

モンテカルロ法による地中埋設管システム の耐震性の評価方法*

SEISMIC RISK ANALYSIS OF UNDERGROUND LIFELINE
SYSTEMS BY USE OF MONTE CARLO METHOD

田村重四郎**・川上英二***

By Chosiro TAMURA and Hideji KAWAKAMI

1. 序 文

トンネル、地下鉄、上下水道・ガスパ等のライフライン等の地中構造物が最近広く一般に建設され、社会生活の重要な基盤として機能するようになってきた。活発な地震帯上にある本邦においては、これら構造物の地震時の機能の安定維持は重要な課題であり、種々の面より検討が行われている。

構造物を機能の面からみると、これらの構造物は多くの構造物が集合して1つのシステムを形成し、その機能を果たしている場合とみることができる。その耐震性は個々の構造物のみならず、さらにシステムとしての機能の安定性の面からも評価される必要がある。たとえば上下水道・電気・電話・ガスパ等のライフラインにあっては、全体として地震時にその機能をいかに発揮し保持するかが問題となる。現在までの研究により、埋設管路の耐震性についてはなお未解決の問題を残しながらも構造力学上の諸特性がかなり明らかになってきている¹⁾が、埋設管のシステムとしての機能の耐震性については、研究が緒についた段階にあると思われる。

久保²⁾は関東地震による水道管の被害分布を統計的に整理し、地盤特性と水道管の被害率との関係を求めている。Panoussis³⁾はライフラインシステムの地震時の機能の安全性を定量的に評価し、直列・並列システムの組合せからなる簡単なモデルの地震に対する安全確率を評価している。Taleb-Agha⁴⁾は Tie-set, Cut-set の考えを導入してライフラインシステムの安全性を評価している。Shinozuka, Takada, Kawakami⁵⁾は地中ライフラインシステムの地震時の信頼性に及ぼす地盤の影響を考

慮して、SSSP (Super Series Systems in Parallel) を用いた信頼性解析の方法を展開し、東京都の水道管網システムに適用している。また、柴田・土屋⁶⁾はブール代数を利用して電力網システムの信頼性を評価している。しかし、これらの方法は、需給節点が連結している場合にシステムが安全であるという仮定に基づいているものであり、また、計算に要する時間の点からみて実際の複雑なシステムの解析は容易ではない。

本論文では、地盤特性との関連のもとに地中埋設管のネットワークシステムを構成する各構造物要素の構造力学上の耐震性を考慮して、システム工学的視点からネットワークシステムの耐震性を検討し、地震時における機能上の安全性の推定方法を展開している。まずモンテカルロ法を用いて節点間の連結性に基づくシステムの信頼性の解析方法を展開し、実際のモデルに適用した。次に上水道システムを選び、簡単な解析用モデルを設定し、水圧低下を考慮して地震後の給水能力を解析した。以下これについて述べる。

2. 連結性を考慮した埋設管システムの耐震性の評価

(1) システムの機能上の耐震性の評価方法

システムとしての機能の耐震性の評価方法はシステムの特性、機能の種類、構成する構造要素の構造特性および地震を含めた評価する条件によって異なってくる。たとえば、電力網システム・水道・ガス等それぞれのシステムに対応した評価方法が採用される必要があり、それに応じてシステムの設計方法が考えられなければならない。

ここではライフラインを単純にモデル化して節点とリンクよりなるネットワークシステムとして取り扱うこととする。耐震性については、まずラインの最も基本的性

* 東大生産研究第30巻第7号, pp. 290~293, 1978年7月および土木学会年次学術講演会I部, 1978年, 1979年の一部発表。

** 正会員 工博 東京大学教授 生産技術研究所

*** 正会員 工博 埼玉大学助手 工学部建設工学科

質である連続—連結を評価の尺度として採用することにした。地震時の連結、非連結は節点ペア間によって異なるから、その耐震性は節点ペアそれぞれに対し確率で与えられることになるが、節点ペア間に1つ以上のパスが存在する場合、そのペアは連結であると定義し、その確率—連結確率 s_{pij} —を耐震性を表わす値と考える。ここでは、すべてのリンクの破壊確率が推定でき、また各リンクの破壊が互いに独立であるものとする。

従来、節点ペア間の連結確率を求める方法として SSSP^(4),5) またはブール代数⁽⁶⁾ を利用した方法が提案されている。本章ではモンテカルロ法を用いた方法を展開し、簡単なシステムに対してその手順を適用した結果を示してある。

(2) 連結確率の評価

連結確率は別に求めた相隣れる節点 i から j を結ぶリンクの非破壊確率 s_{qij} を用いて次に示す ①~④ の手順で算定する。

① 乱数 $a_{ij}^{(1)}$ をすべてのリンクに対し

$$a_{ij}^{(1)} = \begin{cases} 1 \dots\dots (\text{確率 } s_{qij}) & \dots\dots\dots (1) \\ 0 \dots\dots (\text{確率 } 1-s_{qij}) \end{cases}$$

で発生させる。つまり、1 である確率が s_{qij} であり、0 である確率が $1-s_{qij}$ であるような確率分布形を有する乱数を2点 (0, 1) 上で抽出し、これを $a_{ij}^{(1)}$ の値とおく。また i から j へのリンクがない場合には、

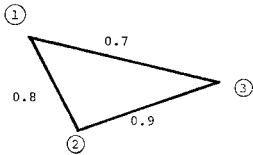
$$a_{ij}^{(1)} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

とおき、節点对節点接続行列 A

$$A = [a_{ij}^{(1)}] \dots\dots\dots (3)$$

を作る。例として、図-1 (a) に示す無向ネットワークに対し求めた接続行列を (b) に示してある。

(a) システムモデル A の節点番号及びリンクの非破壊確率



リンク	ランダム数	非破壊確率	$a_{ij}^{(1)}$
①-②	0.85	> 0.8	0
②-③	0.53	< 0.9	1
③-①	0.32	< 0.7	1

この場合 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ \text{sym.} & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(c) $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \text{sym.} & 2 & \end{bmatrix}$

(d) $T^{(2)} = c_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \text{sym.} & 1 & \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ \text{sym.} & 0 & \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ \text{sym.} & 2 & \end{bmatrix}$

$$\tilde{T}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ \text{sym.} & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

図-1 連結確率の計算方法

② この接続状態で直列に連なる2つのリンクを経て節点 i から j に連結するか否かは接続行列 A を2乗することによって得られる。

$$A^2 = [a_{ij}^{(2)}] = \left[\sum_{k=1}^{n_0} a_{ik}^{(1)} a_{kj}^{(1)} \right] \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 n_0 は節点の総数とする。 $a_{ij}^{(2)}$ が正ならば節点ペア ij は連結であり、零ならば非連結である。ここで m リンク ($m \geq 1$) を経て節点 i から j に連結するパスの数を、 i から始まり、安全なリンクで順次結ばれた $(m-1)$ 個の中間節点番号を経て、 j で終わるような節点番号の列の個数と定義する。ただし、この列の中には、 ij も含めて同一節点番号が複数回現われることを認めるものとする。このことより、 $a_{ij}^{(2)}$ の値は2リンクを経て節点 i から j に連結するパスの数となる。たとえば図-1 の例では、2リンクを経て節点①から②に連結するパスの数は①-③-②の1本であり、 $a_{12}^{(2)} = 1$ に等しく、また、2リンクを経て節点③から③に連結するパスの数は③-①-③と③-②-③の2本であり、 $a_{33}^{(2)} = 2$ に等しい(図-1 (c) 参照)。

