

深い杭基礎を有する高橋脚の地震時地盤との動的相互作用

DYNAMIC SOIL-DEEP PILE-HIGHT BRIDGE PIER INTERACTION DURING EARTHQUAKE MOTIONS

竹 宮 宏 和*・山 田 善 一**

By Hirokazu TAKEMIYA and Yoshikazu YAMADA

1. 緒 言

近年、わが国の地理的条件により、大型・長大構造物が軟弱地盤上にも深い杭基礎構造をもって建設される傾向にある。この場合、わが国が世界でも指折りの地震国ということから、これらの構造物の地震時動的挙動を把握し、その耐震安全性が十分に検討されていなければならない。基礎構造に深い根入れがあると、地盤との動的相互作用が特に重要性をもつ。筆者らは、同形式基礎を有する高橋脚橋の地震時動的性状の解明に従事しており、今回の報告は、その地盤-杭基礎-高橋脚¹⁾(図-1 および表-1 参照)の橋軸直角水平方向の振動性状を扱ったものである。

一般に、下部構造としての地盤と杭基礎の動的相互作用については、これまで多くの研究者によって、多質点系近似²⁾、弾性あるいは粘弾性地盤内のはり^{3)~14)}、そして有限要素法^{1), 15), 16)}から調べられてきた。各手法は、それぞれ特徴を有しているが、Penzien²⁾に始まる多質点系近似は、杭への地盤反力算定で静的解析結果である Mindlin 解を適用し、減衰効果は粘性減衰とし、また杭

とともに振動する土を付加質量として導入している。山本³⁾は同地盤反力に対するはりの解析から、杭頭でのばねおよび減衰効果を与えるインピーダンス関数を求めた。これらの手法では、杭面からのエネルギー逸散現象評価に問題を残す。一方、波動論解として Novak⁵⁾は杭とその周りの地盤が無限長に続くとした平面ひずみの仮定(Baranov 解)から杭頭インピーダンスを算出した。同仮定では杭の根入れ部つまり表層地盤の固有振動が考慮されない。田治見⁴⁾は剛基盤上の一様な粘弾性地盤を対象に、その固有振動を考慮した杭応答を評価した。Novak と Nogami^{6)~8)}も同様な考え方で杭頭インピーダンスを導いた。そして Novak と Aboul-Ella⁹⁾は、地盤反力に上の平面ひずみ解と 3 次元解⁷⁾を使用したときの比較を一部の杭頭インピーダンス関数において試みている。ところで現実の地盤は原位置ボーリング試験による土柱図で示されるように、物性定数が深さとともに変化する層状地盤を形成しているのが通常で、しかもこ

れが杭応答に及ぼす影響が大きいことから、文献 9) では地盤定数の変化に対し平面ひずみを採用しマトリックス解析法から杭頭インピーダンスを算出した。筆者らは、これに対してトランスファー・マトリックス法を適用してきた^{11)~14)}。

基盤入力に対する杭基礎の応答解析では、地盤の深さ方向に変化する変位分布を考慮しなければな

表-1 構造諸元¹⁾

Structural Parts	Substructure		Superstructure	
	Pile	Footing	Pier	Girder
Moment of Inertia (m ⁴)	3.46	—	4.717×10 ³	—
Mass Moment of Inertia (t-m ²)	—	1.486×10 ⁶	—	—
Young's Modulus (t/m ²)	2.1×10 ⁶	—	2.7×10 ⁶	—
Cross Sectional Area (m ²)	4.52	36×30	52.0	—
Hight (m)	52.0	5.0	58.0	—
Weight (t/m)	11.3	—	116.5	—
(t)	—	13 500	—	5 048

その他の諸元については 図-1 および 2 を参照。

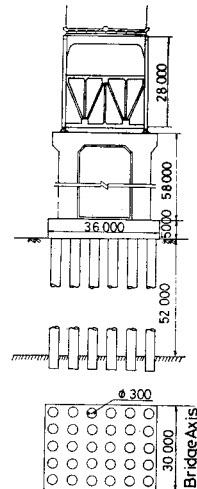


図-1 深い杭基礎を有する高橋脚例

* 正会員 工博 岡山大学助教授 工学部土木工学科
** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

らない。多質点系解析では、まず地盤のみの基礎入力に対する応答を求め、それを同レベルの質点に慣性力として入力している。これは、地盤振動が杭の存在によって影響されないという仮定に基づく。換言すれば、杭が Winkler 型の媒質中にあり、その遠端に地盤振動に基づく強制変位を与えたことに相当する。地盤-杭基礎解析に杭頭インピーダンスを採用するときは、地盤変位の深さ方向分布を考慮した杭頭有効入力を評価しなければならない。往々にして、杭頭でのばね定数および減衰係数をなんらかの手法で求めるものの、地震入力としては、基礎面の波形あるいは表層地盤の影響を加味した地表面の波形が近似的に使用される。前者の解析では応答の過小評価、そして後者では過大評価につながる^{(17),(18)}。

地盤と構造物の地震時動的相互作用は、地盤を含む下部構造と上部構造の連成を把握することによって理解される。上部構造の運動自由度が小さいと解析対象領域を一挙に取り扱うことも可能であるが、今回のようにそれぞれの部分系が構造的にまったく異なる場合、各部分系を独立して定式化し、その後再び連成系として総合する方がそれらの動特性をより忠実に反映した解析が容易に達成される。いわゆる動的サブ・ストラクチャ法である。杭基礎の場合、杭頭インピーダンスおよび有効入力を評価した後の同手法による定式化は、以前の著者らの論文⁽⁹⁾と同一となる。

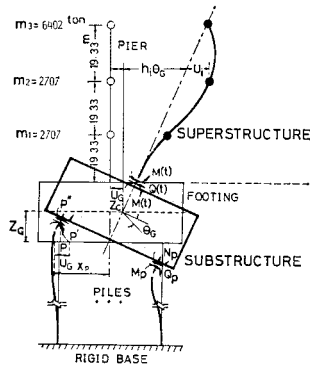


図-2 解析モデル

そして上部構造物の固有モード分解を前提とすれば、動的応答解析のための自由度の低減を図ることができる利点がある。

本論文では、解析にあたり地盤-杭基礎-高橋脚系を図-2のようにモデル化し、以下の仮定を設けている。

(i) 地盤構成は剛基礎

上の多成層地盤とし、各層内は一定物性定数の粘弾性体とする。これらの諸定数は、地盤の非線形応答解析を通して得られる⁽²⁰⁾。(ii) 杭は基礎に定着された先端支持杭とし、杭頭は剛体フーチングに剛結されているはりとする。(iii) 地盤反力には、表層地盤のせん断振動を考慮した三次元解と、これを考慮しない平面ひずみ解を採用する。(iv) 基礎面入力状態を対象とし、トランスファー・マトリックス法から杭頭インピーダンスおよび杭頭有効入力を評価する。(v) 上部構造物(高橋脚部)は、応答解析に固有モード分解可能な比例減衰を有する。これは、地盤-構造物系を扱うに、下部構造と上部構造の

固有モード系の連成として定式化するためである。

2. 表層地盤振動

基礎面で入力されたときの表層地盤の応答を、自由振動と強制振動に分けて考える。前者は杭面に作用する地盤反力を算定するのに必要であり、後者は地盤のみの変形量を評価するのに使用される。

自由振動——粘弾性体の自由振動は Navier 式で支配されるが、振動時、杭が常に円形断面を保つことを考えて、これを円筒座標系で表わすと、任意の j 層については、

$$(\lambda_j^* + 2\mu_j^*) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \frac{2\mu_j^*}{r} \cdot \frac{\partial \Omega_z}{\partial \theta} + 2\mu_j^* \frac{\partial \Omega_\theta}{\partial z} = \rho_j \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; r \text{ 方向} \dots (1 \cdot a)$$

$$(\lambda_j^* + 2\mu_j^*) \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} - 2\mu_j^* \frac{\partial \Omega_r}{\partial z} + 2\mu_j^* \frac{\partial \Omega_z}{\partial r} = \rho_j \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}; \theta \text{ 方向} \dots (1 \cdot b)$$

$$(\lambda_j^* + 2\mu_j^*) \frac{\partial \Delta}{\partial z} - \frac{2\mu_j^*}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Omega_\theta) + \frac{2\mu_j^*}{r} \frac{\partial \Omega_r}{\partial \theta} = \rho_j \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; z \text{ 方向} \dots (1 \cdot c)$$

ここで、 u, v, w はそれぞれ半径 r 方向、それに直角な θ 方向、および深さ z 方向の変位を(図-3参照)、また Δ は体積膨張率で $\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z}$ 、 Ω は変位によって生じる回転で $\Omega_r = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$ 、 $\Omega_\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r} \right)$ 、 $\Omega_z = \frac{1}{2r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rv) - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right]$ である。上式中の物性を表わす Lamé 定数は複素数で与え、

$$\lambda_j^* = \lambda_j + i\lambda_j', \mu_j^* = \mu_j + i\mu_j' \quad (i \text{ は虚数単位})$$

そして、虚数部は履歴減衰の形で $D_{Vj} = \lambda_j'/\lambda_j$ 、 $D_{Sj} = \mu_j'/\mu$ と導入している。 ρ_j は密度である。式(1)の解は、ヘルムホルツのベクトル表記を用いると、一般に、

$$u_j = \text{grad } \Phi + \text{curl } \Psi \quad \text{ただし } \text{div } \Psi = 0 \dots (2)$$

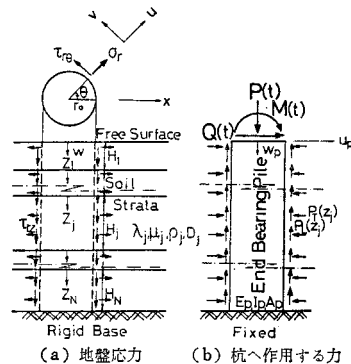


図-3 杭への地盤反力

とポテンシャル関数 ϕ (スカラー量) および Ψ (ベクトル量) から与えられる²¹⁾。

本研究では、杭の振動解析を容易にするため、横振動と縦振動を独立させ、地盤振動もそれに応ずるように近似する。地盤の水平振動を対象とした場合、深さ方向の変位は無視できるほど小さい。すなわち式 (1) で $w=0$ と仮定する。これは、解として、式 (2) で ϕ と Ψ_z のみをとることを意味する。調和振動時には、入力方向と角度 θ をなす半径方向について

$$\phi(r, \theta, z; t) = Q(r) \cdot \cos \theta \cdot Z(z) \cdot e^{i\omega t} \dots (3. a)$$

$$\Psi_z(r, \theta, z; t) = S(r) \cdot \sin \theta \cdot Z(z) \cdot e^{i\omega t} \dots (3. b)$$

