

地中坑道に発振源がある場合の周辺地盤の震動の解析方法

A METHOD FOR NUMERICAL ANALYSIS ON THE GROUND
TREMOR DUE TO EXITING ON TUNNEL FLOOR

田村重四郎*・中村豊**・加藤勝行***

By Choshiro TAMURA, Yutaka NAKAMURA and Katsuyuki KATO

1. ま え が き

近年都市内の地上交通の著しい輻輳に伴い、地表のみならず高架形式や地下形式の交通施設が盛んに建設されるようになった。この交通機関の高密度化に対し、生活環境を良好な状態に保つために交通機関による環境の変化、影響を評価することが、社会的課題として取り上げられている。これを合理的に行うには、工学面からの検討が基本となる。著者らはこのような観点から地下鉄道によって発生する周辺地盤の震動を解析する方法の研究を進めてきた。

地中坑道を走行する車両に起因する地盤の震動については、坑道が建設されている地盤が一般に複雑な地層で構成されていて、坑道自身の形状もさまざまに点や線として取り扱うことのできない大きさであるため、個々の場合に即して、これを解析的に解くことは困難である。

そこで数値解析によって問題を解く試みがなされているが、ほぼ半無限の広がりをもつ地盤をどのように有限の領域のモデルに置き換えるかが重要な課題となっている。Lysmer らは粒子の運動速度に比例する抵抗を境界に設けることによって、境界がない場合の境界位置より外部へ伝播する波動の状態を近似し、表現している¹⁾。また、Wong, 土岐らは、2次元の Helmholtz の方程式をグリーン関数を使って積分方程式に変換し、境界上で数値的に解いて、地震波動が入力した際の構造物の応答を解析している^{2), 3)}。これらはいずれも定常的な入力に対し定式化されている。

本論文では、ランダムな衝撃力によって発生する比較的高い振動数の振動が、地下坑道の場合のような比較的狭い範囲の複雑な地盤-構造系を伝播する場合に対する

数値解析方法を提案するとともに、現場実験の結果をシミュレートして、この方法の実用性を示している。

2. 無限の広がりをもつ地盤中の構造物の過渡応答算定法

(1) 有限領域のモデルによる地盤の動特性の算定

a) 基本的な考え方

いま、1個の波動が有限な解析モデル内で発生し、その境界面に入射した場合を考える。このとき波動は、モデルの端部境界で反射し、一般に S 波および P 波からなる反射波動になる。内部減衰などによって波動エネルギーが消滅するまで領域内でこれが繰り返される。

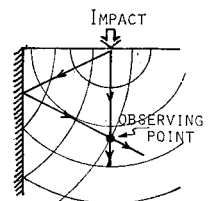
モデル内のある点に着目した場合、波動が入射してから、入射波動がモデルの端部境界で反射して、着目している点に戻ってくる時刻まで、この点の挙動は反射波によって乱されず、無限の領域をもつモデルの挙動と同じものである。この間の時間を解析信頼区間とよぶことにする。

衝撃パルスのような単純な波動が入射した場合でも、モデルに内在する構造物や地層、地質

の変化等によってモデル内部の応答は複雑な挙動を示し、内部減衰により時間の経過とともに伝播波動の振幅は減衰していく。もし入射波の振幅が減衰して解析信頼区間内に十分小さくなるように領域の広がりを設定できれば、このモデルを使用して、無限の広がりをもつ系の入力に対する応答を推定することができる。

b) 境界条件の設定方法

一般に交通車両による地盤震動については、その動的なひずみは 10^{-6} のオーダー程度であり、土質の内部減衰は小さなものとなる。このため前述の解析に十分な領

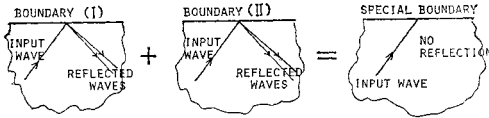


* 正会員 工博 東京大学教授 生産技術研究所

** 正会員 工修 東京大学技官 生産技術研究所

*** 正会員 東京大学助手 生産技術研究所

域としてはかなり広い範囲をとらなければならない。また、一方、従来の実測によれば、地下鉄走行によって発生する地盤震動の主要な振動数は 50~100 Hz であり、自動車の走行によって 10 数 Hz の振動が卓越して発生することがわかっている。この場合、地盤中を伝播する波動の波長は一般に数 m から 20 m 前後であり、離散化された系を用いて数値解析を行う場合、要素分割を細かくする必要がある。したがって、その解析に対し大記憶容量の計算機と多大な計算時間を必要とし、さらに解の精度の低下をまねく場合も出てくることになる。そこで解析モデルの領域を縮小することが重要になる。



相異なる境界条件を有する 2 つの境界に同じ波動を入射した場合を想定し、これらの境界からの反射波の振幅特性が等しく、位相特性が互いに逆になるように境界条件を設定すれば、これを重ね合わせて境界からの反射波を消去することができる。

ρ を媒質の密度、 V_P 、 V_S をそれぞれ媒質中の P 波、S 波の伝達速度とし、 \dot{u} 、 \dot{w} をそれぞれ境界面での面平行方向および面直交方向の粒子速度、 a 、 b を無次元のパラメーターとして、境界上での応力が直応力 $\sigma = a\rho V_P \dot{w}$ 、せん断応力 $\tau = b\rho V_S \dot{u}$ で与えられる境界に単位振幅の波動が入射した場合の反射波の振幅は次のようになる¹⁾。

