

地震動の SV 波動特性の研究

STUDY ON BEHAVIOR OF SV WAVE DURING SEISMIC GROUND MOTION

金子 孝吉*・渡辺 昇**

By Kokichi KANEKO and Noboru WATANABE

1. ま え が き

構造物の耐震的安全性について検討するにはその構造物を支持している地盤の震動を正しく把握しておかねばならない。

そこで、地震時に地盤がどのように震動応答するかの問題についての研究が、工学的にも各方面で活発に行われるようになってきた。工学者が地盤の震動を考慮する場合、地表付近の比較的狭い領域の地盤条件の影響に着目した Seismic Microzoning¹⁾ の立場で、地震動の耐震工学的評価がなされている。

地盤の地質条件が与えられたとして、これに地震波のエネルギーが入力として作用するとき、地盤の震動応答を解析的に求める研究には波動論を使用するものがある^{2)~4)}。その解析モデルには、P 波、S 波および表面波といった基本波動が使われている。

これに対して構造力学的な手法で地盤モデルを作り、解析する研究が行われるようになってきた^{5),6)}。それらは地盤を等価な質量をもったばね系に置換したり、有限要素法を使用したり、ときには波動論との組み合わせにより解析するものである。

そして地震による構造物の被害が地震波の水平動成分の影響に強く支配されているという理由で、地盤のせん断振動を扱った SH 波動あるいは Love 波動による解析がおおかたの研究の対象となっていた。

しかし同時に地震の上下動成分の影響も無視できないことが指摘されていた。

本論文ではまず地盤の震動応答について、波動論的な解析手法に立脚しながら、特に地震動の上下動成分を重要視し、P 波動、SV 波動および Rayleigh 波動による地盤の解析モデルを作成してその理論解析を行った。

地震波あるいは地盤の応答波の解析にあたり、一般には振幅特性および周期特性を求めるため、スペクトル解析が行われているが、ここで著者らは地盤の震動する粒子の軌跡に着目し、その方向性および形状特性について検討した。

現在まで地震動の軌跡の分析に関する研究は比較的小なく一部の研究をみるにとどまっている^{8),9)}が、この地動軌跡の形状特性を調べることは地盤が三次元的にどのように震動しているかを知る有力な手がかりを与えてくれる。

二つ以上の波動が干渉し合うときに合成されて描く図形は古くからリサージュ図形 (Lissajous Figure) とよばれて知られている。この合成の方法を地盤モデルにおける基本波動の反射波あるいは屈折波の干渉に適合させて、地盤中の変位軌跡の式を誘導することができる。

本論文ではさらにこの理論を検証するために、実際に青森県津軽大橋の地盤においてダイナマイトによる人工地震を起こし、その地震波の記録を解析して理論波と実測波の比較を行った。

この地点での地盤モデルによる理論的な変位波動軌跡と実測された地震波から求めた地動軌跡の形状について比較した結果、理論波と実測波とが比較的良好一致し、対応づけられることが確認できたのでここに報告したい。

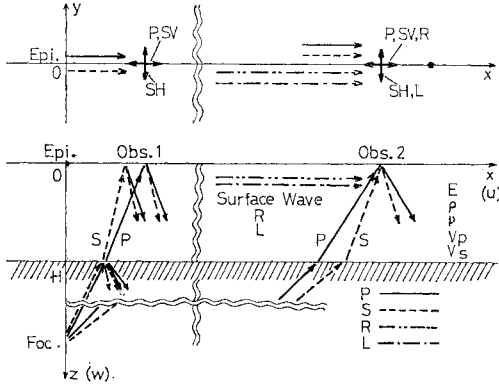
2. 弾性地盤中の理論的な振動軌跡

(1) 弾性地盤中の波動伝播

均質で水平な地層を図-1 に示すように弾性地盤モデルとして考え、地盤中および下の基盤中を地震波動がどのように伝播してゆくものか、理論的に明らかにしよう。震源から伝播してくる波動 P 波、S 波および地盤中に新たに発生する表面波動 Rayleigh 波、Love 波を考

* 正会員 北海道大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科



図一 弾性地盤中の波動伝播

える。観測点 1 では震源に近いので、入射 P 波、入射 S 波とそれらの反射波、屈折波とが記録されるが、震源から遠く離れた観測点 2 には P 波、S 波のほかにそれらが反射・屈折を繰り返すうちに途中で表面波 (SV 波 → Rayleigh 波あるいは SH 波 → Love 波) が発生して伝播してくる。

これらの基本波動が伝播する際、地動粒子の震動軌跡 (Particle Orbit) はどうなっているかを知るために、調和振動する場合の理論的な変位軌跡を示す式を誘導してみよう。ただし、単一波動とその反射波との合成波または各種波動の干渉による合成波はリサージュ図形を描く方法でその軌跡を求めることができる¹⁰⁾。

(2) リサージュ軌跡図の利用

相互にある角度をもって進行してくる波動の合成は一つの図形に描くことができる。この図形をリサージュ図形とよんで、標準振動と組み合わせることによる応用範囲が広い。

角振動数が n_1 と n_2 であって直角座標 (x, z) の x 方向および z 方向に振動する二つの調和振動をそれぞれ、 u, w とするとき、最大振幅と位相差がそれぞれ U_0, W_0 と α_1, α_2 であれば、

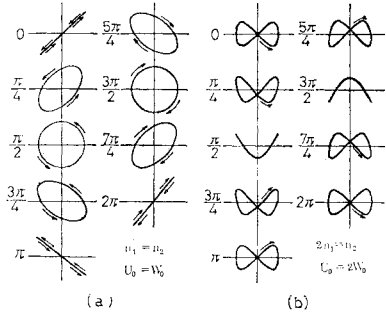
$$u = U_0 \sin(n_1 t + \alpha_1) \dots \dots \dots (1)$$

$$w = W_0 \sin(n_2 t + \alpha_2) \dots \dots \dots (2)$$

となるが、これらの振動によって描かれる図形は式(1)、(2)から時間 t を消去して得られる振動軌跡で示すことができる。いま、角振動数が同一、つまり $n_1 = n_2$ の場合、

$$\left(\frac{u}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{w}{W_0}\right)^2 - 2\frac{uw}{U_0 W_0} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = \sin^2(\alpha_2 - \alpha_1) \dots \dots \dots (3)$$

を得るが、この式は一般に楕円を描く式である。両振動の角振動数がわずかの差にある場合も合成された波は楕円を描くが、角振動数が非常に相違している場合には、



図二 リサージュ図形 (Lissajous Figure)

軌跡は一般に楕円と非常に異なったものになる。たとえば $2n_1 = n_2$ の場合は、

$$\left(1 - 2\frac{u^2}{U_0^2}\right)^2 + \left(\frac{w}{W_0}\right)^2 - 2\left(1 - 2\frac{u^2}{U_0^2}\right) \cdot \frac{w}{W_0} \sin(\alpha_2 - 2\alpha_1) = \cos^2(\alpha_2 - 2\alpha_1) \dots \dots (4)$$

なる振動軌跡の式が得られる。

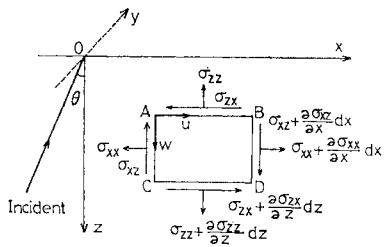
図二 (a) は式 (3) において、 $U_0 = W_0 = 1$ で $(\alpha_2 - \alpha_1)$ がそれぞれ $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4, 2\pi$ の場合で、図二 (b) は式 (4) において、 $U_0 = 2W_0 = 1$ で $(\alpha_2 - 2\alpha_1)$ がそれぞれ同様に变化した場合の振動軌跡図である。

もし、式 (1)、(2) の両者が互いに直角でなくある角度をもって交わる場合には振幅と位相差が変り、扁平になったり、丸くなったりしてその角度に応じて変化するだけで形状についてはほとんど同種のものである。

弾性体中の二つ以上の波 (入射波とそれの反射波、屈折波など) が干渉する場合においても、時間 t を消去することによって式 (3) あるいは式 (4) のような振動軌跡の式を得ることができよう。

(3) 座標系と基礎関係式

半無限弾性地盤の表面に直角座標 (x, y, z) の原点 O をとり図三に示すように、 x 軸はこの表面に沿って、 z 軸は表面から地中に向かって垂直にとる。 y 軸は紙面と直角になる。この地盤中にそれぞれ座標軸に平行な微小辺 dx, dy, dz をもつ微小六面体 ABCD を考え、AB と AC 面における垂直応力をそれぞれ σ_{zz}, σ_{xx} 、せん



図三 微小六面体の応力

断応力を σ_{zx}, σ_{xz} とするとき、DC 面と BC 面における垂直応力は $\sigma_{zz} + (\partial\sigma_{zz}/\partial z)dz, \sigma_{xx} + (\partial\sigma_{xx}/\partial x)dx$ 、せん断応力は $\sigma_{zx} + (\partial\sigma_{zx}/\partial z)dz, \sigma_{xz} + (\partial\sigma_{xz}/\partial x)dx$ になる。 x と z の方向の変位をそれぞれ u, w とし、密度を ρ とすれば微小六面体について、 x 方向と z 方向のつり合い方程式が次式で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

応力-ひずみ関係は次式になる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ \nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + (1-2\nu) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} \\ \sigma_{zz} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ \nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + (1-2\nu) \frac{\partial w}{\partial z} \right\} \\ \sigma_{xz} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 E, ν はヤング係数、ポアソン比である。変位ポテンシャル ϕ, ψ を導入すると u, w は、

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \dots\dots\dots (7)$$

であるから、波動方程式は、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = v_p^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v_s^2 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots (9)$$

となり、 ϕ は P 波、 ψ は S 波の伝播特性をもつ。そのときの速度が、

$$v_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}}, \quad v_s = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}} \dots\dots\dots (10)$$

である。

(4) 自由表面に P 波が入射する場合の変位軌跡

P 波 ϕ_0 が図-4 に示すように z 軸と θ_0 ($0^\circ \leq \theta_0 \leq 90^\circ$) なる角度をもって進んできて $z=0$ なる弾性地盤表面に入射すれば、この表面から P 波と S 波の二つの波動が反射 (反射角 θ_1, θ_2) される。それは $z=0$ 面で ϕ_0, ϕ_1 および ϕ_2 によって誘起される合成垂直応力 σ_{zz} と合成せん断応力 σ_{xz} が零になるという条件を満足するように調整される。入射 P 波 ϕ_0 が無限長の調和波であれば、波動方程式 (8) を満足するところの

$$\phi_0 = I_p e^{i(fx - rz - pt)} \dots\dots (11)$$

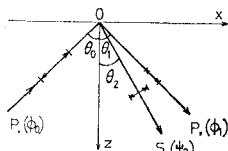


図-4 入射 P 波の自由表面における反射

で表わされる。したがって、入射の変位波動 u_0, w_0 は式 (7) より、

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= if I_p e^{i(fx - rz - pt)} \\ w_0 &= -ir I_p e^{i(fx - rz - pt)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