とにおいて、式 (1) に代入すると半径方向の波の伝播に関する運動方程式

$$\frac{d^2 Q(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dQ(r)}{dr} - \left(\frac{1}{r^2} + q^2 \right) Q(r) = 0,$$

$$\text{ただし, } q^2 = \frac{(1+iD_{Sj}) \left(\frac{h}{V_{Sj}} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{V_{Sj}} \right)^2}{\eta_j^2 + i[(\eta_j^2 - 2)D_{Vj} + 2D_{Sj}]} \dots (4)$$

$$\frac{d^2 S(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dS(r)}{dr} - \left(\frac{1}{r^2} + s^2 \right) S(r) = 0,$$

$$\text{ただし, } s^2 = \frac{(1+iD_{Sj}) \left(\frac{h}{V_{Sj}} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{V_{Sj}} \right)^2}{1+iD_{Sj}} \dots (5)$$

と深さ方向の波 (せん断波) の伝播に関する運動方程式

$$\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + \left(\frac{h}{V_{Sj}} \right)^2 Z(z) = 0 \dots (6)$$

が得られる⁷⁾。ここで $\left(\frac{h}{V_{Sj}} \right)$ は境界条件より決まる固有値であり、 $\eta_j = V_{Lj}/V_{Sj}$ 、そして、 $V_{Sj} = \sqrt{\mu_j/\rho_j}$ はせん断波 (横波) 速度、 $V_{Lj} = \sqrt{(\lambda_j + 2\mu_j)/\rho_j}$ は縦波速度である。

一方、鉛直方向振動を対象とする場合は、水平方向変位は無視できる。すなわち $u=v=0$ および $\frac{\partial}{\partial \theta}(\) = 0$ と仮定する。このとき式 (1) では、鉛直成分 w のみが残り、解を

$$w(r, 0, z; t) = R(r) \cdot Z(z) \cdot e^{i\omega t} \dots (7)$$

とおくと、半径方向に伝播する波について⁶⁾

$$\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR(r)}{dr} - p^2 R(r) = 0$$

ただし

$$p^2 = \frac{\{\eta_j^2 + i[D_{Vj}(\eta_j^2 - 2) + 2D_{Sj}]\} \left(\frac{h}{V_{Sj}} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{V_{Sj}} \right)^2}{1 + D_{Sj}} \dots (8)$$

深さ方向の波の伝播は、この場合も式 (6) で与えられる。

解法は、まず、式 (6) より地盤のせん断振動に関する固有振動数ならびにモード形状を境界条件から決定する。N 多層地盤に対して、トランスファー・マトリックス法で、各層間の変位 Z_j 、およびせん断力 Q_j の連続性を適用すると、地表と基盤面の間に (N-1) 層を介して

$$\begin{Bmatrix} Z_0 \\ Q_0/\mu_1 \end{Bmatrix} = \prod_{j=1}^N [A_j] \begin{Bmatrix} Z_N \\ Q_N/\mu_1 \end{Bmatrix} = [A^N] \begin{Bmatrix} Z_N \\ Q_N/\mu_1 \end{Bmatrix} \dots (9)$$

の関係がある。

ここに、 $[A_j]$ は j 層のトランスファー・マトリックスで、その要素は、

$$[A_j] = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{h_l}{V_{Sj}} H_j\right) & -\frac{1}{\eta_j} \left(\frac{h_l}{V_{Sj}}\right) \sin\left(\frac{h_l}{V_{Sj}} H_j\right) \\ \eta_j \left(\frac{h_l}{V_{Sj}}\right) \sin\left(\frac{h_l}{V_{Sj}} H_j\right) & \cos\left(\frac{h_l}{V_{Sj}} H_j\right) \end{bmatrix}$$

なお、 h_l は表層地盤が、地表で応力零、基盤面で固定の条件から求まる l 次固有値、 H_j は j 層の厚さである。l 次固有モード形状は、 $[A^{j-1}]$ の逆行列 $[\bar{A}^{j-1}]$ の要素を係数として、

$$Z_l(z_j) = Z_0 \cdot \left[\frac{\bar{A}_{21}^{j-1}}{\eta_j} \left(\frac{h_l}{V_{Sj}}\right) \sin\left(\frac{h_l}{V_{Sj}} z_j\right) + \bar{A}_{11}^{j-1} \cos\left(\frac{h_l}{V_{Sj}} z_j\right) \right] \dots (10)$$

と表わされるが、 Z_0 を定めるのに直交正規化条件

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^N \int_0^{H_j} \rho_j Z_l(z_j) Z_m(z_j) dz_j &= 0 \quad (l \neq m) \\ \sum_{j=1}^N \int_0^{H_j} \rho_j Z_l^2(z_j) dz_j &= 1 \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

を使用した。上式の直交性は、各層間の境界面の連続性から容易に証明できる。

次に、式 (4)、(5)、(8) より半径方向の微分方程式が解かれ、結局、調和振動解 $u(t) = Ue^{i\omega t}$ 、 $v(t) = Ve^{i\omega t}$ 、 $w(t) = We^{i\omega t}$ は次式となる。

$$\begin{Bmatrix} U(r, \theta, z; t) \\ V(r, \theta, z; t) \\ W(r, \theta, z; t) \end{Bmatrix} = \sum_{l=1}^{\infty} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial K_l(q_l r)}{\partial r} \frac{1}{r} K_l(s_l r) & 0 \\ \frac{1}{r} K_l(q_l r) \frac{\partial K_l(s_l r)}{\partial r} & 0 \\ 0 & 0 & K_0(p_l r) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_l \\ B_l \\ C_l \end{Bmatrix} Z_l(z) \dots (12)$$

ここに、 $K_m(\)$ は m 次の第 2 種変形ベッセル関数であり、 q_l 、 s_l 、 p_l はそれぞれ式 (4)、(5)、(8) の固有値 h_l に対する値である。係数 A_l 、 B_l 、 C_l は境界条件より決定される。

強制振動——基盤面の入力として、x 軸方向の水平変

位 $u_g = U_g e^{i\omega t}$ の調和振動を考える. このときの入力方向の特解 u_s は一次元せん断振動方程式

$$\mu_j^* \frac{\partial^2 u_s}{\partial z^2} = \rho_j \frac{\partial^2 (u_s + u_g)}{\partial t^2} \dots\dots\dots (13)$$

から求めればよい. いま, 地盤応答を $u_s(t) = U_s(z) e^{i\omega t}$ とおくと, 上式は,

$$\mu_j^* \frac{\partial^2 U_s}{\partial z^2} + \rho_j \omega^2 U_s = -\rho \omega^2 U_g \dots\dots\dots (14)$$

この解は, 式 (6) の固有関数 $Z_l(z)$ で展開すると

$$U_s(z_j) = \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_{lj}^s Z_l(z_j) \dots\dots\dots (15)$$

ただし,

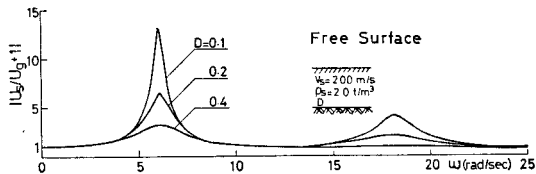
$$\alpha_{lj}^s = \frac{\alpha_l^{\theta} U_g}{(1 + iD_{Sj}) \left(\frac{h_l}{\omega} \right)^2 - 1}$$

そして,

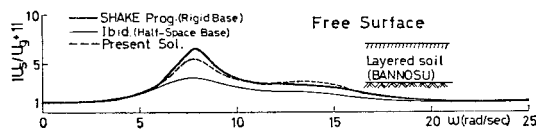
$$\alpha_l^{\theta} = \sum_{j=1}^N \int_0^{H_j} \rho_j Z_l(z_j) dz_j$$

よって表層地盤の増幅率は $|U_g + U_s|/|U_g|$ で与えられる. なお, 式 (15) の固有モード展開数は, 重複反射理論解との比較検討から有限個数で打ち切る.

本解析では, 上記の展開に最初の 30 項を採用した. これは, 後の応答評価の収束性から決定したものであ



(a) 一様地盤



(b) 多層地盤 (表-2 参照)
図-4 表層地盤の増幅率

表-2 解析対象多層地盤の物性定数¹⁾

After Nonlinear Response Analysis for Izu-Okii Earthquake (Futsu Record) 1974, Max. Acc.=100gal.

SURFACE LAYERS	DEPTH H_j (m)	SHEAR VELOCITY V_{sj} (m/s)	UNIT WEIGHT ρ_j (t/m^3)	DAMPING $D_j=2\zeta_j$
1	2.5	84	2.05	0.332
2	5.7	56	2.05	0.608
3	4.0	172	1.85	0.154
4	2.6	205	2.05	0.210
5	3.3	253	1.90	0.134
6	6.3	184	1.90	0.168
7	7.0	269	2.10	0.202
8	9.2	315	2.20	0.188
9	6.0	326	1.90	0.138
10	7.0	484	1.90	0.110
BEDROCK	HALFSPACE RIGID	800	2.30	0
			∞	

る. 図-4 は, 本解析法と, 層間の連続性に複素応力を使用する SHAKE プログラム²⁰⁾との比較を示したもので, 当然, 一様地盤 (図-4 (a)), あるいは内部粘性減衰がせん断剛性に比例する場合は両者は一致するが, そうでない場合は, たとえば 表-2 の多層地盤 (図-4 (b)) では両者の応答解析結果には 僅少の差異がピーク値付近にみられる. 図-4 (b) には, 基盤を半無限弾性体と見なしたときの応答値も示しているが, これによる地下逸散エネルギーは, 入力にもよるが, 伊豆沖地震 (1974 年 6 月) の富津記録 100 gal に対しては, 各層での等価粘性減衰は $D=0.3$ 程度に相当する.

3. 単杭のインピーダンス

一様地盤中の単杭の振動解析は, 田治見⁹⁾, Novak と Nogami^{6)~8)} によって, 波動論からなされているが, これらの結果を層状地盤中のものへと拡張し, 杭頭でのインピーダンス関数を導く.