③ A^3, A^4, \dots, A^n も同様に意味付けができ、直列に3リンク、4リンク、 \dots, n リンクを経て節点 i から j に連結するか否かを示している。節点 i から j に連結する場合には、以上のように1から n リンクを経て連結する場合のほか、節点 i, j が同一節点である ($i=j$) ために連結していると考えられる場合がある。ここではこの場合を0リンクを経て連結する場合とよび、同一節点の間には0リンクを経て1つのパスが存在すると考える。節点 i, j が0リンクを経て連結されているか否かは単位行列 I で示されることを用いると、結局、 $0, 1, \dots, n$ リンクを経て節点 i から j に連結するか否かは、これらの行列の和で示すことができる。つまり、

$$T^{(n)} = [t_{ij}^{(n)}] = c_0 I + c_1 A + c_2 A^2 + \dots + c_n A^n \dots\dots\dots (5)$$

(I : 単位行列, c_k : 任意の正数, $k=0, 1, \dots, n$)

を算定し、 $t_{ij}^{(n)}$ が正で連結、零で非連結と判断される。そこで

$$\tilde{t}_{ij}^{(n)} = \begin{cases} 1 & (t_{ij}^{(n)} > 0 \text{ の場合}) \\ 0 & (t_{ij}^{(n)} = 0 \text{ の場合}) \end{cases} \dots\dots\dots (6)$$

を要素とするマトリックス $\tilde{T}^{(n)}$

$$\tilde{T}^{(n)} = [\tilde{t}_{ij}^{(n)}] \dots\dots\dots (7)$$

を作れば、接続行列 A の場合と同様、節点 i から j の連結状態を1, 0 で表わすことになる。 $\tilde{t}_{ij}^{(n)} = 1$ は節点 i が j に直列な n 個以下のリンクで連結されていることを示し、 $\tilde{t}_{ij}^{(n)} = 0$ ではそうしたパスのないことを示している。図-1 (a) のシステムに対し、このように求めた $\tilde{T}^{(2)}$ を (d) に示してある。 $\tilde{T}^{(n)}$ は n の増加に対し、 $n \leq n_0 - 1$ で収束する。 $\tilde{t}_{ij}^{(\infty)} = \tilde{t}_{ij}^{(n_0-1)}$ が0か

1かにより、節点 i から j に非連結か連結かがわかる。特に $c_k = \binom{n}{k}$ とおいた場合、式 (5) は、

$$T^{(n)} = (A+I)^n \dots\dots\dots (8)$$

となり、式 (8) の計算に要する時間は式 (5) に比べて n の増大とともに大幅に短縮される。これにより節点数が多い場合の計算が可能になる。

④ ①～③ を l 回繰り返し、

$$M = [m_{ij}] = \sum_{l=1}^l \tilde{T}_c^{(n_0-1)} \dots\dots\dots (9)$$

とすれば、 m_{ij} は l 回のシミュレーションのうち、 i から j に連結されている事象の回数を示す。連結確率行列 sP 、非連結確率行列 fP は次のように求められる。

$$sP = [sP_{ij}] = [m_{ij}/l] \dots\dots\dots (10)$$

$$fP = [fP_{ij}] = [1 - sP_{ij}] \dots\dots\dots (11)$$

l 回の独立な試行は Bernoulli 試行であり、 sP_{ij} の厳密解を $s\tilde{P}_{ij}$ とすると sP_{ij} の期待値は厳密解と等しく、標準偏差 (誤差) は $\sqrt{s\tilde{P}_{ij}(1-s\tilde{P}_{ij})/l}$ で表わされる。この値は $s\tilde{P}_{ij}=0.5$ で最高値を示し、 $l=1000$ 回の場合を例にとれば誤差は 0.016 である。ここで、モンテカルロ法を用いなくて、起こり得るすべての場合を数え上げ連結確率行列 sP を求める方法を考える。各リンクについて破壊、非破壊の 2通りの場合を生ずるような n_l 個のリンクからなるシステムの破壊状態として 2^{n_l} 個の場合が考えられる。ある場合 c における節点の連結状態は、前述手順 ① の式 (1) の代わりに、節点 i から j を結ぶリンクが非破壊であれば $a_{ij}^{(1)}=1$ 、破壊またはリンクがない場合には 0 とおくことにより、接続行列 A_c を作り、手順 ②～③ まで同様に行えば、 $\tilde{T}_c^{(n_0-1)}$ で求められる。また、各場合が発生する確率は、非破壊のリンクについては s_{qij} を、破壊したリンクについては $1-s_{qij}$ を用いて、これらの値のすべてのリンクについての積で表わされる。この各場合の発生する確率と $\tilde{T}_c^{(n_0-1)}$ との積のすべての場合についての和で連結確率行列 sP が求められる。つまり、

$$sP = \sum_{c=1}^{2^{n_l}} \prod_{(ij) \in S_c} s_{qij} \prod_{(ij) \in F_c} (1-s_{qij}) \tilde{T}_c^{(n_0-1)} \dots\dots\dots (12)$$

ただし、

c : システムの破壊状態の各場合を示す。

S_c : 場合 c における非破壊のリンクの集合

F_c : 場合 c における破壊したリンクの集合

$\tilde{T}_c^{(n_0-1)}$: 場合 c における節点の連結状態を表わすマトリックス

である。このシステムのすべての破壊状態を考える方法に比べて、モンテカルロ法を用いると計算時間は約 $l/2^{n_l}$ (l :シミュレーションの回数、 n_l :リンクの総数) に短縮することができる。たとえば (3) の例では $n_l=22$ であり、0.016 の誤差 (標準偏差) を許すならば計算時間は 1/4000 に短縮される。また所要の精度を得るためのシミュレーションの回数はリンクの総数によらず決まるため、モンテカルロ法は特にリンク数の多い複雑なネットワークに対し有効である。また、すべての破壊状態を用いる方法では各破壊状態の発生確率は小さく、破壊状態の総数は多いため、発生確率の和を求める際の有効数字の桁落ちが著しく倍精度計算等の計算上の工夫が必要である。本方法はこのような丸め誤差が小さいという利点も有している。

(3) 数値計算例 (1)

本節では以上に述べた方法を Shinozuka ら⁵⁾ により用いられた 図-2 の東京都の水道管網システムのモデルに適用した。このモデルのリンク数は 22、節点数は 14 であり、うち 3 個の節点が供給節点になっている。