となる。ここに、 $f = (2\pi/L_0) \sin \theta_0, r = \sqrt{(p/v_p)^2 - f^2} = (2\pi/L_0) \cos \theta_0, p = 2\pi/T_0, L_0 = v_p T_0$ で L_0 と T_0 はそれぞれ入射 P 波の波長と周期である。

次に反射波動は式 (8), (9) を満足するものとして、

$$\phi_1 = A_1 e^{i(fx + rz - pt)} \dots\dots\dots (13)$$

$$\phi_2 = B_2 e^{i(fx + sz - pt)} \dots\dots\dots (14)$$

をとる。ただし、 $s = \sqrt{(p/v_s)^2 - f^2} = (2\pi/L_0) \sqrt{(v_p/v_s)^2 - \sin^2 \theta_0}$ であり、 ϕ_1 と ϕ_2 による変位波動 u_1, w_1 と u_2, w_2 は次式

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= if A_1 e^{i(fx + rz - pt)} \\ w_1 &= ir A_1 e^{i(fx + rz - pt)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= is B_2 e^{i(fx + sz - pt)} \\ w_2 &= -if B_2 e^{i(fx + sz - pt)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

になる。地表面における境界条件は水平面に働く垂直応力とせん断応力がそれぞれ零になることから、式 (6) を使って、

$$\nu = \frac{(v_p/v_s)^2 - 2}{2\{(v_p/v_s)^2 - 1\}} \dots\dots\dots (17)$$

を用いれば、

$$\begin{aligned} & \left(\frac{v_p^2}{v_s^2} - 2 \sin^2 \theta_0 \right) A_1 + \sin \theta_0 \sqrt{\frac{v_p^2}{v_s^2} - \sin^2 \theta_0} B_2 \\ &= \left(\frac{v_p^2}{v_s^2} - 2 \sin^2 \theta_0 \right) I_p \\ &- 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 A_1 + \left(2 \sin^2 \theta_0 - \frac{v_p^2}{v_s^2} \right) B_2 \\ &= -2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 I_p \end{aligned}$$

を得て A_1, B_2 は、

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= I_p \frac{4 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \sqrt{v_p^2/v_s^2 - \sin^2 \theta_0}}{4 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \sqrt{v_p^2/v_s^2 - \sin^2 \theta_0} - (v_p^2/v_s^2 - 2 \sin^2 \theta_0)^2} \\ &+ (v_p^2/v_s^2 - 2 \sin^2 \theta_0)^2 \\ B_2 &= I_p \frac{4 \sin \theta_0 \cos \theta_0 (v_p^2/v_s^2 - 2 \sin^2 \theta_0)}{4 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \sqrt{v_p^2/v_s^2 - \sin^2 \theta_0} * } \\ &+ (v_p^2/v_s^2 - 2 \sin^2 \theta_0)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

で表わされる。 A_1, B_2 が求まったことによって、地盤中の変位波動は式 (12), (15) および (16) で決まる。これらは複素関数の形であるので、実数関数として表わせば、合成された変位波動 U と W は次式のようになる。

$$\begin{aligned} U &= u_0 + u_1 + u_2 \\ &= \frac{2\pi}{L_0} \left[I_p \sin \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \right] \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x - \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \right) \right\} + A_1 \sin \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} & + \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \Big\} + B_2 \sqrt{\frac{v_p^2}{v_s^2} - \sin^2 \theta_0} \frac{-\sin}{\cos} \Big\} \\ & \left[2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x + \sqrt{\frac{v_p^2}{v_s^2} - \sin^2 \theta_0} \frac{z}{L_0} - \frac{t}{T} \right) \right] \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

$$\begin{aligned} W &= w_0 + w_1 + w_2 \\ &= \frac{2\pi}{L_0} \left[-I_p \cos \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \Big\} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \right) \right\} + A_1 \cos \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \Big\} \right. \\ & \quad \left. \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x + \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \right) \right\} \right. \\ & \quad \left. - B_2 \sin \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \Big\} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. + \sqrt{\frac{v_p^2}{v_s^2} - \sin^2 \theta_0} \frac{z}{L_0} - \frac{t}{T} \right) \right\} \right] \dots (20) \end{aligned}$$

入射角 θ_0 に対して反射角 θ_1 と θ_2 は $-(u_1/\omega_1)$, $-(u_2/\omega_2)$ なる振幅比から,

$$\theta_1 = \theta_0, \quad \theta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{v_s}{v_p} \sin \theta_0 \right) \dots (21)$$

になる. また, $z=0$ における合成波動は式 (19) と式 (20) に位相差がないため直線運動をすることがわかる. この直線運動の方向と z 軸とのなす角 θ はみかけの射出角とみなせ, $\theta = \tan^{-1}(U_{z=0}/W_{z=0})$ で表わせる.

(5) 自由表面に SV 波が入射する場合の変位軌跡

入射 SV 波が連続調和波である場合は式 (9) を満足する ϕ_0 を次のようにとる.

$$\phi_0 = I_s e^{i(fx - sz - pt)} \dots (22)$$

これに対して自由表面での反射波は P 波と S 波が次の

$$\phi_1 = A_1 e^{i(fx + rz - pt)} \dots (23)$$

$$\phi_2 = B_2 e^{i(fx + s_2 z - pt)} \dots (24)$$

で表わせる. ここに,

$$f = (2\pi/L_0) \sin \theta_0, \quad s = \sqrt{(p/v_s)^2 - f^2} = (2\pi/L_0) \cos \theta_0,$$

$$r = \sqrt{(p/v_p)^2 - f^2} = (2\pi/L_0) \sqrt{(v_s/v_p)^2 - \sin^2 \theta_0},$$

$$p = 2\pi/T_0, \quad L_0 = v_s T_0$$

で, L_0, T_0 および $\theta_0 (0^\circ \leq \theta_0 \leq 90^\circ)$ はそれぞれ入射 SV 波の波長, 周期および入射角である.

さて, $v_s/v_p < 1$ であるから, 入射角 θ_0 のいかんによって r は実数と虚数とに分かれる. すなわち, $(v_s/v_p)^2 - \sin^2 \theta_0 \geq 0$ で

$$(イ) \quad 0^\circ \leq \theta_0 \leq \sin^{-1}(v_s/v_p) \text{ のとき,}$$

$$r = (2\pi/L_0) \sqrt{(v_s/v_p)^2 - \sin^2 \theta_0}$$

$$(ロ) \quad \sin^{-1}(v_s/v_p) < \theta_0 \leq 90^\circ \text{ のとき,}$$

$$r = i(2\pi/L_0) \sqrt{\sin^2 \theta_0 - (v_s/v_p)^2}$$

に分けられる. 特に $\theta_0 = \sin^{-1}(v_s/v_p)$ のときの θ_0 を臨境界角 θ_c とする.

いま, (イ) の場合の変位波動 U, W は前記の P 波

入射の場合と同様の操作で,

$$\begin{aligned} U &= \frac{2\pi}{L_0} \left[-I_s \cos \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \Big\} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \right) \right\} + A_1 \sin \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \Big\} \right. \\ & \quad \left. \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x + \sqrt{\frac{v_s^2}{v_p^2} - \sin^2 \theta_0} \frac{z}{L_0} - \frac{t}{T} \right) \right\} \right. \\ & \quad \left. + B_2 \cos \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \Big\} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. + \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \right) \right\} \right] \dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{2\pi}{L_0} \left[-I_s \sin \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \Big\} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \right) \right\} + A_1 \sqrt{\frac{v_s^2}{v_p^2} - \sin^2 \theta_0} \right. \\ & \quad \left. - \sin \Big\} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x + \sqrt{\frac{v_s^2}{v_p^2} - \sin^2 \theta_0} \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. \frac{z}{L_0} - \frac{t}{T} \right) \right\} - B_2 \sin \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \Big\} \right. \\ & \quad \left. \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x + \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \right) \right\} \right] \dots (26) \end{aligned}$$

になる. ただし, 境界条件より決まる A_1, B_2 は,

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -I_s \cdot \\ & \cdot \frac{4 \sin \theta_0 \cos \theta_0 (1 - 2 \sin^2 \theta_0)}{4 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \sqrt{(v_s/v_p)^2 - \sin^2 \theta_0} + (1 - 2 \sin^2 \theta_0)^2} \\ B_2 &= -I_s \cdot \\ & \cdot \frac{4 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \sqrt{(v_s/v_p)^2 - \sin^2 \theta_0} - (1 - 2 \sin^2 \theta_0)^2}{4 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \sqrt{(v_s/v_p)^2 - \sin^2 \theta_0} + (1 - 2 \sin^2 \theta_0)^2} \end{aligned} \right\} \dots (27)$$

である.

次に (ロ) の場合は r が虚数になるため, 反射波の P 波型の波動 u_1, w_1 は z 方向への伝播性がなくなり, $r_1 = \sqrt{\sin^2 \theta_0 - v_s^2/v_p^2} > 0$ とすれば, $e^{-r_1 z}$ の形で $z=0$ 面において最大で, z が増えて深くなるに従って小さくなり, 深部では単に x 方向のみに伝播する性質の波になる.