横 (曲げ) 振動—この自由振動時の運動方程式は,

$$m_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} + p_T(z, t) + E_p I_p \frac{\partial^4 u_p}{\partial z^4} = 0 \dots\dots (16)$$

ここに, m_p は杭の単位長さ当りの質量, I_p は断面 2 次モーメント, E_p はヤング率, u_p は変位, p_T は地盤からの反力である. 調和振動時には, $u_p(z, t) = U_p(z) \cdot e^{i\omega t}$, $p_T(z, t) = P_T(z) e^{i\omega t}$ とおいて, 式 (16) は,

$$E_p I_p \frac{\partial^4 U_p(z)}{\partial z^4} - \omega^2 m_p U_p(z) = -P_T(z) \dots\dots\dots (17)$$

上記文献等では $P_T(z)$ を算定するのに, 杭と地盤が常に密着して運動するとの仮定, すなわち杭半径を r_0 とすると

$$U_p(z_j) = U(r_0, 0, z_j) = -U\left(r_0, \frac{\pi}{2}, z_j\right)$$

より, 変形時の杭周辺地盤応力から求めた. その結果

$$P_T(z_j) = -\int_0^{2\pi} [\sigma_r(r_0) \cos \theta - \tau_{r\theta}(r_0) \sin \theta] r_0 d\theta = \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_{hlj} \cdot U_{lj} \cdot Z_l(z_j) \dots\dots\dots (18)$$

ここに,

$$\alpha_{hlj} = \pi r_0 \mu_j \left[(1 + iD_{Sj}) \left(\frac{h_l}{V_{Sj}} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{V_{Sj}} \right)^2 \right] \cdot T_{lj}$$

$$T_{lj} =$$

$$\frac{4 K_1(q_{lj}r_0) K_1(s_{lj}r_0) + s_{lj}r_0 K_1(q_{lj}r_0) K_0(s_{lj}r_0)}{q_l K_0(q_{lj}r_0) K_1(s_{lj}r_0) + s_{lj} K_1(q_{lj}r_0) K_0(s_{lj}r_0)} + \frac{q_{lj}r_0 K_0(q_{lj}r_0) K_1(s_{lj}r_0)}{q_{lj} s_{lj} r_0 K_0(q_{lj}r_0) K_0(s_{lj}r_0)}$$

そして U_{lj} は U_p を $Z_l(z_j)$ で展開したときの振幅である.

杭の挙動は, 式 (17) に対してトランスファー・マトリックス法²²⁾を適用して境界条件に応じて求められる.

このとき各層内での一般解を与えておく必要がある（付録の式 (61) 参照）。同式から、杭のたわみ U_p 、たわみ角 θ_p 、曲げモーメント M_p 、せん断力 Q_p は、はりの曲げ理論より

$$\begin{aligned} & \{U_p(z_j) \ \theta_p(z_j) H_j \ M_p(z_j) H_j^2/E_p I_p \\ & \quad Q_p(z_j) H_j^3/E_p I_p\}_j^T \\ & = [S(z_j)]_j \{C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4\}_j^T \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

と与えられるから、 j 層の杭の上端と下端の間には、

$$\begin{aligned} & \{U_p(0) \ \theta_p(0) H \ M_p(0) H^2/E_p I_p \\ & \quad Q_p(0) H^3/E_p I_p\}_j^T \\ & = [T]_j \{U_p(H_j) \ \theta_p(H_j) H \\ & \quad M_p(H_j) H^2/E_p I_p \ Q_p(H_j) H^3/E_p I_p\}_j^T \\ & \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

の関係がある。ただし、

$$\begin{aligned} [T]_j = & \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1/\xi_j & & \\ & & 1/\xi_j^2 & \\ & & & 1/\xi_j^3 \end{bmatrix} \\ & \cdot [S(0)]_j [S(H_j)]_j^{-1} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \xi_j & & \\ & & \xi_j^2 & \\ & & & \xi_j^3 \end{bmatrix} \\ & \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

そして $\xi_j = H_j/H$ 、 $H = \sum_{j=1}^N H_j$ は全表層厚を表わし、 $[S(z_j)]_j$ については、付録に掲げている。なお、 $\{\cdot\}^T$ はベクトル $\{\cdot\}$ の転置を意味する。以後、式 (18) の地盤反力を採用した解析結果を三次元解とよぶ。

簡単のため、 $P_T(z_j)$ を算定するのに、杭が無限長とした平面ひずみ解を近似解とし採用すると、これは式 (4)、(5) で $h=0$ とおくことであり、表層地盤のせん断振動を考慮に入れない解となる。さらに $D_{Vj} = D_{Sj} = 0$ ならば文献 23) の地盤反力 (Baranov の解) を得て

$$p_T(z_j) = \mu_j (S_{u1} + iS_{u2})_j U_p(z_j) = 2\pi\mu_j a_{j0} \cdot \frac{(1/\sqrt{\alpha}) \cdot H_2^{(2)}(a_{j0}) H_1^{(2)}(a_{j0}') + H_2^{(2)}(a_{j0}') H_1^{(2)}(a_{j0})}{H_0^{(2)}(a_{j0}) H_2^{(2)}(a_{j0}') + H_0^{(2)}(a_{j0}') H_2^{(2)}(a_{j0})} \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 S_{u1} 、 S_{u2} は無次元振動数 $a_{j0} = r_0\omega/V_{Sj}$ とポアソン比 ν の関数で、各層内では一定値を与える。したがって、トランスファー・マトリックス $[T]_j$ は通常の定荷重下のはり要素の形、つまり付録の $[S(z_j)]_j$ の各要素において第 2 項を取り除いたものとなり、そのとき $\kappa_j = [m_p\omega^2 - \mu_j(S_{u1} + iS_{u2})]/E_p I_p^{1/4}$ 。また $\sqrt{\alpha} = \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)}$ 、 $a_{j0}' = a_{j0}\sqrt{\alpha}$ 、そして $H_l^{(2)}$ は第 2 種 l 次のハンケル関数である。

杭頭と杭先端の間の変形量ならびに断面力の関係は、上のいずれの解に対しても、 $[T]_j$ を右から連続的に乗じて行つた、

$$[T^N] = \prod_{j=1}^N [T]_j \dots\dots\dots (23)$$

を介して、

$$\begin{aligned} & \{U_p(0) \ \theta_p(0) H \ M_p(0) H^2/E_p I_p \ Q_p(0) H^3/E_p I_p\}_1^T \\ & = [T^N] \{U_p(H_N) \ \theta_p(H_N) H \ M_p(H_N) H^2/E_p I_p \\ & \quad Q_p(H_N) H^3/E_p I_p\}_N^T \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

と結ばれる。したがって杭頭の断面力は、杭先端を固定とした場合には、 $U_p(H_N) = \theta_p(H_N) = 0$ であるから上式より、

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} M_p(0) H^2/E_p I_p \\ Q_p(0) H^3/E_p I_p \end{Bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} T_{33}^N & T_{34}^N \\ T_{43}^N & T_{44}^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_{13}^N & T_{14}^N \\ T_{23}^N & T_{24}^N \end{Bmatrix}^{-1} \\ & \cdot \begin{Bmatrix} U_p(0) \\ \theta_p(0) H \end{Bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} F_{x\theta} & F_{\theta\theta} \\ F_{xx} & F_{x\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_p(0) \\ \theta_p(0) H \end{Bmatrix}_1 \\ & \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

ここに、 F_{xx} 、 $F_{\theta\theta}$ 、 $F_{x\theta}$ はそれぞれ杭頭の並進、回転およびそれらの間の連成に関するインピーダンス関数を評価したものである。実数部が剛性効果、虚数部が減衰効果を与える。なお、Maxwell の相反作用より $F_{x\theta} = F_{\theta x}$ である。

縦振動——自由振動時の運動方程式は、

$$m_p \frac{\partial^2 w_p(z, t)}{\partial t^2} + p_L(z, t) - E_p A_p \frac{\partial^2 w_p(z, t)}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 w_p は鉛直方向変位、 p_L は地盤反力、 A_p は杭の断面積である。調和振動に対しては、

$$w_p(z, t) = W_p(z) e^{i\omega t}, \quad p_L(z, t) = P_L(z) e^{i\omega t}$$

とにおいて、

$$E_p A_p \frac{\partial^2 W_p(z)}{\partial z^2} + \omega^2 m_p W_p(z) = -P_L(z) \dots\dots\dots (27)$$

ここで $P_L(z)$ の算定には、横振動の場合と同じく、杭と地盤の完全密着を仮定する。その結果 j 層地盤内では、

$$P_L(z_j) = \sum_{l=1}^{\infty} \bar{\alpha}_{hlj} W_{lj} Z_l(z_j) \dots\dots\dots (28)$$

ここに、

$$\bar{\alpha}_{hlj} = 2\pi r_0 \mu_j (1 + iD_{Sj}) \cdot \frac{p_{lj} K_1(p_{lj} r_0)}{K_0(p_{lj} r_0)}$$

そして W_{lj} は W_p を $Z_l(z_j)$ で展開したときの振幅である。任意境界条件に対する杭の挙動は、したがって式 (27) の一般解を必要とする。これは付録の式 (63) で与えられるので、 j 層内の杭の変位ならびに軸力は、

$$\begin{aligned} & \{W_p(z_j) \ N_p(z_j) H_j/E_p A_p\}_j^T \\ & = [\bar{S}(z_j)]_j \{C_3 \ C_3\}_j^T \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

さらに同層内の上下面での関係はトランスファー・マトリックス

$$[\bar{T}]_j = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1/\xi_j & & \\ & & & \\ & & & \xi_j \end{bmatrix} [\bar{S}(0)]_j [\bar{S}(H_j)]_j^{-1} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \xi_j & & \\ & & & \\ & & & \xi_j \end{bmatrix} \dots\dots\dots (30)$$

を用いると

$$\{W_p(0) \ N_p(0) H/E_p A_p\}_j^T$$

$$= [\bar{T}]_j \{W_p(H_j) N_p(H_j) H/E_p A_p\}_j^T \dots\dots\dots (31)$$

なお $[\bar{S}(z_j)]$ については付録を参照されたい。

近似解として、地盤の縦振動を考慮しない平面ひずみ解を採用し、 $D_{Vj} = D_{Sj} = 0$ と仮定すれば文献(6)の地盤反力を得る。すなわち、

$$P_L(z_j) = \mu_j (S_{w1} + S_{w2}) W_p(z_j) = \mu_j \frac{2\pi a_{j0} \{J_1(a_{j0}) J_0(a_{j0}) + Y_1(a_{j0}) Y_0(a_{j0}) + i^4 (J_0(a_{j0}))^2 + (Y_0(a_{j0}))^2\}}{\dots\dots\dots (32)$$

そして S_{w1}, S_{w2} は a_{j0} と ν のみの関数となっている。 $J_m(), Y_m()$ はそれぞれ第1種あるいは第2種ベッセル関数を表わす。このとき、 $[\bar{T}]_j$ は通常の定荷重下のはり要素に対する形、すなわち付録の $[\bar{S}(z_j)]$ で第2項を除いたものとなり、

$$\bar{\epsilon}_j = [m_p \omega^2 - \mu_j (S_{w1} + i S_{w2}) / E_p A_p]^{1/2}$$

