ii}]\{\dot{x}_i^c\} + [K_{ii}]\{x_i^c\} = -([M_{ii}][\beta] + [M_{ij}])\{\ddot{x}_j\} - ([C_{ii}][\beta] + [C_{ij}])\{\dot{x}_j\} \dots \dots \dots (8)$$

を得る。ここでさらに $[C] \propto [K]$ と仮定すると外力の減衰項は消去される。そうでないとしても、通常、外力の慣性項が減衰項より支配的であるという理由から、以下の解析では後者を省略している。したがって、式(8)の代わりに、 $[M^c]_{sup} = [M_{ii}]$, $[C^c]_{sup} = [C_{ii}]$, $[K^c]_{sup} = [K_{ii}]$, $\{x^c\}_{sup} = \{x_i^c\}$, $[F^c]_{sup} = -([M_{ii}][\beta] + [M_{ij}])$ とおいて

$$[M^c]_{sup}\{\ddot{x}^c\}_{sup} + [C^c]_{sup}\{\dot{x}^c\}_{sup} + [K^c]_{sup}\{x^c\}_{sup} = [F^c]_{sup}\{\ddot{x}_j\} \dots \dots \dots (9)$$

と表わす。完全固定支持状態の上部構造物の減衰特性は非常に小さいことから固有モード展開ができると仮定すると、式(14)に対する非減衰時の固有振動モードマトリックスを $[\Phi^c]$ を定義し、動的変位を固有振動モード応答 $\{q\}$ に分解することができる。

$$\{x^c\}_{sup} = [\Phi^c]\{q\} \dots \dots \dots (10)$$

そして、 $[\Phi^c]$ に対しては次式の正規直交性

$$\begin{cases} [\Phi^c]^T [M^c]_{sup} [\Phi^c] = [I] \\ [\Phi^c]^T [C^c]_{sup} [\Phi^c] = [\ 2 \xi_l \omega_l]_D \\ [\Phi^c]^T [K^c]_{sup} [\Phi^c] = [\ \omega_l^2]_D \end{cases} \dots \dots \dots (11)$$

が成立するので、式(9)に対して

$$[I]\{\ddot{q}\} + [\ 2 \xi_l \omega_l]_D \{\dot{q}\} + [\ \omega_l^2]_D \{q\} = [\Phi^c]^T [F]_{sup} \{\ddot{x}_j\} = [r]\{\ddot{x}_j\} \dots \dots \dots (12)$$

を得る。ただし、 $[I]$ = 単位マトリックス、 ω_l = 第 l 次固有振動数、 ξ_l = 同モード減衰定数、 $[r]$ = 多点入力系において各支点入力の各次固有モード応答への寄与率を要素にもつマトリックスである。

(3) 全体系

地盤と構造物の動的相互作用系は、前節で定式化した上部構造系と下部構造系の連成系として得られる。この際、上部構造系の境界節点、つまり橋脚下端の変位は、下部構造のフーチング重心の変位と

$$\{x_j\} = [\tilde{\alpha}]_F \{\tilde{x}\}_F \dots \dots \dots (13)$$

の関係にある。一方、断面力のつり合いでは下部構造系への外力 $\{\tilde{R}\}_{sup}$ と上部構造系の支点反力 $\{F_j\}_{sup}$ から

$$\begin{aligned} \{\tilde{R}\}_{sup} &= \{F_j\}_{sub} = -\{F_j\}_{sup} \\ &= -([\beta]^T [M^c]_{sup} [\beta] + [\beta]^T [M_{ij}] \\ &\quad + [M_{ji}][\beta] + [M_{jj}])\{\ddot{x}_j\} \\ &\quad + ([K_{ji}][\beta] + [K_{jj}])\{\dot{x}_j\} \\ &\quad + ([\beta]^T [M^c]_{sup} + [M_{ji}])\{\ddot{x}\}_{sup} \end{aligned} \dots \dots \dots (14)$$

と表わされる。同式にさらに式(13)の変換を行い、式(2)に代入すると、下部構造系の運動方程式が次式となる。

$$[\tilde{M}]_F \ddot{\tilde{x}} + [\tilde{\alpha}]_F^T ([\beta]^T [M^c]_{sup} [\beta] + [\beta]^T [M_{ij}] + [M_{ji}][\beta] + [M_{jj}]) [\tilde{\alpha}]_F \dot{\tilde{x}} + [\tilde{K}]_F \tilde{x} = \dots$$

$$\begin{aligned}
 & + [\tilde{C}]_F \{\dot{\hat{x}}\}_F + [\tilde{K}]_F \{\hat{x}_g\}_F + [\tilde{\alpha}]_F^T ([K_{ji}] [\beta] + [K_{jj}]) [\tilde{\alpha}]_F \{\hat{x}\}_F + [\tilde{\alpha}]_F^T ([\beta]^T [M^c]_{\text{sup}} + [M_{ji}]) [\phi^c] \{\hat{q}\} \\
 & = [\tilde{C}]_F \{\dot{\hat{x}}_g\}_F + [\tilde{K}]_F \{\hat{x}_g\}_F + [\tilde{\alpha}]_F^T \{\tilde{F}\}_S \dots\dots\dots (15)
 \end{aligned}$$

また、式 (12) に式 (13) を代入すると、上部構造系の運動方程式が、下部構造系のフーチング重心の加速度入力に対して得られる。

$$[I] \{\dot{q}\} + [2 \xi_I \omega_I] \{q\} + [\omega_I^2] \{q\} = [\phi^c]^T [r] [\tilde{\alpha}]_F \{\ddot{\hat{x}}\}_F \dots\dots\dots (16)$$