また, A_1, B_2 も複素数型になるので, $(u_1, w_1), (u_2, w_2)$ はそれぞれ入射波 (u_0, w_0) との間に位相差を生じる. すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= A_1' e^{\frac{2\pi}{L_0} \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \frac{v_s^2}{v_p^2} z} \cos} \Big\} \\ & \quad \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x - \frac{t}{T} \right) - \alpha_1 \right\} \\ \phi_2 &= B_2' \frac{\cos}{\sin} \Big\} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x + \frac{\cos \theta_0}{L_0} z \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - \frac{t}{T} \right) + \alpha_2 \right\} \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

となるから, 合成波動は次式になる.

$$U = \frac{2\pi}{L_0} \left[-I_s \cos \theta_0 \frac{-\sin}{\cos} \Big\} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x \right. \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \Big\} \\
 & + A_1' \sin \theta_0 e^{-\frac{2\pi}{L_0} \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \frac{v_s^2}{v_p^2} z}} - \frac{\sin}{\cos} \Big\} \\
 & \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x - \frac{t}{T} \right) - \alpha_1 \right\} + B_2' \cos \theta_0 \\
 & - \frac{\sin}{\cos} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x + \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \right) + \alpha_2 \right\} \Big] \\
 & \dots \dots \dots (29) \\
 W = & \frac{2\pi}{L_0} \left[-I_s \sin \theta_0 - \frac{\sin}{\cos} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \right) \right\} \right. \\
 & \left. + A_1' \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \frac{v_s^2}{v_p^2}} e^{-\frac{2\pi}{L_0} \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \frac{v_s^2}{v_p^2} z}} \right. \\
 & \left. - \frac{\sin}{\cos} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x - \frac{t}{T} \right) - \alpha_1 + \frac{\pi}{2} \right\} \right. \\
 & \left. - B_2' \sin \theta_0 - \frac{\sin}{\cos} \left\{ 2\pi \left(\frac{\sin \theta_0}{L_0} x \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \frac{\cos \theta_0}{L_0} z - \frac{t}{T} \right) + \alpha_2 \right\} \right] \dots \dots \dots (30)
 \end{aligned}$$

ここで、 A_1' 、 B_2' および α_1 、 α_2 は地表面の境界条件より、

$$\begin{aligned}
 A_1' &= I_s \cdot \\
 & \frac{4 \sin \theta_0 \cos \theta_0 (1 - 2 \sin^2 \theta_0)}{\sqrt{16 \sin^4 \theta_0 \cos^2 \theta_0 \left(\sin^2 \theta_0 - \frac{v_s^2}{v_p^2} \right) + (1 - 2 \sin^2 \theta_0)^4}} \\
 B_2' &= I_s \\
 \alpha_1 &= \tan^{-1} \left\{ \frac{4 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \frac{v_s^2}{v_p^2}}}{(1 - 2 \sin^2 \theta_0)^2} \right\} \\
 \alpha_2 &= \tan^{-1} \cdot \\
 & \left\{ \frac{8 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 \sqrt{\sin^2 \theta_0 - \frac{v_s^2}{v_p^2}} (1 - 2 \sin^2 \theta_0)^2}{16 \sin^4 \theta_0 \cos^2 \theta_0 \left(\sin^2 \theta_0 - \frac{v_s^2}{v_p^2} \right) - (1 - 2 \sin^2 \theta_0)^4} \right\} \\
 & \dots \dots \dots (31)
 \end{aligned}$$

となる。

(計算例)

以上の理論を使って弾性地盤における SV 波動の変位軌跡を求めよう。いまポアソン比が $\nu=0.25$ という硬い地盤の表面に入射角 θ_0 で SV 波が進行してくる場合を考える。図-5 は式 (29)、(30) により計算したところの地表面における変位軌跡の図である。入射角が 0° のとき、すなわち鉛直下方から入射するときは入射振幅 a

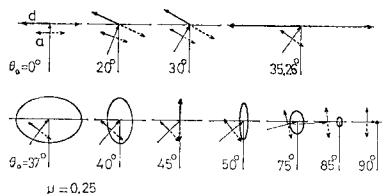


図-5 SV 波入射による自由表面の変位軌跡

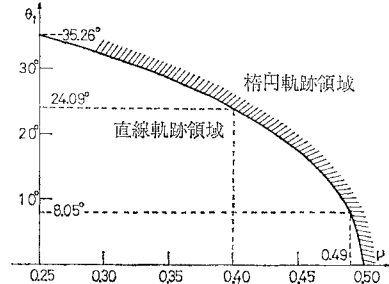


図-6 自由表面における SV 波の臨界角

が d に増幅して水平に直線振動する。入射角が増えていくに従って方向が傾斜し、振幅も増大していく。臨界角 $\theta_1=35.26^\circ$ のとき最大変位となり、水平振動に戻ってしまう。さらに、 θ_0 が増すと楕円軌跡を描くようになり、 $\theta_0=45^\circ$ で上下に直線運動し、過ぎると再び楕円軌跡を描くようになり振幅も減少していく。 90° にいたると SV 波は消失してしまう。

ポアソン比をいろいろ変えて、地盤の性質が異なる場合の計算を行ってみると、軌跡の形状の変化は図-5 の場合とほとんど同じであった。

図-6 はポアソン比が変わるにつれて、臨界角 θ_1 の値がどう変わるかを示したものである。ポアソン比が大きいほど、すなわち地盤が軟くなるほどに θ_1 が減少する。したがって、軟弱な地盤ほど楕円軌跡を描く、入射角 θ_0 の領域が多いといえよう。

(6) 表層に発生する Rayleigh 波の変位軌跡

いま x 方向に進行する波で、 y 方向に運動の起こらない波は式 (8)、(9) によって解かれる。運動が調和振動するものとし、初期入射波動を

$$\phi_0 = A e^{-r z} e^{i(f x - p t)} \dots \dots \dots (32)$$

$$\psi_0 = B e^{-s z} e^{i(f x - p t)} \dots \dots \dots (33)$$

とすれば、これらは式 (8)、(9) を満足する。 A 、 B 、 r 、 s は x 、 z 、 t に無関係で、

$$r = \sqrt{f^2 - (p/v_p)^2}, \quad s = \sqrt{f^2 - (p/v_s)^2}, \quad p = 2\pi/T,$$

f は実数となる。ただし、 ϕ_0 、 ψ_0 は地表面を伝播する波ということで、深さ z 方向には指数関数で減少する波としている。

地表面での境界条件は $z=0$ で $\sigma_{xz} = \sigma_{zz} = 0$ であることから、式 (6)、(7) より、

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xz} &= \left| \frac{E}{2(1+\nu)} \{-2ifrAe^{-rz} + (f^2+s^2)Be^{-sz}\} \right. \\
 & \left. e^{i(fx-pt)} \Big|_{z=0} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{zz} &= \left| \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{\nu(r^2-f^2)Ae^{-rz} \right. \\
 & \left. + (1-2\nu)(r^2Ae^{-rz} + ifsBe^{-sz}) \}.
 \end{aligned}$$

$$e^{i(fx-pt)} \Big|_{z=0} = 0$$

となり, $h=p/v_p, k=p/v_s$ とおけば,

$$\begin{cases} -2if_r & 2f^2-k^2 \\ 2f^2-k^2 & 2if_s \end{cases} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} = 0 \dots\dots\dots(34)$$

$$\therefore (2f^2-k^2)^2 - 4f^2rs = 0 \dots\dots\dots(35)$$

なる振動数方程式を得る. この式 (35) は円振動数 p を含み, $f = \pm q (q > k)$ なる二つの実根を持つ Rayleigh 波の特性方程式である. x の正の向きに伝播する波を考えると, $f = q$ をとればよい. いま, $2f^2 - k^2 \neq 0, f^2 \neq h^2, f^2 \neq k^2$ とすれば,

$$(2f^2 - k^2)^4 - 16f^4(f^2 - h^2)(f^2 - k^2) = 0$$

が成り立ち, $r = f^2/k^2$ とすれば, $h/k = v_s/v_p$ より,

$$(2r - 1)^4 - 16r^2(r - v_s^2/v_p^2)(r - 1) = 0$$

$$\therefore 1 - 8r + \left(24 - 16\frac{v_s^2}{v_p^2}\right)r^2 - 16\left(1 - \frac{v_s^2}{v_p^2}\right)r^3 = 0$$

$$\dots\dots\dots(36)$$

なる式に誘導された. r は v_s/v_p が決まれば, 計算できる. v_r を Rayleigh 波の速度とすれば, $f = -\sqrt{r}k = p/v_r, v_r = v_s k/f = v_s/\sqrt{r}$ がいえる.

v_p, v_s を与えて r が求まれば, v_r が計算できる. そして Rayleigh 波の周期 T あるいは円振動数 p を決めれば, f が求まる. C を実数として, 式 (34) から, $A = (2f^2 - k^2)C, B = 2if_r C$

とおくことによって, 変位式は式 (7) で計算される. すなわち,

$$u = if \{ (2f^2 - k^2)e^{-r^2z} - 2rse^{-sz} \} Ce^{i(fx-pt)} \dots\dots\dots(37)$$

$$w = -r \{ (2f^2 - k^2)e^{-r^2z} - 2f^2e^{-sz} \} Ce^{i(fx-pt)} \dots\dots\dots(38)$$

で表わされ, 実数関数として書き直せば,

$$U = -fC \left\{ (2f^2 - k^2)e^{-\sqrt{f^2 - h^2}z} - 2\sqrt{(f^2 - h^2)(f^2 - k^2)}e^{-\sqrt{f^2 - k^2}z} \right\} \frac{\sin}{-\cos} \left\{ 2\pi \left(\frac{x}{L_r} - \frac{t}{T} \right) \right\} \dots\dots\dots(39)$$

$$W = -\sqrt{f^2 - h^2} C \left\{ (2f^2 - k^2)e^{-\sqrt{f^2 - h^2}z} - 2f^2e^{-\sqrt{f^2 - k^2}z} \right\} \frac{\sin}{-\cos} \left\{ 2\pi \left(\frac{x}{L_r} - \frac{t}{T} \right) + \frac{\pi}{2} \right\} \dots\dots\dots(40)$$

となる. ここに, $L_r = v_r T$ は Rayleigh 波の波長である.

式 (39), (40) をみると U と W との間には位相差があるため, 一般に変位軌跡は楕円になることがわかる.

以下, 実例における Rayleigh 波の変位軌跡はこの両式により計算した.

(7) 基盤面に P 波が入射する場合の変位軌跡

地表面より H の深さのところの基盤面に下方より P 波が入射してくる場合, 図-7 のように座標および各諸量をとる. 基盤中の諸量はダッシュを付けて表わすことにする. 入射波 ϕ_0'

$$\phi_0' = I_p e^{i(fx - r'z - pt)} \dots\dots\dots(41)$$

により, 基盤層には次の反射波 ϕ_1' と ϕ_2'

$$\phi_1' = A e^{i(fx + r'z - pt)} \dots\dots\dots(42)$$

$$\phi_2' = B e^{i(fx + s'z - pt)} \dots\dots\dots(43)$$

が誘起され, 弾性地盤層では $z = H$ 面で屈折波の P 波と S 波を生じ, $z = 0$ なる自由表面ではそれらが反射して P 波, S 波を生じ, 次にこれらが基盤面でまた反射, 屈折する. このように反射, 屈折の繰り返しによって地盤中に P 波と S 波の変位波動 ϕ_1 と ϕ_2 を生じる. それらは,

$$\phi_1 = C e^{i(fx - rz - pt)} + D e^{i(fx + rz - pt)} \dots\dots\dots(44)$$

$$\phi_2 = E e^{i(fx - sz - pt)} + F e^{i(fx + sz - pt)} \dots\dots\dots(45)$$

と表わせる. ここに, L_0, T および θ_0' を入射 P 波の波長, 周期および入射角とすると,

$$f = (2\pi/L_0) \sin \theta_0', \quad r' = (2\pi/L_0) \cos \theta_0',$$

$$s' = (2\pi/L_0) \sqrt{(v_p'/v_s')^2 - \sin^2 \theta_0'},$$

$$r = (2\pi/L_0) \sqrt{(v_p'/v_p)^2 - \sin^2 \theta_0'}$$

$$s = (2\pi/L_0) \sqrt{(v_p'/v_s)^2 - \sin^2 \theta_0'}$$

$$L_0 = v_p' T, \quad p = 2\pi/T$$

である.

