

長大吊橋タワー・ピアー系の地震応答に及ぼす 不確定要因の影響に関する研究

THE EFFECT OF UNCERTAINTIES ON THE EARTHQUAKE RESPONSE OF
TOWER AND PIER SYSTEMS OF LONG SPAN SUSPENSION BRIDGES

山田 善一*・古川 浩平**・北島 清***

By Yoshikazu YAMADA, Kohei FURUKAWA and Kiyoshi KITAJIMA

1. 緒 論

日本は世界でも有数の地震国であるため、有史以来地震により多くの被害を受けてきた。そのため強震時の構造物の地震応答解析や耐震設計に関する研究が数多くなされている。それらの地震応答解析においては、対象とする構造物を解析可能なモデルに置換し、入力地震動、構造物ともに確定値として取り扱うのが一般的であった。しかし、近年これらの問題に対して、確率・統計的アプローチの重要性が指摘されている。その場合、特に動的な問題では入力地震波の不規則性と比較して構造系のもつ不確定要因の影響は少ないと考え、構造系は確定的にモデル化し、入力地震動のみを確率的に表現して、その安全性を検討することが多かった。しかし、構造系も種々の不確定要因を内在しており^{1),2)}、構造物の安全性・信頼性を追求し、より合理的な耐震設計を行うためには、これらの構造系の不確定要因が地震応答に及ぼす影響を正しく把握することが不可欠である。

本研究で対象とする長大吊橋においては、特にタワー・ピアー系に対する耐震設計の重要性が指摘され、その地震応答問題に関しては、従来より数多くの研究がなされてきた^{3)~6)}。それらの研究の多くは、構造物あるいは入力地震動、構造物ともに確定値として考えた場合のものである。しかし、タワー・ピアー系に関しても数多くの不確定要因が考えられる。たとえば地盤の定数、減衰定数をはじめタワー鋼材の強度、タワーやピアーの重量、タワー頂点の軸力、ケーブルの置換ばねなどが考えられる。この中でも、地盤の定数と減衰定数は、ばらつきが大きいばかりでなく、その平均値に関しても正確な見積りはむずかしく、最も不明確かつ影響の大きい要因とい

える。他の要因は、これらに比較してそのばらつきもかなり小さく、かつその平均値を容易に見積ることができ、上述の2要因とは明らかな差がある。そのため、タワー・ピアー系の不確定要因としては、地盤の定数と減衰定数を考えることが適当である。タワー・ピアー系においては耐震設計の占める割合が大きいため、上記の不確定要因が動的応答に及ぼす影響を正しく把握しておくことは、タワー・ピアー系の安全性・信頼性の評価に不可欠であると考えられる。

構造物に内在する不確定要因が地震応答に及ぼす影響を求めるための手法は、シミュレーションと解析的な手法に分類できる。シミュレーションはおもに解析解の精度の検定に用いられる場合が多い。解析的方法には種々のものが考えられるが、次に示す2種の方法がよく用いられる。1つはパータベーション法を用いたもの^{7)~11)}であり、他は線形近似理論を用いる方法^{12)~17)}である。パータベーション法はパラメーターによる微係数を求める必要がなく、融通性に富んだ手法ではある。しかし、この手法では自由度の大きい構造物では定式化が複雑であり、多くの繰り返し計算を行わねばならない。また、不確定要因のばらつきが大きくなると、収束の精度が落ちるなどの欠点がある。これに対し線形近似理論による解析法は、パラメーターによる微係数が求まらない場合は適用できないが、定式化が比較的簡単であり感度分析を行うことができる。さらにおのおの不確定要因が独立であると仮定できる場合、各変動量に対して重ね合わせができるという利点がある。

本研究ではタワー・ピアー系の不確定要因として最も影響が大きいと考えられる、地盤の定数と減衰定数の2要因を考える。そして線形近似理論を用い、タワー・ピアー系のランダム固有値解析、地震応答解析を行い、上記の不確定要因が動的応答諸量に与える影響を検討する。2. では線形近似理論を系の地震応答解析へ適用する定式化について述べる。3. ではタワー・ピアー系の不確定要因

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 徳島市役所

の変動量について考察する。4. ではこれらの不確定要因がタワーピア系の地震応答に及ぼす影響を数値計算より明らかにする。また、その解はシミュレーション法により精度の検定を行った。5. で本研究の結論を述べる。

2. 不確定要因をもつ構造物の地震応答解析

(1) ランダム固有値解析

N 自由度系の固有円振動数と振動モードとの関係は、一般に次式で表現される。

$$\lambda_j \mathbf{M} \phi_j = \mathbf{K} \phi_j \quad (j=1, \dots, N) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 \mathbf{M} は質量マトリックス、 \mathbf{K} は剛性マトリックス、 λ_j は j 次の固有値、 ϕ_j は j 次の固有ベクトルである。 \mathbf{M} および \mathbf{K} が M 個の不確定要因 $r=(r_1, r_2, \dots, r_M)$ の関数ならば、 λ_j および ϕ_j も同様にそれらの関数であると考えられる。いま、 $\lambda_j(r)$ および $\phi_j(r)$ を不確定要因 r の平均値 \bar{r} の近傍でテーラー展開し、3 次以上の高次項を無視すれば^{(13)~(16)},

$$\lambda_j(r) = \lambda_j(\bar{r}) + \sum_l (r_l - \bar{r}_l) \frac{\partial \lambda_j(\bar{r})}{\partial r_l} + \frac{1}{2} \sum_l (r_l - \bar{r}_l)^2 \frac{\partial^2 \lambda_j(\bar{r})}{\partial r_l^2} \dots\dots\dots (2)$$

$$\phi_j(r) = \phi_j(\bar{r}) + \sum_l (r_l - \bar{r}_l) \frac{\partial \phi_j(\bar{r})}{\partial r_l} + \frac{1}{2} \sum_l (r_l - \bar{r}_l)^2 \frac{\partial^2 \phi_j(\bar{r})}{\partial r_l^2} \dots\dots\dots (3)$$

よって λ_j, ϕ_j の平均値 $\bar{\lambda}_j, \bar{\phi}_j$ は次のように求められる。

$$\bar{\lambda}_j(r) = \lambda_j(\bar{r}) + \frac{1}{2} \sum_l \frac{\partial^2 \lambda_j(\bar{r})}{\partial r_l^2} \sigma_{r_l}^2 \dots\dots\dots (4)$$

$$\bar{\phi}_j(r) = \phi_j(\bar{r}) + \frac{1}{2} \sum_l \frac{\partial^2 \phi_j(\bar{r})}{\partial r_l^2} \sigma_{r_l}^2 \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\sigma_{r_l}^2$ は r_l の分散である。なお上式は簡単のためにランダム変数 r_1, r_2, \dots, r_M がそれぞれ確率的に独立であると仮定して導かれている。次に λ_j, ϕ_j の分散 $\sigma_{\lambda_j}^2, \sigma_{\phi_j}^2$ は、 $E[\]$ で期待値を表わすものとする、

$$\sigma_{\lambda_j}^2 = E[(\lambda_j(r) - \bar{\lambda}_j(r))^2] \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_{\phi_j}^2 = E[(\phi_j(r) - \bar{\phi}_j(r))^2] \dots\dots\dots (7)$$

で表わされる。式 (6), (7) に式 (2)~(5) を代入し、さらに平均値 0 の正規確率変数 X_i の統計的特性

$$E[X_1 X_2 X_3 X_4] = E[X_1 X_2] E[X_3 X_4] + E[X_1 X_3] E[X_2 X_4] + E[X_1 X_4] E[X_2 X_3] \dots\dots\dots (8)$$