ゆえに連成系の運動方程式として式 (15)、(16) を合わせて表現すれば

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{c|c} [I] & [\phi^c]^T ([M^c]_{\text{sup}} [\beta] + [M_{ij}]) [\tilde{\alpha}]_F \\ \hline [\tilde{\alpha}]_F^T ([\beta]^T [M^c]_{\text{sup}} + [M_{ji}]) [\phi^c] & [\tilde{M}]_F + [\tilde{\alpha}]_F^T ([\beta]^T [M^c]_{\text{sup}} [\beta] + [\beta]^T [M_{ij}] \\ & + [M_{ji}] [\beta] + [M_{jj}]) [\tilde{\alpha}]_F \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{\hat{q}\} \\ \{\ddot{\hat{x}}\}_F \end{array} \right\} \\
 & + \left[\begin{array}{c|c} [2 \xi_I \omega_I] & [0] \\ \hline [0] & [C]_F \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{\dot{q}\} \\ \{\dot{\hat{x}}\}_F \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{c|c} [\omega_I^2] & [0] \\ \hline [0] & [\tilde{K}]_F + [\tilde{\alpha}]_F^T ([K_{ji}] [\beta] + [K_{jj}]) [\tilde{\alpha}]_F \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{q\} \\ \{\hat{x}\}_F \end{array} \right\} \\
 & = \left\{ \begin{array}{c} \{0\} \\ [\tilde{C}]_F \{\dot{\hat{x}}_g\}_F + [\tilde{K}]_F \{\hat{x}_g\}_F + [\tilde{\alpha}]_F^T \{\tilde{F}\}_S \end{array} \right\} \dots\dots\dots (17)
 \end{aligned}$$

となるが、杭頭インピーダンスおよび有効入力、一般に振動数の関数となることから、上式 (17) を振動数領域で表わす。

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{c|c} [-\omega^2 + 2i \xi_I \omega_I + \omega_I^2] & -\omega^2 [\phi^c]^T ([M^c]_{\text{sup}} [\beta] + [M_{ij}]) [\tilde{\alpha}]_F \\ \hline \text{sym.} & -\omega^2 [M]_F + [\tilde{\alpha}]_F^T ([\beta]^T [M^c]_{\text{sup}} [\beta] + [\beta]^T [M_{ij}] + [M_{ji}] [\beta] \\ & + [M_{jj}]) [\tilde{\alpha}]_F + i\omega [C]_F + [\tilde{K}]_F + [\tilde{\alpha}]_F^T ([K_{ji}] [\beta] + [K_{jj}]) [\tilde{\alpha}]_F \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{\hat{q}(\omega)\} \\ \{\hat{x}(\omega)\}_F \end{array} \right\} \\
 & = \left\{ \begin{array}{c} \{0\} \\ ([K^*]_F + [\tilde{\alpha}]_F^T [\tilde{F}(\omega)]_S) \{\hat{x}_g(\omega)\} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (18)
 \end{aligned}$$

ここで $\{\hat{q}(\omega)\}$ 、 $\{\hat{x}(\omega)\}_F$ 、 $\{\hat{F}(\omega)\}_S$ および $\{\hat{x}_g(\omega)\}$ はそれぞれ $\{q(t)\}$ 、 $\{\hat{x}(t)\}_F$ 、 $\{\tilde{F}(t)\}_S$ および $\{\hat{x}_g(t)\}$ のフーリエ変換で、 $\{\hat{F}(\omega)\}_S$ は $[\tilde{F}(\omega)]_S = [\{\hat{F}(\omega)\}_S] \{0\}$ と拡張している。したがって、振動数領域での応答は、

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{c} \{\hat{q}(\omega)\} \\ \{\hat{x}(\omega)\}_F \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} [H_{qq}(\omega)] & [H_{q\hat{x}_F}(\omega)] \\ [H_{\hat{x}_F q}(\omega)] & [H_{\hat{x}_F \hat{x}_F}(\omega)] \end{array} \right] \\
 & \cdot \left\{ \begin{array}{c} \{0\} \\ [\tilde{P}]_F \{\hat{x}_g(\omega)\} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (19)
 \end{aligned}$$

の形に表わされる。なお $[H(\omega)]$ は振動数応答関数マトリックスを表わしている。式 (6) と (19) を使って、元の物理座標に直せば、

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{c} \{\hat{x}_i(\omega)\}_{\text{sup}} \\ \{\hat{x}(\omega)\}_F \end{array} \right\} \\
 & = \left[\begin{array}{c} [\phi^c]^T [H_{q\hat{x}_F}(\omega)] + [\beta] [\tilde{\alpha}]_F [H_{\hat{x}_F \hat{x}_F}(\omega)] \\ [H_{\hat{x}_F \hat{x}_F}(\omega)] \end{array} \right] \\
 & \cdot [\tilde{P}]_F \{\hat{x}_g(\omega)\} \dots\dots\dots (20)
 \end{aligned}$$

となる。これは変位入力に対する変位応答の入出力関係を表わしているが、加速度応答に対しては式 (20) で加速度入力のフーリエ変換 $\{\hat{x}_g(\omega)\}$ を採ればよい。通常、地震動として記録されるのは加速度波形であり、したがって、同波形に対するフーリエ変換は容易であるが、加速度から変位を計算するには、基線のドリフト問題を含みその処理を行わなければならない。

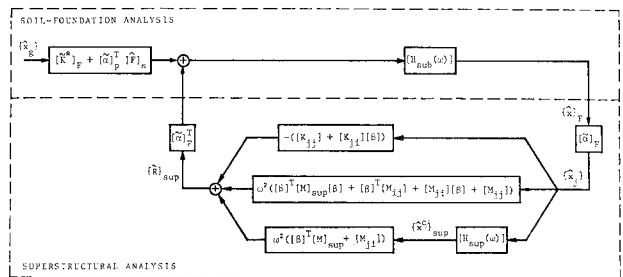
以上の定式化をブロック図で示すと図-3 となる。同図より、地盤-基礎-上部構造系の地震応答