各リンクの非破壊確率 s_{qij} の算定には、久保・片山⁷⁾ が関東地震の際の東京都の水道管の被害の統計的解析で用いた方法を使用した。これによればリンク ij の平均破壊個数 e_{ij} は次式で求められる。

$$e_{ij} = \sum_k (C_{ij}^{(k)} \times I_{ij}^{(k)} \times D) \dots\dots\dots (13)$$

ただし、

$C_{ij}^{(k)}$: 久保・片山⁷⁾ が関東地震の際の水道管の被害記録を基に提案した、 k 区画 (1 km 四方) におけるリンク ij の破損被害率補正

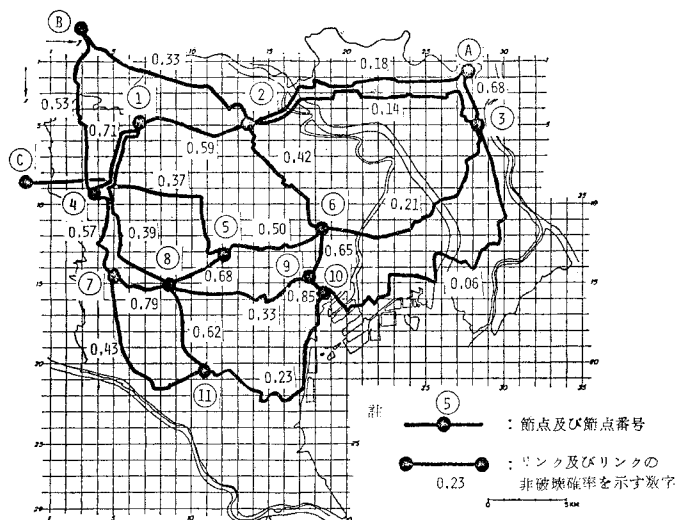


図-2 解析対象ネットワークモデル^{5),7)}

る。水源が複数個数ある場合には、さらに、 $a_{ij}^{(1)}=1$ ($i \neq j, i, j$: 水源の節点番号) とおき、前と同様、接続行列 A を作る。手順 ②~④ は同様にして式 (11) により非連結確率行列 fP を求めると、需要節点 k における断水確率は fP_{ik} (i : 水源の節点番号) で与えられる。図-2 で節点 ④ ③ ② に水源があるものとし、水源も含めてすべての節点の破壊確率を 5% と仮定した場合の断水確率を表-2 (b) に示す。

3. 水圧低下を考慮した水道システムの耐震性の評価

(1) システムの機能上の耐震性の評価方法

2. ではライフラインの供給節点と需要節点とが連結している場合には安全であり、非連結の場合には破壊であると仮定する基準を耐震性の評価基準として、モンテカルロ法を用いたライフラインの耐震性の評価方法を展開した。この基準はネットワークシステムの特徴を簡潔に表現し、さらにその基準が一般的であるために基本的なものと考えられる。しかし、この評価はそれぞれのライフラインシステムの評価基準としては不十分であることは明らかであって、おのおのシステムの特徴を十分に表現する評価基準を設定し、耐震性を評価する必要がある。ここでは、ライフラインシステムの具体的な 1 つの例として上水道システムを選び、機能上の耐震性の評価基準として水圧低下および水量不足を設定し、簡単な解析用モデルに対して地震後の給水能力を解析した。

(2) 上水道構造物の破損箇所と破損度のシミュレーション

上水道システムを対象とした場合、地中埋設管の破損箇所は、地震動の強さ・地盤条件・構造物の強度の関数として表わされる被害率（埋設管の 1 km 当たりの破損箇所数）を用いて、2. に述べたようにモンテカルロ法によりリンクの破損としてシミュレートすることができる。しかし、本章では水圧・水量を扱うため、リンクの破壊確率のみならずリンク内の破損位置、破損度も問題となる。

図-3 (a) に示すような 3 つの節点と 3 つのリンクから構成される三角形形状のシステムを考える。一方、地盤条件は 1 km の格子ごとに被害率の平均的地盤に対する補正係数で与えられると仮定する。このモデルでは最上段に示した値 0.5~1.8 が破損被害率補正係数を表わしている。ここでは簡単のため、この値は縦方向では同一とし右側の地盤ほど増加すると仮定している。リンクを各格子ごとに分割し、 $a \sim n$ と記号を付け、各リンク要

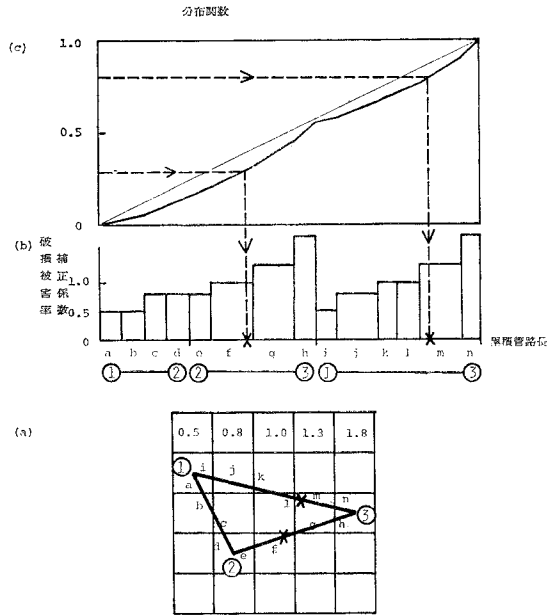


図-3 破損箇所のシミュレーション

素の長さを測定し、これを順次横軸上にとり、縦軸に被害率補正係数を示したのが図-3 (b) である。この図を重みとする密度関数より分布関数 (c) 図) を算定し、別に求めた 0 から 1 まで一様に分布するランダム数 (c) 図縦軸に示す) と等しくなる箇所を破損位置と決める。破損は互いに独立に発生するものと仮定し、破損箇所の決定をシステム全体の破損箇所数だけ独立に行い、破損位置の標本をシミュレートする。ただし、システム全体の破損箇所数は、破損が互いに独立であると考えられる場合には、ポアソン分布をし、その期待数は、数値計算例 (1) の場合と同様にして各リンクの平均破損個数が推定できる場合には、この全リンクについての和の値に等しい。さらに、被害率補正係数がシステム内で平均値 1 の回りに分布するように与えられれば、このシステム全体の破損箇所の期待数は、地震動の強さ等から推定される平均被害率 D と管路の総延長との積で近似できる。

一方、破損度は無被害で 0、完全破損で 1 の値をとる s_i で表わされるものと仮定する。破損度 s_i の分布は管路の材質、地震動の強さ等により異なると考えられるがこれに関する直接の研究は行われていない。そこで、関東地震 (1923) による東京 15 区内の直径 75 mm 以上の管体の破損箇所数と漏水箇所数との比が 204~227/90 000 であること^{8),7)}を考慮して、 s_i の密度関数を

$$p(s_i) = (w+1)(1-s_i)^w \dots\dots\dots (17)$$

と想定する。ただし、 w はパラメータで、 w が大きいほど破損度 s_i の小さい破損の個数が破損総数中に占める割合が大きくなる (図-4 参照)。 s_i は破損箇所 i