を用い整理すると、最終的に⁽¹⁶⁾,

$$\sigma_{\lambda_j}^2 = \sum_l \left(\frac{\partial \lambda_j(\bar{r})}{\partial r_l} \right)^2 \sigma_{r_l}^2 + \frac{1}{2} \sum_k \sum_l \left(\frac{\partial^2 \lambda_j(\bar{r})}{\partial r_k \partial r_l} \right)^2 \sigma_{r_k}^2 \sigma_{r_l}^2 \dots\dots\dots (9)$$

$$\sigma_{\phi_j}^2 = \sum_l \left(\frac{\partial \phi_j(\bar{r})}{\partial r_l} \right)^2 \sigma_{r_l}^2 + \frac{1}{2} \sum_k \sum_l \left(\frac{\partial^2 \phi_j(\bar{r})}{\partial r_k \partial r_l} \right)^2 \sigma_{r_k}^2 \sigma_{r_l}^2 \dots\dots\dots (10)$$

となる。式 (4), (5) で示したテーラー展開において、第 1 次の微係数項まで考慮すると、

$$\bar{\lambda}_j(r) = \lambda_j(\bar{r}) \dots\dots\dots (11)$$

$$\bar{\phi}_j(r) = \phi_j(\bar{r}) \dots\dots\dots (12)$$

$$\sigma_{\lambda_j}^2 = \sum_l \left(\frac{\partial \lambda_j(\bar{r})}{\partial r_l} \right)^2 \sigma_{r_l}^2 \dots\dots\dots (13)$$

$$\sigma_{\phi_j}^2 = \sum_l \left(\frac{\partial \phi_j(\bar{r})}{\partial r_l} \right)^2 \sigma_{r_l}^2 \dots\dots\dots (14)$$

となる。以下、式 (4), (5), (9), (10) の解を線形 2 次近似理論による解とよび、式 (11)~(14) による解を線形 1 次近似理論による解とよぶ。

(2) 固有値、固有ベクトルの感度解析

前節で示したように、不確定要因による固有値と固有ベクトルの変動は、これらの微係数に依存している。これらの微係数は以下のように求めることができる⁽¹⁾。

固有値の微分は、正規化されたモードを用いると、

$$\frac{\partial \lambda_j}{\partial r_l} = \phi_j^T \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial r_l} - \lambda_j \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_l} \right) \phi_j \dots\dots\dots (15)$$

(ただし、 $\phi_j^T \mathbf{M} \phi_j = 1$)

と表わされる。固有円振動数 ω_j の微分は $\omega_j^2 = \lambda_j$ の関係より、

$$\frac{\partial \omega_j}{\partial r_l} = \frac{1}{2 \omega_j} \frac{\partial \lambda_j}{\partial r_l} \dots\dots\dots (16)$$

と求められる。一方、固有ベクトルの微分は、

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial r_l} = \sum_{k=1}^n a_{jlk} \phi_k \dots\dots\dots (17)$$

と表わされる。ここに、

$$a_{jlk} = \frac{\phi_k^T \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial r_l} - \lambda_j \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_l} \right) \phi_j}{\lambda_j - \lambda_k} \dots\dots\dots (18)$$

(ただし、 $j \neq k$)

$$a_{jlj} = - \left(\frac{\phi_j^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_l} \phi_j}{2} \right) \dots\dots\dots (19)$$

である。

2 次の微係数はこれらをさらに偏微分することにより次のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \lambda_j}{\partial r_l^2} &= \phi_j^T \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial r_l} - \lambda_j \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_l} \right) \phi_j \\ &+ \phi_j^T \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial r_l} - \lambda_j \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_l} \right) \phi_{j,l} \\ &+ \phi_j^T \left(\frac{\partial^2 \mathbf{K}}{\partial r_l^2} - \lambda_{j,l} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r_l} - \lambda_j \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial r_l^2} \right) \phi_j \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \omega_j}{\partial r_l^2} = \frac{1}{2 \omega_j} \frac{\partial^2 \lambda_j}{\partial r_l^2} - \frac{1}{\omega_j} \left(\frac{\partial \omega_j}{\partial r_l} \right)^2 \dots\dots\dots (21)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial r_l^2} = \sum_{k=1}^n (a_{jlk} l \phi_k + a_{jlk} \phi_{k,l}) \dots\dots\dots (22)$$

ここに、

$$a_{jlk,l} = \frac{\phi_{k,l}^T \left(\frac{\partial K}{\partial r_l} - \lambda_j \frac{\partial M}{\partial r_l} \right) \phi_j + \phi_k^T \left(\frac{\partial^2 K}{\partial r_l^2} - \lambda_{j,l} \frac{\partial M}{\partial r_l} - \lambda_j \frac{\partial^2 M}{\partial r_l^2} \right) \phi_j + \phi_k^T \left(\frac{\partial K}{\partial r_l} - \lambda_j \frac{\partial M}{\partial r_l} \right) \phi_{j,l}}{\lambda_j - \lambda_k} - \frac{\phi_k^T \left(\frac{\partial K}{\partial r_l} - \lambda_j \frac{\partial M}{\partial r_l} \right) \phi_j}{(\lambda_j - \lambda_k)^2} (\lambda_{j,l} - \lambda_{k,l}) \quad (j \neq k) \dots\dots\dots (23)$$

$$a_{j,l,j} = \left(\phi_{j,l}^T \frac{\partial M}{\partial r_l} \phi_j + \phi_j^T \frac{\partial^2 M}{\partial r_l^2} \phi_j + \phi_j^T \frac{\partial M}{\partial r_l} \phi_{j,l} \right) / 2 \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 $\frac{\partial}{\partial r}$ を表わす。

$$\left[\frac{\partial \sigma_x}{\partial r_l} \left\{ 2 \ln \left(\frac{T}{\pi} \cdot \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \right) - 1 \right\} + \frac{\sigma_x}{\sigma_{\dot{x}}} \cdot \frac{\partial \sigma_{\dot{x}}}{\partial r_l} \right] \dots\dots\dots (31)$$

(3) 不確定要因による動的応答量の変動

地震外力が平均値 0 の定常確率ガウス過程と考えると、動的応答量も同様に平均値 0 の定常確率ガウス過程となり応答変位の最大値 $|x|_{\max}$ は、

$$|x|_{\max} = \sqrt{2 \sigma_x^2 \ln \left(\frac{T}{\pi} \cdot \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \right)} \dots\dots\dots (25)$$

として推定できる¹⁶⁾。ここに、 $\sigma_x, \sigma_{\dot{x}}$ は応答量 x, \dot{x} の標準偏差、 T は振動の継続時間である。これを用いて、最大応答の平均および分散は、

$$\begin{aligned} \overline{|x|_{\max}(r)} &= \overline{|x|_{\max}(\bar{r})} \dots\dots\dots (26) \\ \sigma^2 |x|_{\max}(r) &= \sum_l \left(\frac{\partial |x|_{\max}(\bar{r})}{\partial r_l} \right)^2 \sigma_{r_l}^2 \\ &+ \sum_{l \neq k} \rho_{lk} \frac{\partial |x|_{\max}(\bar{r})}{\partial r_l} \cdot \frac{\partial |x|_{\max}(\bar{r})}{\partial r_k} \sigma_{r_l} \sigma_{r_k} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

