

三成分地震波入力による剛体の三次元応答に関する研究

STUDY ON THREE-DIMENSIONAL RESPONSE OF A
SOLID TO SPACE INPUT EARTHQUAKE

金子 孝吉*・渡 辺 昇**

By Takakichi KANEKO and Noboru WATANABE

1. ま え が き

過去の地震による建造物の崩壊をみても回転振動やねじれ振動による被害が少なくないばかりか、今後立地条件の悪い山岳地や海底などにも建造物が建てられるようになることを考えると、三次元に地震力を受け立体的に移動し回転するような建造物の地震応答解析が必要になってくると思われる。

そこで著者らは三成分地震波入力による非対称支持建造物の応答を回転成分をも考慮して解析する、いわゆる多入力で多自由度の三次元地震応答解析の問題を扱うことにした。

本報告はそのための基礎的な研究で、非対称にばね支持された剛体の三次元応答に関する理論解析と実験結果について述べたものである。解析モデル化の条件は、

- 1) 単一剛体モデル
- 2) 水平動2・上下動1の3成分の地震波同時入力
- 3) 直交座標3方向の併進運動とそれらの軸回りの回転運動3成分の応答を考慮した6自由度系
- 4) 6成分の運動が互いに連成しあう非対称弾性支持ばね系
- 5) 6成分各独立な非比例減衰力の作用

を考慮したもので、2. ではその理論解析を示している。

また非対称支持ばねを有する剛体模型を振動台上に作製し、正弦波および自然地震波の入力に対する応答波を測定する振動実験について3. で示し、この模型の構造諸元を用いた解析モデルの理論解と比較検討している。

その結果、非対称支持模型の三次元挙動を十分説明し得る解析を行うことができたので、実建造物の三次元地震応答解析を行ううえでの基礎的な研究資料としてここに報告する。

2. 剛体の三次元振動の理論解析

(1) 運動方程式

地震時に建造物が振動するとき、まわりの地盤に比べ剛な建造物とみなすことができ、その建造物の全体の運動が問題となるような場合、あるいは鉄骨トラスで支持された質量の大きな建造物に地震力が作用したときの応答が問題になる場合などは、よく空間にばねで支持された剛体の振動とみなしてモデル化することがある。

そのような場合の弾性支持剛体の運動には併進運動と回転運動がある。いま剛体の静止つり合い時の重心に原点を有する静止座標系 $O-x, y, z$ を考え、運動が起きたとき、座標のそれぞれの軸方向の運動（併進運動）とそれぞれの軸回りの運動（回転運動）を考慮した6自由度系として扱うことができる。

そしてここで扱う解析理論の前提条件としては、剛体の重心と弾性支持ばねの弾性中心、慣性主軸と弾性主軸とがいずれも一致しない場合で、各成分 (x, y, z 軸方向成分および x 軸、 y 軸、 z 軸回りの回転成分) の振動が互いにすべて連成する場合である。

さらに剛体の運動範囲は変位ならびに角変位が微小である領域に限られるとすれば、慣性力、減衰力、復元力および外力のつり合いから求まる運動方程式はすでに、

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\} \dots \dots (1)$$

のように表わされている^{1), 2)}。ここに、加速度、速度および変位のベクトルは、

$$\left. \begin{aligned} \{\ddot{u}\} &= \{\ddot{u}_x \ \ddot{u}_y \ \ddot{u}_z \ \ddot{u}_\theta \ \ddot{u}_\varphi \ \ddot{u}_\psi\}^T \\ \{\dot{u}\} &= \{\dot{u}_x \ \dot{u}_y \ \dot{u}_z \ \dot{u}_\theta \ \dot{u}_\varphi \ \dot{u}_\psi\}^T \\ \{u\} &= \{u_x \ u_y \ u_z \ u_\theta \ u_\varphi \ u_\psi\}^T \end{aligned} \right\} \dots \dots (2)$$

である。剛体の質量が m_s で、 $x \cdot y \cdot z$ 軸に関する慣性モーメントをそれぞれ $I_x \cdot I_y \cdot I_z$ とし、剛体を x 軸回りに座標軸とともに回転させたとき、 y 軸および z 軸の

* 正会員 専修大学北海道短期大学助教授

** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部

まわりに発生するモーメントに比例する慣性乗積をそれぞれ、 I_{xx} , I_{yz} とする。同様に y 軸および z 軸のまわりに回転させたときのそれぞれ z 軸, x 軸および x 軸, y 軸回りに対する慣性乗積を I_{xy} , I_{zy} および I_{yz} , I_{zx} とすれば、質量・慣性モーメントマトリックスは次のようになる。

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \dots (3)$$

減衰力はそれぞれの軸方向とそれらの軸回りの回転成分に対して働くものとし、ここでは減衰係数が対角マトリックス

$$[C] = [c_j] \quad (j = x, y, z, \theta, \varphi, \psi) \dots (4)$$

になる場合のみを考えた。そして質量・慣性モーメントに対する減衰係数の比は一定でなく非比例減衰で、 c_x/m_s , c_y/m_s , c_z/m_s , c_θ/I_x , c_φ/I_y および c_ψ/I_z がそれぞれ異なるものとした。

支持点弾性反力による復元力あるいは復元モーメントは各成分が互いに連成することを考慮すれば、その復元係数マトリックスは

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} & k_{x\theta} & k_{x\varphi} & k_{x\psi} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} & k_{y\theta} & k_{y\varphi} & k_{y\psi} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} & k_{z\theta} & k_{z\varphi} & k_{z\psi} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta z} & k_{\theta\theta} & k_{\theta\varphi} & k_{\theta\psi} \\ k_{\varphi x} & k_{\varphi y} & k_{\varphi z} & k_{\varphi\theta} & k_{\varphi\varphi} & k_{\varphi\psi} \\ k_{\psi x} & k_{\psi y} & k_{\psi z} & k_{\psi\theta} & k_{\psi\varphi} & k_{\psi\psi} \end{bmatrix} \dots (5)$$

で表わせる。

式 (1) の右辺の強制力は系の外から作用する外力を、 $F_x(t)$, $F_y(t)$, $F_z(t)$, 外力のモーメントを $N_\theta(t)$, $N_\varphi(t)$ および $N_\psi(t)$ とすれば、

$$\{f\} = \{F_x(t) \ F_y(t) \ F_z(t) \ N_\theta(t) \ N_\varphi(t) \ N_\psi(t)\}^T \dots (6)$$

$$S(s) = \begin{bmatrix} m_s s^2 + c_x s + k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} & k_{x\theta} & k_{x\varphi} & k_{x\psi} \\ k_{yx} & m_s s^2 + c_y s + k_{yy} & k_{yz} & k_{y\theta} & k_{y\varphi} & k_{y\psi} \\ k_{zx} & k_{zy} & m_s s^2 + c_z s + k_{zz} & k_{z\theta} & k_{z\varphi} & k_{z\psi} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta z} & I_x s^2 + c_\theta s + k_{\theta\theta} & k_{\theta\varphi} & k_{\theta\psi} \\ k_{\varphi x} & k_{\varphi y} & k_{\varphi z} & k_{\varphi\theta} & I_y s^2 + c_\varphi s + k_{\varphi\varphi} & k_{\varphi\psi} \\ k_{\psi x} & k_{\psi y} & k_{\psi z} & k_{\psi\theta} & k_{\psi\varphi} & I_z s^2 + c_\psi s + k_{\psi\psi} \end{bmatrix} \dots (9)$$