基盤中の変位波動 U', W' と地盤中の変位波動 U, W は次のように誘導される.

$$\left. \begin{aligned} U' &= i \{ f I_p e^{i(fx - r'z - pt)} + f A e^{i(fx + r'z - pt)} \\ &\quad + s' B e^{i(fx + s'z - pt)} \} \\ W' &= i \{ -r' I_p e^{i(fx - r'z - pt)} + r' A e^{i(fx + r'z - pt)} \\ &\quad - f B e^{i(fx + s'z - pt)} \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(46)$$

$$\left. \begin{aligned} U &= i \{ f C e^{i(fx - rz - pt)} + f D e^{i(fx + rz - pt)} \\ &\quad - s E e^{i(fx - sz - pt)} + s F e^{i(fx + sz - pt)} \} \\ W &= i \{ -r C e^{i(fx - rz - pt)} + r D e^{i(fx + rz - pt)} \\ &\quad + f E e^{i(fx - sz - pt)} - f F e^{i(fx + sz - pt)} \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(47)$$

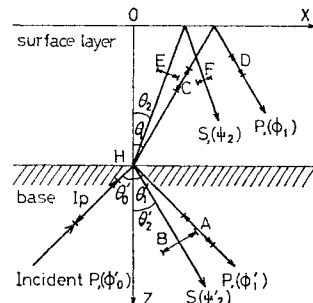


図-7 入射 P 波の境界面における反射・屈折

ここで、境界条件は自由表面 $z=0$ で、

$$\left(\frac{v_p^2}{2v_s^2}-1\right)\left(\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial W}{\partial z}\right)+\frac{\partial W}{\partial z}=0,$$

$$\frac{\partial W}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial z}=0$$

境界面 $z=H$ で、

$$U=U', W=W'$$

$$r\left\{\left(\frac{v_p^2}{2v_s^2}-1\right)\left(\frac{\partial U'}{\partial x}+\frac{\partial W'}{\partial z}\right)+\frac{\partial W'}{\partial z}\right\}$$

$$=\left\{\left(\frac{v_p'^2}{2v_s'^2}-1\right)\left(\frac{\partial U'}{\partial x}+\frac{\partial W'}{\partial z}\right)+\frac{\partial W'}{\partial z}\right\}$$

$$r\left(\frac{\partial W'}{\partial x}+\frac{\partial U'}{\partial z}\right)=\frac{\partial W'}{\partial x}+\frac{\partial U'}{\partial z} \quad r=\frac{\mu}{\mu'}<1$$

を用いれば、 $A, B, \dots F$ に関する連立方程式が得られる。マトリックス表示すると、

$$\alpha' \beta' \begin{pmatrix} 0 & 0 & a & a & s & -s \\ 0 & 0 & r & -r & -a & -a \\ 1 & s' & -\alpha_- & -\alpha & s\beta_- & -s\beta \\ r' & -1 & r\alpha_- & -r\alpha & \beta_- & \beta \\ a' & -s' & -r\alpha\alpha_- & -r\alpha\alpha & -r s\beta_- & r s\beta \\ r' & a' & r r\alpha_- & -r r\alpha & -r\alpha\beta_- & -r\alpha\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ r' \\ -a' \\ r' \end{pmatrix} \alpha_-^{-1} I_p \dots \dots \dots (48)$$

になる。ここに、

$$a = \left(\frac{2\pi}{L_0}\right)^2 \left(\frac{v_p'^2}{2v_s'^2} - \sin^2 \theta_0'\right),$$

$$a' = \left(\frac{2\pi}{L_0}\right)^2 \left(\frac{v_p^2}{2v_s^2} - \sin^2 \theta_0'\right),$$

$\alpha = e^{irH}, \alpha_- = e^{-irH}, \alpha' = e^{r'H}, \alpha_-' = e^{-r'H}, \beta = e^{isH}, \beta_- = e^{-isH}, \beta' = e^{i s' H}$ である。この式 (48) は $\theta_0', L_0, T, v_p, v_s, v_p', v_s'$ および H に関する超越関数の複素根、 $A = I_p(A_1 + iA_2), B = I_p(B_1 + iB_2), \dots F = I_p(F_1 + iF_2)$ を有する 12 元連立一次方程式である。この計算は容易であるが、具体的な表式は非常に長いものになるので省略する。むしろ、式で表示せず式 (48) からそのまま数値解析して、スィープアウト法などを利用することによって、電子計算機演算できよう。 $A_1, A_2, \dots F_1, F_2$ が求まれば、式 (46), (47) の変位波動が計算できる。 $x=0$ 面における変位を書けば、

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{2\pi}{L_0} I_p \sin \theta_0' \sqrt{q_1^2 + q_2^2} \\ &\quad \left. \begin{aligned} \sin \left\{ \frac{2\pi t}{T} + \tan^{-1} \frac{q_2}{q_1} \right\} \\ \cos \left\{ \frac{2\pi t}{T} + \tan^{-1} \frac{q_2}{q_1} \right\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (49) \\ W &= -\frac{2\pi}{L_0} I_p \sin \theta_0' \sqrt{q_3^2 + q_4^2} \\ &\quad \left. \begin{aligned} \sin \left\{ \frac{2\pi t}{T} + \tan^{-1} \frac{q_4}{q_3} \right\} \\ \cos \left\{ \frac{2\pi t}{T} + \tan^{-1} \frac{q_4}{q_3} \right\} \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

で、 U', W' はそれぞれ U, W の式において q_1, q_2, q_3 および q_4 にダッシュを付ければ同一式になる。ただし、

$$q_1 = \frac{1}{f} \{f(C_1 + D_1) \cos rz + f(C_2 - D_2) \sin rz - s(E_1 - F_1) \cos sz - s(E_2 + F_2) \sin sz\}$$

$$q_2 = \frac{1}{f} \{f(C_1 - D_1) \sin rz - f(C_2 + D_2) \cos rz - s(E_1 + F_1) \sin sz + s(E_2 - F_2) \cos sz\}$$

$$q_3 = \frac{1}{f} \{r(C_1 - D_1) \cos rz + r(C_2 + D_2) \sin rz + f(E_1 + F_1) \cos sz + f(E_2 - F_2) \sin sz\}$$

$$q_4 = \frac{1}{f} \{r(C_1 + D_1) \sin rz - r(C_2 - D_2) \cos rz + f(E_1 - F_1) \sin sz - f(E_2 + F_2) \cos sz\}$$

$$q_1' = \frac{1}{f} \{f(1 + A_1) \cos r'z - f A_2 \sin r'z + s' B_1 \cos s'z - s' B_2 \sin s'z\}$$

$$q_2' = \frac{1}{f} \{f(1 - A_1) \sin r'z - f A_2 \cos r'z - s' B_1 \sin s'z - s' B_2 \cos s'z\}$$

$$q_3' = \frac{1}{f} \{r'(1 - A_1) \cos r'z + r' A_2 \sin r'z + f B_1 \cos s'z - f B_2 \sin s'z\}$$

$$q_4' = \frac{1}{f} \{r'(1 + A_1) \sin r'z + r' A_2 \cos r'z - f B_1 \sin s'z - f B_2 \cos s'z\}$$

である。

弾性地盤の変位振動の式 (49) から時間 t を消去すると、任意の一点において入射波 θ_0' によって起こされる変位振動の軌跡を知ることができる。それは、

$$\frac{U^2}{q_1^2 + q_2^2} + \frac{W^2}{q_3^2 + q_4^2} - \frac{2 \sin \epsilon}{\sqrt{(q_1^2 + q_2^2)(q_3^2 + q_4^2)}} UW$$

$$= \left(\frac{2\pi}{L_0}\right)^2 I_p^2 \sin^2 \epsilon \dots \dots \dots (50)$$

なる楕円式で表わされる。ここに、

$$\epsilon = \tan^{-1} \left(\frac{q_1}{q_3}\right) - \tan^{-1} \left(\frac{q_2}{q_4}\right)$$

である。この楕円の長軸、短軸の長さをそれぞれ ξ_1, ξ_2 とすれば、それらは、

$$\xi_1 = \frac{\sin \epsilon}{\sqrt{\eta_1}}, \quad \xi_2 = \frac{\sin \epsilon}{\sqrt{\eta_2}} \dots \dots \dots (51)$$

で与えられ、 η_1, η_2 は、

$$\zeta^2 - \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2}{(q_1^2 + q_2^2)(q_3^2 + q_4^2)} \zeta + \frac{\sin^2 \epsilon}{(q_1^2 + q_2^2)(q_3^2 + q_4^2)} = 0$$

なる二次方程式の 2 根である。また、この楕円の長軸が z 軸となす角を τ とすれば、

$$\tau = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ 2 \sin \epsilon \frac{\sqrt{(q_1^2 + q_2^2)(q_3^2 + q_4^2)}}{(q_1^2 + q_2^2) - (q_3^2 + q_4^2)} \right\} \dots \dots \dots (52)$$

で表わせる。なお、基盤中における変位振動の軌跡についても同様に求めることができる。

(計算例)

表一に示すような性質をもつ地盤と基盤を考える。ポアソン比が0.45と0.40という値であるから、実際の地盤でいえば、第3種地盤で比較的硬い地層を有する平野地帯のごく表層の部分として考えている。

表一のように v_p, v_s, v_p', v_s', H が決められたので、基盤面より入射してくるP波の周期 T と入射角 θ_0' を与えてやれば、式(49)によって地盤中の振動変位を計算することができる。

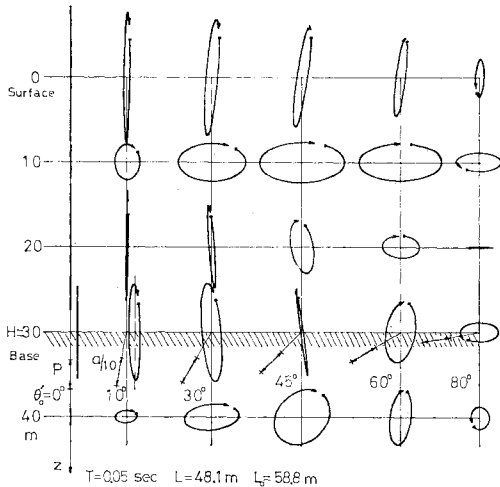
図一8は入射P波の周期を $T=0.05$ 秒と一定にしておき、入射角をいろいろに変えた場合の地盤中および基盤中の変位軌跡を描いたものである。