となる。ここに、 ρ_{lk} は r_l と r_k との間の相関係数である。本研究では、ランダム変数 r は確率的に独立と仮定しているので、式 (27) の第 2 項は考慮しない。 x, \dot{x} の分散は外力がホワイトノイズの場合、

$$\sigma_x^2 = \sum_i \sum_k 4 \pi \phi_i \phi_k \Gamma_i \Gamma_k S_0 \frac{A_{ik}}{B_{ik}} \dots\dots\dots (28)$$

$$\sigma_{\dot{x}}^2 = \sum_i \sum_k 4 \pi \phi_i \phi_k \Gamma_i \Gamma_k S_0 \frac{C_{ik}}{B_{ik}} \dots\dots\dots (29)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_{ik} &= \beta_i \omega_i + \beta_k \omega_k \\ B_{ik} &= (\omega_i^2 - \omega_k^2)^2 + 4(\beta_i \omega_i + \beta_k \omega_k) \\ &\quad \cdot (\beta_i \omega_k + \beta_k \omega_i) \omega_i \omega_k \\ C_{ik} &= (\beta_i \omega_i + \beta_k \omega_k) \omega_i \omega_k \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

であり、 S_0 はホワイトノイズレベル、 Γ_i, Γ_k は i 次および k 次の刺激係数、 ω_i, ω_k は i 次および k 次の固有円振動数、 β_i, β_k は i 次および k 次の減衰定数である。

式 (25) を r_l で偏微分すると、

$$\frac{\partial |x|_{\max}(\bar{r})}{\partial r_l} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{2 \sigma_x^2 \ln \left(\frac{T}{\pi} \cdot \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \right)}}$$

となり、 $\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial r_l} \right)_{r=\bar{r}}, \left(\frac{\partial \sigma_{\dot{x}}}{\partial r_l} \right)_{r=\bar{r}}$ を求めることにより式 (31) は計算することができる。また、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial r_l} &= \frac{1}{2 \sigma_x} \cdot \frac{\partial \sigma_x^2}{\partial r_l} \\ \frac{\partial \sigma_{\dot{x}}}{\partial r_l} &= \frac{1}{2 \sigma_{\dot{x}}} \cdot \frac{\partial \sigma_{\dot{x}}^2}{\partial r_l} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

なので、式 (28)、(29) を r_l で偏微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x^2}{\partial r_l} &= \sum_i \sum_k 4 \pi S_0 \left[\Gamma_i \Gamma_k \frac{A_{ik}}{B_{ik}} \left\{ \phi_i \frac{\partial \phi_k}{\partial r_l} + \phi_k \frac{\partial \phi_i}{\partial r_l} \right\} \right. \\ &+ \phi_i \phi_k \frac{A_{ik}}{B_{ik}} \left\{ \Gamma_i \frac{\partial \Gamma_k}{\partial r_l} + \Gamma_k \frac{\partial \Gamma_i}{\partial r_l} \right\} \\ &+ \left. \phi_i \phi_k \Gamma_i \Gamma_k \left\{ \frac{1}{B_{ik}} \frac{\partial A_{ik}}{\partial r_l} - \frac{A_{ik}}{B_{ik}^2} \frac{\partial B_{ik}}{\partial r_l} \right\} \right] \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{\dot{x}}^2}{\partial r_l} &= \sum_i \sum_k 4 \pi S_0 \left[\Gamma_i \Gamma_k \frac{C_{ik}}{B_{ik}} \left\{ \phi_i \frac{\partial \phi_k}{\partial r_l} + \phi_k \frac{\partial \phi_i}{\partial r_l} \right\} \right. \\ &+ \phi_i \phi_k \frac{C_{ik}}{B_{ik}} \left\{ \Gamma_i \frac{\partial \Gamma_k}{\partial r_l} + \Gamma_k \frac{\partial \Gamma_i}{\partial r_l} \right\} \\ &+ \left. \phi_i \phi_k \Gamma_i \Gamma_k \left\{ \frac{1}{B_{ik}} \frac{\partial C_{ik}}{\partial r_l} - \frac{C_{ik}}{B_{ik}^2} \frac{\partial B_{ik}}{\partial r_l} \right\} \right] \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

として求まる。したがって、動的応答量に及ぼす不確定要因の評価は、固有円振動数、モードの偏微分係数の算定を通して得られることがわかる。よって前節のランダム固有値解析の結果を用いればよい。

3. タワーピア系の不確定要因とその変動量

構造系の不確定要因が応答に与える影響を明らかにしようとする、構造系の不確定要因が何であり、かつそれがどの程度ばらつくのかということの評価しておく必要がある。しかし、これらの不確定要因に関する研究は数少ない。そのためばらつきの程度は、それらの研究をもとに推測する以外方法がないのが現状であろう。ここではタワーピア系の地震応答に関係があると思われる不確定要因ごとに、その変動量について考察する。

(1) 地盤の定数

本四公団が児島一坂出ルートで行った地質調査報告書¹⁹⁾によると、ピア建設各地点での地盤の動的弾性定数の分布図が示されている。この報告書には各測定値や変動係数の記載がないためその平均値やばらつきの定量的把握は困難である。しかし、これらのサンプル数が最大 25 であることを考え合わせると、かなりばらついていることが推定できる。

山崎¹⁶⁾は鳥海²⁰⁾が行った日本住宅公団アパートの固有振動数集団計測結果について検討を加え、動的地盤係数の変動係数を求めている。それによれば、変動係数は最小 0.076 から最大 0.537 で 15 団地の平均は 0.226 である。また、10 棟以上の測定が行われている団地に限れば最小で 0.119、最大で 0.537、平均は 0.247 となり、ある程度の狭い区域内での地盤係数の変動係数として、平均的には 0.2 程度を考えればよいであろうとしている。しかし、この研究は対象とする構造物が地上に存在する場合の結果であり、一般的に水中に建設されるタワーピア系にそのまま適用するには無理がある。タワーピア系においては、水中での調査や水の影響など、さらに不確実性を大きくする要素が考えられる。

本四公団の調査と山崎の研究結果、さらにタワーピア系の特殊性を考慮すると、地盤の定数のばらつきとして、変動係数にして少なくとも 0.2 程度はあるものと考えられる。この値はかなり低めに見積っており、実際はもう少し大きな値をとる可能性も考えられるので、本研究では地盤の定数の変動係数として、0.2 と 0.3 の両者を考えて計算を行った。なお、本研究では地盤の定数として、地盤の弾性定数を用い E_s で表す。

(2) 減衰定数

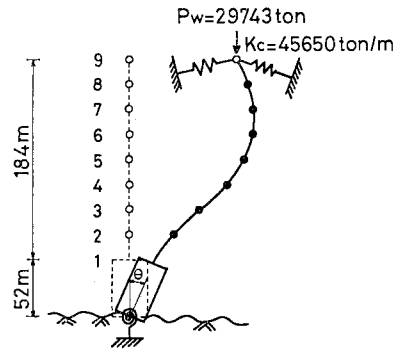
振動問題において、減衰は最も不明確さの残っているものである。減衰の原因についても、逸散減衰、構造減衰、履歴減衰、内部減衰などの要因が指摘されているが、その要因間の割合など不明な点が多い。そのうえ、減衰定数が全体としてどの程度のばらつきを有しているのかということに関する研究もほとんどなく、かなりの部分推測によるしかない。

山崎¹⁶⁾は主として RC、SRC の実在構造物の減衰定数の測定結果を固有周期との関係で統計的に処理し、変動係数として 0.35~0.47 程度になると計算している。しかし、これらの測定は構造物の建っている地盤条件や基礎の条件、変形のレベル、振動実験が構造物の建設のどの時点で行われたか、などの各種の条件の違いを一切考慮に入れずに行ったものであり、得られた数値は実際よりかなり大きいものと考えられる。