であるが、式 (9) の内容を考慮すればその行列式 $S(s)$ が 0 なる特性方程式から動的に安定な解として、 α_k , β_k がともに正の実数である 6 組の共役複素根

$$s_k = -\alpha_k \pm i\beta_k \quad (i = \sqrt{-1}) \dots (10)$$

を求めることが可能である。振動現象においては α_k が減衰、 β_k が振動系の固有円振動数に関するもので、固

になる。ただ、各係数マトリックスの要素は実際の構造物の地震時挙動を想定して解析モデルに当てはめるとき、幾分簡単になる。

たとえば、非対称の弾性支持状態であっても剛体自体が座標軸対称であれば、座標軸を慣性主軸と一致するように選ぶことによって慣性乗積を 0 にすることができるから、 $I_{xy} = I_{yz} = I_{zx} = I_{yx} = I_{zy} = I_{xz} = 0$ になる。

さらに強制外力が地震力の場合はその三成分の地震波の加速度を用いて、

$$\{f\} = -m_s \{\ddot{u}_x \ \ddot{u}_y \ \ddot{u}_z \ 0 \ 0 \ 0\}^T \dots (7)$$

を作用させることができよう。なお各要素の単位および各添字は次のように扱うことにする。

$$m_s : \text{kg}, \quad I_i : \text{kg} \cdot \text{m}^2, \quad c_{i1} : \text{kg/s}, \quad c_{i2} : \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

$$[k_{ij}] = \begin{bmatrix} k_{i1j1} & k_{i1j2} \\ k_{i2j1} & k_{i2j2} \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} \text{kg/s}^2 & \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 & \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \end{bmatrix}$$

$$u_{j1}(t) : \text{m}, \quad u_{j2}(t) : \text{rad}, \quad \dot{u}_i(t) : \text{m/s}^2$$

であるが、ここで $i1$ と $j1$ は x, y, z , $i2$ と $j2$ は θ, φ, ψ のように変化し、 i の意味は作用する入力成分で、 j は反応する応答の成分を意味している。そして 1 は x, y, z 軸方向成分、2 は x, y, z 軸回りの回転成分を意味している。たとえば c_{i2} は運動が起きたとき軸回りの θ, φ, ψ 成分に作用する減衰力の係数という入力の意味をもっており、 k_{i1j2} は運動が生じるためにそれぞれ x, y, z 軸方向に力が作用したとき、それぞれ θ, φ, ψ 成分に働く復元力の係数を示している。

(2) 伝達関数と応答解

式 (1) の解の誘導方法は一般的であるから、ここでは簡単に述べることにする。式 (1) を Laplace 変換すると、

$$S(s) \cdot U(s) = F(s) \dots (8)$$

のように表わされる。ただし、 $t \rightarrow s$, $u(t) \rightarrow U(s)$, $f(t) \rightarrow F(s)$ で、

$$U(s) = \{X(s) \ Y(s) \ Z(s) \ \theta(s) \ \varphi(s) \ \psi(s)\}^T$$

$$F(s) = -m_s \{G_x(s) \ G_y(s) \ G_z(s) \ 0 \ 0 \ 0\}^T$$

であり、 $S(s)$ は

$$\begin{bmatrix} k_{x\theta} & k_{x\varphi} & k_{x\psi} \\ k_{y\theta} & k_{y\varphi} & k_{y\psi} \\ k_{z\theta} & k_{z\varphi} & k_{z\psi} \\ k_{\varphi\theta} & I_y s^2 + c_\varphi s + k_{\varphi\varphi} & k_{\varphi\psi} \\ k_{\psi\theta} & k_{\psi\varphi} & I_z s^2 + c_\psi s + k_{\psi\psi} \end{bmatrix} \dots (9)$$

有周期 T_k , 固有振動数 f_k および減衰定数 h_k は

$$T_k = \frac{1}{f_k} = \frac{2\pi}{\beta_k}, \quad h_k = \sqrt{\frac{\alpha_k^2}{\alpha_k^2 + \beta_k^2}} \dots (11)$$

で表わすことができる。

次に強制的に地震力を作用させる場合の応答解は、像空間における応答の関数 $U(s)$ が伝達関数マトリックス

$H(s)$ と外力関数 $F(s)$ との積の形で、

$$U(s) = H(s) \cdot F(s) \dots\dots\dots (12)$$

のように表わすことができ、 $H(s)$ の各要素は未定係数比較法により誘導されるが、その方法も一般的であるためここでは省略する。その伝達関数の ij 要素は

$$H_{ij}(s) = \sum_{k=1}^6 \frac{\tau_{ijk}s + \delta_{ijk}}{(s + \alpha_k)^2 + \beta_k^2} \dots\dots\dots (13)$$

のように誘導され、係数 τ_{ijk} と δ_{ijk} がすべて求められる。なおここで、 i は入力の成分 ($i=x, y, z$), j は応答の成分 ($j=x, y, z, \theta, \varphi, \psi$) を表わしているが、前述した系の構造特性を表わす各係数マトリックスの要素 (たとえば I_{i1}, c_{i2}, k_{i12} など) における $i1, i2$ および $j1, j2$ は固有値解析において固有値 α_k, β_k 中に変換され、次数 $k(k=1, 2, \dots, 6)$ にその意味が含まれてしまった。

さらに逆変換を行えば $H(s)$ は変位インパルス応答関数マトリックス $h(t)$ になり、その ij 要素は

$$h_{ij} = \sum_{k=1}^6 \frac{D_{ijk}}{\beta_k} e^{-\alpha_k t} \sin(\beta_k t + \xi) \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $D_{ijk} = \sqrt{(\tau_{ijk}\alpha_k - \delta_{ijk})^2 + \tau_{ijk}^2\beta_k^2}$,

$$\xi = \tan^{-1}\left(\frac{\tau_{ijk}\beta_k}{\tau_{ijk}\alpha_k - \delta_{ijk}}\right)$$

のように表わされる。

したがって一般的な外力に対する変位、速度および絶対加速度 (角変位、角速度および角加速度を含む) の応答は

$$u(t) = \int_0^t h(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau \dots\dots\dots (15)$$

$$\dot{u}(t) = \int_0^t \dot{h}(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau + v(t) \dots\dots\dots (16)$$

$$\ddot{u}(t) + \ddot{z}(t) = \int_0^t \ddot{h}(t-\tau) \ddot{g}(\tau) d\tau + a(t) \dots\dots\dots (17)$$

なる Duhamel の積分を含む式で表わされる。ただし、式 (14) の変位インパルス応答関数には位相差があるため、式 (16) の速度応答には $v(t)$ 、式 (17) の絶対加速度応答には $a(t)$ なる付加項が加わることになる。それらの要素を示すと、

$$v_j(t) = \sum_i \sum_k \tau_{ijk} \dot{g}_i(t) \dots\dots\dots (18)$$

$$a_j(t) = \sum_i \sum_k \tau_{ijk} \ddot{g}_i(t) \dots\dots\dots (19)$$

$$\ddot{z}_j(t) = \sum_i \sum_k (2\tau_{ijk}\alpha_k - \delta_{ijk}) \ddot{g}_i(t) \dots\dots\dots (20)$$

になる。なお式 (19) の $\ddot{g}_i(t)$ は加速度変化率 (ジャーク) という量で $[m/s^3]$ なる単位であるが、 τ_{ijk} は式 (13) から判断できるように時間の単位 $[s]$ であるため、 $a_j(t)$ は加速度の量になっている。

また τ_{ijk} は式 (13) の伝達関数を導く際に生じた係数であるが、原因は非比例減衰として $c_{i1}/m_s, c_{i2}/I_{i1}$ なる値が互いに相異なるために必然的に出てきた係数である。

したがって、質量・慣性モーメントに対して減衰係数が比例関数にあるような系では $\tau_{ijk}=0$ となり、式 (16)、(17) の付加項は生じないことになる。