で与えられる。

上記のいずれの地盤反力の場合も、杭頭と杭先端の間の変位ならびに軸力の関係は、 $[\bar{T}]_j$ を右から連続的に乗じた、

$$[\bar{T}^N] = \prod_{j=1}^N [\bar{T}]_j \dots\dots\dots (33)$$

を介して、

$$\{W_p(0) N_p(0) H/E_p A_p\}_1^T = [\bar{T}^N] \{W_p(H_N) N_p(H_N) / E_p A_p\}_N^T \dots\dots\dots (34)$$

と結ばれる。上式より、杭頭の変位が与えられれば、そこでの軸力は、杭先端が固定(またはピン)支持状態と考えると

$$(N_p(0) H/E_p A_p)_1 = \frac{\bar{T}_{22}^N}{\bar{T}_{12}^N} (W_p(0))_1 = F_z \cdot (W_p(0))_1 \dots\dots\dots (35)$$

となる。ここに、 F_z は鉛直方向振動のインピーダンス関数を表わし、実数部が剛性効果、虚数部が減衰効果を与える。

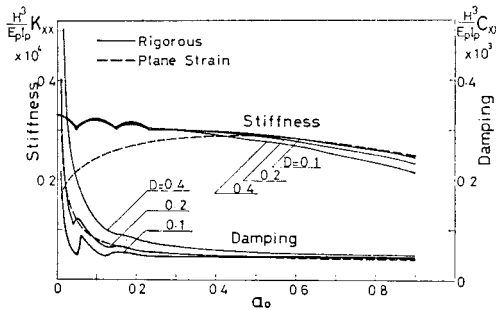
三次元解と平面ひずみ解の比較——振動する杭の杭頭での断面力-変位関係は、横振動と縦振動の連成を無視し得るとすれば、杭先端が固定の場合、式(25)と(35)を合わせて、

$$\begin{Bmatrix} Q_p(0) \\ M_p(0) \\ N_p(0) \end{Bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} \frac{E_p I_p}{H^3} F_{xx} & \frac{E_p I_p}{H^2} F_{x\theta} & 0 \\ \frac{E_p I_p}{H^2} F_{\theta x} & \frac{E_p I_p}{H} F_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_p A_p}{H} F_z \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_p(0) \\ \theta_p(0) \\ W_p(0) \end{Bmatrix}_1 \dots\dots\dots (36)$$

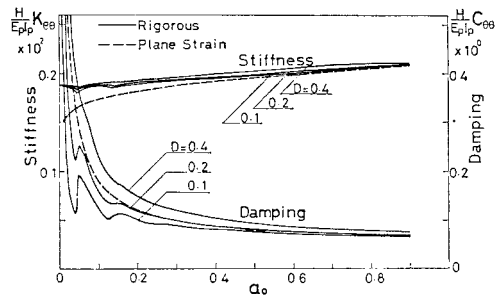
あるいは

$$\{R(0)\}_1 = [K^*_{pile}] \{U_p(0)\}_1 \dots\dots\dots (36)'$$

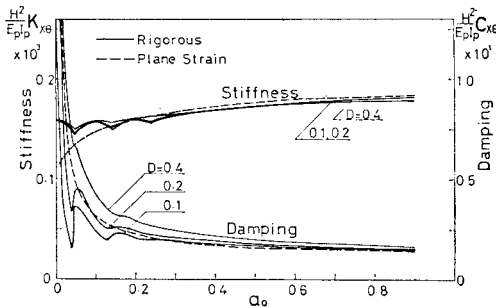
ここで $[K^*_{pile}]$ は単杭の杭頭インピーダンス・マトリックスを表わし、その各要素は複素数となるので、これらを等価剛性と等価粘性減衰係数の形で評価する。



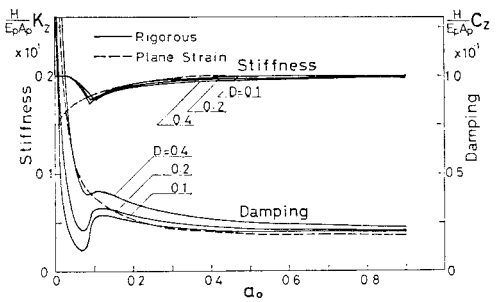
(a) 水平並進



(b) 回転



(c) 水平並進と回転の連成



(d) 鉛直並進

図一 杭頭インピーダンス関数 (等価剛性および減衰係数)

$$[K^*_{pile}] = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{x\theta} & 0 \\ K_{\theta x} & K_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{x\theta} & 0 \\ C_{\theta x} & C_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & C_z \end{bmatrix} \dots\dots\dots(37)$$

上の諸量について、三次元解と平面ひずみ解との差異を検討するに、ここではまず介在するパラメーターの複雑さを避けるため一様な表層地盤を対象として、地盤の内部減衰を、 $D_v = D_s = D$ と仮定した。Dの値は実験によってある程度の精度で求めることができるが、通常の振動時には $D < 0.05$ で、強震時のようにひずみが大きくなると $D = 0.05 \sim 0.4$ までにも達すると思われる。図-5は、Dをパラメーターにとって、式(37)の等価剛性の無次元量ならびに等価粘性減衰係数を無次元振動数 a_0 に対して描いたものである。以後、図では三次元解を Rigorous, Baranov の平面ひずみ解を plane strain と説明を付してある。三次元解は表層地盤の固有振動を考慮しているが、平面ひずみ解は考慮していない。そこで、低振動数領域、特に地盤の低次固有振動数以下(図-5では $a_0 < 0.2$)の領域でその影響のため三次元解の等価剛性に落ち込みがみられる。杭の横振動に関するものは、式(4)あるいは式(5)で $D_v = D_s = 0$ を置いて得られる $h_l = \pi(2l-1)/2H \cdot V_s (l=1, 2, \dots)$ 、また縦振動に関するものは、式(8)で同じく $D_v = D_s = 0$ とおいて得られる $\bar{h}_l = \pi(2l-1)/2H \cdot V_L (l=1, 2, \dots)$ の箇所である。地盤の内部減衰が大きくなると、等価剛性での上の落ち込みは少なくなる。等価粘性減衰係数も、当然のことながら、地盤の内部減衰とともに絶対値が上がり、同時に地盤固有振動による落ち込みも少なくなる。地盤の基本固有振動数より低い振動数領域では、波動の側方への伝播はなくなり、等価粘性減衰係数は即内部減衰を表わしていることになる。地盤の低次固有振動数より高い振動数領域では、もはや地盤の固有振動による影響は現われず、等価剛性および等価粘性減衰係数の変化は非常に緩やかとなりほぼ一定値を保つと見なせる。同振動数領域では、地盤の内部減衰による差はそれほどないといえる。このことは、杭面からの放射波による逸散減衰が内部減衰よりはるかに大きいことを示している。一方、平面ひずみ解は、前者の低振動数領域では、等価剛性において過小評価をなし、振動数が零となると零に落ちてくる。等価粘性減衰係数は、 $D = 0.2 \sim 0.4$ の範囲にある。振動数が高くなると、等価剛性、等価粘性減衰係数ともに三次元解とほぼ一致してくる。

4. 地盤と杭基礎の動的相互作用

複数の群杭およびフーチングよりなる杭基礎構造と地盤との動的相互作用を解明する。

上載加振による場合——フーチングは2自由度の剛体とし、その重心の並進量を u_G 、回転量を θ_G とし、運動方程式を重心でとらえる。各杭の接合されている点Pの変位量を、重心のそれに幾何学条件より変換すると、微小変位を考慮して(図-2参照)、

$$\begin{Bmatrix} u_p(0) \\ \theta_p(0) \\ w_p(0) \end{Bmatrix}_{1,p} = \begin{bmatrix} 1 & -z_G \\ 0 & 1 \\ 0 & x_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_G \\ \theta_G \end{Bmatrix}_F \dots\dots\dots(38)$$

あるいは、

$$\{u_p(0)\}_{1,p} = [\alpha]_p \{u\}_F \dots\dots\dots(38)'$$

ここに、 z_G はフーチングの重心より底面または杭頭までの鉛直距離、 x_p は点Pまでの水平距離、 $[\alpha]_p$ は重心変位の杭頭への変換マトリックスである。フーチング天端に水平外力 $Q(t) = Q_0 e^{i\omega t}$ と外力モーメント $M(t) = M_0 e^{i\omega t}$ が作用していると、運動方程式は、

$$\begin{bmatrix} m_F & 0 \\ 0 & J_G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_G \\ \ddot{\theta}_G \end{Bmatrix} + \sum_{p=1}^{pile \text{ 数}} [\alpha]_p^T [K^*_{pile}] [\alpha]_p \begin{Bmatrix} u_G \\ \theta_G \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ z_G & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q(t) \\ M(t) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(39)$$

ただし、 m_F はフーチングの質量、 J_G はその重心に関する質量回転慣性モーメントである。復元力においては、各単杭の杭頭断面力 $\{R(0)\}_1$ から幾何学的変形拘束条件を考慮して総合している。これを杭基礎構造のインピーダンスを定義し、複素剛性マトリックスの形で表現すれば、式(39)は、

$$\begin{bmatrix} m_F & 0 \\ 0 & J_G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_G \\ \ddot{\theta}_G \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} + i\omega C_{xx} & K_{x\theta} + i\omega C_{x\theta} \\ K_{\theta x} + i\omega C_{\theta x} & K_{\theta\theta} + i\omega C_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_G \\ \theta_G \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ z_G & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q(t) \\ M(t) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(40)$$

ただし、

水平方向：

$$K_{xx} + i\omega C_{xx} = n_1 \cdot n_2 \frac{E_p I_p}{H^3} F_{xx}$$

回転による水平方向：

(水平による回転方向)

$$K_{x\theta} + i\omega C_{x\theta} = n_1 \cdot n_2 \left(\frac{E_p I_p}{H^2} F_{x\theta} - z_G \cdot \frac{E_p I_p}{H^3} F_{xx} \right)$$

回転方向：

$$K_{\theta\theta} + i\omega C_{\theta\theta} = n_1 \cdot n_2 \left(\frac{E_p I_p}{H} F_{\theta\theta} - z_G \cdot \frac{E_p I_p}{H^2} F_{x\theta} \right) + n_2 \cdot \sum_{p=1}^{n_1} \frac{E_p A_p}{H} F_z \cdot x_p^2$$