解析は閉鎖ループになっているが、上部構造物の慣性力および準静的な応答効果は、下部構造系の応答で決まるから、結局、全体系の運動は下部構造系との動的つり合い式から求められることになる。

3. 解析例

(1) 動特性

解析対象構造物の断面諸元を表-1 に掲げる。まず、同構造物のみの動特性を把握するために、完全固定系としての固有振動モード解析結果を図-4 に示す。ここで正規化条件として式 (11) を用いている。固有値解析に



TRANSFER FUNCTIONS :

$$\begin{aligned}
 [H_{\text{sup}}(\omega)] &= [\phi] [1 / ((\omega_I/\omega)^2 + i 2 \xi_I (\omega_I/\omega) - 1)] [\phi]^T [M]_{\text{sup}} [r] \\
 [H_{\text{sub}}(\omega)] &= (-\omega^2 [\tilde{M}]_F + i\omega [\tilde{C}]_F + [\tilde{K}]_F)^{-1}
 \end{aligned}$$

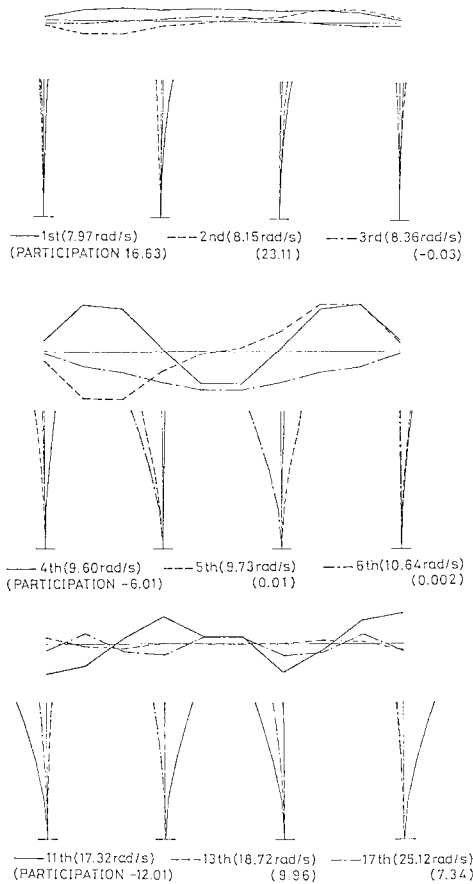
図-3 解析ブロック図

表一 解析対象構造物の断面諸元

STRUCTURAL PARTS DIMENSIONS	Superstructure	
	Girder	Piers 1 through 4
Span length L (m)	120.0	58.0
Young's Modulus E (t/m ²)	2.1×10^7	2.69×10^8
Shear Rigidity G (t/m ²)	8.1×10^6	1.15×10^8
Inertia Moment (for bending) I (m ⁴)	76.9	4 720.0
Inertia Moment (for torsion) I (m ⁴)	15.1	46.0
Weight w (t/m)	42.1	116.5
Cross Sectional Area Area	0.513	52.0

表二 地盤の物性定数

Surface Layers	Thickness H (m)	Shear Velocity V_s (m/s)	Unit Weight w (t/m ³)	Damping $D=2\zeta$
1	2.5	91.24	2.05	0.270
2	5.7	76.42	2.05	0.528
3	4.0	178.03	1.85	0.136
4	2.6	219.51	2.05	0.170
5	3.3	261.64	1.90	0.112
6	6.3	196.12	1.90	0.140
7	7.0	296.80	2.10	0.146
8	9.2	341.41	2.20	0.142
9	6.0	339.88	1.90	0.112
10	7.0	498.19	1.90	0.088
11	Half-space	600.0		

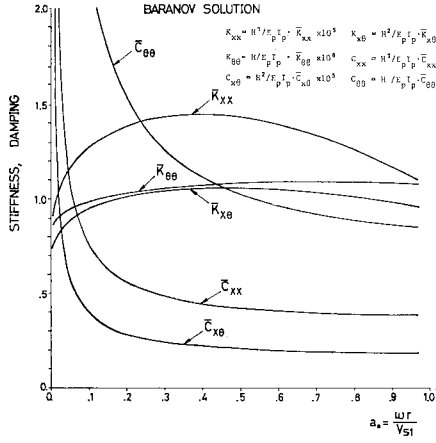


図一四 上部構造物の固有振動モード

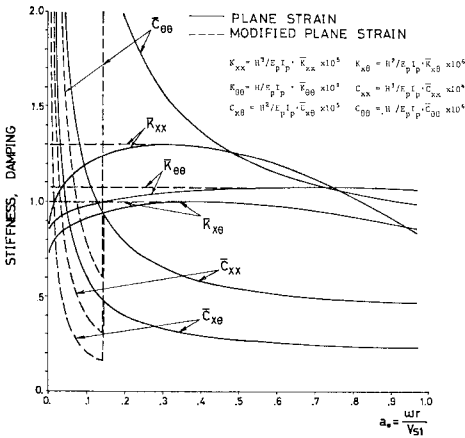
際しての自由度数は、面外振動のみを対象として $3 \times 22 = 66$ 自由度であるが、図一四には、応答に支配的な低次固有振動モードのみを描いてある。各次固有振動モードに対する刺激係数は、単位の同時同位相水平入力状態に対して算出してある。同図より、解析対象構造物は、低次固有振動モードにおいて、橋桁部のねじれが少なからず現われ、水平並進は高次モードにおいて卓越してることがわかる。以下の応答計算では、地震動の振動数

成分が高々 10 Hz 余までとの予測から、最初の 30 モードのみを限定して採用することとした。これによって、応答計算を精度を保ちながら効率的に行うことができる。各採用固有振動モードの減衰定数は、一率に $\zeta = 0.02$ を仮定した。