(3) 応答倍率およびエネルギー増幅スペクトル

いま地震波入力の加速度として次のような正弦関数、

$$\ddot{g}_i(t) = P_i \sin \omega_i t \quad (i=x, y, z) \dots\dots\dots (21)$$

を考え、振動系に作用する場合の式 (15) に代入して導かれる変位応答式の要素を示すと

$$u_j(t) = \sum_i \sum_k \frac{P_i}{E_{ik}} \left\{ \sqrt{\omega_i^2 \tau_{ijk}^2 + \delta_{ijk}^2} \sin(\omega_i t + \zeta) + \frac{D_{ijk}\omega_i}{\beta_k} e^{-\alpha_k t} \sin(\beta_k t + \eta) \right\} \dots\dots\dots (22)$$

になる。このとき、

$$\nu_{ik} = \alpha_k^2 + \beta_k^2 - \omega_i^2, \quad E_{ik}^2 = \nu_{ik}^2 + 4\alpha_k^2\omega_i^2$$

$$A_{ijk} = \tau_{ijk}\nu_{ik} - 2\delta_{ijk}\alpha_k,$$

$$B_{ijk} = 2\tau_{ijk}\alpha_k\omega_i^2 + \delta_{ijk}\nu_{ik}$$

$$\zeta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega_i A_{ijk}}{B_{ijk}}\right), \quad \eta = \tan^{-1}\left(\frac{\beta_k A_{ijk}}{\alpha_k A_{ijk} + B_{ijk}}\right)$$

である。いま慣性力に等しい外力が静的に加わったときの静的変位 u_g は式 (22) において $\omega_i=0$ とすれば、

$$u_g = \frac{P_i \delta_{ijk}}{\alpha_k^2 + \beta_k^2} \dots\dots\dots (23)$$

となるから、時間が十分経過した定常状態を考え、特に振幅のみに注目すれば $P_x = P_y = P_z$ のとき、変位応答倍率は、

$$\frac{|u_j(t)|_{\max}}{|u_g|} = \sum_i \sum_k \frac{(\alpha_k^2 + \beta_k^2) \sqrt{\omega_i^2 \tau_{ijk}^2 + \delta_{ijk}^2}}{\delta_{ijk} E_{ik}} \dots\dots\dots (24)$$

なる式で表わすことができる。しかし、入力波の各成分の振幅が異なるときはこのように一本の式で表わすことはできず、各入力波成分に対する応答倍率で示されることになる。このことは速度や絶対加速度の応答倍率に関しても同様である。

したがって式 (22) の応答式から、正弦入力波の周波数を変えることによって求める応答スペクトルは $j=x, y, z, \theta, \varphi, \psi$ の 6 成分の応答に関するものと、 $i=x, y, z$ の入力 3 成分に関するものとの組合せを考慮すると、18 通り存在することになる。

もちろんこの 18 通りの応答スペクトルを求めて、周期特性や振幅特性を細部にわたり分析することは重要であるが、6 自由度系の 6 成分の動きを 1 自由度の運動としてとらえる表現ができれば便利である。

そこで次のような運動エネルギーを考えてみる。すなわち入力地震波として式 (21) の正弦加速度波を用いれば、速度波としては $\dot{g}_i(t) = (-P_i/\omega_i) \cos \omega_i t$ で表わされるから、剛体がまわりの地盤と同じ動きをすると仮定し

た場合の入力運動エネルギーの式を、

$$K_i(\omega_{it}) = \frac{1}{2} m_s \sum_i \{\dot{g}_i(\omega_{it})\}^2 \dots\dots\dots (25)$$

で表現することにする。

これに対して実際にはそれぞれの成分のレスポンスがあるから、その応答全体の運動エネルギーを

$$K_j(\omega_{it}) = \frac{1}{2} m_s \sum_{j1} \{\dot{u}_{j1}(\omega_{it})\}^2 + \frac{1}{2} I_{i1} \sum_{j2} \{\dot{u}_{j2}(\omega_{it})\}^2 \dots\dots\dots (26)$$

なる式で表わすことにする。そしていま、

$$E_r(\omega_i) = \left\{ \frac{K_j(\omega_{it})}{K_r(\omega_{it})} \right\}_{\max} \dots\dots\dots (27)$$

なる値を求めてみることにする。

そうすればこの式 (27) は三成分入力波の各周波数 $f_i (f_i = \omega_i / 2\pi)$ あるいは各周期 T_i に対する剛体の最大応答時の運動エネルギーの増幅スペクトルとして表現することができる。

言い換えれば式 (27) の分子は実際に応答している剛体がつ運動エネルギーであるが、分母は弾性支持ばねが固く、まったく剛体の性質を有し、与えられた入力波と同一の振動をすると仮定した場合の仮想的運動エネルギーであるといった見方もできよう。

このような運動エネルギーの増幅スペクトルを利用すれば立体的に振動する多成分の応答を一本化したスペクトルに表示することができる。

ただ、ここで扱った剛体振動の運動エネルギー量は地震動の入力エネルギーに対して、応答の厳密なエネルギー論⁷⁾に基づいて表現したものではなく、あくまでも式 (25) と (26) で表示した式により計算したものである。

3. 非対称支持剛体模型の実験と解析

この章でははじめに剛体模型の室内振動実験の概要を振動測定方法と測定結果を主体に示すことにする。さらに (4) 以後の後半においては理論解析を中心に応答計算、応答スペクトルの表現、卓越成分と振動型および振動軌跡による検討を示した。

(1) 非対称支持剛体模型

図-1 に示すような直方体箱型模型本体およびそれをばねで支持するための剛なフレームを作製した。模型本体は木製の中空直方体とばね取り付け用のフックが付いている鉄製骨組からなっている。ばねはその径と長さ強さを 6 種類に分け適宜使用し、ダンパーとしては 2 cm 幅のゴムチューブを用い、ともに模型箱と固定フレームに取り付けを完全に行った。ばねは圧縮と引張りともに抵抗するものが 1 種類のほかは引張りのみに抵抗す

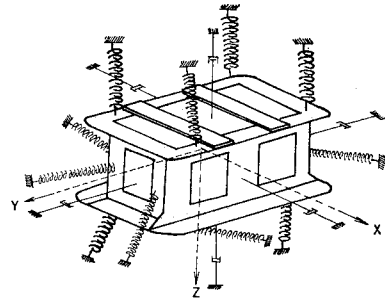


図-1 ばね支持とダンパーを配置した模型図

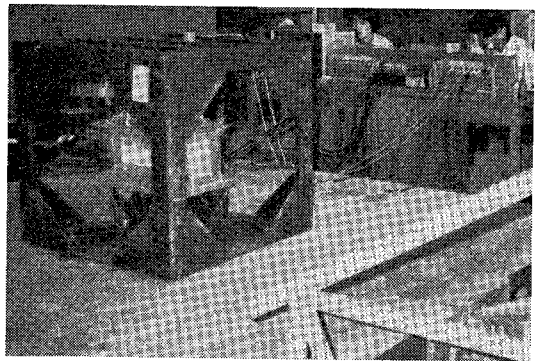
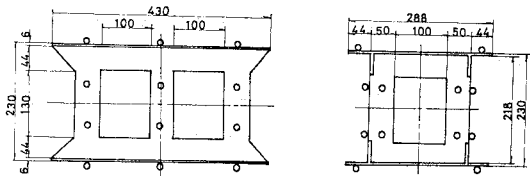


写真-1 振動台上の固定フレーム内にはねで支持された模型および測定器類



SCALE mm.