タワーピア系は一般に水中に建設される巨大な構造物で、その固有周期も比較的長く、かつその減衰定数は最も卓越するモードで 5~20% 程度といわれている。これらを考え合わせると、減衰定数の変動係数も地盤の定数と同様、かなり大きくなるものと考えられる。山崎の行った計算も考慮すると、減衰定数の変動係数としては地盤の定数と同様 0.2~0.3 程度は考える必要がある。ピアの減衰は主として地下逸散減衰であり、地盤のばらつきを考えるとこの逸散減衰のばらつきは大きいものと予測される。それに対してタワーの減衰は、構造減衰、履歴減衰を主としたものであり、地下逸散減衰に比べると小さいものと考えられる。そこで本研究では、地盤の定数の変動と比較する点も考え合わせて、減衰定数の変動係数として、全モードについて 0.2 と 0.3 にした場合と、タワーが卓越するモードについて 0.1 とし、ピアが卓越するモードを 0.2 と 0.3 にした場合の合計 4 ケースについて計算を行った。

4. タワーピア系における計算結果および考察

数値計算例として用いたタワーピア系を図-1に示す。このモデルはピア幅が 30m、ピア奥行が 50m



MODEL OF TOWER-PIER SYSTEM

図-1 数値計算例として用いたタワーピア系

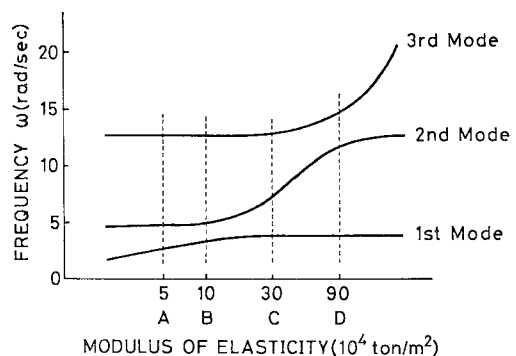


図-2 地盤-振動数曲線

であり、タワー断面は高さ方向に一様でその断面2次モーメント 10 m^4 、各質点重量は 471 t である。タワーピア系では地盤条件によって各次の固有振動数が接近したり、離反したりする現象の起きることが知られている^{3)~6)}。本研究で用いたタワーピア系でも、地盤弾性定数と各次の固有円振動数は図-2のように接近離反現象を示す。本研究で対象とする地盤は、図-2のA~Dである。実際のタワーピア系建設地点の地盤の弾性定数も、このA~D地盤の範囲内に存在する¹⁹⁾。

(1) タワーピア系の固有円振動数と振動モードの変動

まず線形1次および2次近似理論によるランダム固有値解析とモンテカルロシミュレーションによる解¹¹⁾とを比較検討する。モンテカルロシミュレーションの繰り返し回数は2500回である。不確定要因として変動係数0.2の地盤弾性定数 E_s を採用し、その変動が1~3次の固有円振動数に与える影響について計算した結果を表-1に示す。表-1の各項は上より線形1次近似理論、線形2次近似理論、シミュレーションによる解であり、 $E[\omega]$ は平均値を、 $\sigma[\omega]$ は標準偏差を、 $\text{COV}[\omega]$ は変動係数を表わす。表-1で太枠で囲んだものはピアが揺れるモードである。このモードはA地盤では1次、B地盤では1次と2次、C地盤では2次、D地盤では2次と3次である。これらのピアが揺れるモードはタワーピア系の動的応答を知るうえで非常に重要である^{3), 5)}。

表-1より固有円振動数の平均値に関しては、3者の解はほとんど同じ値を示している。標準偏差に関しては1次・2次で割合よく合っているが3次になるとD地盤以外では合っていない。4次以上の高次については表には記していないが、高次になるほど理論解の変動量が小さくなるのに比べて、シミュレーション解では低次・高次とも変動量がほぼ同程度であった。タワーピア系では太枠で囲んだモードが応答に占める割合が大きく、それ以外のモードの影響は小さいことを考え合わせると、これらの理論解は十分な精度をもっているといえる。表-1よりわかるように、A~D地盤とも太枠で囲んだピアが揺れるモードに対応する固有円振動数の変動が大きく、他のモードでの変動は小さい。また、線形1次と2次の解がほとんど同じであることから、以下の計算にはすべて線形1次理論を用いる。

図-3~6に不確定要因として変動係数0.2の地盤弾性定数を採用したときの1次から3次までの固有振動モードの理論解とシミュレーション解の結果を示す。図-3~6はおのおのA~D地盤の場合である。図中、中央の細線が平均値でその両側の太い線が $\sigma \times n$ 限界を示す。 n は適当な値であり、図をわかりやすくするために、標準偏差の n 倍したものを平均値の両側にスケールアップしてプロットしたもので、各モード図の軸上方に記されている。たとえば図-3の3次モードは理論解とシミュレーション解とはかなり差があるようにみえるが、 $n=100$ なので実際にはほとんど一致していると考えてよい。また、これらの図は、モードの平均値とその

表-1 固有円振動数の変動 ($\text{COV}(E_s)=0.2$)

	A 地 盤			B 地 盤		
	$E[\omega]\text{rad/sec}$	$\sigma[\omega]\text{rad/sec}$	$\text{COV}[\omega]$	$E[\omega]\text{rad/sec}$	$\sigma[\omega]\text{rad/sec}$	$\text{COV}[\omega]$
ω_1	2.727 (2.705) [2.713]	0.2496 (0.2515) [0.2551]	0.9151×10^{-1} (0.9296×10^{-1}) [0.9404×10^{-1}]	3.490 (3.445) [3.449]	0.1431 (0.1567) [0.1739]	0.4102×10^{-1} (0.4550×10^{-1}) [0.5041×10^{-1}]
ω_2	4.080 (4.087) [4.089]	0.4767×10^{-1} (0.4862×10^{-1}) [0.4750×10^{-1}]	0.1168×10^{-1} (0.1190×10^{-1}) [0.1162×10^{-1}]	4.544 (4.568) [4.577]	0.2746 (0.2766) [0.2742]	0.6042×10^{-1} (0.6056×10^{-1}) [0.5900×10^{-1}]
ω_3	12.64 (12.64) [12.64]	0.8673×10^{-3} (0.8674×10^{-3}) [0.1349]	0.6860×10^{-4} (0.6861×10^{-4}) [0.1067×10^{-1}]	12.65 (12.65) [12.65]	0.1954×10^{-2} (0.1955×10^{-2}) [0.1263]	0.1545×10^{-3} (0.1546×10^{-3}) [0.9988×10^{-2}]
	C 地 盤			D 地 盤		
	$E[\omega]\text{rad/sec}$	$\sigma[\omega]\text{rad/sec}$	$\text{COV}[\omega]$	$E[\omega]\text{rad/sec}$	$\sigma[\omega]\text{rad/sec}$	$\text{COV}[\omega]$
ω_1	3.771 (3.768) [3.768]	0.1329×10^{-1} (0.1420×10^{-1}) [0.1570×10^{-1}]	0.3523×10^{-2} (0.3568×10^{-2}) [0.4166×10^{-2}]	3.807 (3.807) [3.807]	0.2935×10^{-2} (0.3162×10^{-2}) [0.3073×10^{-2}]	0.7708×10^{-3} (0.8305×10^{-3}) [0.8071×10^{-3}]
ω_2	7.306 (7.272) [7.294]	0.7024 (0.7040) [0.7266]	0.9614×10^{-1} (0.9681×10^{-1}) [0.9962×10^{-1}]	11.97 (11.64) [11.73]	0.6872 (0.7461) [0.7197]	0.5741×10^{-1} (0.6410×10^{-1}) [0.6136×10^{-1}]
ω_3	12.67 (12.67) [12.67]	0.1025×10^{-1} (0.1035×10^{-1}) [0.1181]	0.8091×10^{-3} (0.8164×10^{-3}) [0.9320×10^{-2}]	13.29 (13.55) [13.50]	0.6656 (0.7624) [0.6936]	0.5009×10^{-1} (0.5625×10^{-1}) [0.5138×10^{-1}]