図一9および図一10は入射角をそれぞれ 30° および 45° と一定にし、入射波の周期を適当に変化させた場合の変位軌跡図である。

図でみるとおり入射波の角度あるいは波長の短長によ

表一 地盤の弾性特性

0	U	0.45	Poisson Ratio	Surface
	ρ	1.8	$\times 10^3 \text{ kg-sec}^2/\text{cm}^4$	
	v_p	9.62	$\times 10^4 \text{ cm/sec}$	
	v_s	2.90	$\times 10^4 \text{ cm/sec}$	
	θ_1	24.09°	Critical Angle	
30 m	U'	0.40	Poisson Ratio	Base
	ρ'	1.9	$\times 10^3 \text{ kg-sec}^2/\text{cm}^4$	
	v_p'	11.76	$\times 10^4 \text{ cm/sec}$	
	v_s'	4.80	$\times 10^4 \text{ cm/sec}$	
	θ_2	29.93°	Critical Angle	



図一8 基盤入射P波による変位軌跡 (理論)

って振動振幅の大きさが変わる。また、楕円軌跡の長軸の方向および振動の向きはすべて一致しているわけではなく、波動の節で変化している。

(8) 基盤面に SV 波が入射する場合の変位軌跡

入射波を ψ_0' とし、反射波と屈折波を ϕ_1', ϕ_2', ϕ_1 および ψ_2 とすれば、

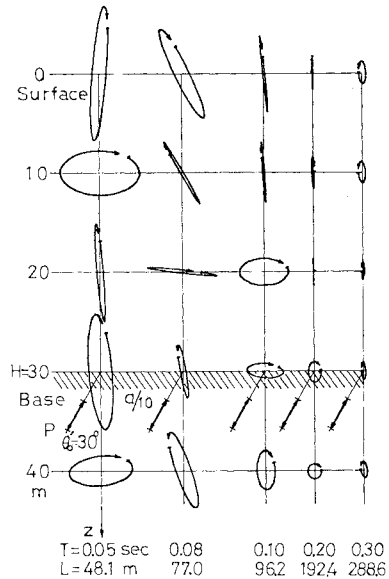
$$\psi_0' = I_s e^{-is'z} e^{i(fx - pt)} \dots\dots\dots (53)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_1' &= A e^{ir'z} e^{i(fx - pt)} \\ \phi_2' &= B e^{is'z} e^{i(fx - pt)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (54)$$

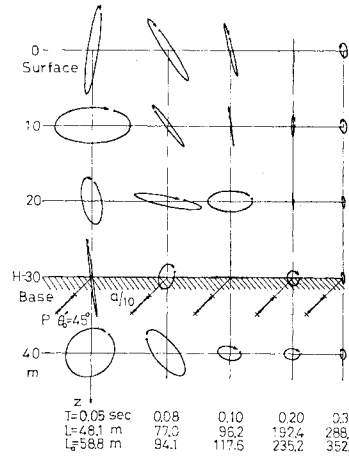
$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= (C e^{-irz} + D e^{irz}) e^{i(fx - pt)} \\ \phi_2 &= (E e^{-isz} + F e^{isz}) e^{i(fx - pt)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (55)$$

で表わすことができよう。ここに、

$$f = \frac{2\pi}{L_0} \sin \theta_0', \quad s' = \frac{2\pi}{L_0} \cos \theta_0',$$



図一9 基盤入射P波による変位軌跡 (理論)



図一10 基盤入射P波による変位軌跡 (理論)

$$r' = \frac{2\pi}{L_0} \sqrt{\frac{v_s'^2}{v_p'^2} - \sin^2 \theta_0'},$$

$$s = \frac{2\pi}{L_0} \sqrt{\frac{v_s'^2}{v_s^2} - \sin^2 \theta_0'},$$

$$r = \frac{2\pi}{L_0} \sqrt{\frac{v_s'^2}{v_p'^2} - \sin^2 \theta_0'}, \quad L_0 = v_s' T$$

である。いま、弾性波の速度についていえば、 v_s' と v_p との大小によって、

- (i) $v_s < v_s' < v_p < v_p'$
 $\therefore 0 < \frac{v_s'}{v_p'} < \frac{v_s'}{v_p} < 1 < \frac{v_s'}{v_s}$
- (ii) $v_s < v_p \leq v_s' < v_p'$
 $\therefore 0 < \frac{v_s'}{v_p'} < 1 < \frac{v_s'}{v_p} < \frac{v_s'}{v_s}$

の場合が考えられる。(i) の場合について考えると、入射角 θ_0' が変ることによって次の 3 通りの場合に分けられる。すなわち、

(イ) $0 \leq \sin \theta_0' \leq \frac{v_s'}{v_p'} < \frac{v_s'}{v_p} < 1$

(ロ) $0 < \frac{v_s'}{v_p'} < \sin \theta_0' \leq \frac{v_s'}{v_p} < 1$

(ハ) $0 < \frac{v_s'}{v_p'} < \frac{v_s'}{v_p} < \sin \theta_0' \leq 1$

に分けられ、(ロ) では r' のみ

$$r' = i(2\pi/L_0) \sqrt{\sin^2 \theta_0' - (v_s'/v_p')^2}$$

になり、(ハ) では

$$r = i(2\pi/L_0) \sqrt{\sin^2 \theta_0' - (v_s'/v_p)^2},$$

$$r' = i(2\pi/L_0) \sqrt{\sin^2 \theta_0' - (v_s'/v_p')^2}$$

と虚数で表わされることになる。

特に $\theta_1 = \sin^{-1}(v_s'/v_p')$ 、 $\theta_2 = \sin^{-1}(v_s'/v_p)$ は臨界面となる。(ii) の場合、すなわち、 $v_p \leq v_s'$ のような場合は上層と下層の性質が極端に異なる場合であるため実際の地盤では少ないと思われるが、この場合は、

(イ) $0 \leq \sin \theta_0' \leq \frac{v_s'}{v_p'} < 1$

(ロ) $0 < \frac{v_s'}{v_p'} < \sin \theta_0' \leq 1$

の 2 通りに分けられ、(ロ) では

$$r' = i(2\pi/L_0) \sqrt{\sin^2 \theta_0' - (v_s'/v_p')^2}$$

になる。

次に変位波動 U' 、 W' (基盤) と U 、 W (地盤) は、式 (53)、(54) および (55) を使って式 (7) より、

$$\left. \begin{aligned} U' &= i(-s'I_s e^{-is'z} + fAe^{ir'z} + s'Be^{is'z}) e^{i(fx - pt)} \\ W' &= i(-fI_s e^{-is'z} + r'Ae^{ir'z} - fBe^{is'z}) e^{i(fx - pt)} \\ &\dots\dots\dots (56) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} U &= i(fCe^{-irz} + fDe^{irz} - sEe^{-isz} \\ &\quad + sFe^{isz}) e^{i(fx - pt)} \\ W &= i(-rCe^{-irz} + rDe^{irz} - fEe^{-isz} \\ &\quad - fFe^{isz}) e^{i(fx - pt)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (57)$$

で表わされる。境界条件より $A = I_s(A_1 + iA_2)$ 、 $B = I_s(B_1 + iB_2)$ 、 \dots 、 $F = I_s(F_1 + iF_2)$ に関する連立方程式が式 (48) の誘導と同様にして得られる。式 (48) の右辺の入力ベクトルが、

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ s' \\ 1 \\ -s' \\ -a' \end{pmatrix} \beta' I_s$$

に変わる。そして A 、 B 、 \dots 、 F は基盤入射角 θ_0' が変わることによって前記の (イ)、(ロ) および (ハ) の 3 通りの場合についてそれぞれ計算されなければならない。

式 (48) の場合と同様に A_1 、 A_2 、 \dots 、 F_2 が求まれば、地盤中の変位式 (57) は、

$$0 \leq \sin \theta_0' \leq \frac{v_s'}{v_p'} \text{ のとき、}$$

$$\left. \begin{aligned} U &= fI_s \sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2} \begin{pmatrix} \sin \\ -\cos \end{pmatrix} \\ &\quad \left\{ 2\pi \left(-\frac{\sin \theta_0'}{L_0} x + \frac{t}{T} \right) + \tan^{-1} \frac{\beta_1}{\alpha_1} \right\} \\ W &= -fI_s \sqrt{\alpha_2^2 + \beta_2^2} \begin{pmatrix} \sin \\ -\cos \end{pmatrix} \\ &\quad \left\{ 2\pi \left(-\frac{\sin \theta_0'}{L_0} x - \frac{t}{T} \right) + \tan^{-1} \frac{\beta_2}{\alpha_2} \right\} \\ &\dots\dots\dots (58) \end{aligned} \right\}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{f} \{ f(C_1 + D_1) \cos rz + f(C_2 - D_2) \sin rz \\ &\quad - s(E_1 - F_1) \cos sz - s(E_2 + F_2) \sin sz \} \\ \beta_1 &= \frac{1}{f} \{ f(C_1 - D_1) \sin rz - f(C_2 + D_2) \cos rz \\ &\quad - s(E_1 + F_1) \sin sz + s(E_2 - F_2) \cos sz \} \\ \alpha_2 &= \frac{1}{f} \{ r(C_1 + D_1) \sin rz - r(C_2 - D_2) \cos rz \\ &\quad + f(E_1 - F_1) \sin sz - f(E_2 + F_2) \cos sz \} \\ \beta_2 &= \frac{1}{f} \{ r(C_1 - D_1) \cos rz + r(C_2 + D_2) \sin rz \\ &\quad + f(E_1 + F_1) \cos sz + f(E_2 - F_2) \sin sz \} \end{aligned}$$

のように表わせる。また基盤中の式も、式 (58) と同型の式で表わせるが、そのとき、

$$\begin{aligned} \alpha_1' &= \frac{1}{f} \{ fA_1 \cos r'z - fA_2 \sin r'z \\ &\quad - s'(1 - B_1) \cos s'z - s'B_2 \sin s'z \} \\ \beta_1' &= \frac{1}{f} \{ fA_1 \sin r'z + fA_2 \cos r'z \\ &\quad + s'(1 + B_1) \sin s'z + s'B_2 \cos s'z \} \\ \alpha_2' &= \frac{1}{f} \{ r'A_1 \cos r'z - r'A_2 \sin r'z \\ &\quad - f(1 + B_1) \cos s'z + fB_2 \sin s'z \} \end{aligned}$$

$$\beta_2' = \frac{1}{f} \{ r' A_1 \sin r' z + r' A_2 \cos r' z + f(1-B_1) \sin s' z - f B_2 \cos s' z \}$$

である。

さらに基盤入射角 θ_0' が、(ロ) $\frac{v_s'}{v_p'} < \sin \theta_0' \leq \frac{v_s'}{v_p}$ 、

(ハ) $\frac{v_s'}{v_p} < \sin \theta_0' \leq 1$ なる範囲にある場合についても同様の操作で誘導できる。ただし、 r' あるいは r と r' が虚数になることに注意しなければならない。

また、(ii) の $v_p \leq v_s'$ のような場合についても、同様にして計算できよう。

(計算例)