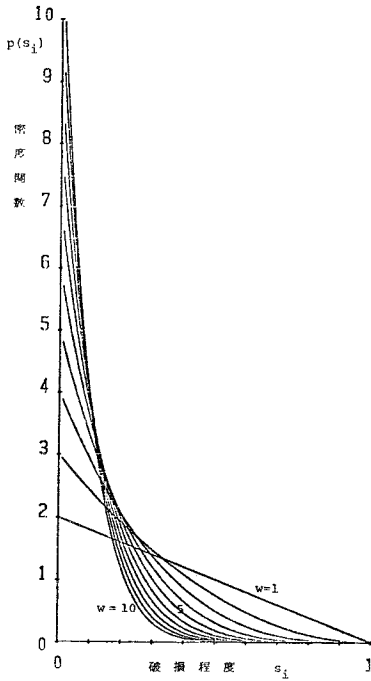


図-4 破損程度 s_i の密度関数 $p(s_i)$

によらず独立と仮定し、0~1 に一様に分布する独立なランダム数 x_i と式 (17) に対する分布関数 $P(s_i)$ とを用いて、

$$P(s_i) = 1 - (1 - s_i)^{w+1} = x_i \dots\dots\dots (18)$$

より、破損箇所 i での破損度 s_i をシミュレートする。

地震により管路に大きな破損が生じた場合には、ただちに制水弁を閉じて、2. で扱ったように管路は非連続な状態となる。したがって、破損度 s_i のシステムに及ぼす影響は連続的ではないが、ここでは簡単のため、破損度 s_i を漏水量 A_i (m^3/s) と関連付けて次のようにモデル化する。

$$A_i = c_i s_i A_i |E_i - G_i'|^{k-1} (E_i - G_i') \dots\dots\dots (19)$$

ただし、

E_i : 破損箇所 i におけるエネルギー位 (m)

G_i' : 破損箇所 i における管中心高 (m)

A_i : 破損箇所 i における管の断面積 (m^2)

である。破損孔をオリフィスとみなすと、 $s_i A_i$ はオリフィスの穴の断面積である。また、 c_i, k は定数であり次式で示される。

$$c_i = c \sqrt{2g} = c_v \cdot c_a \sqrt{2g} \dots\dots\dots (20)$$

ただし、

c : 流量係数

c_v : 漏水孔の形状による流量係数

c_a : 漏水孔の形状による流水断面収縮係数

また、

$$k = 0.5 \dots\dots\dots (21)$$

である。一方、末石・雄倉⁹⁾ は実験的研究の結果、漏水を Darcy 型の透水現象と解釈し k の値として、

$$k = 1.15 \dots\dots\dots (22)$$

を提案している。

以上に述べた方法で、想定された地震動のもとでのシステムの破損位置およびその程度をシミュレートする。このようにして作られた破損を含む管網に管網解析法を適用する。以上の一連のシミュレーションを多数回行い、各需要節点における水圧低下および水量不足を確率量として求める。

(3) 管網解析

管網解析法には大別して ① 流量法と ② 節点エネルギー位法の 2 つがあるが、供給節点数が多い管網の解析には、節点エネルギー位の指定が容易であるという理由から、後者が主として使用されている。高桑¹⁰⁾ は平常時における漏水防止および給水制限という立場から、漏水を考慮した管網解析法を提案している。地震の場合の漏水は、平常の漏水の場合とは異なり、漏水量の程度により漏水に伴う二次災害・送水停止等が発生するので複雑である。ここでは簡単にするため、漏水量の増加による状態の変化は考慮せず、漏水が生じた場合の管網システムの給水機能の調査を試みた。本節では解析の基本となる流量計算の方法を述べ、(4) で節点間のリンクに対してこの計算方法を適用し、(5) ではこれを拡張して前述の東京都水道モデルについて解析を行った。

節点エネルギー位法における基礎方程式は、① 各管路の流量 Q [m^3/s] を節点および破損箇所のエネルギー位 E [m] で表わした流量式と、② 各節点および破損箇所での流量 Q が満たすべき連続方程式からなり、次式のように表わされる。

$$Q_{ij} = R_{ij} |E_i - E_j|^{a-1} (E_i - E_j) \dots\dots\dots (23)$$

$$\sum_j Q_{ij} + p_i + A_i = 0 \dots\dots\dots (24)$$

ただし、 i, j は隣り合った節点または破損箇所を表わし、 p_i は i が節点の場合は節点 i における給水量 [m^3/s] であり、 i が破損箇所の場合は $p_i = 0$ である。また、 A_i は破損箇所 i または節点 i における漏水量を表わす。式 (23) の R, a はヘーゼン・ウィリアム式に従って次式により算定した。

$$R = 0.27853 c_H D^{2.63} L^{-0.54} \dots\dots\dots (25)$$

$$a = 0.54 \dots\dots\dots (26)$$

ただし、 L は管路長 [m]、 D は直径 [m]、 c_H は流速係数である。

節点 i で必要水量が 100% 給水できるのは、地盤上のエネルギー位 (水圧) が許容値以上に保持された場合とし、地震による水圧低下が著しい場合には、各節点での可能給水量は水圧の関数として表わされるものと想定

する。ここではこの関係として高桑¹⁰⁾によるモデルおよび結果を用いる。節点 i から給水管 (i, t) を経て地上に給水栓 t がある場合、次式が成立する。

$$E_i - G_i = \frac{8}{\pi^2 g} \frac{1}{D_{it}^5} \left\{ f_{it} \frac{L_{it}}{D_{it}} + (\zeta_v)_t + (\sum \zeta_l)_{it} + 1 \right\} |Q_{it}| Q_{it} \quad \dots\dots\dots (27)$$

ただし、

- E_i : 節点 i でのエネルギー位 [m]
- G_i : 節点 i での地盤高 [m]
- L_{it} : 給水管 (i, t) の長さ [m]
- D_{it} : 給水管 (i, t) の直径 [m]
- Q_{it} : 給水管 (i, t) における流量 [m³/s]
- f_{it} : 給水管 (i, t) の摩擦損失係数
- $(\zeta_v)_t$: 給水栓 t のバルブ損失係数
- $(\sum \zeta_l)_{it}$: 給水管 (i, t) で $(\zeta_v)_t$ 以外の諸損失水頭

の和である。したがって、

$$Q_{it} = \sqrt{\frac{\pi^2 g}{8} \frac{\sqrt{D_{it}^5} (E_i - G_i)}{\sqrt{f_{it} L_{it} + (\zeta_v)_t D_{it} + (\sum \zeta_l)_{it} D_{it} + D_{it}} \sqrt{|E_i - G_i|}}} \quad \dots\dots\dots (28)$$