次に下部構造系において、地盤の非線形性は、地盤のみの解析からひずみに適合した物性定数を等価線形化法で求めることで対処している。解析対象地盤は、本州四国連絡橋児島一坂出ルート内の番の州地盤であり、表一2 は宮城県沖地震(1978年)の開北橋近傍岩盤上 Tr 記録の最大加速度 100 gal に修正した波形に対してひずみ依存解析を行った結果⁹⁾である。同地盤モデルより杭頭インピーダンスを算出することになるが、前論文^{7),8)}では、地盤の固有振動を考慮した三次元解と、杭が無窮長に続くと仮定、したがって地盤の固有振動効果は考慮されない Baranov の平面ひずみ解析を採用した。今回は、両者の比較から、前論文^{7),8)}で地盤の固有値を零と置いて得られる平面ひずみ解に、三次元解の特性を近似的に付与するように修正した杭頭インピーダンスの評価法²⁰⁾(以下、修正平面ひずみ解と称する)を採用する。つまり、等価剛性に関しては、低振動数領域(地盤の低次固有振動数以下)で、三次元解は、地盤の内部減衰 D (Voigt モデルを仮定すると D は粘性減衰定数の 2 倍となる)が非常に小さいと、その固有振動数の箇所で落ち込み現象がみられるが、 D の増大とともにほぼ一定値に近づく。そして平面ひずみ解は、この振動領域では過小評価であり、振動数が零に近づくとき零になる。しかし、高振動数領域では両者はほとんど一致して、ほぼ一定値あるいは緩やかな変化となって現われる。この傾向は、即各杭頭インピーダンスを総合した式(1)の杭基礎剛性 $[K]_F$ に直接現われる(図一5参照)。以上より修正平面ひずみ解として、図一5(b)に破線で示すようにピーク値を低振動数領域にも延長して使用する。これは、地盤の内部減衰が $D > 0.1$ では十分に三次元解を近似できることがわかっている^{7),9)}。一方、等価粘性係数 $[C]_F$ に関しては、地盤の基本固有振動数 h_1 までは、杭面からの放射



(a) Baranov 解



(b) 平面ひずみ解・修正平面ひずみ解

図-5 杭基礎インピーダンス関数

波による逸散減衰がない事実より、同振動数範囲に対しては内部減衰のみとする。これより高振動数領域になると、地盤の固有振動の影響がほぼ無視できるため平面ひずみ解を使用する。よって、杭頭インピーダンスの表現は

$$[K^*_{pile}] = \begin{cases} \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{x\theta} & 0 \\ K_{\theta x} & K_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} D_{xx}K_{xx} & D_{x\theta}K_{x\theta} & 0 \\ D_{\theta x}K_{\theta x} & D_{\theta\theta}K_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & D_zK_z \end{bmatrix} & : \omega < h_1 \text{ に対して} \\ \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{x\theta} & 0 \\ K_{\theta x} & K_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{x\theta} & 0 \\ C_{\theta x} & C_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & C_z \end{bmatrix} & : \omega \geq h_1 \text{ に対して} \end{cases} \dots\dots\dots(21)$$

となる。ここで K は上述の等価剛性の取り方に従う。図-5 (b) の破線の減衰係数はこのようにして算定したものである。なお、今回の平面ひずみ解は地盤の内部減衰を含んだ量であることはいうまでもない。

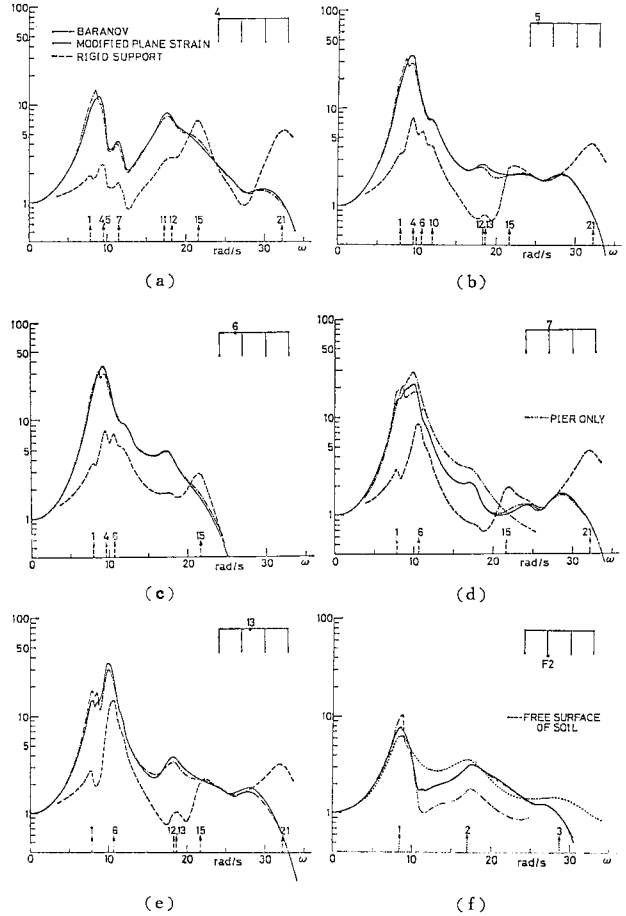


図-6 振動数応答関数

(2) 応答特性

同時同位相（一様）入力：地盤と構造物の動的相互作用を把握するために、基盤面において単位の同時同位相水平入力に対する対象系の振動数応答関数を式 (20) から計算した結果を図-6 に示す。ここでは地盤反力に Baranov 解および修正平面ひずみ解を採用している。また同図には、比較のため、完全固定支持系としての上部構造物の応答と自然地盤の地表面応答も描いてある。そして振動数軸上のスパイクは、同図 (a)~(e) では上部構造物の固有値解析結果を、同図 (f) では地盤のそれを示している。これらより、橋桁部の応答性状が対象断面により変化することがわかる。同図 (d), (f) には、単独橋脚系としての解析結果も併せて描いてあるが、応答評価に重要な低振動数領域では、全体橋としての内側橋脚の応答性状をおおむね近似できていた。しかし同図 (a) の端橋脚では、単独橋脚の解析結果とはかなり異なる様相を呈し、全体橋としての解析が必要となる。