そして n_1 はフーチング回転軸に直角方向の杭本数、 n_2 はそれに平行方向の杭本数である。さらに上式の複素剛性マトリックスを等価剛性マトリックス $[K]_F$ と等価粘性減衰マトリックス $[C]_F$ に分離すれば、式(40)は、

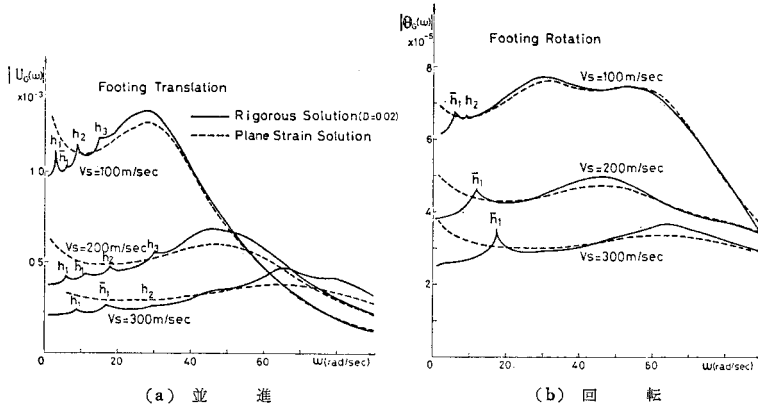


図-6 上載加振による杭基礎の共振曲線 ($Q(t)=948 e^{i\omega t}$ ton, $M(t)=41.278 e^{i\omega t}$ t-m)

$$[M]_F \{\ddot{u}\}_F + [C]_F \{\dot{u}\}_F + [K]_F \{u\}_F = [\beta]^T \{R(t)\}_{sup} \dots\dots\dots (40)'$$

ただし、 $[M]_F$ は質量マトリックス、 $\{u\}_F^T = \{u_G \theta_G\}$ 、 $\{R(t)\}_{sup}$ はフーチング天端の外力ベクトル、 $[\beta]^T$ はその重心への変換マトリックスである。

いま、上部構造物の運動を想定して、フーチング天端の外力 Q_0 、 M_0 に 図-6 の値を採用して、応答共振曲線を計算した。ここでも、パラメーターを少なくするため、一様表層地盤を対象にしている。地盤と基礎の慣性連成系の挙動には、杭頭インピーダンスが直接関係してくるが、連成系の固有振動数が地盤の基本固有振動数に比べて十分高ければ、平面ひずみは三次元解と比較して誤差はわずかとなる。図-6 より、両解の差は、大きなピークに至るまでの低振動数領域に現われてくる。前者の小さなスパイクは、表層地盤の固有振動を反映したもので、フーチングの並進については、深さ方向の固有せん断振動 (h_i で示す)、回転については固有縦振動 (\bar{h}_i で示す) がそれぞれ対応している。これらの共振曲線より、表層地盤の固有振動は第2次のな量で杭基礎系の固有振動が支配的となっている。全体的な傾向は、平面ひずみ解は三次元解に比較して減衰効果を大きめに評価している。このことは、今回の杭基礎では上載加振によって表層地盤との連成振動はあまり誘発されないことを示唆している。また、図-6 から並進運動の方が回転より顕著に現われている。そして、地盤のせん断波速度が大きくなるに従って、ピーク振動数は高くなり、共振曲線は扁平な形へと移行して地盤の逸散減衰が大きくなることを示している。

基盤入力による場合——基盤面で $u_g = U_g e^{i\omega t}$ の強制水平変位を与えたときの表層地盤内の単杭の横振動方程式は、

$$m_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} + p_T(z, t) + E_p I_p \frac{\partial^4 u_p}{\partial z^4} = m_p \omega^2 U_g e^{i\omega t} \dots\dots\dots (41)$$

で支配されるが、地盤自身も振動することから杭への地盤反力は、その変位を考慮に入れて算定しなければならない(図-7参照)。この基盤入力による地盤変位は、杭の存在による影響を無視できるとすれば、自由表面解、式(15)を用いることができる。そのとき杭への地盤反力は、前節の三次元解に対しては、

$$P_T(z_j) = \sum_{l=1}^{\infty} \alpha_{hlj} \cdot (U_{lj} - \alpha_{lj}^s) Z_l(z_j) \dots\dots\dots (42)$$

で与えられるので、杭応答変位は、

$$U_p(z_j) = U_p^0(z_j) + U_p^g(z_j) = U_p^0(z_j) + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\alpha_{hlj} \alpha_{lj}^s + \alpha_{lj}^g \omega^2 m_p}{E_p I_p \left(\frac{h_l}{V_{Sj}}\right)^4 - \omega^2 m_p} \cdot Z_l(z_j) \cdot U_g \dots\dots\dots (43)$$

と求まる。ここで $U_p^0(z_j)$ は前述の杭頭加振時の解である。

一方、平面ひずみ解の地盤反力を採用すると

$$P_T(z_j) = \mu_j [S_{u1} + i S_{u2}] \cdot (U_p(z_j) - U_s(z_j)) \dots\dots\dots (44)$$

と表わされるから、杭応答変位は、

$$U_p(z_j) = U_p^0(z_j) + U_p^g(z_j) = U_p^0(z_j) + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\mu_j (S_{u1} + i S_{u2}) \alpha_{lj}^s + \alpha_{lj}^g \omega^2 m_p}{E_p I_p h_l^4 + [\mu_j (S_{u1} + S_{u2}) - m_p \omega^2]} \cdot Z_l(z_j) \cdot U_g \dots\dots\dots (45)$$

ただし $U_p^0(z_j)$ は平面ひずみ解の場合の杭頭加振時の変位である。

上記いずれの場合も、 j 層について杭の上面の変位ならびに断面力を下面のそれらをもって表すことができ、式(20)の代りに、

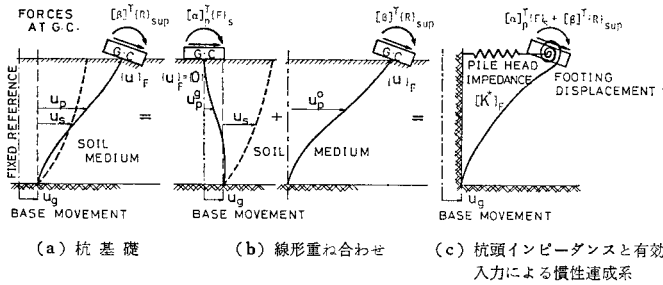
$$\{\tilde{U}_p(0)\}_j = [T]_j \{ \tilde{U}_p(H_j) \} - \{ \tilde{U}_p^g(H_j) \} + \{ \tilde{U}_p^0(0) \} \dots\dots (46)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \{\tilde{U}_p(z_j)\}_j^T &= \{U_p(z_j) \theta_p(z_j) H M_p(z_j) H^2 / E_p I_p Q_p(z_j) H^3 / E_p I_p\} \\ \{\tilde{U}_p^g(z_j)\}_j^T &= \{U_p^g(z_j) U_p^{g'}(z_j) H U_p^{g''}(z_j) H^2 U_p^{g'''}(z_j) H^3\} \end{aligned}$$

また (') は変数による微分を示す。上式を杭の連続条件で杭全長にわたって適用していくと、杭頭および杭先端の変形状態の関数として杭頭の断面力が決定される。すなわち、式(24)の代りに、

$$\{\tilde{U}_p(0)\}_1 = [T^N] \{ \tilde{U}_p(H_N) \}_N + \sum_{j=1}^N [T^{j-1}]$$



図一 基盤入力時の地盤と杭基礎の動的相互作用

$$\cdot (-[T]_j \{ \tilde{U}_p^g(H_j) \}_j + \{ \tilde{U}_p^g(0) \}_j) \dots\dots\dots (47)$$

を得る。上式の第2項目をベクトル $\{D\}U_g$ とおくと、杭先端が固定に対して式 (25) の代りに、

$$\begin{Bmatrix} M_p(0)H^2/E_p I_p \\ Q_p(0)H/E_p I_p \end{Bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} F_{\theta x} & F_{\theta \theta} \\ F_{xx} & F_{x\theta} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{Bmatrix} U_p(0) \\ \theta_p(0)H \end{Bmatrix}_1 - \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} U_g \right) + \begin{Bmatrix} D_3 \\ D_4 \end{Bmatrix} U_g \dots\dots\dots (48)$$

を得る。

単杭の杭頭断面力を与える式 (48) と式 (35) を総合して、杭基礎の運動方程式が、上載加振の場合と同様次式で表わせる。

$$\begin{aligned} [M]_F \{\ddot{u}\}_F + [C]_F \{\dot{u}\}_F + [K]_F \{u\}_F \\ = -[M]_F \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right\} \ddot{u}_g + [\alpha]_p^T \{F\}_S \dots\dots\dots (49) \end{aligned}$$

ただし外力項 $\{F\}_S$ は表層地盤振動に起因するもので、杭先端が固定条件では、

$$\{F\}_S = n_1 \cdot n_2 \cdot \frac{E_p I_p}{H^3} \left\{ \begin{matrix} D_1 F_{xx} + D_2 H F_{x\theta} - D_4 \\ D_1 H F_{\theta x} + D_2 H F_{\theta \theta} - D_3 \end{matrix} \right\} U_g \dots\dots\dots (50)$$

と与えられる。これは、杭が地盤振動のみによる慣性力を受けることに起因するもので、式 (48) から明らかのように、杭頭を固定状態に保つに必要な外力ベクトルを意味している。

上部構造と連成する杭基礎の運動方程式は、式 (40)' と (49) の線形重ね合わせを考えればよい。したがって、

$$\begin{aligned} [M]_F \{\ddot{u}\}_F + [C]_F \{\dot{u}\}_F + [K]_F \{u\}_F \\ = -[M]_F \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right\} \ddot{u}_g + [\alpha]_p^T \{F\}_S + [\beta]^T \{R\}_{sup} \dots\dots\dots (51) \end{aligned}$$

図一7 は、以上の線形重ね合わせの原理、および杭頭インピーダンスを使用するときの杭頭有効入力_力を、簡単のため単杭基礎を例に描いて説明したものである。通常、地盤との動的相互作用を考慮した構造物の地震応答解析で、地盤インピーダンス (あるいは基礎インピーダンス) を導入するとき、入力に地表面入力を採用するが、これでは、根入れ部の地盤および基礎の運動を無視して

いることになる。

基盤入力時の応答解析は、次の章で上部構造物と連成した場合を対象とする。

5. 全体系の振動性状

杭基礎構造物に上部構造物が加わったときの基盤入力に対する全体系の連成振動解析を、動的サブ・ストラクチャ法から定式化する。これは、全体系を構造部分系 (下部構造系と上部構造系) に一時切断し、まずそれぞれの部分系についての運動方程式を立て、その後切断面の連続性 (変形の適合条件および断面力のつり合い条件) を適用して総合していく手法である。前節のようにして、式 (40) の杭基礎のインピーダンス・マトリックスが算定されれば、その後の定式化は著者らの前論文¹⁹⁾と同一となる。