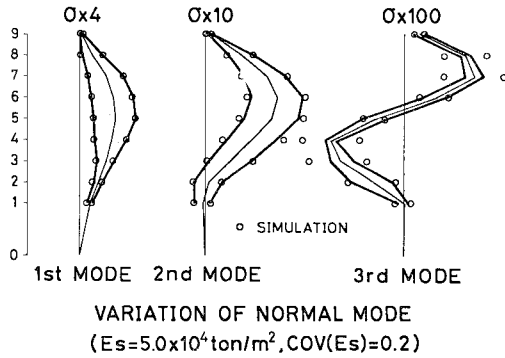


図-3 振動モードの変動 (A地盤, $\text{COV}(E_s)=0.2$)

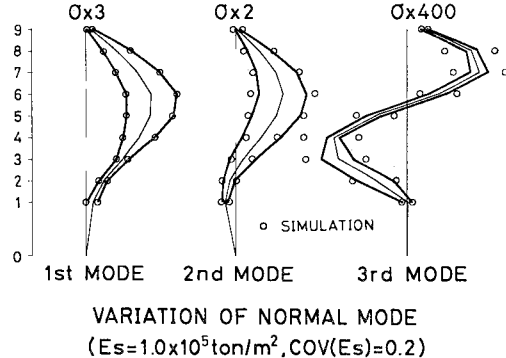


図-4 振動モードの変動 (B地盤, $\text{COV}(E_s)=0.2$)

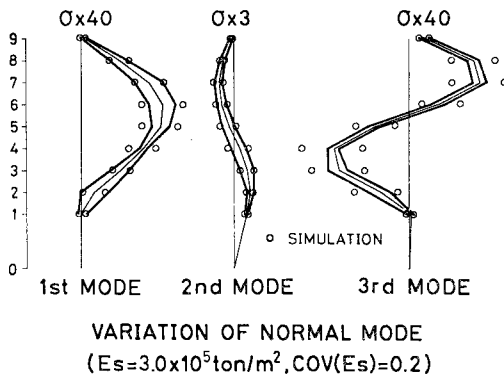


図-5 振動モードの変動 (C地盤, $\text{COV}(E_s)=0.2$)

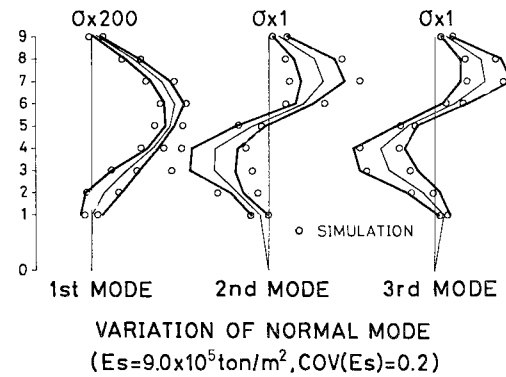


図-6 振動モードの変動 (D地盤, $\text{COV}(E_s)=0.2$)

標準偏差を同一の図上にわかりやすく描こうとしたもので、この $\sigma \times n$ 限界は、モードの形状を示すものではないことに注意されたい。最大応答量についても同様である。図-3 では1次の変動が大きく、図-4 では1次と2次が、図-5 では2次が、図-6 では2次と3次の変動が大きいことがわかる。これらは図をみればわかるように、いずれもピアーが揺れているモードに対応している。このように地盤弾性定数の変動が固有円振動数、固有振動モードの変動に与える影響は、ピアーの揺れるモードに対応するものが特に大きい。

(2) 動的応答量の変動

a) ホワイトノイズ入力の場合の計算結果と考察

本研究は構造系の不確定要因が地震応答に及ぼす影響を求めようとするもので、そのためには入力地震波の卓越振動数による影響が小さい方がわかりやすいと考えられる。そこでまず、外力としてホワイトノイズを用いその地震応答を求めた。ホワイトノイズレベル S_0 としては、タワーピアー系の動的特性を考えに入れて、 $S_0=0.003 \text{ m}^2/\text{sec}^2/\text{rad}/\text{sec}$ を用いている⁶⁾。

不確定要因として変動係数 0.2 の地盤弾性定数を採用したときの A~D 地盤の変位および曲げモーメントの

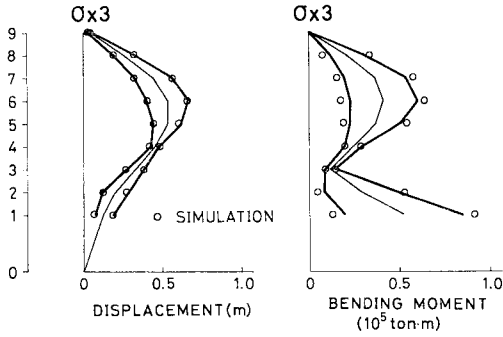
表-2 最大応答の変動係数 ($\text{COV}(E_s)=0.2$)

		A地盤	B地盤	C地盤	D地盤
変位	質点 6	0.081	0.155	0.105	0.051
	質点 1	0.147	0.089	0.133	0.612
モーメント	質点 6	0.145	0.109	0.093	0.116
	質点 1	0.191	0.089	0.080	0.024

表-3 最大応答の変動係数 ($\text{COV}(E_s)=0.3$)

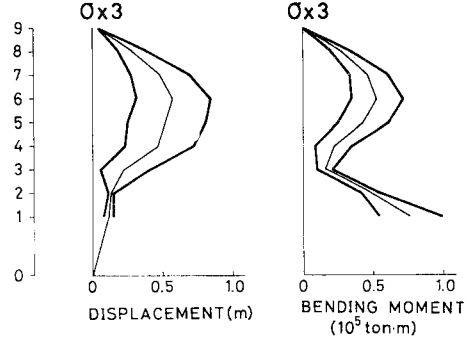
		A地盤	B地盤	C地盤	D地盤
変位	質点 6	0.122	0.233	0.157	0.076
	質点 1	0.221	0.134	0.199	0.918
モーメント	質点 6	0.217	0.163	0.140	0.173
	質点 1	0.287	0.134	0.121	0.050

最大応答の変動を 図-7~10 に示す。さらにピアー頂(タワー下端)である質点 1 と最大変位を示すタワーの質点 6 に関して変位とモーメントの変動係数を地盤の弾性定数の変動係数を 0.2 とした場合を 表-2 に、変動係数を 0.3 にした場合を 表-3 に示す。また、これらの解の精度を確かめるため A, D 地盤に対してシミュレーションを行い理論解と比較検討した。理論解とシミュレーション解を比べると、変位についてはよい一致を示しているが、モーメントに関しては少し差がみられ



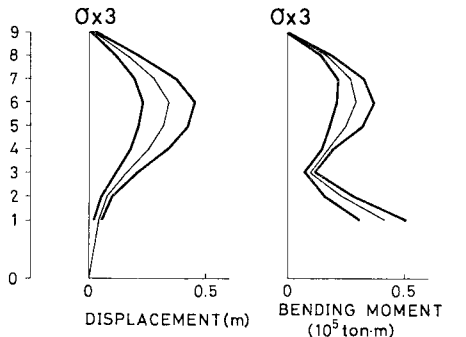
VARIATION OF MAXIMUM RESPONSE
($E_s=5.0 \times 10^4 \text{ ton/m}^2, \text{COV}(E_s)=0.2$)

図-7 最大応答の変動 (A地盤, $\text{COV}(E_s)=0.2$)



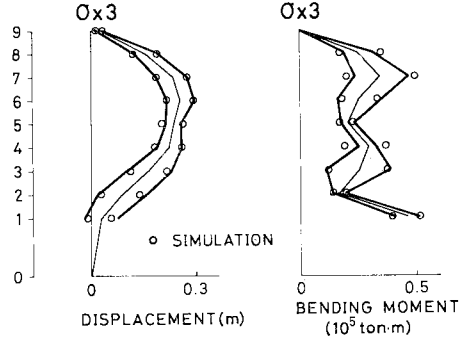
VARIATION OF MAXIMUM RESPONSE
($E_s=1.0 \times 10^5 \text{ ton/m}^2, \text{COV}(E_s)=0.2$)