図-2 模型の寸法 (丸はばね取り付け用フックの位置)

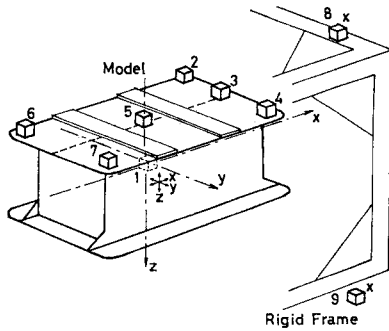
るものであり、ダンパーゴムは引張られずたるまざる状態に張られずすべて引張りに抵抗して振動を減衰させるように働いている (写真-1)。

模型の寸法は 図-2 に示すとおりである。

(2) 実験方法

実験は次のような順序で行った。

- ① 供試体 (剛体模型) の重量と形状寸法の測定
- ② 供試体の取り付けおよび振動台上への設置
- ③ 振動系の単位変位量および回転量の測定 (ばね特性の推定)
- ④ 加速度計の配置および計測機器の設置と配線
- ⑤ 初期変位、初速度を与えた場合の自由振動測定 (減衰定数の推定)
- ⑥ 正弦波入力による応答波の測定
- ⑦ 地震波入力による応答波の測定



図—3 加速度計の配置

⑧ 記録の再生および整理

このような方法で振動測定を行ったが、ばねおよびダンパーゴムの張り具合をいろいろと変えながら適当な非対称弾性支持に保ちつつ実験を繰り返した。

加速度計ピックアップの位置は 図—3 に示すとおりである。ピックアップ 1 は供試体内部の重心位置に三成分、2~7 はそれぞれ供試体上面に三成分ずつ、8 と 9 はフレーム上と振動台上の入力振動方向成分に配置した。

実験順序のうち ①、③ および ⑤ については、理論解析に使用する構造諸元を決めるための測定で非常に重要であるが、ここでは後記の表—1 にその結果の数値を示すことに省略する。

なお水平一成分振動台であるため、本研究の目的の一つである三成分同時入力による応答測定とその検討はできないが、固定フレームを動かすことによって加振方向を変えて入力し、それぞれに対する応答波の測定を行うことができた。しかし、上下方向には重力が働いていることを十分考慮して、供試体の重量を負担する支持ばねを水平方向とは別に取り付けて配慮した。

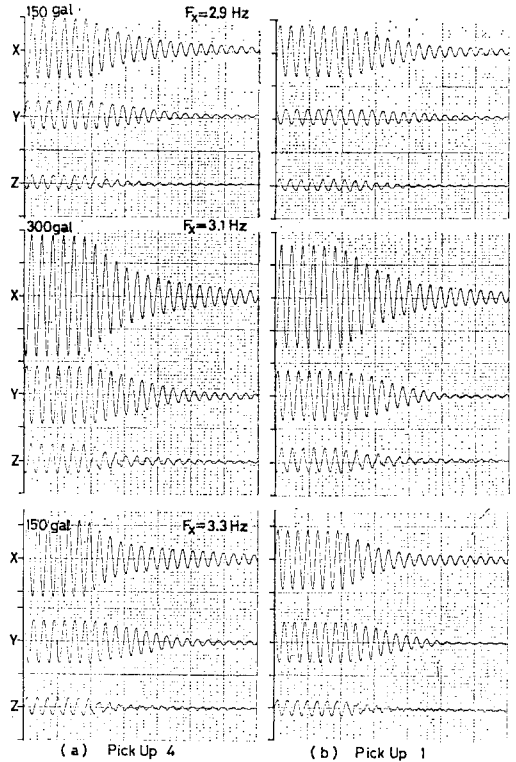
また 図—3 のピックアップ 8 と 9 で記録した波形は完全に一致しているためフレームは振動台の入力をそのまま伝えているものであった。

(3) 測定結果

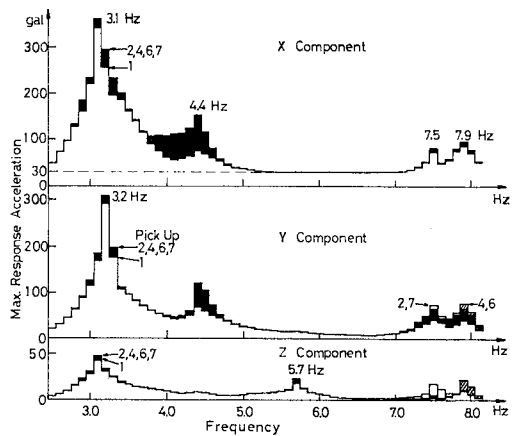
ここでは正弦波入力および自然地震波入力に対する応答波の測定結果を中心に述べることにする。

ばねとダンパーゴムの張り具合を調節しながら繰り返し測定を重ね、地盤に支持された構造物を想定して、現象をとらえやすくするために振動系の周波数領域を 2.0 ~ 10.0 Hz の範囲に入るように選んだ場合の結果を示すことにする。

まず振動台の加振方向が x 成分で加振力は最大値 30 gal の正弦波入力に対する応答波と自由振動波の一例を 図—4 に示した。振動系の共振周波数の一つ 3.1 Hz 付近の (a) ピックアップ 4 における x, y, z 三成分と (b) ピックアップ 1 における三成分の応答波である。



図—4 共振点 3.1 Hz 付近の応答波



図—5 X 方向入力周波数別最大加速度応答振幅

このように入力正弦波の周波数を変化させて、応答波の測定を繰り返した。図—5 は周波数の範囲が 2.5 Hz から 8.1 Hz まで 0.1 Hz 間隔で変化させた場合の各周波数に対する応答最大振幅をそのまま棒グラフにしたものであり、最大加速度応答スペクトルである。これは図中の 3.2 Hz 付近に示してあるように、ピックアップ 1, 2, 4, 6 および 7 で記録した応答波から求めたものである。加振方向 x に対するもので、上からそれぞれ x, y および z の方向の応答に対応している。ピックアップ

2, 4, 6, 7 は 図-3 に示したように供試体上面の端部に位置し、それらの応答最大振幅はおおむね一致していた。ただ、 y, z 成分においてピックアップ 2, 7 が 4, 6 に比べて極端に卓越する 7.5 Hz (白ぬき) と逆に 4, 6 の方が卓越する 7.9 Hz (斜線) の部分のように違いがあることもわかった。

これらに対してピックアップ 1 は供試体内の中心部にあるため、端部にあるピックアップに比べて応答の最大振幅も小さな値を示す周波数域がある。その最大振幅の差が黒く塗りつぶした部分で、この黒塗りの部分が大きいほど回転成分が卓越した振動応答を示していることになっている。

次に加振方向を y および z にとった場合の応答スペクトルを求めたものが、たとえば 図-6 である。上から x, y および z の応答成分で、ピックアップ 1 および 4 で記録したもののみである。 y 方向正弦波入力に対する 1 と 4 の応答波の最大振幅の差が黒く塗りつぶされており、 z 方向入力に対する 1 と 4 の差が斜線を施した部分である。この場合もピックアップ 2, 7 では 4, 6 に比べて 7.4 Hz 付近が卓越するものであった。

なお、図-3 で示したピックアップの 3 と 5 はいずれも 1 と他のピックアップとの中間の振幅を有する応答波を記録していた。

このように、正弦波入力に対する応答測定を重ねた結果、入力周波数が変わることによって振動の様子が変化することがわかった。それらを整理すると 図-7 に示すような 6 通りの振動状態が顕著なものであり、他のどのような入力条件下においてもこの 6 通りの振動型以外は生じなかった。

一質点 6 自由度系の振動にあえて振動モードに相当するものを考えるとすれば、図-7 で示されるような振動形態であり、ここではこれを剛体モデルの固有振動型とよぶことにする。