いま、図一1 の高橋脚部を上部構造系と見なし、これをフーチング天端から切断して有限要素法で多質点系へと置換すると、運動方程式が

$$\begin{aligned} [M]_{sup} \{\ddot{x}\}_{sup} + [C]_{sup} \{\dot{u}\}_{sup} \\ + [K]_{sup} \{u\}_{sup} = \{0\} \dots\dots (52) \end{aligned}$$

と一般に表わされる。ここで、 $[M]_{sup}$ 、 $[C]_{sup}$ 、 $[K]_{sup}$ はそれぞれ質量、減衰および剛性マトリックスで、 $[M]_{sup}$ と $[K]_{sup}$ は容易に通常的手法から、集中質量マトリックスおよび回転外力を零とした縮小後の剛性マトリックスとして求まる。 $[C]_{sup}$ については別途考える。また $\{x\}_{sup}$ は上部構造系の絶対変位ベクトル、 $\{u\}_{sup}$ はその底面が完全固定されたときの変位ベクトル (図一2 の解析モデルでは、フーチング天端に対する相対変位ベクトル) を表わし、前者を基盤面変位 u_g と、フーチング重心の変位ベクトル $\{u\}_F$ の自由度が後者に加わった形で書く

$$\{x\}_{sup} = \{u\}_{sup} + [r] \{u\}_F + \{1\} u_g \dots\dots\dots (53)$$

ただし、 $[r]$ はフーチング重心の変位 $\{u\}_F$ による上部構造系への変位影響マトリックスで

$$[r] = \{ \{1\} \{h\} \} \dots\dots\dots (54)$$

と与えられ、 $\{h\}$ は重心から各質点までの高さベクトル、 $\{1\}$ は要素1のベクトルである。式 (53) を式 (52) に代入すると、上部構造系の運動方程式が

$$\begin{aligned} [M]_{sup} \{\ddot{u}\}_{sup} + [C]_{sup} \{\dot{u}\}_{sup} + [K]_{sup} \{u\}_{sup} \\ = -[M]_{sup} ([r] \{\ddot{u}\}_F + \{1\} \ddot{u}_g) \dots\dots\dots (55) \end{aligned}$$

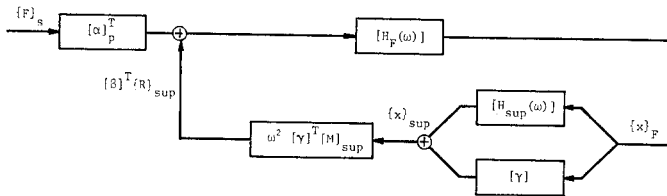
となる。

一方、下部構造系の運動方程式は、式 (51) で与えられる。そして、外力項において、フーチング天端の断面力による重心位置での作用力は、上部構造系の慣性力から

$$[\beta]^T \{R\}_{sup} = -[\gamma]^T [M]_{sup} \{\ddot{x}\}_{sup} \dots (56)$$

と求められる。以上の式 (51), (55) と (56) を総合する

$$\begin{bmatrix} [M]_{sup} & [M]_{sup}[\gamma] \\ [\gamma]^T [M]_{sup} & [M]_F + [\gamma]^T [M]_{sup}[\gamma] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\}_{sup} \\ \{\ddot{u}\}_F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C]_{sup} & [0] \\ [0] & [C]_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\}_{sup} \\ \{\dot{u}\}_F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K]_{sup} & [0] \\ [0] & [K]_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\}_{sup} \\ \{u\}_F \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} [M]_{sup}\{1\} \\ [M]_F\{1\} + [\gamma]^T [M]_{sup}\{1\} \end{bmatrix} \ddot{u}_g + \begin{bmatrix} \{0\} \\ [F]_F^T \{F\}_S \end{bmatrix} U_g \dots (57)$$



where
 $\{x\}_P$ = absolute displacement of footing's G.C.; $\{x\}_{sup}$ = absolute displacement of superstructure; $\{F\}_S$ = effective input force; $\{R\}_{sup}$ = internal force at interface; $[\alpha]_P$ = transformation matrix from footing's G.C. to respective pile heads; $[\beta]$ = transformation matrix from footing's G.C. to its top; $[\gamma]$ = transformation matrix from footing's G.C. to superstructure; $[H(\omega)]$ = transfer functions and $[H_P(\omega)] = [-\omega^2 [M]_P + i\omega [C]_P + [K]_P]^{-1}$ for soil-foundation system; $[H_{sup}(\omega)] = [V]^{-1} \{1 / ((\omega_d/\omega)^2 + 2\zeta_d(\omega_d/\omega) - 1)\} [V]^T [M]_{sup} [V]$ for superstructure $[M]_P$, $[C]_P$ and $[K]_P$ = mass, damping and stiffness matrices of foundation; $[M]_{sup}$ = mass matrix of superstructure; $[V]$ = modal matrix of superstructure; ω_d and ζ_d = natural frequency and damping factor of d th superstructural mode.

図-8 地盤-構造物系の動的サブ・ストラクチャ法による解析ブロック図

と、基盤入力の際の全体系すなわち、杭基礎-高橋脚系の運動方程式が

あるいは、

$$[M]_t \{\ddot{u}\}_t + [C]_t \{\dot{u}\}_t + [K]_t \{u\}_t = -[F]_t \ddot{u}_g + \{F\}_t S \dots (57')$$

となる。

ところで、上部構造物の応答解析には、その形状、断面諸元がほぼ一緒であると、通常固有モード分解が適用される。地震応答解析では、低次固有モードほど応答貢献度が大きいという特徴があり、これを有効に利用して、精度をさほど落さずに同系の動力学上の自由度を低減することができる。すなわち、上部構造系の固有モード・マトリックスを

$[V]$ ($M \times M$, M は自由度数) と定義すると、正規直交条件は、

$$[V]^T [M]_{sup} [V] = [I] \dots (58 \cdot a)$$

$$[V]^T [C]_{sup} [V] = [2 \zeta_l \omega_l] \dots (58 \cdot b)$$

$$[V]^T [K]_{sup} [V] = [\omega_l^2] \dots (58 \cdot c)$$

である。なお $[C]_{sup}$ には比例減衰マトリックスを考えている。 $[I]$ は単位マトリックス、 ω_l は l 次固有振動数、 ζ_l はその固有モード減衰定数である。上式を式 (57)' に適用するには、座標変換

$$\{u\}_t = \begin{bmatrix} [V] & [0] \\ [0] & [M]_F^{-1/2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q\}_{sup} \\ \{q\}_F \end{Bmatrix} = [T]_t \{q\}_t \dots (59)$$

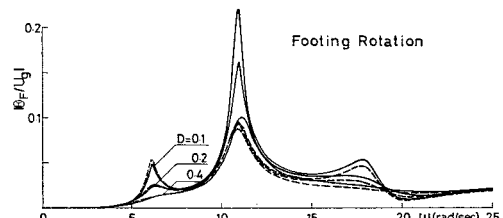
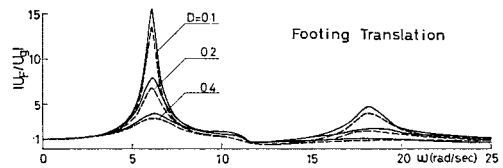
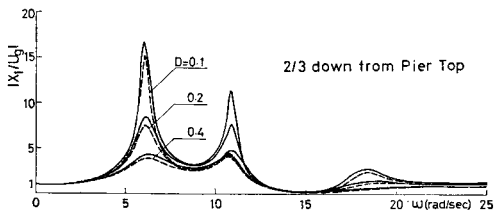
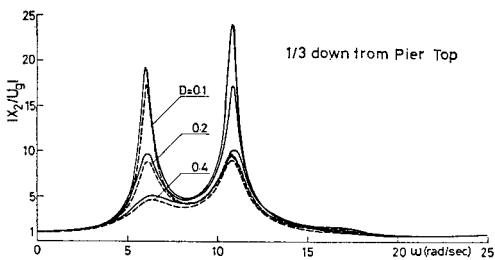
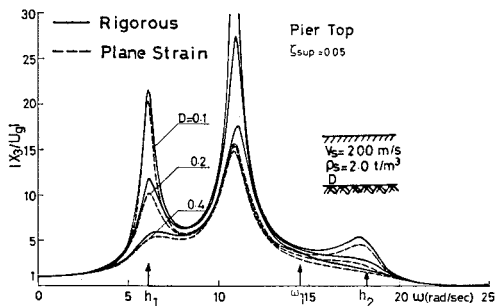


図-9 基盤入力による振動数応答 (一様地盤)

を施し、さらに前から $[T]_i^T$ を乗ずると

$$[\hat{M}]_i \{\ddot{q}\}_i + [\hat{C}]_i \{\dot{q}\}_i + [\hat{K}]_i \{q\}_i = [T]_i^T (-\{F\}_i + \{F\}_{ts}) \dots\dots\dots (60)$$

ここに、

$$[\hat{M}]_i = \begin{bmatrix} [I] & [M]_{sup} [r] [V] \\ ([r] [V])^T [M]_{sup} & [I] \end{bmatrix}$$

$$[\hat{C}]_i = \begin{bmatrix} [2 \zeta_i \omega_i] & [0] \\ [0] & [M]_F^{-1/2} [C]_F [M]_F^{-1/2} \end{bmatrix}$$

$$[\hat{K}]_i = \begin{bmatrix} [\omega_i^2] & [0] \\ [0] & [M]_F^{-1/2} [K]_F [M]_F^{-1/2} \end{bmatrix}$$

$$[\hat{F}]_i = -[T]_i^T \{F\}_i \ddot{u}_g$$

そして採用固有モード数を $M' (\leq M)$ とすると、上式で $[V]$ の代りに $[V'] (M \times M')$ を使用すればよい。以上の解析流れをブロック 図-8 に示す。

本解析では、上部構造系を 3 質点 (図-2 参照) に離散化した。そしてこの部分の減衰を各固有モード減衰定数で $\zeta_i = 0.05$ と仮定した。以下、計算は、単位基盤変位に対する各質点およびフーチング重心の絶対変位を求めた。