図-8 最大応答の変動 (B地盤, $\text{COV}(E_s)=0.2$)



VARIATION OF MAXIMUM RESPONSE
($E_s=3.0 \times 10^5 \text{ ton/m}^2, \text{COV}(E_s)=0.2$)

図-9 最大応答の変動 (C地盤, $\text{COV}(E_s)=0.2$)



VARIATION OF MAXIMUM RESPONSE
($E_s=9.0 \times 10^5 \text{ ton/m}^2, \text{COV}(E_s)=0.2$)

図-10 最大応答の変動 (D地盤, $\text{COV}(E_s)=0.2$)

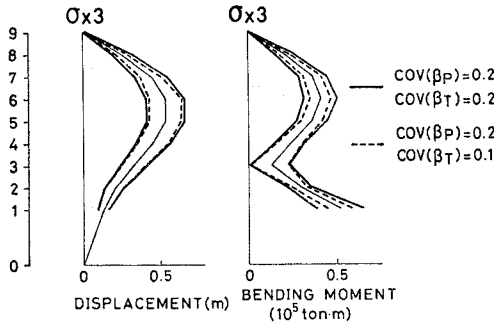
る。しかし、この程度の差であれば理論解は必要な精度をもっていると考えられる。

理論解の結果より次のことがわかる。A地盤においては変位・モーメントともにピアー頂の変動が特に大きい。これは地盤がやわらかくて、ピアーが揺れやすいためであろう。B地盤においては、質点6の変動が非常に大きい。B地盤では1次モードと2次モードの連成振動が生じ、応答が大きくなることが知られている。このことは図-8の応答の平均値が大きいくことでわかる。そのうえ図-8、表-2、3に示すように応答の変動量も大きいので、地盤の弾性定数の決定に際しては十分な調査・検討が必要である。C、D地盤の変動量もかなり大きいですが応答の平均値が小さく、地盤が剛になった場合耐震設計の重要性が低くなる⁹⁾ことを考え合わせると、その影響は小さいものと考えられる。D地盤のピアー頂変位の変動係数が極端に大きいのは、図-6に示すように連成モードの変動が大きいのに加えて、ピアー頂変位そのものが小さいから、ピアー頂変位で割った値である変動係数が極端に大きくなったのであろう。一般的にモーメントに関しては、比較的やわらかな地盤で影響が大き

く、地盤が剛になるほど変動は小さくなる。変位に関してはB地盤ではタワー変位に、それ以外の地盤ではピアー頂変位の変動に及ぼす影響が大きい。このように地盤の弾性定数の変動が応答に及ぼす影響はその値の大小により異なる。また、表-2と表-3を比べると、表-3の結果は表-2の結果の1.5倍であり、地盤の弾性定数の変動と応答の変動は線形関係にあることがわかる。

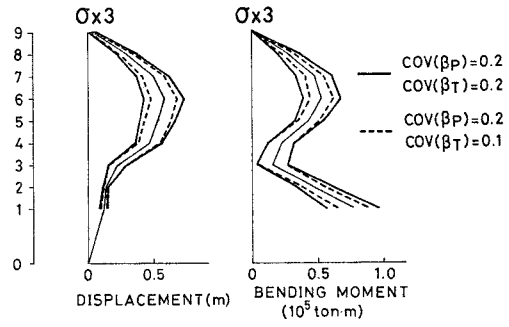
表-2、3より最大応答の変動は大きいもので地盤の弾性定数の変動とほぼ同じ程度であり、構造物のフィルター効果を考えるとこの変動量はかなり大きいといえる。よって入力地震動だけでなく、地盤についても確率的な考え方をする必要があろう。

不確定要因として減衰定数を用いた場合の結果を図-11~14と表-4~7に示す。図-11~14にピアーの揺れるモードに対応する減衰定数の変動係数を0.2、ピアーが揺れないモードに対する減衰定数の変動係数を0.1とした場合を破線で、両者とも0.2にした場合を実線で示してある。これらの結果より、ピアー主体・タワー主体の両モードとも変動係数0.2を用いた場合、地盤のいかにかわららずすべての例での影響がほとんど同じで



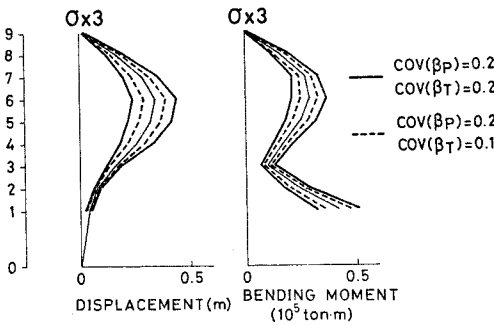
VARIATION OF MAXIMUM RESPONSE
($E_s=5.0 \times 10^4 \text{ ton/m}^2$)

図-11 最大応答の変動 (A地盤)



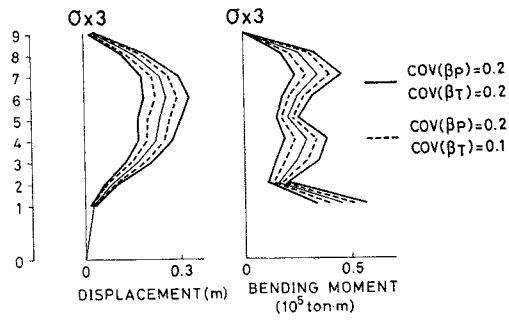
VARIATION OF MAXIMUM RESPONSE
($E_s=1.0 \times 10^5 \text{ ton/m}^2$)

図-12 最大応答の変動 (B地盤)



VARIATION OF MAXIMUM RESPONSE
($E_s=3.0 \times 10^5 \text{ ton/m}^2$)

図-13 最大応答の変動 (C地盤)



VARIATION OF MAXIMUM RESPONSE
($E_s=9.0 \times 10^5 \text{ ton/m}^2$)

図-14 最大応答の変動 (D地盤)

表-4 最大応答の変動係数 ($\text{COV}(\beta_T, \beta_p)=0.2, 0.2$)

		A地盤	B地盤	C地盤	D地盤
変位	質点 6	0.076	0.085	0.099	0.092
	質点 1	0.091	0.083	0.097	0.063
モーメント	質点 6	0.078	0.088	0.090	0.076
	質点 1	0.085	0.090	0.085	0.085

表-5 最大応答の変動係数 ($\text{COV}(\beta_T, \beta_p)=0.1, 0.2$)

		A地盤	B地盤	C地盤	D地盤
変位	質点 6	0.060	0.057	0.049	0.046
	質点 1	0.091	0.042	0.097	0.034
モーメント	質点 6	0.050	0.053	0.045	0.038
	質点 1	0.048	0.053	0.043	0.047

表-6 最大応答の変動係数 ($\text{COV}(\beta_T, \beta_p)=0.3, 0.3$)

		A地盤	B地盤	C地盤	D地盤
変位	質点 6	0.114	0.127	0.148	0.138
	質点 1	0.136	0.125	0.145	0.095
モーメント	質点 6	0.117	0.132	0.135	0.114
	質点 1	0.128	0.135	0.128	0.128

表-7 最大応答の変動係数 ($\text{COV}(\beta_T, \beta_p)=0.1, 0.3$)

		A地盤	B地盤	C地盤	D地盤
変位	質点 6	0.085	0.076	0.049	0.046
	質点 1	0.136	0.043	0.145	0.038
モーメント	質点 6	0.065	0.065	0.046	0.039
	質点 1	0.055	0.063	0.043	0.052