振動型 ① から ⑥ はそれぞれ x 方向、 y 方向、 z 軸回り、 z 方向、 x 軸回りおよび y 軸回りに関する振動が優勢である。重心座標軸 (慣性主軸) と支持ばねの弾性中心軸 (弾性主軸) が異なるから、① あるいは ② ではそれぞれ y 方向あるいは x 方向の動きもあるため重心は楕円軌道を描いたり、⑤、⑥ では x 軸、 y 軸からはずれた軸回りの回転振動になったりする。

またたとえば、 x 方向のみの加振力では 5.7 Hz の正弦波入力の場合でも上下 z 方向の振動がほとんど起こらないこともあるように、それぞれの固有振動型についても増幅度や選択度の性能に違いがあることがわかった。

次に自然地震波入力による応答測定の一例を示す。図-8 は 1968 年十勝沖地震の八戸港湾での本震加速度記録の EW 成分を入力として x 方向加振を行った場合の

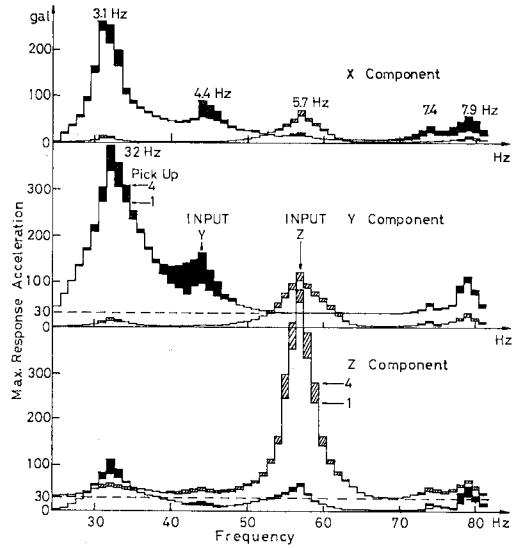


図-6 Y, Z 方向入力周波数別最大加速度応答振幅

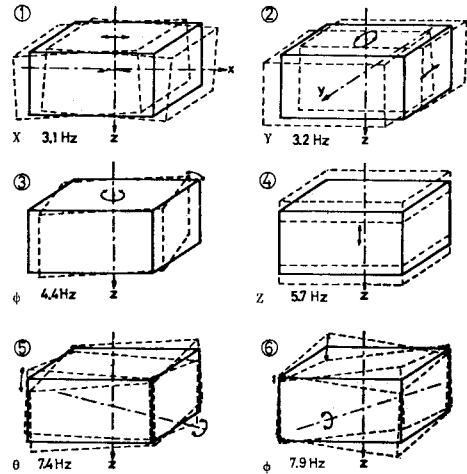


図-7 剛体モデルの固有振動型

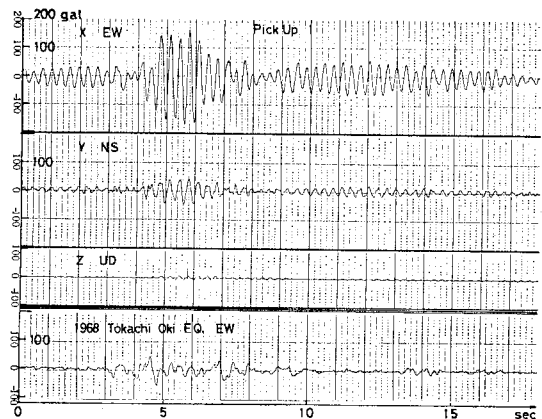


図-8 十勝沖地震波入力による応答波

ピックアップ1で記録した応答波で上から x, y および z 成分である。

入力波の最大加速度 50 gal に対して x 方向で最大加速度約 170 gal, y 方向で約 50 gal の応答波を記録した。

この入力波のスペクトル解析をした結果は 1.0 Hz に第1ピークを有し, 第2ピークは 2.8 Hz 付近で, その振幅は第1ピークが第2ピークの2倍であった。いずれのピークも剛体模型の固有振動数とは異なるものであるが, 応答波は 3.1 Hz がきわめて卓越するものであり, 入力成分 x 方向に対する応答選択度が高いことを示した。

このような自然地震波入力に対する応答性能については正弦波入力による応答波の解析結果に共通する部分が多いため, 応答波の一例を示したにとどめる。

(4) 解析モデルと構造諸元

実験に使用した弾性ばね支持の剛体模型に前章で示した三次元応答解析の理論を適用することにする。

模型の重量および寸法の測定あるいは単位の変位量および回転量の測定などから求めた構造諸元は表-1のとおりである。これらの諸元を用いて求めた固有値は表-2に示すような値になる。

ただし, 計算に使用した減衰係数は単位の衝撃による自由減衰振動の波形から求めた減衰定数(表-2, h_k のカッコ内の値)より逆に推定して決めたものである。

そして単位量を与えたときの変位量および回転量の測定結果, たわみ性マトリックスはほぼ相反則が成立するものであったため, 表-1の復元係数は対称マトリックスで表わされている。

また, 回転成分の角変位量については小さすぎていくらか測定値でない成分があったが, そのような場合は測定最小値のさらに 1/10 の値を仮定して使用することにした。

固有振動数 f_k は実験値を表-2中のかっこ内に示したが, y 軸回り ϕ 以外はよく一致しており, 表-1の構造諸元が模型の振動系の特性を十分に表わしているものと思われる。

(5) 自然地震波入力による理論応答

実際に記録された自然地震の中から次の2種類の強震記録を入力波として選んだ。

- i) 1968年十勝沖地震(本震, 八戸港湾, 加速度波, 三成分 NS・EW・UD, 0.025秒間隔, 20秒間, 最大振幅 NS=248.3 gal・EW=204.1 gal・

UD=58.0 gal)

- ii) 1972年 Managua 地震(本震, Nicaragua の首都 Managua, 加速度波, 三成分 NS・EW・UD, 0.01秒間隔, 20秒間, 最大振幅 NS=333.4 gal・EW=375.2 gal・UD=319.5 gal)

図-9の十勝沖地震波入力に対する応答波が図-10に示されている。図-10(a)は EW= x , NS= y , UD= z なる三成分入力によるそれぞれ三成分の絶対加速度応答波であるのに対し, (b)は EW= x 成分を最大振幅が 50 gal になるように縮小して x 方向のみ入力した場合の絶対加速度応答波である。(a)と(b)を比較すれば三成分入力波と EW成分のみ入力波に対して, NS, UD成分についてはかなり異なる波形であり, 特

表-1 非対称弾性支持剛体モデルの構造諸元

$M=1.74 \times 10^4$						(kg)
$I_x=2.55 \times 10^{-1}$	$I_y=4.06 \times 10^{-1}$	$I_z=3.77 \times 10^{-1}$				(kg・m ²)
$C_x=3.63 \times 10$	$C_y=4.02 \times 10$	$C_z=2.74 \times 10$				(kg/s)
$C_\phi=1.08$	$C_\psi=1.86$	$C_\theta=1.08$				(kg・m ² /s)
$K = \begin{bmatrix} 9.49 \times 10^8 & -1.03 \times 10^2 & 4.17 \times 10^2 & -3.36 \times 10 & 1.74 \times 10^3 & 8.11 \times 10 \\ & 8.18 \times 10^8 & -8.16 \times 10^2 & -5.65 \times 10^2 & 1.01 \times 10 & 2.72 \times 10 \\ & & 2.21 \times 10^4 & -2.23 \times 10^2 & -8.14 \times 10 & 1.32 \times 10 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & & 5.47 \times 10^2 & -1.21 \times 10^3 & 6.38 \times 10^{-1} \\ & & & & & 1.25 \times 10^3 & 5.77 \times 10 \\ & & & & & & 3.00 \times 10^2 \end{bmatrix}$						
$\begin{bmatrix} \text{SYM.} & & & & & \\ & \text{kg/s}^2 & \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 & & & \\ & & & \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 & & \\ & & & & \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 & \\ & & & & & \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \end{bmatrix}$						