が成り立つ。これらの損失係数のうち $(\sum \zeta_l)_{it}$ は一定、 f_{it} はほぼ一定とみなすことができ、需要者が変え得る値は $(\zeta_v)_t$ である。したがって、

$$Q_{it} \geq \underline{p}_i \text{ の場合 } Q_{it} = \underline{p}_i \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$Q_{it} < \underline{p}_i \text{ の場合 } Q_{it} = r_{it} \frac{(E_i - G_i)}{\sqrt{|E_i - G_i|}} \quad \dots\dots\dots (30)$$

ただし、

$$\underline{p}_i: \text{節点 } i \text{ での必要水量 [m}^3/\text{s]}$$

$$r_{it} = \sqrt{\frac{\pi^2 g}{8} \frac{\sqrt{D_{it}^5}}{\sqrt{f_{it} L_{it} + (\sum \zeta_l)_{it} D_{it} + D_{it}}}} \quad \dots\dots\dots (31)$$

である。しかし、 r_{it} の算出は困難なので、節点 i での地表での水圧 $(E_i - G_i)$ が許容値 RP_a に等しい場合には最高 \underline{p}_i の給水量が得られると考えるならば、式 (30) で

$$Q_{it} = \underline{p}_i \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$E_i - G_i = RP_a \quad \dots\dots\dots (33)$$

とおいて r_{it} を求めることにより、式 (30) は

$$Q_{it} < \underline{p}_i \text{ の場合 } Q_{it} = \frac{\underline{p}_i (E_i - G_i)}{\sqrt{RP_a |E_i - G_i|}} \quad \dots\dots\dots (34)$$

となる。

式 (23), (19), (34) はすべて非線形式であるので、 E_i の算定の場合、これらの式を線形化し逐次近似計算を行う。 i, j 点における近似エネルギー位 e_i, e_j に対してそれぞれ $\Delta E_i, \Delta E_j$ だけ微小補正を加えた場合の式 (23), (19), (34) としてそれぞれ次式を用いた。

$$Q_{ij} = s_{ij}(e_i - e_j) + a s_{ij}(\Delta E_i - \Delta E_j) \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$A_i = d_i(e_i - G_i') |e_i - G_i'|^{k-1} + d_i k |e_i - G_i'|^{k-2} \Delta E_i \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$Q_{it} = \frac{\underline{p}_i (e_i - G_i)}{\sqrt{RP_a |e_i - G_i|}} + \frac{0.5 \underline{p}_i \Delta E_i}{\sqrt{RP_a |e_i - G_i|}} \quad \dots\dots\dots (37)$$

ただし、

$$s_{ij} = R_{ij} |e_i - e_j|^{a-1} \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$d_i = c_i s_i A_i = c \sqrt{2g} s_i A_i \quad \dots\dots\dots (39)$$

ここで Q_{it} と \underline{p}_i との大小関係に応じて式 (29) と式 (34) のいずれかを用い、1次化された水圧不足時の管網解析式として次式を得る。

$$\Delta E_i \{ a \sum_j s_{ij} + d_i k |e_i - G_i'|^{k-1} + A \} - a \sum_j s_{ij} \Delta E_j = - \{ B + \sum_j s_{ij} (e_j - e_j) + d_i |e_i - G_i'|^{k-1} (e_i - G_i') \} \quad \dots\dots\dots (40)$$

ただし、

$$Q_{it} \geq \underline{p}_i \text{ の場合 } A=0, B=\underline{p}_i \quad \dots\dots\dots (41)$$

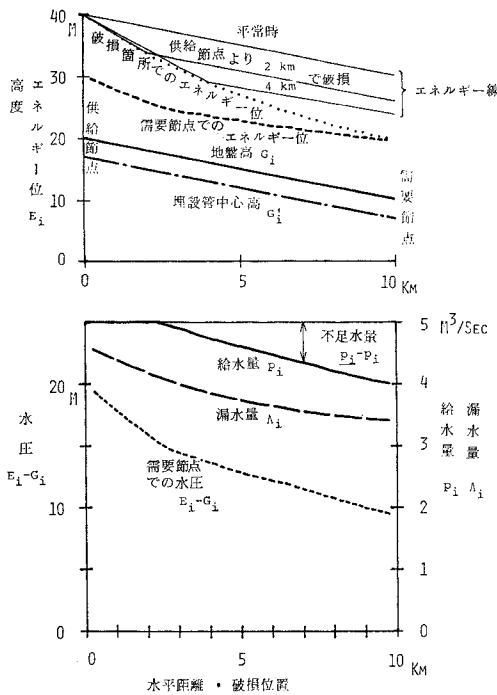
$$Q_{it} < \underline{p}_i \text{ の場合 } \left. \begin{aligned} A &= \frac{0.5 \underline{p}_i}{\sqrt{RP_a |e_i - G_i|}} \\ B &= \frac{\underline{p}_i (e_i - G_i)}{\sqrt{RP_a |e_i - G_i|}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (42)$$

である¹⁰⁾。以上の {(節点数)+(破損箇所数)-(供給節点数)} 個の連立方程式から、同数の節点または破損箇所でのエネルギー位の増分を求め、逐次近似計算を行うことにより、節点および破損箇所でのエネルギー位、節点での不足水量 (=必要水量-給水量)・漏水量、破損箇所での漏水量を算定する。

(4) 数値計算例 (2)

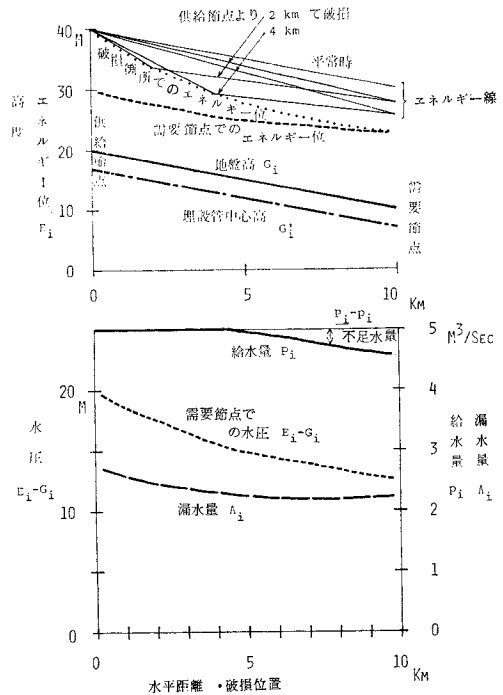
本節では最も簡単なシステムのモデルとして、1供給節点と1需要節点とを1本の管路で結んだ直列システム、および2本の管路で結んだ並列システムを選び(3)に述べた解析方法を適用し、漏水が機能に及ぼす影響を調査した。供給節点と需要節点とは斜面上にあり、水平距離は10km、高低差は10mとし、需要節点での必要水量を5m³/s、管の流速係数 $c_H=100$ 、埋設深さを3mと仮定した。また管の破損がない場合には管路全体で一様な地上のエネルギー位(水圧=20m)が保たれるように、管路の直径を直列システムの場合には2.150m、並列システムの場合には1.652mと仮定した。また、並列システムでは2本の管路は両端でのみ連結されているものとした。