地盤と構造物の動的相互作用は、対象とした低振動数領域では、地盤の基本および2次固有振動モードが上部

構造物のそれに重ね合わさった様相で、応答は完全固定支持状態より増幅されてくる。つまり慣性連成効果は非常に小さい。次に杭頭インピーダンスの算定に際しての Baranov 解と修正平面ひずみ解の応答に与える影響は、今回の対象構造物ではわずかに卓越振動数の近傍で現われに過ぎず、したがって前者の Baranov 解で十分ともいえる。しかし低振動数領域で慣性連成効果が大きいと修正平面ひずみ解を地盤反力の算定に採用した方がよい。

地震応答解析は、宮城県沖地震（1978年6月）の開北橋近傍岩盤上 Tr 加速度記録に対して、図-7 (a) に示す主要動区間を採用して行った。記録波形の使用に際しては、最大値を 100 gal に調整し、また基線修正も行っている^{21), 22)}。使用波形は、時間刻み幅 $\Delta t = 0.02$ 秒のデジタル量であるから応答計算での離散フーリエ変換は

$$\ddot{x}_g(t) = \ddot{u}_g(t) = \sum_{\nu=0}^{N/2} \ddot{u}_g(\omega_\nu) e^{i\omega_\nu t} \dots (22)$$

として、 $\omega_\nu = \frac{2\pi\nu}{N\Delta t}$, $\nu = 0, 1, \dots, N/2$ で $N = 1024$ を使用した。図-8, 9 にそれぞれ加速度および変位時刻歴応答を上部構造物の代表的な節点について示す。自由地表面応答は、フーチング重心とほとんど変わらない動きをしており、図-9 では省略している。また杭頭インピーダンスの評価法による差をみるために、表-3 に最大加速度応答値、そして表-4 に最大変位応答値を掲げる。これらの比較では、いずれの杭頭インピーダンスを採用してもほとんど同程度の応答値が得られていることがわかる。図-10 と 11 にそれぞれ修正平面ひずみ解による最大加速度応答値分布および最大変位応答値分布を描く。設計においては、応力の照査から断面力が重要となるため、最大断面力の計算を時刻歴において行い最大値をピックアップした。図-12 は最大曲げモーメント分布を、図-13 は最大せん断力分布を示す。断面力は、外側橋脚よりも内側橋脚の方が大きい値となっている。

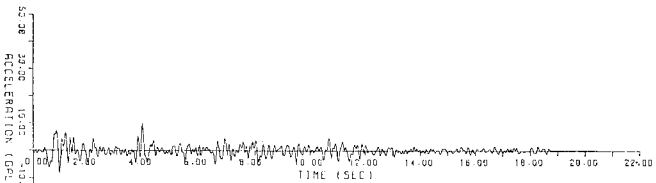
位相差入力：解析対象構造物は、複数の基礎を有する多点入力系であるため、地盤内の地震波動の伝播を考えると、各基礎は当然異なる波動を受けることになる。事実、過去の地震動観測において、離れた2地点では、地震波形は、振幅、位相および振動数特性において異なり、分散性を有することが認められている²³⁾。原因として、地震波動の不均一地盤内の伝播が挙げられようが、いまだ確固とした評価法はない。そこで、本解析では、成層地盤内の減衰性のない波動伝播から生じる

位相遅れのみを対象とする。

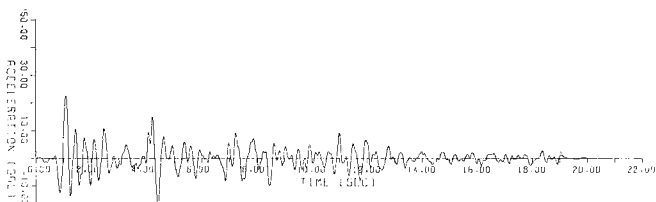
地震波の伝播モデルとして、図-14 に示したようにせん断波 (SH 波) が基盤面に鉛直から α の角度で入力する場合を考える。このとき波動は見掛け上水平方向 (x 軸) に伝播し、橋軸方向に進行する地震動を対象としていることになる。これを離散フーリエ変換の式で表わせば、

$$x_g(t, x) = u_g \left(t - \frac{x}{V_b} \sin \alpha \right) = \sum_{\nu=1}^{N/2} u_g(\omega_\nu) e^{i\omega_\nu \left(t - \frac{x}{V_b} \sin \alpha \right)} \dots (23)$$

となる。 V_b は基盤内のせん断波速度である。いま波動伝播による位相効果は基礎ごとに考え、1つの群杭基礎では同一の地震波が入力すると仮定する。したがって、



(a) 基盤面波形 (宮城県沖地震開北橋 Tr 加速度記録)



(b) 解析対象地盤の地表面波形
図-7 入力地震加速度

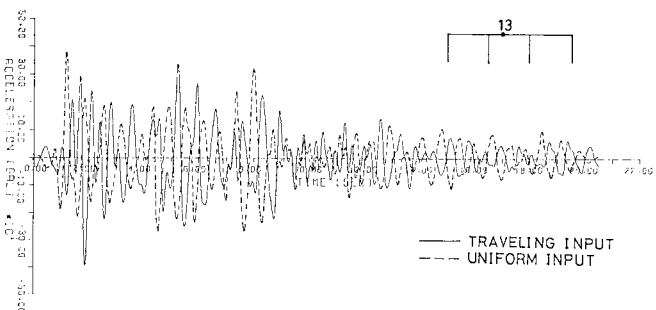


図-8 加速度応答時刻歴

表-3 最大加速度応答値

解析手法	F1		F2		5		7		8		13	
	最大値 (gal)	発生時刻 (s)	最大値 (gal)	発生時刻 (s)	最大値 (gal)	発生時刻 (s)	最大値 (gal)	発生時刻 (s)	最大値 (gal)	発生時刻 (s)	最大値 (gal)	発生時刻 (s)
Baranov の平面ひずみ解	211.1	1.06	196.3	1.06	348.4	1.12	453.7	1.26	289.2	1.26	392.5	1.20
平面ひずみ解	206.0	1.06	196.1	1.06	340.7	1.12	444.1	1.26	283.1	1.26	386.9	1.20
修正平面ひずみ解	214.5	1.06	207.4	1.06	350.5	1.10	414.9	1.26	262.7	1.26	383.7	1.20