表-2 固有値

	k	α_k	β_k	T_k (s)	f_k (Hz) (exp.)	h_k (h_k (exp.))
x	1	1.128	19.470	0.323	3.099 (3.1)	0.058 (0.058)
y	2	1.176	20.581	0.305	3.275 (3.2)	0.057 (0.056)
ψ	3	1.431	27.994	0.224	4.456 (4.4)	0.051 (0.051)
z	4	0.808	35.594	0.177	5.666 (5.7)	0.021 (0.022)
θ	5	2.075	45.670	0.138	7.267 (7.4)	0.045 (—)
ϕ	6	2.215	57.842	0.109	9.208 (7.9)	0.038 (—)

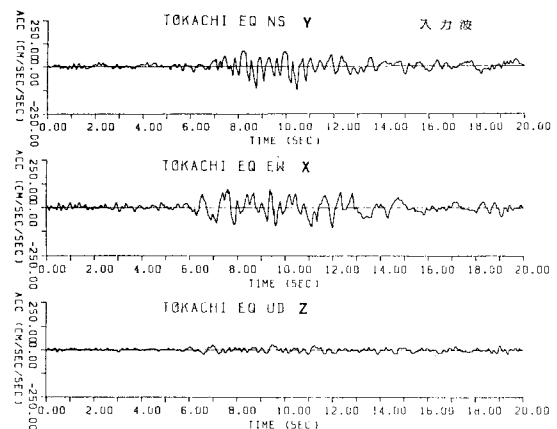
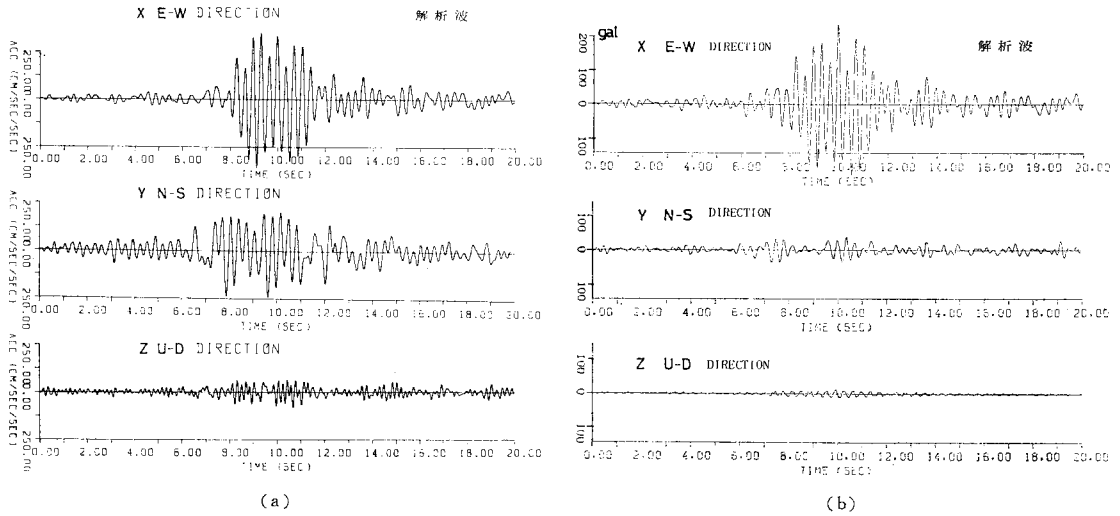
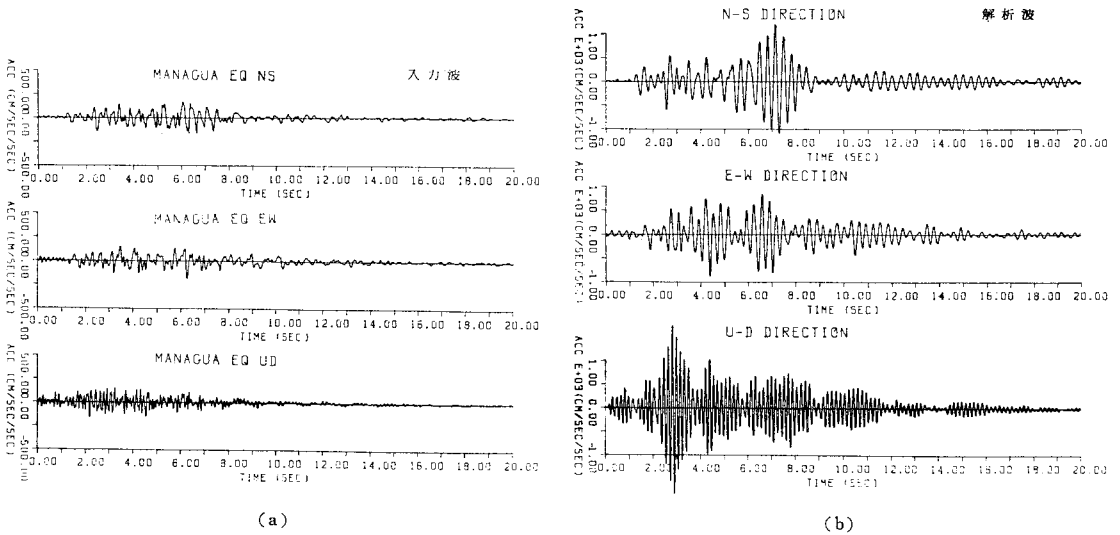


図-9 十勝沖地震入力波



図—10 十勝沖地震波入力に対する三成分応答波



図—11 Managua 地震入力波と応答波

(a) では上下動に短周期成分が顕著に現われている。

一成分入力では生じない周期成分の応答波が三成分入力によって生じていることを示すものである。

また (b) は時間軸を合わせれば 図—8 に示した模型の実測応答波と比較することができる。波形は完全に一致せず、 x 方向の最大振幅も実測波 170 gal に対して解析波 220 gal と一致していないが、三成分とも卓越する周波数 (3.1 Hz) に関してはよく一致している。そして y, z 成分の波形と最大振幅値もよく合っている。

また 図—11 は (a) Managua 地震入力波と (b) NS= x , EW= y および UD= z なる三成分の絶対加速度応答波である。

この地震は水平成分 (2.86 Hz) と上下成分 (5.88 Hz) の卓越周波数が異なっており、振幅は三成分ともほとん

ど同じ値をもっている。図から判断できるように応答波は上下動が共振点 (5.7 Hz) に比較的近い入力波であったため非常に増幅されている。

これらの入力地震波に対する三成分応答波 (図—10 (a), 図—11 (b)) の最大振幅比

$$\{S_j = (\ddot{u}_j + \ddot{z}_j)_{\max} / \ddot{u}_{i\max}\}$$

すなわちそれぞれの成分に対する応答倍率を求めると、

i) 十勝沖地震：

$$T(S_x, S_y, S_z) = (3.45, 2.41, 2.56) \text{ 倍}$$

ii) Managua 地震：

$$M(S_x, S_y, S_z) = (7.00, 4.92, 10.64) \text{ 倍}$$

になる。入力波の違いで z 成分の応答倍率が極端に異なり、振動系の固有値特性による選択度に応じて応答波が増幅することを示している。

(6) 正弦波入力による応答スペクトルと振動軌跡

表-1, 表-2 で示したような特性を有する非対称支持剛体に x, y, z 方向から同時にあるいはそれぞれ別々に正弦波を入力した場合の応答解析を行った。ここでは入力正弦波が次のような場合について示す。

i) 一成分入力で振幅が

$$P_x : P_y : P_z = 100 : 0 : 0, 0 : 100 : 0, 0 : 0 : 100 \text{ (gal)}$$

ii) 三成分同時入力で周期が同一, 振幅が

$$P_x : P_y : P_z = 100 : 100 : 100, 100 : 100 : 50 \text{ (gal)}$$

iii) 三成分同時入力で周期が $T_x = T_y = 2 T_z$, 振幅が $P_x : P_y : P_z = 100 : 100 : 100, 100 : 100 : 50 \text{ (gal)}$