以上の2種類のシステムについて直列の場合は線上に1か所、並列の場合はいずれか1本の管路に1か所の破損を生じた場合、供給節点で水圧を一定としたときの、需要節点における水圧低下・水量不足と、破損箇所における漏水量とを、破損位置の関数として算定した。ただし、漏水はオリフィス型とし、流量係数 c および破損程



(管径 $D=2.150\text{m}$, 需要節点での必要水量 $p_i=5\text{m}^3/\text{s}$)

図-5 直列システムモデルの水圧低下・水量不足



(管径 $D=1.652\text{m}$, 需要節点での必要水量 $p_i=5\text{m}^3/\text{s}$)

図-6 並列システムモデルの水圧低下・水量不足

度 s_i をそれぞれ 0.6, 0.1 と仮定した。また、需要節点では水圧が 15m で必要水量 ($5\text{m}^3/\text{s}$) が最高 100% 給水可能であると仮定した。図-5, 6 にそれぞれ直列・並列システムの場合を示す。それぞれの図で上図の横軸は水平距離を表わし、地盤高、埋設管中心高、平常時のエネルギー線、任意の位置に破損が生じた場合の破損位置におけるエネルギー位 (点線)、破損に対応した需要節点におけるエネルギー位 (破線) および、破損位置が供給節点から 2km および 4km の点にある場合のエネルギー線を示してある。下図では横軸に破損位置をとり縦軸には破損箇所からの漏水量、需要節点における給水量、および水圧を示してある。

図-5, 6 より、直列・並列システムのいずれの場合でも破損位置が供給節点に近いほど、破損箇所における水圧が高く、したがって漏水量も多くなる。このため、上流部での管路の破損はシステムの全機能に悪い影響を与えることがわかる。

次に両システムを比較すると、並列システムの方が需要節点での水圧が高く、需要節点での不足水量・破損箇所での漏水量とも少ないため、並列システムは直列システムの場合より供給機能に対する被害が少ない。しかし以上は両システムともに破損程度の等しい 1 か所の破損が生じた場合の結果を単純に比較したものであり、管路の総延長の違い等他の条件の影響は考慮していない。

(5) 数値計算例 (3)

ここでは、2. で用いた東京都の水道管網モデル⁹⁾をもとにして図-7 に示すような簡単な解析モデルを組み立て、(3) に示した解析方法を適用した。このモデルの節点の地盤高・必要水量・管路長・管路直径は表-3 に示すとおりである。必要水量は 1 人当たりの水の使用量を 400 l/日と仮定して、各節点の勢力圏に属する人口から推算した。各節点は単なる管路の分岐・合流点とし、水は (A), (B), (C) の 3 点でシステムに供給され、管路を通過して図-7 矢印の方向に自然流下するものとした。地盤高の設定にあたっては実際の地形を反映するように努め、節点間の地盤高は管路に沿って等勾配で変化するものとし、また、(A), (B), (C) の各点を含めてすべての節点において地上のエネルギー位 (水圧) がちょうど 20m となるよう管路の直径を調整した。管路の流速係数 c_H は 100 にとった。また、供給節点 (A), (B), (C) での水圧は地震後も一定値 (20m) に保たれると仮定した。

単純化のため、地震による破損は管路に限るものとし、破損箇所は 2. の場合と同様に地盤条件を考慮に入れて決定した。この決定にあたっては久保・片山⁷⁾により東京都の場合に対し提案された水道管の破損被害率補正係数 (数値計算例 (1) で用いたと同じもの) を使用した。また、漏水はオリフィス型を仮定し、流量係数 c を

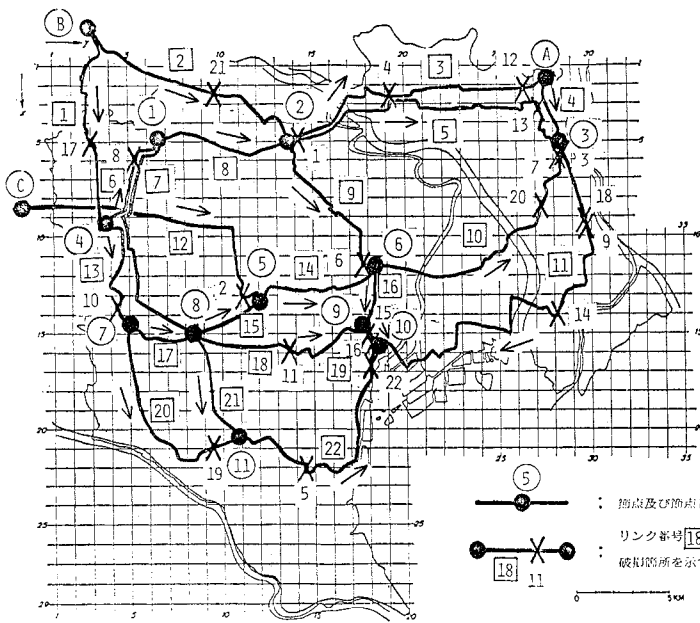


図-7 解析対象ネットワークモデル^{5),7)}と破損箇所シミュレーション

表-3 節点条件および管路条件

節点番号	地盤高 G_i (m)	必要水量 P_i (m ³ /s)	リンク番号	管路長 L (km)	直径 D (m)
①	40.59	2.49	1	11.7	4.0
②	20.73	5.28	2	13.9	1.2
③	9.79	4.00	3	16.6	2.0
④	50.18	2.03	4	3.7	1.0
⑤	30.94	3.84	5	19.0	1.8
⑥	20.10	5.41	6	6.1	2.3
⑦	45.37	2.26	7	13.8	2.4
⑧	40.59	1.84	8	7.7	1.8
⑨	13.57	0.86	9	9.3	1.4
⑩	7.47	2.72	10	15.0	1.0
⑪	30.91	8.11	11	25.9	1.0
A	20.00	—	12	16.7	2.9
B	62.00	—	13	6.8	3.6
C	47.00	—	14	7.4	2.9
			15	3.7	1.2
			16	3.1	1.0
			17	3.5	2.4
			18	10.3	1.0
			19	1.1	1.0
			20	11.8	2.2
			21	5.8	1.6
			22	14.9	1.0

0.6 とした。さらに、需要節点では水圧が 15 m で必要水量が最高 100% 給水可能であると仮定した。

図-7 のシステムに破損度 $s_i=0.3$ の破損が 1 か所生じた場合の例として 22 回シミュレートした結果得られた破損箇所 1~22 を図-7 に×印で示した。またそのおのおの破損箇所に対して、破損が 1 か所生じた場合の管網計算を行い、縦軸に節点 ①~⑪ をとり、横軸に水圧を折れ線で、不足水量を棒グラフでそれぞれ示した図を 22 個横に並べたものが図-8 (a), (b) である。