表-4 最大変位応答値

解析手法	F1		F2		5		7		8		13	
	最大値 (cm)	発生時刻 (s)	最大値 (cm)	発生時刻 (s)	最大値 (cm)	発生時刻 (s)	最大値 (cm)	発生時刻 (s)	最大値 (cm)	発生時刻 (s)	最大値 (cm)	発生時刻 (s)
Baranov の平面ひずみ解	3.03	1.10	3.02	4.14	3.88	1.12	6.24	1.26	5.16	1.24	5.64	1.22
平面ひずみ解	2.99	4.14	3.00	4.14	3.80	1.12	6.14	1.26	5.07	1.24	5.53	1.22
修正平面ひずみ解	3.15	1.08	3.05	1.08	4.03	1.12	5.83	1.24	4.90	1.24	5.51	1.20

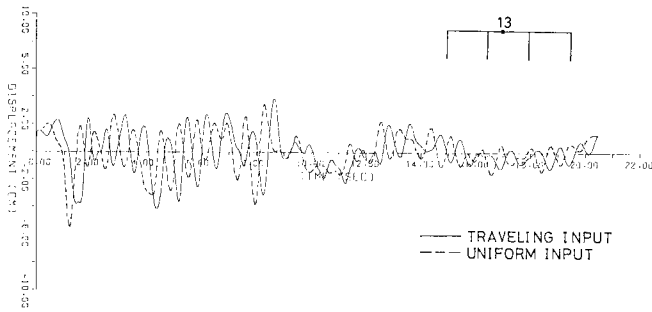


図-9 変位応答時刻歴

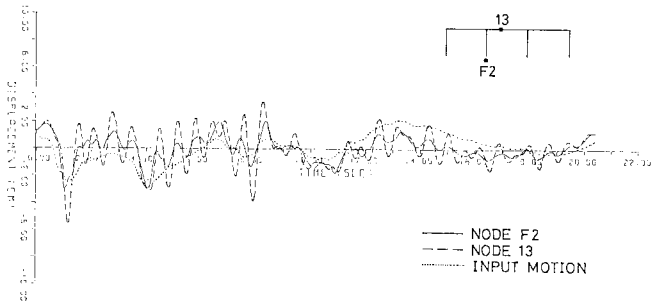


図-10 最大加速度応答値分布

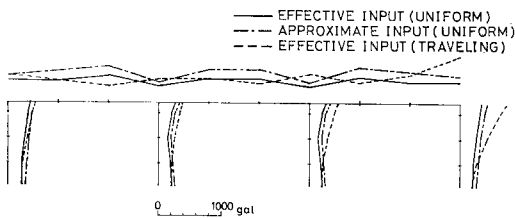


図-11 最大変位応答値分布

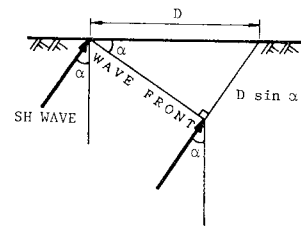


図-14 波動伝播モデル

第1番目の基礎への入力を

$$x_{g1}(t) = u_g(t), \quad \dot{x}_{g1}(t) = \dot{u}_g(t), \\ \ddot{x}_{g1}(t) = \ddot{u}_g(t) \dots \dots \dots (24)$$

とすれば、波動の進行方向へ向かって i 番目の基礎へは、

$$x_{gi}(t) = u_g(t - \tau_i), \\ \dot{x}_{gi}(t) = \dot{u}_g(t - \tau_i), \\ \ddot{x}_{gi}(t) = \ddot{u}_g(t - \tau_i) \dots \dots \dots (25)$$

の地震波が入力することになる。ただし、 τ_i は位相遅れを表わし

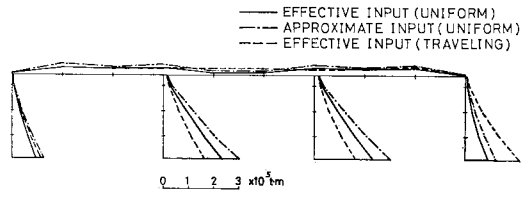


図-12 最大曲げモーメント分布

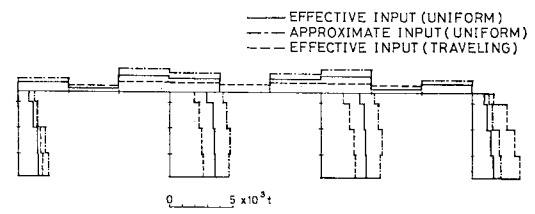


図-13 最大せん断力分布

$$\tau_i = \sum_{k=1}^i D_k \sin \alpha / V_b \dots\dots\dots (26)$$

そして、 D_k は各スパン長である。応答解析は式(20)より振動数領域で行うため、式(24)の入力に対するフーリエ変換

$$\begin{aligned} \hat{x}_{gi}(\omega) &= \hat{u}_g(\omega) e^{-i\omega\tau_i}, \quad \hat{x}_{gi}(\omega) = \hat{u}_g(\omega) e^{-i\omega\tau_i}, \\ \hat{x}_{gi}(\omega) &= \hat{u}_g(\omega) e^{-i\omega\tau_i} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