ある。このことは表-4の変動係数の値をみてもすべての例でほぼ同じであり、かつ図-11~14の応答分布もほぼ同じ広がりをもっていることでわかる。それに対して、図-11~14の破線の図と表-4, 5によればタワー主体のモードの変動係数を0.1とした場合、A地盤では両モードの変動係数とも0.2の場合と変わりが無いのに対して、B, C, D地盤の順にその差が大きくなる。このことは、地盤がやわらかな場合はピア一部の減衰がタワ

一部の減衰より大きな影響を及ぼし、地盤が剛になるほど、タワー一部の減衰の影響が大きくなっていくことを示している。

表-6の結果は表-4の結果の1.5倍であり、この場合も減衰定数の変動と応答の変動は線形関係にあることがわかる。表-5と表-7を比べてみると、明らかにこのような線形関係はなく、表-5と表-7のD地盤の結果はほとんど同じである。これは地盤が剛になればピア

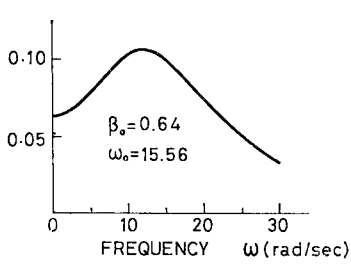
一部の減衰の影響が小さくなり、タワー部の減衰の影響が支配的であることを示している。

また、表—4~7 より最大応答の変動は、大きいもので減衰定数の変動の1/2弱程度である。しかし、減衰定数の変動の大きさを考えると減衰定数の取り扱いに関しても、その変動を考えた確率論的な考え方をする必要のあることを示唆している。

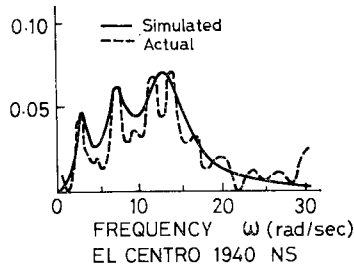
地盤の弾性定数と減衰定数の変動による影響はこれら

の表より、不確定要因の変動量が同じ場合、やわらかな地盤では地盤の弾性定数による変動の方が減衰定数による変動より大きい。地盤が剛になった場合、耐震設計の重要性が小さくなる⁹⁾ことを考え合わせると、地盤の弾性定数の変動が地震応答の変動に及ぼす影響が最も大きいといえる。

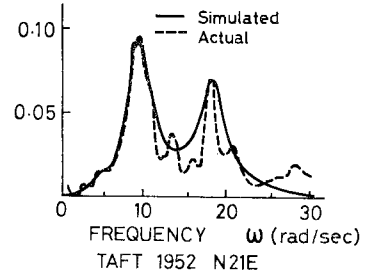
b) 周波数特性を有する地震波入力の場合と考察
以上の計算はすべて外力としてホワイトノイズを用い



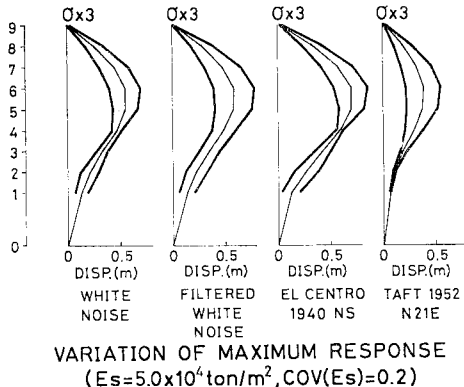
図—15 パワースペクトル密度関数(フィルター・ホワイトノイズ)



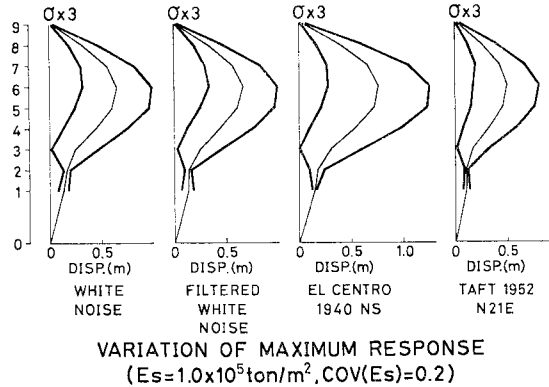
図—16 パワースペクトル密度関数(EL CENTRO 1940 NS)



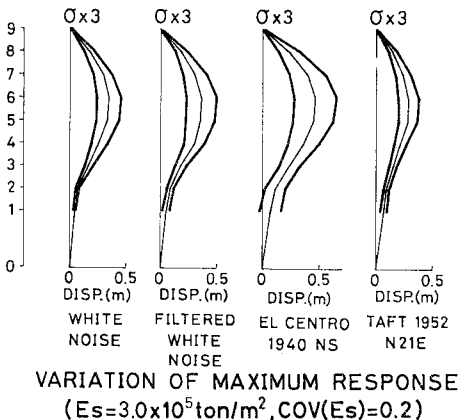
図—17 パワースペクトル密度関数(TAFT 1952 N 21 E)



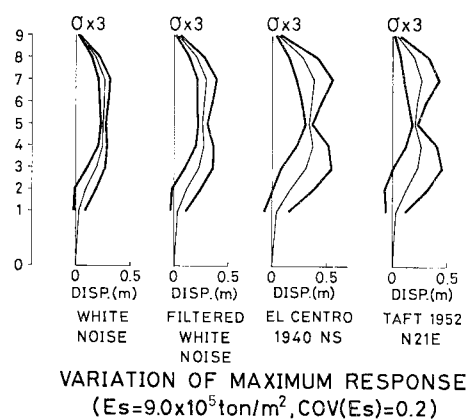
図—18 異なった入力地震波による最大応答の変動(A地盤, $COV(E_s)=0.2$)



図—19 異なった入力地震波による最大応答の変動(B地盤, $COV(E_s)=0.2$)



図—20 異なった入力地震波による最大応答の変動(C地盤, $COV(E_s)=0.2$)



図—21 異なった入力地震波による最大応答の変動(D地盤, $COV(E_s)=0.2$)

てきたが、実際の地震波はホワイトノイズと異なり、それぞれ周波数特性を有する。本研究で用いた地震波はホワイトノイズ、フィルタードホワイトノイズ^{(6), (21)}, EL CENTRO 1940 NS⁽²²⁾, TAFT 1952 N 21 E⁽²³⁾ であり、これらの正規化されたパワースペクトル密度関数を図—15~17 に示す。これらの入力最大の加速度の期待値はすべて 180 gal になるようにして用いている⁽⁹⁾。この入力地震波の違いによる影響を 図—18~21 に示す。図—18~21 はおのおの A~D 地盤の場合である。この例では不確定要因として変動係数 0.2 の地盤の弾性定数 E_s を用いて計算を行っている。

これらの図より、応答の期待値は入力地震波により、かなり異なることがわかる。用いた 4 種の地震波では、EL CENTRO 1940 NS による応答が最大で TAFT 1952 N 21 E が最小、他の 2 波はその中間である。これらの結果は入力のパワースペクトル密度の卓越振動数と構造系との共振状態より推定される。表—1 に示すようにタワーピアースでは、A~D 地盤とも 1 次の固有円振動数が 5 rad/sec より小さい値になり、この部分で図—16 の EL CENTRO のスペクトルはピークを有している。これに対し 図—17 に示す TAFT では 5 rad/sec 以下ではスペクトルの値は小さい。他の 2 つの地震波はフラットなスペクトルのため 5 rad/sec より小さい範囲でピークもないが、スペクトルの値が極端に小さいということもない。また、D 地盤では地震波による差は小さくなっているが、この地盤では 2 次、3 次がピアアの揺れるモードで、その固有円振動数は 10 rad/sec より大きく、この周波数範囲ではスペクトルにあまり差がないためであろう。応答の変動に関しても入力地震波の卓越振動数と構造系の共振状態より同様の考察が行える。特に B, D 地盤のように連成モードが現われるところでは、応答の変動量も大きくなるため十分な注意が必要である。フィルタードホワイトノイズは 図—15 に示すように比較的フラットなスペクトルのため、応答の期待値に関しても変動に関しても、ホワイトノイズとほとんど同様の応答を示している。このように入力地震波の違いも構造系の地震応答やその変動に大きな影響を与えていることがわかる。