供給節点 (A)~(C) を除くすべての節点で水圧は減少し、水圧が 15 m 以下となった節点では水量不足が生じている。図-7, 8 (a), (b) を比較検討した結果、破損度 s_i を一定値 (0.3) としたにもかかわらず、破損箇所の違いにより、各節点での水圧低下の程度は大きく異なる。破損箇所 2, 10, 17 ではほぼ全節点にわたり水圧低下が大きく、一方、破損箇所 21 では水圧低下がほとんど生じない。破損箇所 17 と 21 とで逆の結果が生じているが、これは図-7 のシステムの形状という観点のみでは説明できず、システムとしてみた場合の各管路の送水機能等が影響し合った結果生じた現象であると思われるが、表-3 より、破損箇所 17 での管径は 4.0 m と大きく、破損箇所 21 での管径は 1.2 m と小さいことも、この現象が生じた一つの原因であると考えられる。

また破損箇所と需要節点との位置関係により被害程度が大きく影響されることがわかる。一般に、破損箇所の近くの節点における水圧低下・水量不足が著しい。また、節点 ⑨, ⑩ では破損箇所の位置によらずある程度の水圧低下が生じていることがわかる。この現象にも多くの要因が影響していると思われるが、節点 ⑨, ⑩ が本システムでは最も下流に位置していることを考えると、この現象は、管路の破損に伴い管路を流れる水量が増加し、水源から下流に向かって大局的にみてエネルギーの勾配が急になり、最も下流の地域では破損位置によらず常に水圧が小さくなるという現象を反映していると考えられる。

次に、システムがある地震動を受けた場合に、各節点で生じる水圧低下・水量不足の程度を算定した。システム全体での破損箇所数は、前述したように、地震動の強さ・管の種類等から推定される平均被害率、破損被害率補正係数 (平均値が 1 である場合には近似的に無視できる)、管路の長さの 3 つの要因から算定される平均値を有するポアソン分布する確率量として推定されるものであるが、ここでは簡単にするため、破損箇所数は一定数 10 か所と仮定して計算を行った。この値は、システムの総延長が 227.8 km であることから、平均被害率として約 0.044 か所/km を仮定した場合の破損箇所数の平均値に相当している。ただし、補正係数の分布の影響を無視した。さらに、破損度 s_i が図-4 の密度関数に従い分布する ($w=10$) と仮定して、シミュレーションを

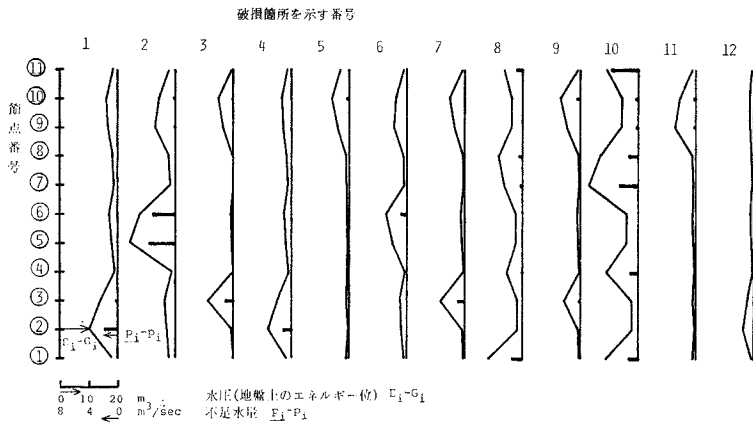


図-8(a) 各節点での水圧低下と水量不足

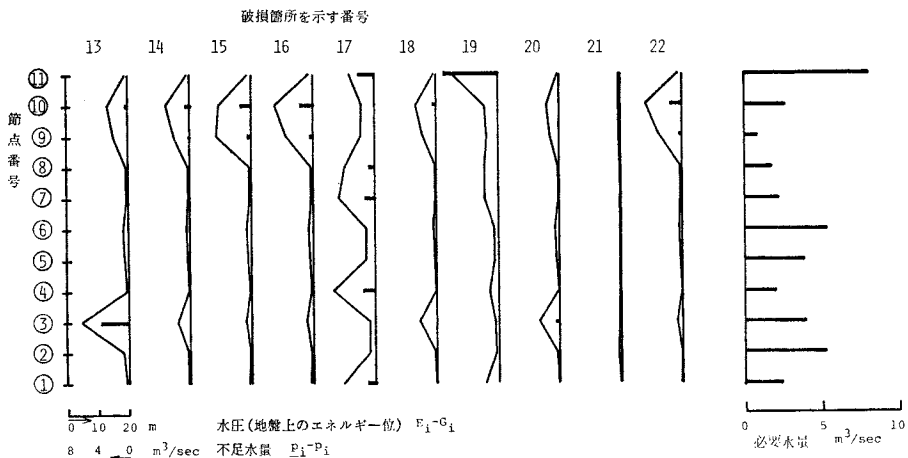


図-8(b) 各節点での水圧低下, 水量不足および必要水量

50 回繰り返す, 各節点での水圧の累積確率分布関数

$$P_{Pi}(x) = \text{prob.}(E_i - G_i < x) \dots\dots\dots(43)$$

および, 給水量の必要水量に対する割合の累積確率分布関数

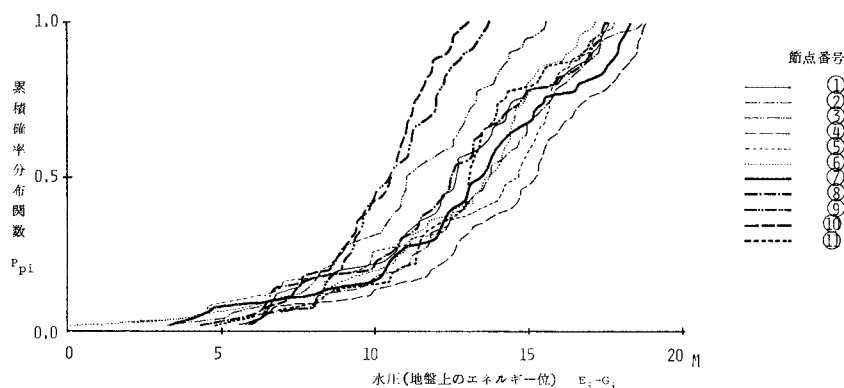
$$P_{Vi}(x) = \text{prob.}\left(\frac{P_i}{P_i} < x\right) \dots\dots\dots(44)$$

を求め, それぞれ 図-9, 10 に示す. シミュレーションの回数を増加させるほど, 解の精度が増加すると考えられるが, 解析条件・方法はともに複雑であるため, 精度を解析的に求めることは容易ではない. 得られた結果を実際問題に適用する際には精度を検討する必要があり, 与えられた条件のもとで, たとえば 50 回のシミュレーションを複数回繰り返す, 得られた結果の分布を調べる必要があると考える. 図-9, 10 より, 破損箇所の配置および破損度によって, 各節点における水圧低下および水量不足の程度が変わること, 想定される地震動から推定される数の破損が生じたシステムにおける各節点での水圧低下・水量不足はある分布をもつ確率量としての特