を必要とする。

多成層地盤内のSH波の伝播は、橋軸直角方向の振幅 $A_y(z, \omega)$ と橋軸方向伝播に関する解の積として表現され、前者は深さ方向伝播の1次元波動方程式の解で与えられる。また後者は、各層間の境界面での連続性より結局、式(23)の位相差を保持する。したがって、地表面より z の深さの点 (x, z) では

$$u_s(t, x, z) = \sum_{\nu=0}^{N/2} A_y(z, \omega_\nu) u_g(\omega_\nu) e^{i\omega_\nu(t - \frac{x}{V_b} \sin \alpha)} \dots\dots\dots (28)$$

ただし基盤面では $A_y(-H, \omega_\nu) = 1$ とする。

以下の解析ではSH波の入射角を $\alpha = \pi/2$ として同時同位相入力状態と比較する。

図-8, 9 に表-2 の基盤層に対するせん断波速度を用いた結果の加速度および変位の応答時刻歴を描く。同図より、加速度応答は、入力位相差の影響で同時同位相入力状態とかなり異なる様相を呈するが、一方、変位応答はほぼ入力位相差の遅れ時間だけ同時入力状態より遅れている。対象構造物全体にわたる応答分布を最大値で見ると、図-10 より加速度は固有振動モードとの関連で、各橋脚およびその近傍の桁断面では高次モードが増幅され、応答が同時同位相入力時より大きくなっている。特に最終入力橋脚において顕著である。変位応答では高次モードの影響はあまり顕著に現われず、今回考慮した位相差入力状態では、最終入力橋脚およびその近傍の橋桁部を除いて同時同位相入力時よりほとんどいたるところ小さい傾向にある。一方、断面力では、図-12, 13 からわかるように、位相差入力効果として、外側橋脚は大きく出て、特に最終入力橋脚では同時同位相入力時の約2倍となっている。ところが、内側橋脚では小さくなっている。橋桁については値も小さいこともありそれほど顕著な効果はみられない。

近似入力法：常に式(20)の有効入力の下での応答解析法を採用するのは大変である。構造物の耐震解析の重要さの程度から、簡便な近似解析法も望まれることが多々ある。有効入力の評価はともかく、杭頭ばねが容易に近似的に算定される場合が多いことを考えて、基礎への入力に、つまりフーチング重心での入力に自由表面地盤の応答 $u_s(t, 0, 0)$ (図-7 (b) 参照) を採用してみる。これは基盤面入力に対する地盤の地震波動の増幅作用のみを考慮したものである。したがって、式(20)は

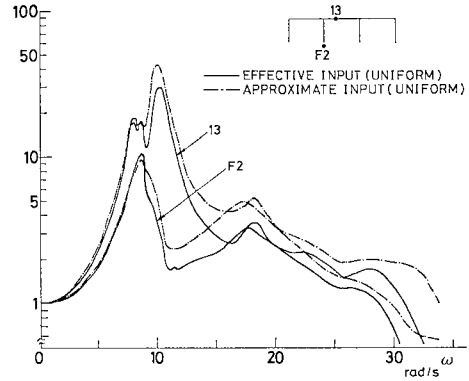


図-15 振動数応答関数

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \{\hat{x}_i(\omega)\}_{\text{sup}} \\ \{x(\omega)\}_F \end{array} \right\} \\ &= \left[\begin{array}{l} [\phi^c][H_q \hat{x}_F(\omega)] + [\beta][\tilde{a}]_F [H \hat{x}_F \hat{x}_F(\omega)] \\ [H \hat{x}_F \hat{x}_F(\omega)] \end{array} \right] \{\hat{u}_s(\omega)\} \end{aligned} \dots\dots\dots (29)$$

ここに、同時同位相入力状態では $\hat{u}_s(\omega)$ は $u_s(t, 0, 0)$ のフーリエ変換を採る。

有効入力による応答(修正平面ひずみ解)とそれに対応した上の近似入力解の振動数応答関数での比較を図-15 に示す。また、同近似解析法による最大加速度応答分布、最大変位応答分布、最大曲げモーメント分布および最大せん断力分布を比較のためそれぞれ図-10~13 に併せて描いている。これらの図より、地表面入力による解は、有効入力に比べて過大応答値を与えて安全側の評価法となることがわかる。そして、今回の解析では、同近似入力法は位相差効果をも最終入力橋脚を除いてはカバーしている。

4. 結 語

本研究は、地盤-基礎-上部構造物系の地震応答解析において、多点入力系としての動的サブ・ストラクチャ法を開発したもので、前論文⁹⁾に引き続いた構成を採り、解析例として三径間連続高架橋の橋軸直角方向の地震応答解析を実施した。

以下に、本解析を通して得られたおもなる結果を列挙する。

(1) 解析対象系の地震応答性状は、地盤振動の影響を大きく受けるが、上部構造系においては慣性力による下部構造系との連成効果は主要振動数領域にはほとんど現われず、むしろ完全固定支持系としての固有振動に地盤振動が単純に重ね合わされた様相を呈している。前論文⁹⁾で扱った一基礎橋脚系は、内側橋脚に対して卓越振動数を含む低振動数領域での応答のよい一致をみたが、高振動数領域では差異が出る。したがって全体橋として

の高次振動モードを反映した端橋脚は、1基礎橋脚系としてその動的性状を表現するのが困難となる。

(2) 杭面への地盤反力の評価法では、Baranov 解、平面ひずみ解および修正平面ひずみ解を比較したが、今回は(1)の結果より構造物の応答へ与える差異は僅少であったが、慣性力による連成効果が大きくなる場合もあることを考えて、三次元解の特性を近似する修正平面ひずみ解が推奨される。