式 (22) の正弦波入力による応答の式から上記の i), ii), iii) について, 入力波の周期を変化させた場合の応答波の最大応答スペクトルを求めた。

図-12 は i) の $P_x : P_y : P_z = 100 : 0 : 0$ の場合の (a) 最大変位応答スペクトル (x, y, z 成分), (b) 最大角変位応答スペクトル (θ, φ, ψ 成分), (c) 最大加速度応答スペクトルであり, ii) の $P_x : P_y : P_z = 100 : 100 : 100$ の場合の (d) 最大加速度応答スペクトル (x, y, z 成分) である。図中固有周期のところ白丸で示し, 実線は x, θ , 点線は y, φ そして一点鎖線は z, ψ の最大応答スペクトル曲線である。

なお (c) には 模型振動実験から求めた最大加速度応答スペクトルのピックアップ 1 における x 成分について振幅 100 gal 入力の場合を黒丸で示してある。

図-13 には正弦波入力 ii) および iii) の場合について求めた変位軌跡図の一例を示した。(a) は $P_x : P_y : P_z = 100 : 100 : 100$, それぞれ同一周期 $T = 0.323$ 秒, 0.305 秒, 0.177 秒で, (b) は $P_x : P_y : P_z = 100 : 100 : 50, T_x = T_y = 2 T_z = 0.323$ 秒, 0.305 秒, 0.353 秒の場合である。また図中にはそれぞれ角変位の最大値を示した。

(a) では入力波三成分の周期が同一であるため, 楕円軌跡を有するが, (b) のように入力波の周期が変われば, 楕円とは異なるリサージュ軌跡図を描くことになる。

(7) 運動エネルギー増幅スペクトル

式 (27) で表現した応答全体の運動エネルギーの増幅スペクトルを求めてみる。図-14 は正弦波入力の周期が三成分同一で, 振幅比が $P_x : P_y : P_z = 1 : 0 : 0, 0 : 1 : 0, 0 : 0 : 1$ および $1 : 1 : 1$ の場合について入力波の各周期に対するエネルギー増幅率を示したものである。

この図から, (1) 振動応答における運動エネルギーの配分の様子がわかる。(2) 一方向のみの入力に対する応答についていえば入力方向に振動するエネルギーがほとんどを占めており, 非対称支持のためわずかに他の成分にも分配されている。(3) この振動系では z, y, x 成分の順に卓越して応答する, いわゆる振動応答の選択度の違いがある。(4) 三成分入力の場合選択度の高い固有周期を有する成分に分配される傾向が強い。(5) 回転成分では x 軸回りの ψ 成分が最も選択度が高い, ということがわかる。

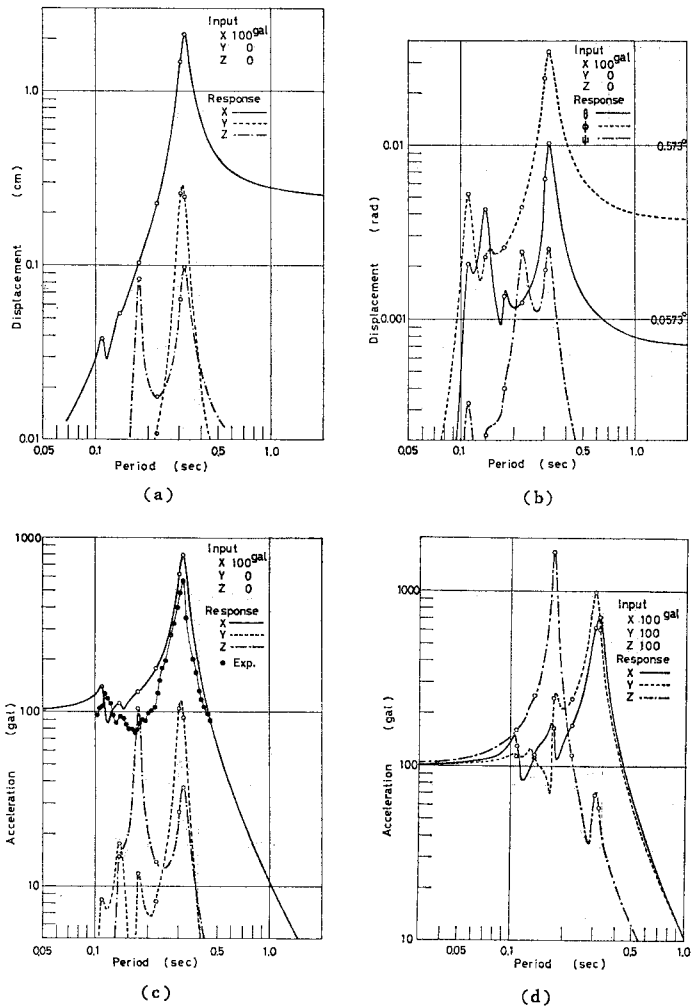
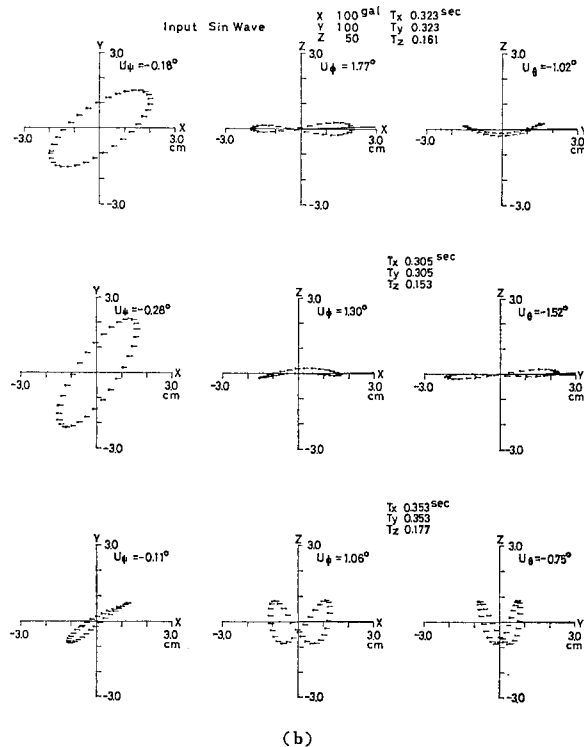
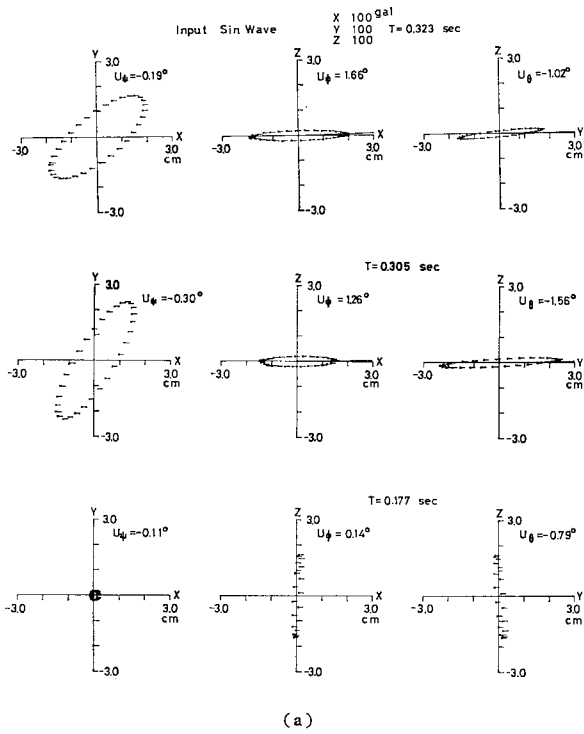
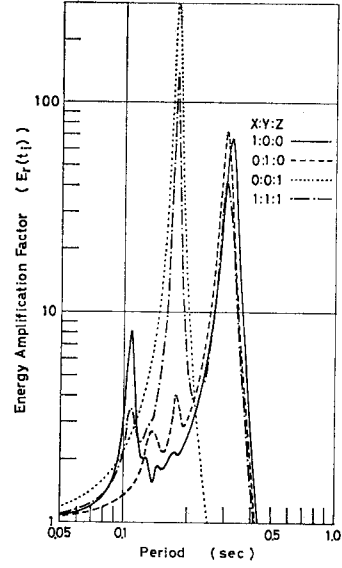