基盤面に P 波入射の場合の計算例と同様に表-1 の地盤モデルを用いた。

図-11 は S 波の周期が $T=0.3$ 秒なる入射波に対する地盤中および基盤中の変位軌跡図である。左より入射角が $\theta_0' = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 24.089^\circ$ (臨界角 θ_1)、 29.931° (臨界角 θ_2)、 $40^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$ の場合である。基盤中の波長は $L_0=144$ m、地盤中の波長は $L=87$ m である。入射角が第一臨界角まで ($0 < \theta_0' < \theta_1$) は楕円軌跡の長軸が水平 x 軸に対して幾分か傾斜するが、それ以外の場合 ($\theta_1 < \theta_0' < 90^\circ$) は x 軸、 z 軸に対称な楕円軌跡を描くことになる。

このことは一般に地盤および基盤の性質が異なる。別の計算例においても同様である。

図-12 および図-13 は入射角がそれぞれ 30° および 45° において、入射波の周期を適当に変化させた場合の変位軌跡図である。

SV 波の入射が水平に近い場合、つまり θ_0' が 90° に近くなれば、振動振幅が小さくなるが、これは単一の SV 波に対する理論上の結果であり、実際の地盤などでは入射波のエネルギーが消失するのではなく、別の波動への移行があるものと予想されるが、これらの図からは結論づけられない。

(9) 地盤中の震源より S 波が発生する場合の変位軌跡

地盤中の震源により平面波とみなす SV 波が発生するとすれば、図-14 に示すような経路で初動が伝わり、表面波が加わる前の段階で SV 波動の反射、屈折が完了するものとする。地盤より基盤および自由表面への入射を考えて、変位波動を求めれば、

$$\left. \begin{aligned} U' &= i(fAe^{ir'z} + s'Be^{is'z})e^{i(fx-pt)} \\ W' &= i(r'Ae^{ir'z} - Be^{is'z})e^{i(fx-pt)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (58)$$

$$\left. \begin{aligned} U &= i\{fCe^{-irz} + fDe^{irz} - s(I_s + E)e^{-isz} + s(I_s + F)e^{isz}\}e^{i(fx-pt)} \\ W &= i\{-rCe^{-irz} + rDe^{irz} - (I_s + E)e^{-isz} - (I_s + F)e^{isz}\}e^{i(fx-pt)} \end{aligned} \right\} \dots\dots (59)$$

で表わすことができる。ただし、

$$f = \frac{2\pi}{L_0} \sin \theta_0, \quad s' = \frac{2\pi}{L_0} \sqrt{\frac{v_s^2}{v_s'^2} - \sin^2 \theta_0},$$

$$r' = \frac{2\pi}{L_0} \sqrt{\frac{v_s^2}{v_p'^2} - \sin^2 \theta_0}, \quad s = \frac{2\pi}{L_0} \cos \theta_0$$

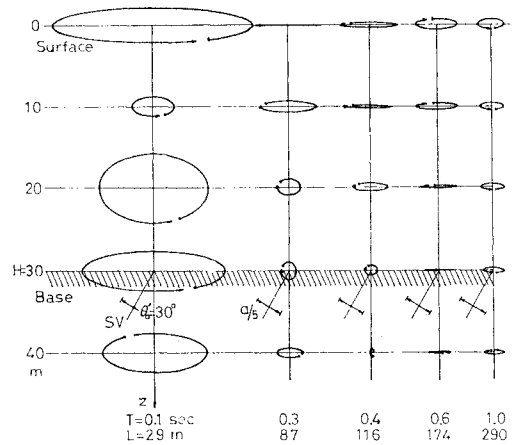


図-12 基盤入射 SV 波による変位軌跡 (理論)

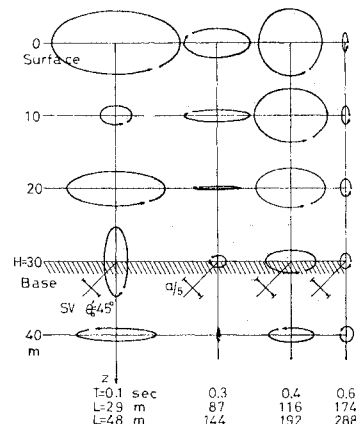


図-13 基盤入射 SV 波による変位軌跡 (理論)

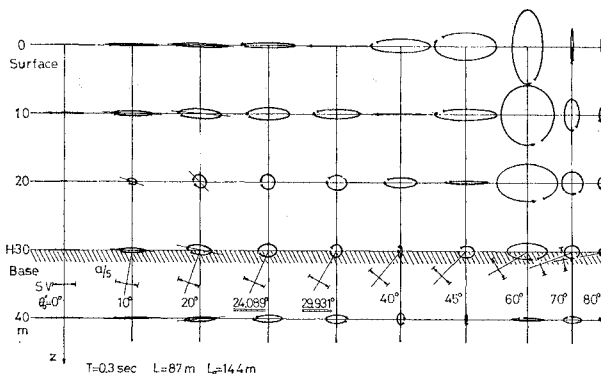


図-11 基盤入射 SV 波による変位軌跡 (理論)

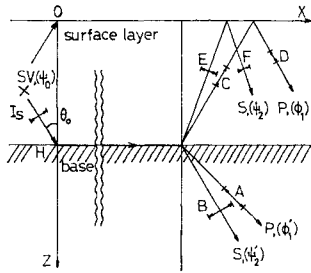


図-14 地盤中で発生した SV 波による境界面での反射・屈折

$$r = \frac{2\pi}{L_0} \sqrt{\frac{v_s^2}{v_p^2} - \sin^2 \theta_0}, \quad L_0 = v_s T$$

である。ここにおいても入射角 θ_0 が変わることによって、

- (イ) $0 \leq \sin \theta_0 \leq \frac{v_s}{v_p'} < \frac{v_s}{v_p} < \frac{v_s}{v_s'} < 1$
- (ロ) $0 < \frac{v_s}{v_p'} < \sin \theta_0 \leq \frac{v_s}{v_p} < \frac{v_s}{v_s'} < 1$
- (ハ) $0 < \frac{v_s}{v_p'} < \frac{v_s}{v_p} < \sin \theta_0 \leq \frac{v_s}{v_s'} < 1$
- (ニ) $0 < \frac{v_s}{v_p'} < \frac{v_s}{v_p} < \frac{v_s}{v_s'} \leq \sin \theta_0 \leq 1$

が考えられ、 s' , r' および r が虚数になる場合も生じる。それぞれの振幅 A, B, \dots, F に関する式は式 (48) の誘導と同様にして得られる。ただし式 (48) の右辺の入力ベクトルが、

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 2a \\ s(\beta - \beta_-) \\ -(\beta + \beta_-) \\ -rs(\beta - \beta_-) \\ ra(\beta + \beta_-) \end{Bmatrix} I_s$$

に変わるだけである。

以下前述の基盤面に SV 波が入射する場合の変位軌跡を求める方法と同様にして変位波動の式を誘導することができる。

3. 実測された地震動と理論解析による地盤震動

(1) 人工地震波の測定と地震動の軌跡

青森県津軽大橋の架橋地点において、火薬による人工地震を起こし、地表および地中の震動を記録した^{11)~13)}。

現地における地盤の柱状図と N 値および弾性波探査法による地盤構造特性を示した図-15 をみると、きわめて軟弱な第 4 種地盤であることがわかる。

ここでは記録した人工地震波を解析して地表および地

中での地震動の軌跡を求めることにする。

図-16 は震源 E と測定点 A の配置図である。E1 のみが A の北方 200 m の地点で、E2 から E7 までは A に対して東西方向に 60 m 間隔に位置している。測定点 A では、 A_1 が地表に変位計 (1 c.p.s.) 3 成分、 A_2 と A_3 が地中 30 m と 50 m のともに径 10 cm の孔の底に土中地震計 (速度計, 3 c.p.s.) 3 成分が配置されている。図中の P は津軽大橋の橋脚である。なお地表には加速度計 (3 c.p.s.) を予備に設置してある。

震源としては火薬を円筒管に詰め込み地中に鉛直に埋め込んだために、爆破のエネルギーが上下方向に強い人工地震源となった。

図-17 には人工地震の記録の一部を示してあり、それらの記録の最大振幅と卓越周期を験震表として表-2 に示しておく。各震動記録ごとに付属の発振器で検定を行っているので、記録上の振幅を絶対振幅に換算することが可能である。ただし、それぞれの波形は正弦波ではないので、変位、速度および加速度を統一した一つの量に精度よく換算することはできない。それでも変位を加速度に換算した値は加速度計による測定値とおおまかには合っていることがわかった。表中の () 内の数字は加速度記録の最大振幅である。

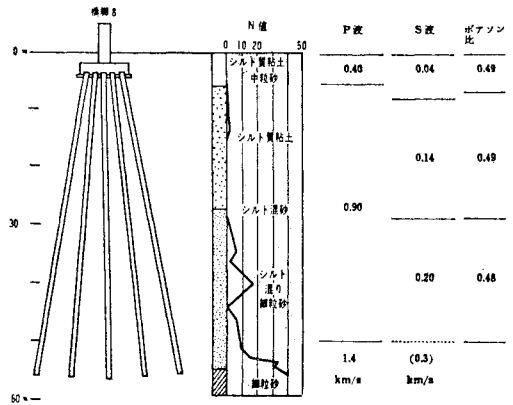


図-15 地盤柱状図および構造特性 (青森県津軽大橋の地盤)

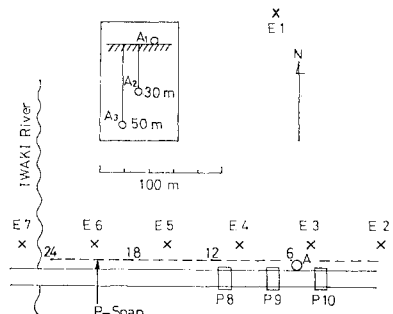


図-16 震源および測定点の配置

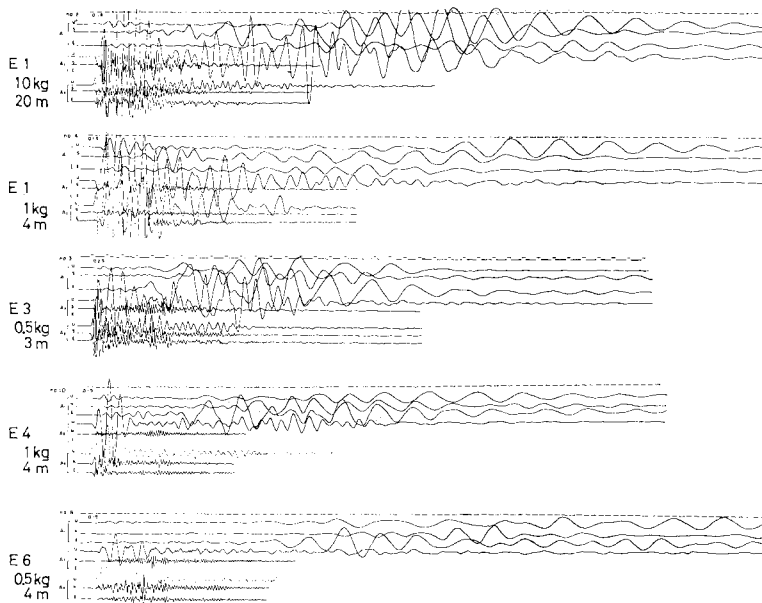


図-17 人工地震波記録

表-2 験 震 表

(μ =マイクロン, mk =ミリカイン)