5. 結 論

本研究は長大吊橋タワーピアースの地震応答に及ぼす不確定要因の影響を線形近似理論を用いて解析を行ったものである。その結果は以下のようにまとめることができる。

(1) 線形近似理論による解とモンテカルロシミュレーション解を比較した結果、両者はよい一致を示してい

た。線形 1 次理論と 2 次理論の解はほとんど同じであった。

(2) タワーピアース系の不確定要因として、その影響が大きいと予想される地盤の弾性定数を考えて、ランダム固有値解析を行い、固有円振動数、振動モードの変動を求めた。その結果、地盤の弾性定数の変動が固有円振動数、振動モードの変動に及ぼす影響は、両者ともにピアアが揺れるモードに対して特に大きな影響を与え、他のモードへの影響は小さい。

(3) タワーピアース系の不確定要因として、その影響が大きいと予想される地盤弾性定数、減衰定数を考えて応答解析を行い、それらが最大応答の変動に及ぼす影響を調べた。その結果、

(i) 地盤弾性定数の変動が応答に及ぼす影響は地盤の弾性定数の値の大小によって異なる。変位に関しては、B 地盤以外ではピアア頂変位に及ぼす影響が大きく、B 地盤では特にタワー変位に及ぼす影響が大きい。モーメントに関しては、比較的やわらかな地盤で影響が大きく、地盤が剛になるほど影響は小さくなる。

(ii) 減衰定数の変動が応答に及ぼす影響は、タワー主体・ピアア主体のモードとも同一の変動を考えた場合、地盤のいかにかわからず、ほとんど同じである。また、タワー主体とピアア主体のモードの減衰の変動が異なったときは、地盤が比較的やわらかな場合はピアアの減衰の変動の影響が大きく、地盤が剛になるほどタワーの減衰の変動がピアアの減衰の変動より大きな影響を及ぼすようになる。

(iii) 不確定要因の変動量が同じ場合、減衰定数よりも地盤の弾性定数の方が応答に及ぼす影響が大きい。

(iv) 地盤の弾性定数や減衰定数の変動による最大応答の変動はかなり大きいため、地盤や減衰定数のモデル化や評価にあたっては、その変動を考慮した確率的な取り扱いをする必要がある。

(4) 不確定要因の変動が地震応答やその変動量に及ぼす影響は、入力地震動のパワースペクトルの周波数特性とも密接な関係がある。

以上、本研究で得られた結果をまとめた。3. で考察を試みた不確定要因の変動量に関しては、いまだ不明の点も多く、さらに研究を進める必要があると考えている。しかし、本研究で用いた程度の変動量とすると、地盤弾性定数、減衰定数の変動が動的応答に与える影響はかなり大きいため、入力地震動だけでなく、構造系に関しても確率的な変動要因を含む系として取り扱う必要があると考えられる。

本文の内容について、岡山大学 竹宮宏和助教授、京都大学 家村浩和助教授、河野健二助手、京都大学大学

院生野田 茂君から貴重な助言をいただいた。また本州四国連絡橋公団から貴重な資料の提供を得た。なお本研究の一部は文部省科学研究費の補助を受けて行ったものであり、計算は京都大学大型計算機センターの M 190 により行ったことを付記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 小西一郎編：鋼橋基礎編Ⅱ，丸善，昭和 52 年。
- 2) 土木学会編：構造物の安全性・信頼性，土木学会，昭和 51 年。
- ③) 山田善一・竹宮宏和：不規則外力による多自由度系の応答解析とその長大つり橋タワーピア系の耐震解析への応用，土木学会論文報告集，第 163 号，pp. 17~27，1969 年 3 月。
- ④) 高岡宣善・佐藤裕治：主塔基礎工のロッキングを考慮した長大つり橋主塔の地震応答について，土木学会論文報告集，第 172 号，pp. 58~62，1969 年 12 月。
- 5) 山田善一・後藤洋三：長大つり橋主塔橋脚の振動特性と地震応答解析に関する諸考察，土木学会論文報告集，第 207 号，pp. 1~12，1972 年 11 月。
- 6) 山田善一・古川浩平：最適化手法を用いた長大吊橋タワーピア系の耐震設計，土木学会論文報告集，第 281 号，pp. 17~27，1979 年 1 月。
- 7) Soong, T.T. and J.L. Bogdanoff: On the Natural Frequencies of a Disordered Linear Chain of N Degrees of Freedom, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 5, pp. 237~265, 1963.
- 8) Soong, T.T. and J.L. Bogdanoff: On the Impulsive Admittance and Frequency Response of a Disordered Linear Chain of N Degrees of Freedom, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 6, pp. 225~237, 1964.
- 9) Boyce, W.E. and B.E. Goodwin: Random Transverse Vibrations of Elastic Beams, Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 12, No. 3, pp. 613~629, 1964.
- 10) Hoshiya, M.: Response of a Single Degree of Freedom System with Probabilistic Parameters, Proc. of JSCE, No. 188, pp. 73~80, April, 1971.
- 11) 星谷 勝・千葉利晃：弾性せん断ばりの自由振動に与える不確定要因の影響，土木学会論文報告集，第 234 号，pp. 23~31，1975 年 2 月。
- 12) Ang, A.H.S.: Structural Risk Analysis and Reliability Based Design, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. ST 9, pp. 1891~1910, Sept., 1973.
- 13) Hasselman, T.K. and G.C. Hart: Modal Analysis of Random Structural Systems, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 98, No. EM 3, pp. 561~579, June, 1972.
- 14) 松島 豊：確率変数から成る振動系の地震応答量の変動，日本建築学会論文報告集，第 210 号，pp. 5~10，昭和 48 年 8 月。
- 15) Yamazaki, Y.: Study on Earthquake Response of Structures by Considering Non-Deterministic Variables, Proc. of the Fourth Japan Earthquake Engineering Symposium, pp. 871~878, Nov., 1975.
- 16) 山崎 裕：構造物の地震応答問題における不確定変動量の取扱いに関する研究，日本建築学会論文報告集，第 240 号~第 243 号，昭和 51 年 2 月~5 月。
- 17) 高岡宣善・白木 渡・山根和弘：多くの不規則要因で構成される構造部材の確率過程論による信頼性解析，土木学会論文報告集，第 269 号，pp. 29~39，1978 年 1 月。
- 18) Fox, R.L. and M.P. Kapoor: Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors, AIAA Journal, Vol. 6, No. 12, pp. 2426~2429, Dec., 1968.
- 19) 本州四国連絡橋公団児島調査事務所：本州四国連絡橋 児島~坂出地区海峡部 地質調査 総括報告会資料，昭和 48 年 6 月。
- 20) 島海 勲：住宅公団アパートの固有振動数集団計測，日本建築学会論文報告集，第 116 号，pp. 21~26，昭和 40 年 10 月。
- 21) Tajimi, H.: A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure During an Earthquake, Proc. of Second W.C.E.E., Vol. II, pp. 781~797, 1960.
- 22) 山田善一・竹宮宏和：地震動による構造物の最大応答の統計的推定法について，土木学会論文報告集，第 182 号，pp. 115~132，1970 年 10 月。

(1979.1.12・受付)