図-9 は、第 3 節の地盤反力算定における三次元解と近似解である Baranov の平面ひずみ解との差をみるため、地盤の内部減衰 D をパラメーターにとって、一樣地盤の場合の振動数応答を描いたものである。同図からは、本解析モデルが複数の応答ピークを有し、これらが 2 つの異なる現象に起因していることが説明できる。つまり、自由表面の地盤振動と地盤-構造系の振動モードである。第 1 と第 3 番目のピークは、図-4 (a) との対比 (また 図-9 には地盤のせん断固有振動数 h_i を矢

印で明示してある) から、地盤振動に、また第 2 番目のピークは 後者に属する。地盤-構造物系の基本固有モードは、地盤の剛性の影響を大きく受けて完全固定された上部構造系のみときの ω_i から低振動数へと移行している。そして、この振動モードはフーチングの回転に大きく寄与していることから、高い位置になるに従って応答を支配することになる。Baranov の平面ひずみ解の精度は、地盤の内部減衰が増加するとよくなり、 $D=0.4$ では十分に使用できることがわかる。これは等価粘性減衰定数で 20% に相当し、強震時の応答ひずみ状態では、容易に達せられる値である。それより小さい内部減衰 D であると、地盤-構造物系の応答を過小評価する。図-10 は、2 層地盤の例を、図-11 は 表-2 の多層地盤の例を示したものである。構造物の応答性状は、一樣地盤の場合と同じであるが、今回の解析例では、三次元解と Baranov 平面ひずみ解との差が多少みられる。特に後者の多層地盤では、高振動数領域において、平面ひず

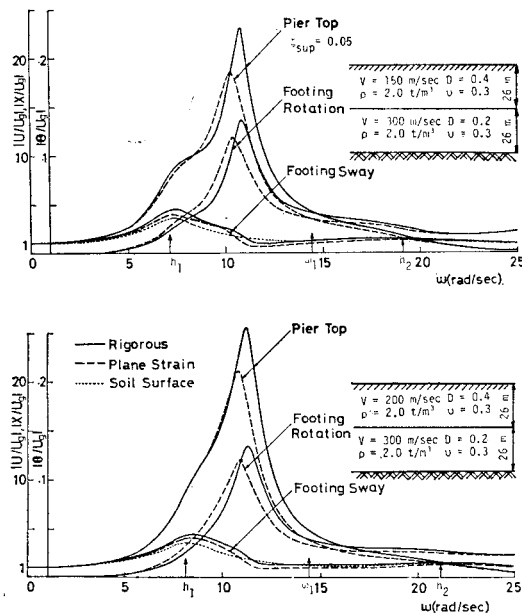


図-10 基盤入力による振動数応答 (2層地盤)

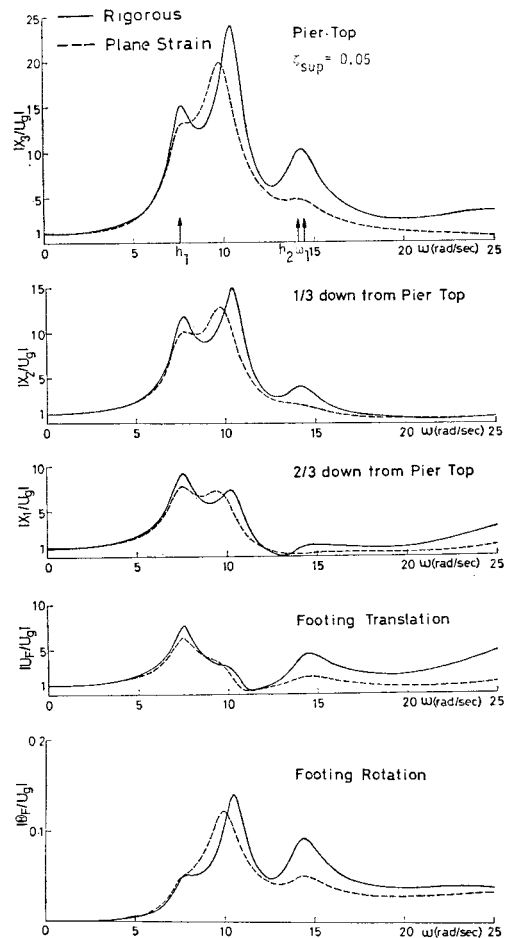


図-11 基盤入力による振動数応答 (多層地盤、表-2 参照)

み解は低い応答値を示している。解析および計算の簡便さを考慮すると、上記程度の差異を把握したうえで平面ひずみ解を近似解として使用することの工学的意義はある。

6. 結 言

本研究では、地盤-杭基礎-上部構造系の解析にあたり、下部構造において、杭頭インピーダンスおよび杭頭有効入力を求めて地盤-基礎系の定式化を行い、これと完全固定系としての上部構造との連成系を動的サブ・ストラクチャ法から総合した。同手法は地盤-構造物系の解析において非常に有効である。

まず解析の前提となったおまな仮定を検討する。今回の研究では、高橋脚橋の一部分である杭基礎、橋脚および橋桁の質量効果のみを考慮して解析したが、径間が長くなれば、橋桁の振動特性が大きく関与してくる^{17),24)}。これについては、別論文²⁵⁾で取り扱うことにするが、本論文のモデルが全体橋のうちの橋脚部の振動特性を反映できるものと見なせる場合は、以下の結論は有効となる。次に剛基盤上の表層地盤を対象としたが、現実には、反射波がこの基盤下へ透過していくと考えた方がよい。この地下逸散減衰は、基盤入力 $U_g(\omega)$ の評価で地盤振動解析から処理することができる。杭への地盤反力算定における杭と地盤との密着条件は、現場載加実験から検証される。

本解析を通して得られるおまな結果を列挙すれば、

(1) 杭への地盤反力算定で、三次元解と平面ひずみ(Baranov)解を採用したが、杭頭インピーダンスにおける両者の差は、地盤の低次固有振動モードの存在する振動数領域では地盤の内部減衰に関係し、高い振動数領域では一致してくる。しかし地盤の内部減衰が一樣表層地盤で $D=0.2$ (10% 減衰定数) より大きくなると、上記インピーダンスの地盤の固有振動数での急激な変化はなくなる。そしてその実数部(剛性効果)はほぼ定数に

なり、平面ひずみ解はこれを低振動数領域で過小評価する(特に水平剛性には差がみられる)が、虚数部(減衰効果)はかなりよく近似する。

(2) 三次元解の特性を有する杭頭インピーダンスを平面ひずみ(Baranov)解から近似的に算定する方法として、等価剛性に対しては高振動数領域の直線部を低振動数領域に延長し、等価粘性減衰係数については、地盤の基本固有振動数以下は内部減衰のみを考慮し、それより高い振動数領域では平面ひずみ解を使用することが推奨される²⁵⁾。

(3) 杭基礎の上載加振は、杭頭インピーダンスが関係する地盤-杭基礎系としての慣性力による連成系の挙動を示し、地盤の固有振動は誘起されにくい。すなわち、同系は地盤振動とは独立していると考えてよい。

(4) 基盤入力の解析より、地盤-基礎-上部構造物の応答には、地盤の固有振動モードと杭頭インピーダンスによる慣性連成系の振動モードの2つの異なるソースからの振動特性がみられる。前者は、杭頭有効入力評価で介入してくる。三次元解と Baranov の平面ひずみ解の差は、後者の振動モードに現われ、今回の解析対象構造物では一樣表層地盤に対して減衰定数が $D=0.4$ (20% 減衰定数) となると、両者は一致してくる。それより D が小さいと Baranov 解は逸散減衰を過大評価し、したがって慣性連成系のモードを過小評価する。多層地盤の場合についても、本例のような物性定数分布であれば、平面ひずみ解は採用可能となる。

(5) 杭頭有効入力のうちには回転成分を含む。これは慣性連成系のロッキング振動を増長させ、背の高い上部構造の応答に占める割合が高くなる。

付 録

マトリックス $[S(z_j)]_j$:

文献 7) の手法に従って、式 (17) の一般解を斉次解と、地盤の固有モード $Z_l(z_j)$ に展開した特解の和として求めると、

$$U_p(z_j) = C_1 \sin \kappa_j z + C_2 \cos \kappa_j z + C_3 \sinh \kappa_j z + C_4 \cosh \kappa_j z - \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\alpha_{hlj} U_{lj} Z_l(z_j)}{E_p I_p \left(\frac{h_l}{V_{sj}} \right)^4 - \omega^2 m_p} \dots \dots \dots (61)$$

ただし、 $\kappa_j = (\omega^2 m_p / E_p I_p)^{1/4}$ 、 $z = \sum_{i=1}^{j-1} H_i + z_j$ 。さらに、三角および双曲関数を $Z_l(z_j)$ で展開し、杭と地盤の密着条件より係数 U_{lj} を決定する。その結果、

$$[S(z_j)]_j = \begin{cases} \sin \kappa_j z - Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{1l} Z_l(z_j) & \cos \kappa_j z - Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{2l} Z_l(z_j) \\ \kappa_j H_j \cos \kappa_j z - H_j Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{1l} Z_l'(z_j) & -\kappa_j H_j \sin \kappa_j z - H_j Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{2l} Z_l'(z_j) \\ -(\kappa_j H_j)^2 \sin \kappa_j z - H_j^2 Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{1l} h_l^2 Z_l(z_j) & -(\kappa_j H_j)^2 \cos \kappa_j z - H_j^2 Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{2l} h_l^2 Z_l(z_j) \\ -(\kappa_j H_j)^3 \cos \kappa_j z - H_j^3 Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{1l} h_l^2 Z_l'(z_j) & (\kappa_j H_j)^3 \sin \kappa_j z - H_j^3 Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{2l} h_l^2 Z_l'(z_j) \end{cases}$$

ここに、

$$\begin{Bmatrix} f_{1l} \\ f_{2l} \\ f_{3l} \\ f_{4l} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\alpha_{hlj}}{\mu_j \{ (H_j h_l)^4 - (\kappa_j H_j)^4 \} + Y_j \alpha_{hlj}} \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^N \mu_j \int_0^{H_j} Z_l(z_j) \sin \kappa_j z dz_j \\ \sum_{j=1}^N \mu_j \int_0^{H_j} Z_l(z_j) \cos \kappa_j z dz_j \\ \sum_{j=1}^N \mu_j \int_0^{H_j} Z_l(z_j) \sinh \kappa_j z dz_j \\ \sum_{j=1}^N \mu_j \int_0^{H_j} Z_l(z_j) \cosh \kappa_j z dz_j \end{Bmatrix}$$

そして、これらを導くに式 (11) を利用した。また $Y_j = \pi \mu_j H_j / E_p I_p$ 。

マトリックス $[S(z_j)]_j$:

式 (27) の一般解は、同様にして、

$$W_p(z_j) = C_5 \cos \bar{\kappa}_j z + C_6 \sin \bar{\kappa}_j z - \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\bar{\alpha}_{hlj} W_{lj} Z_l(z_j)}{E_p A_p \left(\frac{h_l}{V_{sj}} \right)^2 - \omega^2 m_p} \dots \dots \dots (63)$$

ただし、 $\bar{\kappa}_j = (\omega^2 m_p / E_p A_p)^{1/2}$ 。さらに、三角関数を固有モード $Z_l(z_j)$ に展開し、杭と地盤の密着条件を適用すると W_{lj} が決まり、その結果、

$$[\bar{S}(z_j)]_j = \begin{Bmatrix} \sin \bar{\kappa}_j z - \bar{Y}_j \sum_{l=1}^{\infty} \bar{f}_{1l} Z_l(z_j) & \cos \bar{\kappa}_j z - \bar{Y}_j \sum_{l=1}^{\infty} \bar{f}_{2l} Z_l(z_j) \\ \bar{\kappa}_j H_j \cos \bar{\kappa}_j z - H_j \bar{Y}_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{1l} Z_l(z_j) & -\bar{\kappa}_j H_j \sin \bar{\kappa}_j z - H_j \bar{Y}_j \sum_{l=1}^{\infty} \bar{f}_{2l} Z_l(z_j) \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (64)$$

ここに、

$$\begin{Bmatrix} \bar{f}_{1l} \\ \bar{f}_{2l} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\bar{\alpha}_{hlj}}{\mu_j \{ (H_j h_l)^2 - (\bar{\kappa}_j H_j)^2 \} + \bar{Y}_j \bar{\alpha}_{hlj}} \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^N \mu_j \int_0^{H_j} Z_l(z_j) \sin \bar{\kappa}_j z dz_j \\ \sum_{j=1}^N \mu_j \int_0^{H_j} Z_l(z_j) \cos \bar{\kappa}_j z dz_j \end{Bmatrix}$$

そして $\bar{Y}_j = 2 \pi \mu_j H_j^2 / E_p A_p$ 。

$H_l^{(2)}(\cdot)$: 第2種 l 次のハンケル関数

h_l, \bar{h}_l : 表層地盤振動の固有値

$i = \sqrt{-1}$: 虚数単位

J_G : フーチングの質量回転慣性モーメント

$J_l(\cdot)$: 第1種 l 次のベッセル関数

$[K]_F, [K]_{sup}, [K]_t$
: 剛性マトリックス

$K_m(\cdot)$: 第2種 m 次の変形ベッセル関数

$K_{xx}, K_{x\theta}, K_{\theta x}, K_{\theta\theta}$
: 杭基礎剛性係数

$[M]_F, [M]_{sup}, [M]_t$
: 質量マトリックス

$M(t)$: フーチング天端の外力モーメント

$M_p(z_j)$: 杭の曲げモーメント

m_p : 杭の単位長当りの質量

$P_T(z_j), P_L(z_j), p_T(t), p_L(t)$

: 杭への地盤反力

$Q(t)$: フーチング天端の水平外力

記 号

$[A], [T], [\bar{T}]$: トランスファー・マトリックス

$a_0 j = r \omega_0 / V_{sj}$: 無次元振動数

$[C]_F, [C]_{sup}, [C]_t$
: 減衰係数マトリックス

$C_{xx}, C_{x\theta}, C_{\theta x}, C_{\theta\theta}$
: 杭基礎の減衰係数

D_{sj}, D_{vj}, D : 地盤の内部減衰

$E_p A_p$: 杭の軸力剛性

$E_p I_p$: 杭の曲げ剛性

$F_{xx}, F_{x\theta}, F_{\theta x}, F_{\theta\theta}$
: 杭頭インピーダンス関数

$\{F\}_s$: 地盤振動による杭頭外力ベクトル

H : 表層地盤厚さ

H_j : 各層地盤厚さ

$$\left. \begin{array}{ll} \sinh \kappa_j z - Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{3l} Z_l(z_j) & \cosh \kappa_j z - Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{4l} Z_l(z_j) \\ \kappa_j H_j \cosh \kappa_j z - H_j Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{3l} Z_l'(z_j) & \kappa_j H_j \sinh \kappa_j z - H_j Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{4l} Z_l'(z_j) \\ (\kappa_j H_j)^2 \sin \kappa_j z - H_j^2 Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{3l} h_l^2 Z_l(z_j) & (\kappa_j H_j)^2 \cosh \kappa_j z - H_j^2 Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{3l} h_l^2 Z_l(z_j) \\ (\kappa_j H_j)^3 \cosh \kappa_j z - H_j^3 Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{3l} h_l^2 Z_l'(z_j) & (\kappa_j H_j)^3 \sinh \kappa_j z - H_j^3 Y_j \sum_{l=1}^{\infty} f_{4l} h_l^2 Z_l'(z_j) \end{array} \right\} \dots \dots \dots (62)$$

- $Q_p(z_j)$: 杭のせん断力
 $\{q\}$: 固有モード変位
 $\{R(t)\}_{\text{sup}}$: フーチング天端の断面力ベクトル
 r_0 : 杭半径
 $\{U_p(z_j)\}_j, \{U_p^g(z_j)\}_j$
 : 杭の変形量および断面力のベクトル
 $\{u\}_F, \{u\}_{\text{sup}}, \{u\}_t$
 : 変位ベクトル
 V_{Sj}, V_{Lj} : 地盤の横波および縦波速度
 $Y_l(\cdot)$: 第2種 l 次ベッセル関数
 $Z_l(\cdot)$: 地盤の固有振動モード形状
 $[\alpha], [\beta], [r]$: 変換マトリックス
 $\eta_j = V_{Lj}/V_{Sj}$: 地盤内の縦波と横波の速度比
 λ^*, μ^* : 地盤の複素ラメー定数
 ν : ポアソン比
 ζ_l : 固有モード減衰定数
 ρ_j : 密度
 ω_l : 固有振動数

参 考 文 献

- 1) 土木学会高橋脚橋梁耐震小委員会：高橋脚橋梁の耐震設計に関する調査研究報告書，昭52年3月。
- 2) Penzien, J., C.F. Scheffey and R.A. Parmelee : Seismic Analysis of Bridges on Long Piles, Journal of Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers, Vol. 90, No. EM 3, 1964, pp. 223~254; Also, J. Penzien, "Soil-Pile Foundation Interaction", Chapter 14, in Earthquake Engineering (Ed. by R.L. Wiegell), Prentice-Hall, pp. 349~381, 1971.
- 3) 山本鎮男：杭のある構造物のロッキング振動，その1~5，日本建築学会論文報告集，第125号，pp. 24~29；第129号，pp. 15~21；第130号，pp. 18~23；第131号，pp. 24~31；第132号，pp. 32~40。
- 4) Tajimi, T. : Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum, Proceedings of the 4th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 3, Santiago, Chile, pp. 53~69, 1969.
- 5) Novak, M. : Dynamic Stiffness and Damping of Piles, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 11, pp. 574~598, 1974.
- 6) Nogami, T. and M. Novak : Soil-Pile Interaction in Vertical Vibration, International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 4, No. 3, pp. 277~293, 1976.
- 7) Nogami, T. and M. Novak : Resistance of Soil to a Horizontally Vibrating Pile, International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 5, No. 3, pp. 249~261, 1977.
- 8) Novak, M. and T. Nogami : Soil-Pile Interaction in Horizontal Vibration, International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 5, No. 3, pp. 263~281, 1977.
- 9) Novak, M. and F. Aboul-Ella : Impedance Functions of Piles in Layered Media, Journal of Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers, Vol. 104, No. EM 3, pp. 643~661, 1978.
- 10) 竹宮宏和・山田善一・野田 茂：地盤-杭基礎-上部構造物の動的相互作用について，第33回土木学会年次学術講演会講演概要集，I-220, 1978.
- 11) Takemiya, H. and Y. Yamada : Discussion "Impedance Functions of Piles in Layered Media", Journal of Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers, Vol. 105, No. EM 2, pp. 351~354, 1979.
- 12) 竹宮宏和・山田善一：多層地盤-杭-上部構造物の振動性状，第15回地震工学研究発表会講演概要，pp. 233~236, 1979.
- 13) 竹宮宏和・山田善一：多層地盤-杭基礎-上部構造系の振動特性，第34回土木学会年次学術講演会講演概要集，I-198, 1979.
- 14) Takemiya, H. and Y. Yamada : Layered Soil-Pile-Structure Dynamic Interaction, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 9, No. 5, pp. 437~457, 1981.
- 15) Blaney, G.W., E. Kausel and J.M. Roesset : Dynamic Stiffness of Piles, Proceedings of the 2nd International Conference on Numerical Method in Geomechanics, pp. 1001~1012, 1976.
- 16) Wolf, J.P. and G.A. von Arx : Impedance Function of a Group of Vertical Piles, Proceeding of the ASCE Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol. 2, pp. 1024~1041, 1978.
- 17) 甲斐史郎・竹宮宏和：動的サブ・ストラクチャ法による地盤-構造物系の地震応答解析，第35回土木学会年次学術講演会講演概要集，I-267, 1980.
- 18) Takemiya, H. : Embedment Effect on Soil-Structure Interaction, Soil-Structure Interaction : State-of-the-Art, Seventh World Conference on Earthquake Engineering, Istanbul, Turkey, 1980.
- 19) Yamada, Y. and H. Takemiya and K. Kawano : Random Response Analysis of a Nonlinear Soil-Suspension Bridge Pier System, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 7, No. 1, pp. 31~47, 1979.
- 20) Schnabel, P.B., J. Lysmer and H.B. Seed : SHAKE, A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites, EERC Report 72-12, University of California, Berkeley, 1972.
- 21) Marveln, L.E. : Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium, Chapter 8, Prentice Hall, 1969.
- 22) Marguerre, K. : Matrices of Transmission in Beam Problems, Progress in Solid Mechanics, Chapter 2, Ed. by I.N. Sneddon and R. Hill, John Wiley and Sons, 1963.
- 23) Baranov, V.A. : On the Calculation of Excited Vibration of An Embedded Foundation, Voprosy Dynamiki Prochnosti, No. 14, Polytech. Inst. Riga, pp. 195~209, 1967.
- 24) Yamada, Y., H. Takemiya and S. Noda : Layered Soil-Pile-Structure Dynamic Interaction, Proceedings of the 7th World Conference on Earthquake Engineering, Istanbul, Turkey, Vol. 5, pp. 165~172, 1980.
- 25) 竹宮宏和・甲斐史郎：深い杭基礎を有する多径間連続高架橋の地盤との地震時動的相互作用，土木学会論文報告集（投稿中）。