震源 葉量 深度	測点	成分	初動部(P波)		表面波部(S波)		測点	成分	初動部(P波)	
			周期 sec	振幅 μ (gal)	周期 sec	振幅 μ (gal)			周期 sec	振幅 mk
E 1 1 kg 4 m	A ₁	NS	0.15	14.0 (2.5)	0.45	182.0 (2.2)	A ₂	NS	0.03	5.3
		EW	0.15	18.0 (3.2)	0.47	60.5 (0.7)		UD	0.08	41.6
		UD	0.14	50.0 (8.9)	0.56	250.1 (0.3)	A ₃	NS	0.035	5.2
E 1 10 kg 20 m	A ₁	EW	0.20	159.5 (25.0)	0.75	262.2 (3.8)	A ₂	NS	0.14	30.5
		UD	0.19	420.8 (65.3)	0.65	310.9 (4.0)		UD	0.19	73.1
		NS	0.26	618.0 (83.5)	0.65	354.4 (4.3)	A ₃	NS	0.07	2.8
E 3 0.5 kg 3 m	A ₁	EW	0.16	10.0 (6.1)	0.17	734.5 (88.2)	A ₂	NS	0.07	23.9
		UD	0.12	20.0 (12.0)	0.27	468.0 (37.7)		EW	0.05	16.7
		NS	0.09	4.5 (3.3)	0.16	193.0 (29.1)	UD	0.08	36.5	
E 4 1 kg 4 m	A ₁	EW	0.14	29.5 (—)	0.43	133.4 (—)	A ₂	NS	0.12	17.3
		UD	0.14	55.3 (—)	0.60	80.6 (—)		UD	0.15	542.0
		NS	0.13	8.0 (—)	0.45	58.2 (—)	A ₃	NS	0.08	82.5
E 6 0.5 kg 4 m	A ₁	EW	0.14	4.0 (—)	0.50	91.9 (—)	A ₂	EW	0.08	33.0
		UD	0.14	10.5 (—)	0.75	48.7 (—)		UD	0.08	334.8
		NS	0.12	1.1 (—)	0.50	54.3 (—)	A ₃	NS	0.07	9.2
							UD	0.20	28.6	
							NS	0.05	7.6	
							EW	0.08	5.0	
							UD	0.09	22.9	

表-2 を通覧して気の付くことは、初動部P波では地表と地中の卓越周期には差があるように見える。しかし、それは測定量に変位と速度の違いがあるためで、地

中の波にも地表の波と同じ周期のものが含まれている。

表面波部は地表 A₁ の場合のみであるが、波の伝播方向の震動と上下動の振幅が大きい。これは主として SV 波および Rayleigh 波形の震動である。なお A₂ における EW 成分はペンが作動しなかったため記録されていない。

なお SV 波や Rayleigh 波の波形の識別は文献 12) に示されているが、図-16 の震源 E1 ~E7 に対して東西方向に 24 成分換振器を等間隔に配置した上下動 P 測線の記録を利用している。

簡単にいえば 24 成分の記録から走時曲線を書き、いくつか

の波群の山谷の走時から、S 波部および表面波部においては群速度を算出し、その群速度の分散曲線を適当な試算により求め、それにより実体波と表面波をみわけている。この P 測線の 6 番目のピックアップは測点 A₁ の近くにあるので、A₁ における記録ではこの 6 番目の記録の波群の到達時刻を走時曲線の対応する時刻と合せることによって SV 波と Rayleigh 波を識別した。しかし、SV 波から Rayleigh 波にいたる移行の過程は厳密には識別できない。

次にこの測点 A における人工地震波の記録から NS, EW および UD の 3 成分について一定時間間隔でデジタル量に読み取り、NS-EW, UD-EW そして UD-NS の座標に XY プロッターを使って描かせ地震動の軌跡図を求めた。

図-18 は震源 E1 で葉量 1 kg, 深度 4 m の場合の初動 P 波部分の軌跡図である。0.005 秒間隔のデジタル値 20 個、0.1 秒間隔の一つの座標で、次の 0.1 秒間隔がその右隣りの座標になり、初動部 0.5 秒間の軌跡を示したものである。

地表 A₁ においては変位置であり、地中 A₂ と A₃ では速度量であるため、A₁ の軌跡図は速度量に換算した振幅で示し、A₂ と A₃ の振幅と比較している。図から地表と地中における P 波の震動振幅はほぼ同程度であることがわかった。

変位、速度、加速度と測定量が変わっても卓越周期は比較的相関が高いため、軌跡図もほぼ同種の形状を示すことがわかり、測定量の異なる地表と地中の軌跡図を比較することができよう。この図-18 では初動部 P 波は

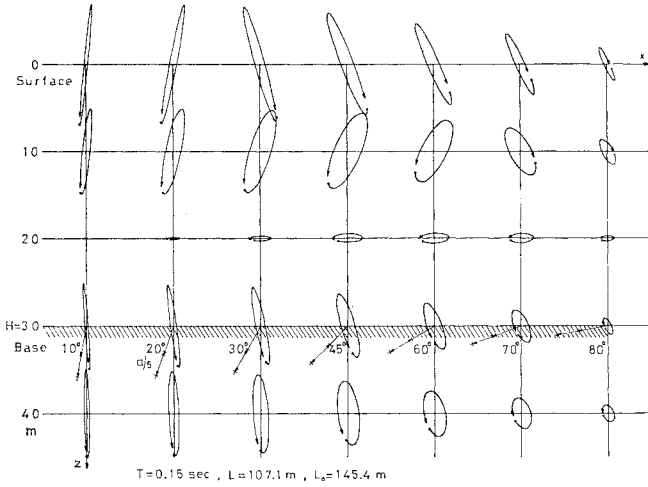


図-21 P波入射による軟弱地盤中の変位軌跡 (理論)

とみなし、便宜的に 30 m の深さのところに基盤面を考えたためである。

まず、図-21 は地中 30 m の基盤面以下から P波が入射した場合の変位振動軌跡図である。表-2 の検査表により地盤内の初動 P 波部の卓越周期から 0.15 秒と決めて計算したものである。

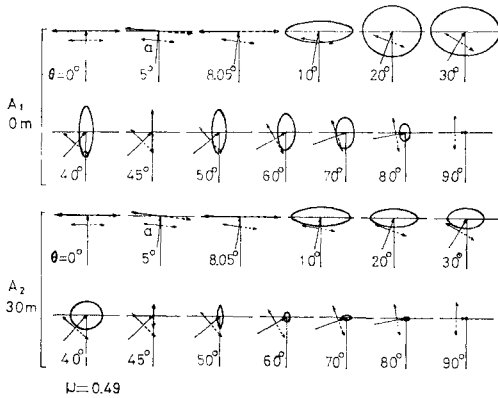


図-22 SV波入射による自由表面の変位軌跡 (理論)

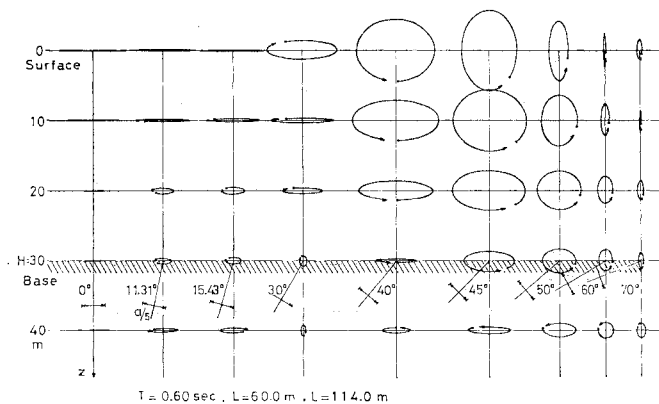


図-23 SV波入射による軟弱地盤中の変位軌跡 (理論)

図-22 は地表面に SV 波が入射した場合の変位振動軌跡図で、式 (29) および (30) によって計算したものである。この場合も表-2 の S 波および表面波の部分の周期約 0.6 秒で計算している。軌跡の形状は図-5 のポアソン比 $\nu=0.25$ の場合と同じであるが、この図-22 ($\nu=0.49$) では楕円軌跡を示す入射角 θ_0 の範囲が広いことがわかる。

図-23 は基盤面に SV 波が入射する場合の変位振動軌跡図で、式 (58) を使用して求めたものである。

臨界角を含む 30° ぐらいまでの入射角 θ_0' に対する振動軌跡はほぼ水平に長い楕円軌跡で、 30° から 50° ぐらいまでは上下動成分も大きく離心率の小さな楕円軌跡の形状を示し

ている。

また、入射角が 50° 以上の場合には鉛直動が卓越するが、全体の振幅は小さくなる。実際にはこの領域になると、Rayleigh 波と区別することが難しい。入射角が $30^\circ \sim 50^\circ$ においても次第に Rayleigh 波へと移行してゆくものと思われる。

また、図-24 は地盤中の震源により発生した周期 0.6 秒の平面 SV 波が、基盤面に 30° 、 31.76° および 35° の角度で入射する場合の地盤および基盤における変位軌跡の図である。震源の深さに比べてずっと離れたところにある観測点には、基盤面を伝わってくる波が最初に到着し、しかもその波が優勢である。それは臨界角 $\theta_0 = 31.76^\circ$ で基盤に入射する波であるからその近傍の入射角とともに示した。

図-25 は地表層に発生すると思われる Rayleigh 波の変位軌跡を示したものである。周期 0.7 秒で x 方向に進行する理論的な Rayleigh 波を式 (39)、(40) によって計算した。

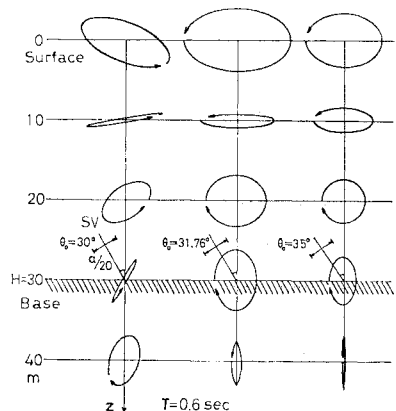
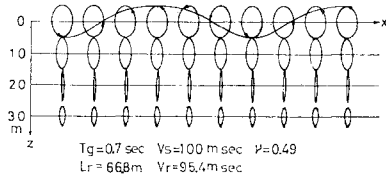