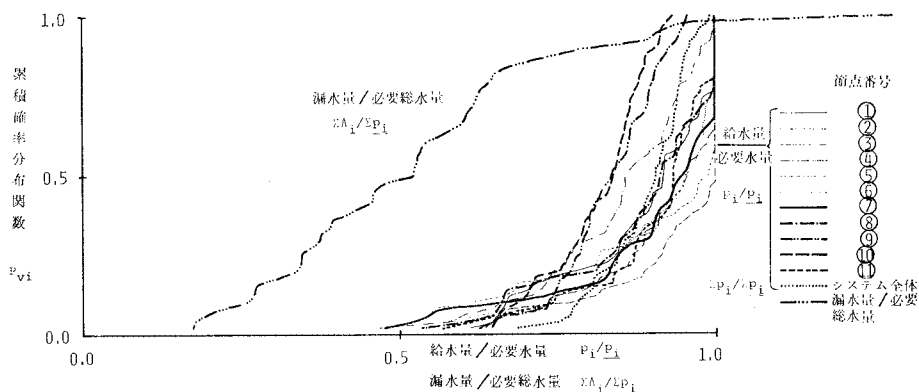
性をもっていること, また, それらの確率量の分布は節点により異なることがわかる. たとえば, 図-9 より節点 ⑩, ⑨ における水圧の平均値は約 10 m, 標準偏差は約 2 m であるのに対し, 節点 ④ では平均値が約 15 m, 標準偏差が約 3 m であることが読み取れる. このことから節点 ④ の方が節点 ⑩, ⑨ より機能上の耐震性に富んでいることが推測される. 以上に述べた結果は, 管路を流れる水量が全体に増加することにより下流域で水圧の低下する現象, 破損箇所の近くの節点での水圧が著しく低下する現象, または管路直径, 地盤高, および破損被害率補正係数の場所による分布等が複雑に影響し合った結果生じた現象を反映していると思われる. また, 漏水量の必要水量に対する比を 図-10 に示したが, これも同様に分布する確率量とみることができる.

4. 結 論

まず, ネットワークシステムの安全性に及ぼす要素と



図一9 各節点での水圧の累積確率 (破損箇所 10 か所, 破損程度分布 $w=10$)



(破損箇所 10 か所, 破損程度分布 $w=10$)

図一10 各節点およびシステム全体での(給水量)/(必要水量)および(漏水量)/(必要総水量)の累積確率

して節点間の連結性に着目し、連結性から調べたシステムの構造を把握するため、従来の信頼性解析の方法を改良発展させ、モンテカルロ法を用いた近似解法を開発した。さらに、この方法を東京都の水道管網のモデルを例として適用した。その結果、次のようなことが明らかになった。

(1) モンテカルロ法を節点間の連結確率の算定に適用した場合、従来の方法に比べて計算量が著しく減少する。節点数の多いほど節約される計算量は増大する。このため節点数の多い複雑なネットワークシステム全体の信頼性の解析を行うことが可能になった。

(2) 節点間の連結条件の適当な設定によって、節点の破壊等のシステムの機能の変化を表現することが可能であり、また、新しい管路の設定が簡単に行え、したがって、種々の状況下におけるシステムの機能を比較評価することが可能になった。

さらに地中埋設管システムの具体的な例として上水道システムの解析用モデルを作製し、機能上の耐震性の第2の評価基準として、水圧低下および水量不足を設定し地震後の給水能力を解析した。解析用モデルは供給節点

3、給水節点 11 の合計 14 の節点をもつシステムで、解析を容易にするため、各給水節点はポンプ施設等を有せず単なる合流分流点とし、また各給水節点で所定の給水を行いつつ 20 m の地上水圧を保ったまま自然流下するものとした。また、地震後、供給節点の水圧は地震前と変わらずに保たれるものとし、管路の漏水はオリフィス型と想定し、漏水量のいかんを問わずバルブを閉上するなどの状態の変化はなく、さらに地上水圧が 15 m 以上の場合 100% 給水するものとした。地震による破損箇所数 (10 か所を想定) および破損程度の分布をあらかじめ定め、モンテカルロ法により破損位置、破損程度をシミュレートし、各節点における給水状況、水圧低下を算定した。その結果、次のことが認められた。

(1) 各節点における水圧低下、水量不足の程度は確率量として求められる。

(2) 各節点における地盤上のエネルギー位の累積確率分布は類似した傾向を示しているが、その平均値は節点ごとに異なる。上述のようにモデルおよび地震時の被害状況等に多くの仮定がなされているが、適切な条件を使用することによって本解析方法が上水道システムの耐震性

の評価に利用可能であると考えられる。

以上モンテカルロ法を用いた地中埋設管システムの耐震性の評価方法を述べた。地震時の節点間の連結性を定量的に評価することによって、システム全体の特性を巨視的にとらえ、高い信頼性をもつシステムの計画の検討が可能であることを示すとともに、水道管網を取り上げてシステムとしてより細部の耐震性を調査し、具体的な耐震対策のための特性を求めることを試みたものである。さらに検討すべき点も多く残されているが、従来容易でなかったこの種類のシステムの耐震性の評価に有用な方法と考える。

参 考 文 献

- 1) たとえば、岡本舜三：耐震工学，オーム社，1971.
- 2) 久保慶三郎：埋設管の地震時挙動，生産研究，25 卷 2 号，1973.
- 3) Panoussis, G. : Seismic reliability of lifeline networks, Seismic Design Decision Analysis-Report No. 15, MIT, Dept. of Civil Eng. Res. Rep. R 74-57, 1974.
- 4) Taleb-Agha, G. : Seismic risk analysis of networks, Seismic Design Decision Analysis-Report No. 22, MIT, Dept. of Civil Eng. Res. Rep. R 75-49, 1975.
- 5) Shinozuka, M., S. Takada and H. Kawakami : Risk analysis of underground lifeline network systems, US-South East Asia Symposium on Engineering for Natural Hazards Protection, Manilla, Philippines, Sept., 1977.
- 6) 柴田 碧・土屋雅彦：ライフラインの耐震性に関するシステム工学的研究，東大機械工学研究報告，第 13 卷，1978.
- 7) 久保慶三郎・片山恒雄：地中埋設管被害に関する調査，東京都防災会議，1975.
- 8) 土木学会：大正十二年関東大地震震害調査報告，1972.
- 9) 末石富太郎・雄倉幸昭：漏水量と水圧との関係，第 17 回全国水道研究発表会講演集，1966 年 5 月.
- 10) 高桑哲男：配水管理のための管網解析プログラム，水道協会雑誌，第 488 号，1975 年 5 月.

(1980.1.21・受付)