(3) 橋軸方向に伝播する SH 波の位相差入力効果は、今回の解析例では同時同位相入力状態と比較して、変位応答についてはそれほど敏感でない。しかし、加速度応答については、対象系の高次固有振動モードがより惹起されて内側橋脚は小さく、最終入力点の橋脚は大きくなっていく。したがって断面力は前者では低下しているが、後者では約2倍の値となる。この事実は耐震設計における入力位相差の重要性を指摘している。

(4) 構造物への近似入力として、自由表面地盤応答を採用した場合、有効入力解に対して過大値を与えるが、安全側評価ということでその簡便さからの有用性はある。

最後に、ご指導およびご討議をいただいた、京都大学の山田善一教授に深甚なる謝意を表す。また本研究を遂行するにあたり、文部省科学研究費一般(c)ならびに石原奨学金を受けたことを付記する。

参考文献

- 1) Penzien, J., C.F. Scheffey and R.A. Parmelee : Seismic Analysis of Bridges on Long Piles, Journal of Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers, Vol. 90, No. EM3, pp. 223~254; Also, Penzien, J. : Soil-Pile Foundation Interaction, Chapter 14 in Earthquake Engineering (Ed. by R.L. Wiegell), Prentice-Hall, pp. 349~381, 1971.
- 2) Lysmer, J., T. Udaka, C.F. Tsai and H.B. Seed : FLUSH : A Computer Program For Approximate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction Problems, Earthquake Engineering Research Center, EERC Reprt No. 75-30, University of California, Berkeley, 1975.
- 3) Gutierrez, J.A. and A. Chopra : A Substructure Method for Earthquake Analysis of Structures Including Structure-Soil Interaction, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 6, pp. 51~69, 1978.
- 4) Kausel, E., R.V. Whitman, J.P. Morray and F. Elsabee : The Spring Method for Embedded Foundations, Nuclear Engineering and Design, Vol. 48, pp. 377~392, 1978.
- 5) Yamada, Y., H. Takemiya and K. Kawano : Random Response Analysis of a Nonlinear Soil-Suspension Bridge Pier Systems, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 7, No. 1, pp. 31~47, 1979.
- 6) 竹宮宏和 : 地盤-基礎-上部構造物系の地震応答解析—動的サブ・ストラクチャ法の適用—, 土と基礎, pp. 19~26, 1981年9月.
- 7) Takemiya, H. and Y. Yamada : Layered Soil-Pile-Structure Dynamic Interaction, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 9, pp. 437~457, 1981.
- 8) 竹宮宏和・山田善一 : 深い杭基礎を有する高橋脚の地盤との地震時動的相互作用, 土木学会論文報告集, 第318号, pp. 51~64, 1982年2月.
- 9) 土木学会 : 本州四国連絡橋の耐震, 地盤に関する調査研究報告書, 昭和53年3月.
- 10) Schnable, P.B., J. Lysmer and H.B. Seed : SHAKE; A Computer Program For Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites, Earthquake Engineering Research Center, EERC Report 72-12, University of California, Berkeley, 1972.
- 11) 山田善一・竹宮宏和・河野健二 : 多点入力系高橋脚橋の地震応答解析, 第15回地震工学研究発表会, pp. 221~224, 1981年7月.
- 12) 小坪清真・原田譲二 : 各支点で異なる地震波を受ける橋梁の応答解析, 土木学会論文報告集, 第175号, pp. 39~48, 1970年3月.
- 13) 小坪清真・鳥野 清・園田敏夫 : 進行地震波による橋梁応答解析への応答スペクトルの利用, 土木学会論文報告集, 第270号, pp. 51~58, 1978年2月.
- 14) Abdel-Ghaffar, A.M. and M.D. Trifunac : Antiplane Dynamic Soil/Bridge/Soil Interaction for Incident Plane SH-waves, Proceedings, Sixth World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 4, New Delhi, India, pp. 4/25~130.
- 15) Wenner, S.D., L.C. Lee, H.L. Wong and M.D. Trifunac : Structural Response to Traveling Seismic Waves, Journal of Structural Division, American Society of Civil Engineers, Vol. 105, No. ST12, pp. 2547~2564, Dec., 1977.
- 16) 土岐憲三・久保田勝 : 多点異入力を受ける長大橋梁の非線形地震応答, 第5回日本地震工学シンポジウム講演集, pp. 1065~1072, 1978.
- 17) Takemiya, H. and K. Kawano : Substructure Method for Earthquake Response of High-elevated Multi-span Continuous Bridge, Proceedings of 7th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 5, pp. 459~466, Istanbul, Turkey, 1980.
- 18) 山田善一・竹宮宏和・河野健二 : 多スパン連続高架橋のランダム地震応答解析, 第16回地震工学研究発表会, pp. 309~312, 1981年7月.
- 19) 山田善一・竹宮宏和・河野健二・平野 明 : 動的相互作用を考慮した多点入力系高橋脚橋の地震応答解析, 土木学会論文報告集, 第328号, pp. 1~10, 1982年12月.
- 20) Takemiya, H. and Y. Yamada : Seismic Response Analysis of Multi-span Continuous Bridge with High Piers on Deep Pile Foundations, Proceedings of the Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Southampton, pp. 749~763, 1982.
- 21) Hudson, D.E., A.G. Brady, M.D. Trifunac and A. Vijayaraghavan : Strong-Motion Earthquake Accelerograms, Corrected Accelerogram and Integrated Velocity and Displacement Curves, Vol. II, Earthquake Engineering Research Laboratory, EERL Report 71-51, CIT, 1971.
- 22) 後藤尚男・亀田弘行・杉戸真太・今西直人 : デジタル・フィルターによる SMAC-B2 加速度記録の補正について, 土木学会論文報告集, 第277号, pp. 57~69, 1978年9月.
- 23) Toki, K. : Disintegration of Accelerograms into Surface and Body Waves, Proceedings of 6th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 2, pp. 209~214, New Delhi, India, 1977.