図-24 軟弱地盤中で発生した SV 波による変位軌跡 (理論)



図—25 軟弱地盤における Rayleigh 波の変位軌跡 (理論)

以上の理論解析図をもとにして実測波の解析図と比較するわけであるが、特に次のことを明記しておく。

ここで扱ったような火薬による人工地震は震源領域が狭いので厳密には点震源のモデルを使用して球面波の問題としてとらえなければならない。

しかし、次のような理由によりここでは平面波として解析した。1) 震源は円筒管 (長さ 2m) 内の火薬の爆破であるため、地盤厚 30m に対してもかなり広い領域の震源であった。2) 上下方向に強い震源となったため、上下動の卓越する波動となる。3) 波動の伝播方向が決まった基本波動を扱うため平面波で解析することが可能である。4) 波長約 50m~200m の波動に対して地盤厚 30m と境界が近いいため波面の曲率の影響が少ない。

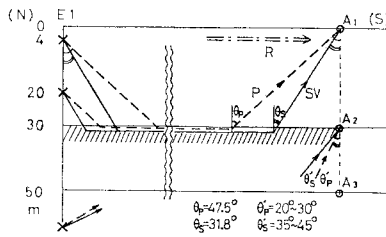
(3) 実測波と理論波の振動軌跡図による比較

実測された人工地震波についてすべてその震動軌跡図を描かせた結果、波の進行方向水平成分と上下成分が卓越していた。このことから SV 型、Rayleigh 型の波動が形成されていると思われる。そこで P 波動、SV 波動および Rayleigh 波動による地盤解析モデルによって変位軌跡を誘導してきた。

ここでは波動を P 波、SV 波そして Rayleigh 波の部分に分けてそれぞれの部分において比較してみる。

ただし、比較の対象となる解析モデルは次のような考えのもとに選ぶことにする。

図—26 において、震源 E は深さ 4m と 20m のところにあるから地盤中にあることになる。したがって、図に示された経路で測定点 A₁ に到達するだろう。しかし、A₂、A₃ には基盤面 30m において Snell の法則に従って、反射および屈折するため、ミラー現象としてあたかも基盤深部から入射してくる波動を記録する場合と同一に考えることができよう。



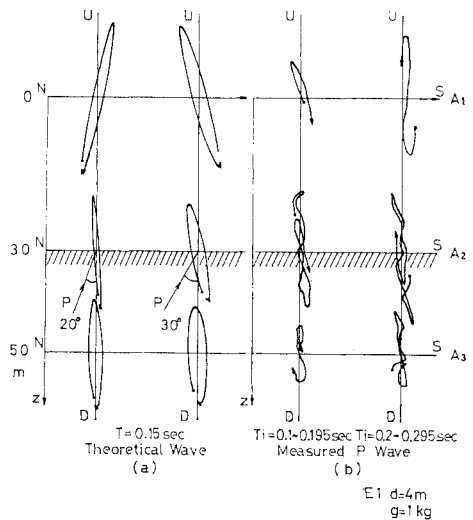
図—26 地震波動の入射角

自由表面に P 波あるいは SV 波が入射する場合は入射角 θ_p あるいは θ_s は Snell の法則により $\theta_p \approx 47.5^\circ$, $\theta_s \approx 31.8^\circ$ であり、基盤面に P 波あるいは SV 波が入射する場合は $\theta_p' = 20^\circ \sim 30^\circ$, $\theta_s' = 35^\circ \sim 45^\circ$ である。 θ_p' と θ_s' は多重反射すべて計算しなければならないため、ここではだいたいの範囲を示すにとどめる。

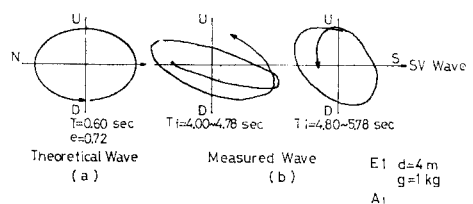
初動 P 波部についてはたとえば震源 E1 の人工地震の場合、図—18 の実測波の軌跡と図—21 の理論軌跡について比較することになる。

図—27 は (a) が理論軌跡で基盤面に P 波が 20° と 30° の入射角で進行してきたときの地表 A₁、地中 A₂、A₃ におけるものである。A₁ における橢円軌跡の長軸の方向が UD 軸について逆になるだけで $\theta = 20^\circ \sim 30^\circ$ では軌跡の形状に大きな変化はない。一方、(b) は実測波の初動部立ち上がりから 0.100 秒 ~ 0.195 秒のそして 0.200 秒 ~ 0.295 秒の 0.1 秒間ずつの軌跡である。上下振幅が卓越し、長軸の傾斜の度合が (a)、(b) よく一致している。もちろん、これ以外の条件下ではどのような場合でもあまりよい一致はみられない。

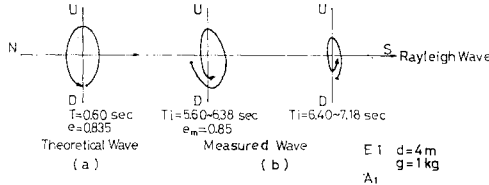
さて、図—28 は SV 波動とみなせる部分での比較図である。図—19 なる実測波 (E1, A₁, UD-NS) の軌跡と図—22 および 23 の理論軌跡より選んだものである。SV 波が自由表面に入射する場合の図—22 においては



図—27 P 波動軌跡の理論と実測の比較



図—28 SV 波動軌跡の理論と実測の比較



図—29 Rayleigh 波動軌跡の理論と実測の比較

$\theta=31.8^\circ$ で、基盤面に入射する場合の図—23 においては $\theta'=38.2^\circ$ で、そして図—24 における地表面での軌跡を示すと図—28(a)になる。ただし、SV 波の周期は $T=0.60$ 秒で、 $\theta'=38.2^\circ$ は楕円の離心率が $e=0.72$ の値になり、理論軌跡が完全に一致する。一方、図—28(b)は図—19 の SV 波動部の時刻 4.00 秒～4.98 秒と時刻 4.80 秒～5.78 秒のそれぞれ 0.98 秒間の軌跡である。(a)の理論軌跡は実際の地震動の軌跡 (b) を十分に説明できるものと判定した。

図—29 は Rayleigh 波部分について、(a) が図—25、(b) が図—19 から引き出したものである。楕円振動の方向および離心率の値とも非常によく一致している。

以上のように実測された人工地震波により求めた地震動の軌跡に対して、P 波、SV 波および Rayleigh 波の解析モデルによる理論軌跡をその形状について判定し、すべての場合に比較的良好一致をみた。それには基盤あるいは地盤に入射してくる波動の入射角と周期をより実際の地震波に合うように適切に決めておかねばならなかった。そこで、図—21～24 のように入射角 θ_0 および θ_0' がいろいろに変化する場合の軌跡図を作成しておけば簡単に利用できる。

なお、ここでは基本波動についてのみ考慮しているが、実際の地震動は地盤の不均質さ、波動の多重反射による干渉、減衰性といった不明確な要素が加味されるため、理論的に地震動を完全に再現することはできない。

それでも軌跡の形状による比較という点で図—27、28 および 29 は十分に目的を果たしていると思われる。

4. あとがき

本研究は地震動の上下成分に着目し、SV 波動形の地盤震動の解析モデルを採用して、特に地震動の軌跡の形状特性について論じてきた。

火薬爆破による地盤の震動は地表面付近でほとんどそのエネルギーが消失するため、地表層が均質な地盤であれば、得られる人工地震波はきわめて規則的な波動である。そのため理論的に求められた地盤中の波動とよく一致するものであった。

地盤が軟弱であるほど、その震動軌跡が楕円形状を示すという結果は従来いわれていたごとく、地震動の性状

は単に一方方向にとどまらず三次元的な領域でとらえなければならないことを示唆している。

そのためにも SH 波、Love 波といった水平動を中心とした地震動に加え、ここで論じたごとく上下動を含んだ SV 波あるいは Rayleigh 波についても、工学的に追求し、利用していかねばならないと思う。

それは人工的な地震動に対するものではなく、自然地震時の地盤震動に適合するように工夫されなければならない。

地中地震計による自然地震の記録などをみると、時々 Rayleigh 波動形の地震波が記録されているが、このような場合はここで示した軌跡法による検証も可能である。

しかしながら実際の地震では水平動が卓越するところの Love 波動形の地震動となる場合が多い。そのため SH 波を含んだ立体的な解析モデルを採用しなければならない。それらについては別途研究の予定である。

なお数値計算には北大計算機センター FACOM-230-75 を使用した。

参考文献

- 小林啓美：地盤震動と Seismic Microzoning, 土木学会誌, pp. 21～24, 1977.3.
- Ewing, W.M., W.S. Jardetzky and F. Press: Elastic Waves in Layered Media, International Series in the Earth Sciences, McGraw-Hill Book Company, Inc. 1957.
- Grant, F.S. and G.F. West: Interpretation Theory in Applied Geophysics, International Series in the Earth Sciences, McGraw-Hill Book Company, Inc., Part I, 1965.
- Tolstoy, I.: Wave Propagation, International Series in the Earth & Planetary Sciences, McGraw-Hill Book Company, Inc. 1973.
- 本多弘吉：地震波動, 岩波書店, 1954.
- たとえば, Idriss, I.M. and H.B. Seed: Seismic Response of Horizontal Soil Layers, Proc. of A.S.C.E., No. SM 4, pp. 1003～1031, 1968.7.
- 金子孝吉：せん断連続体としての多層地盤の地震応答解析, 土木学会論文報告集, 第 207 号, pp. 13～23, 1972.11.
- 渡辺 昇・金子孝吉・馬場敦美：地震時における地動軌跡と波動特性, 第 14 回地震工学研究発表会講演概要集, pp. 61～64, 1976.7.
- 小林啓美・佐間野隆憲・山内正教：地震動の水平面内における方向性について, 第 4 回日本地震工学シンポジウム論文集, pp. 217～224, 1975.11.
- 西村源六郎：振動工学, 誠文堂新光社, 1969.
- 田治米鏡二ほか：青森県長泥橋(津軽大橋)の橋脚の振動測定と地盤調査, 物理探鉱, 第 22 巻, 第 1 号, 1969.2.
- 田治米鏡二ほか：青森県長泥橋の橋脚の振動測定と地盤調査(続), 北海道大学地球物理学研究報告, 第 21 号, 1969.2.
- 渡辺 昇・金子孝吉：自然地震波と火薬による人工地震波との性質の比較, 橋梁と基礎, pp. 10～14, 1972.6.
- Mooney, H.M.: Seismic Shear Waves in Engineering, Journal of the Geotechnical Engineering Division, No. GT 8, pp. 905～923.