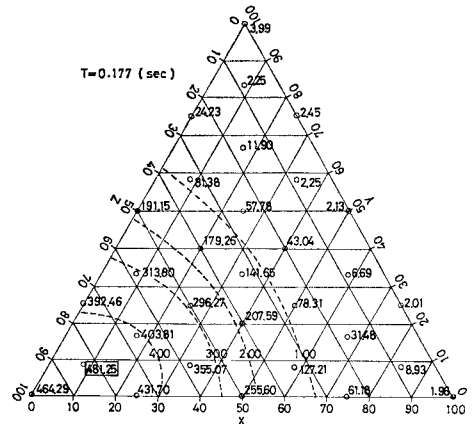
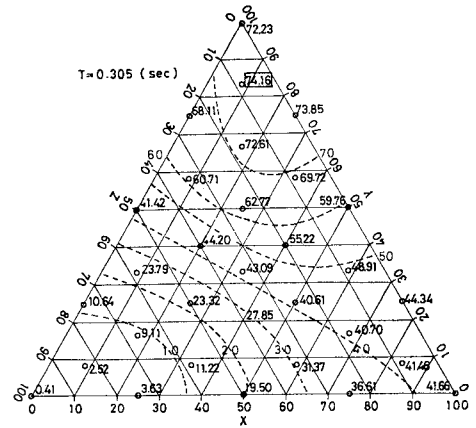
図-12 正弦波入力に対する応答スペクトル



図—13 変位応答のリサージュ軌跡図



図—14 運動エネルギー増幅率スペクトル



図—15 運動エネルギー増幅率

さらに x, y, z 方向入力の振幅比を変化させたときの運動エネルギー増幅率を計算し、三角座標上にその値を入れてみると、たとえば 図-15 のようになる。この場合三方向の入力成分の振幅を加えた振幅が 100 gal となるようにとっている。入力三成分の周期がともに (a) 0.305 秒, (b) 0.177 秒の場合のものである。増幅率の最大になる入力三成分の振幅の配分は (a) $P_x : P_y : P_z = 9 : 82 : 9$ で $E_r = 74.16$ 倍, (b) $P_x : P_y : P_z = 9 : 9 : 82$ で $E_r = 481.25$ 倍と最大になっている。なお点線は E_r が同じ値を示す等高線である。

たとえば, 0.305 秒は y 成分の固有周期であるが 100 % y 方向から入力するよりも 10 数 % は x, z 方向から入力の方が全運動量が大きくなることを示している。

4. あとがき

三成分地震波入力による非対称支持剛体の応答を多入力で多自由度の基礎的な三次元応答解析として扱ってきた。その過程と結果を整理すると次のようになる。

(1) 非対称弾性支持を受ける剛体の三次元地震応答解析モデルを作成した。

(2) 三成分の地震波同時入力に対して三次元応答解析理論を展開した。この理論での特色は (1) 非対称支持であるため入力成分以外の成分の応答が期待されること, (2) 非比例減衰力の作用により応答解において位相差に影響された付加項を生じること, (3) 振動型は 6 自由度各成分の運動状態そのもので, 6 個の固有値があること, (4) 多入力系であるため多数の応答スペクトル表示が必要となるが, 運動エネルギーを考慮したスペクトル表示で一本化することができること, などである。

(3) 水平振動台上に剛体模型を作製し振動実験を行い, 模型のもつ構造特性と三次元的な振動特性を把握することができた。

(4) その模型の解析モデルを作成し, 理論解析を行った。それはたとえば, 表-1 に示されたような構造諸元が与えられれば, 地震入力に対する (1) 各成分の変

位, 速度および加速度の応答波, (2) 応答スペクトル, (3) 各応答成分の倍率スペクトル, (4) 応答軌跡と回転角に関するリサーチ図表現, (5) 運動エネルギー増幅率とその配分の表現, などの解析が行えるものである。

これらの解析は剛体ばかりでなく実際の構造物においてもそのモデル化および構造諸元の決定に十分な配慮がなされれば, 一般的な三次元応答解析に応用することが可能であると思われる。

実際の構造物は剛構造ばかりでなく変形を生じるものが多いため, この変形を考慮した解析モデルと組み合わせた三次元解析が今後の課題である。

最後に本研究の遂行にあたり北工学部橋梁研究室の大学院, 岩倉 肇氏・舛田直之氏 (ともに現・日本鋼管(株)), 富永博夫氏 (現・首都高速道路公団) のご協力があったことを記し, 深謝の意を表します。

なお数値計算には北大大型計算機センター HITAC M-200 によるマルチプロセッサ・システムを利用した。

参考文献

- 1) 社団法人日本鉄道車輛工業会: 防振ゴム, 現代工学社, pp. 72~94, 1975.
- 2) 代表者・谷口 修: 振動工学ハンドブック, 養賢堂, pp. 47~66, 1976.
- 3) 金子孝吉・渡辺 昇・岩倉 肇・舛田直之: 三成分地震波入力による構造物の応答解析, 第 15 回地震工学研究発表会講演概要集, pp. 245~248, 1979-7.
- 4) 田川健吾・山田隆夫: 球型ガスホルダの振動実験と地震応答解析, 日本鋼管技報, pp. 39~46, No. 69, 1976.
- 5) 駒田広也・林 正夫・北原義浩・藤原義一: 進行性地震入力波を考慮したロックフィルダムの三次元震動応答解析, 土木学会論文報告集, 第 261 号, pp. 77~92, 1977-5.
- 6) Melesh, R.J.: Structural Analysis of Solids, Proc. of ASCE, Vol. 89, No. ST 4, pp. 205~223, 1963-8.
- 7) たとえば, 星谷 勝・山崎武文: 地震動エネルギーに基づく応答解析, 土木学会論文報告集, 第 291 号, pp. 1~14, 1979-11.
- 8) 高瀬啓正・宮下 丘・甘粕敏昭: 地震時における建物のエネルギー消費について, 鹿島建設技術研究所年報, 第 21 号, pp. 735~745, 1972.
- 9) 江守一郎・D.J. シューリング: 模型実験の理論と応用, 技報堂出版, pp. 17~32, 1977.

(1981.5.28・受付)