図-1 のように P 波が入射した場合、反射 P 波の振幅 A 、反射 S 波の振幅 B は次の連立方程式の解として与えられる。

$$\left. \begin{aligned} (-\cos 2\nu + a \sin \theta)A + (\sin 2\nu + a \cos \theta)B \\ = \cos 2\nu + a \sin \theta \\ (b \cos \nu + s^2 \sin 2\theta)A + (\cos 2\nu - b \sin \nu)B \\ = s^2 \sin 2\theta - b \cos \nu \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $s^2 = \left(\frac{V_S}{V_P}\right)^2 = \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}$ 、 $\cos \nu = s \cos \theta$ 、 μ ：ポアソン比

同様に 図-2 のように S 波が入射した場合、反射 P 波の振幅 C 、反射 S 波の振幅 D は次の連立方程式の解として与えられる。

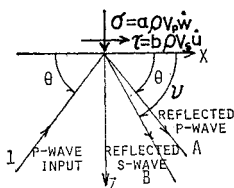


図-1 P 波入射

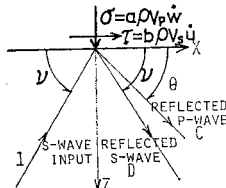


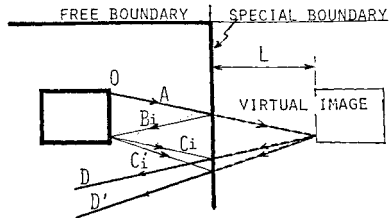
図-2 S 波入射

$$\left. \begin{aligned} (s^2 \sin 2\theta + b \cos \nu)C + (\cos 2\nu - b \sin \nu)D \\ = -\cos 2\nu - b \sin \nu \\ (-\cos 2\nu + a \sin \theta)C + (\sin 2\nu + a \cos \theta)D \\ = \sin 2\nu - a \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $\nu < \nu_{cr} (\cos \nu_{cr} = s)$ の場合は、 $\cos \theta = \frac{\cos \nu}{s} > 1$ 、 $\sin \theta = -i\sqrt{\cos^2 \theta - 1}$ (虚数) とする。

ここで表面に沿う変位 (x 方向変位) は自由とし、これと直交する方向の変位 (z 方向変位) を拘束した境界条件を (I) として、 x 方向変位を拘束して z 方向変位は自由とした境界条件を (II) とすると、(I) は無次元パラメーター a 、 b を $a \rightarrow \infty$ 、 $b \rightarrow 0$ とした場合に、(II) は $a \rightarrow 0$ 、 $b \rightarrow \infty$ とした場合にそれぞれ対応する。

(I)、(II) の場合の反射波の振幅にそれぞれサフィックス 1、2 を付して表わすと、式 (1)、(2) より $A_1 = 1$ 、 $B_1 = 0$ 、 $C_1 = 0$ 、 $D_1 = -1$ 、 $A_2 = -1$ 、 $B_2 = 0$ 、 $C_2 = 0$ 、 $D_2 = 1$ が得られる。このことは (I)、(II) の境界での反射波が入射波と同じ種類の波だけであり、また、(I) と (II) とで反射波の位相が逆になることを示している。したがって、(I) の境界条件をもつモデルの反射波と (II) の境界条件をもつモデルの反射波とを加えさせると、反射波は打ち消し合い消去される。以後、この 2 つの境界をもつモデルの応答を重ね合せたものを変換系の応答とよぶことにする。



上図に太線で示されたモデルの内部にある構造物の 1 点 O から波動が広がっている場合を考える。側方の境界条件は (I) または (II) である。このときの波動伝播経路の一部を図のように B_i 、 C_i 、 C_i' 、 D_i 、 D_i' で表示する。 i はモデルの端部境界の条件が (I) のとき 1、(II) のとき 2 とする。境界条件 (I) のモデルを M_I 、境界条件 (II) のモデルを M_{II} とすると、端部境界からの第 1 回目の反射波 B_1 と B_2 は前述のように同振幅、逆位相である。構造物と地盤の境界条件は M_I と M_{II} とでまったく同一であるから、 C_1 と C_2 、 C_1' と C_2' も同振幅、逆位相となる。しかし、端部境界からの第二回目の反射波 D_1 と D_2 および D_1' と D_2' は同振幅、同位相となる。したがって、 M_I の応答と M_{II} の応答を重ね合わせた変換系の応答には、第一反射波の波動は消去されているが、第二反射波によるモデル内の波動は消去されずに

残る。このことは、変換系の応答が、端部境界面を対称面として解析モデルを2つ接合した系の応答に等しいことを示している。このことから、振動系が対称であるときその片方だけをモデル化して動的応答を求めてよいことがわかる。

このモデルを用いたとき解析信頼区間がどれくらいになるかを、モデルの境界上の点について考える。仮想モデル内で反射されて、解析領域内にもっとも早く到達する波動は境界面に直角に入射して、そのままの方向で反射してくる波動である。この波動が解析境界を出て、仮想モデル部分の構築で反射し、解析境界まで戻するのに要する時間 t は、地盤中の P 波動伝播速度を V_P 、モデル内の構築物と設定境界の距離を L とすると、 $t=2L/V_P$ で与えられる。モデル内の着目点における解析信頼区間は、発振点および着目点と構築物の虚像との位置関係を考慮すれば決定することができる。

(2) 過渡応答の算定

前節の考えに沿って、モデルを数値解析する。

地盤が粘性減衰をもつものとして、離散化された系の運動方程式を次のように表わす。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \dots\dots\dots(3)$$

ただし、

- [M] : 質量マトリックス
- [C] : 減衰マトリックス
- [K] : 剛性マトリックス
- {x} : 応答変位ベクトル
- {·} : 時間に関する微分
- {F} : 外力ベクトル

この系の固有値、固有モードをそれぞれ $\{\omega_i\}$, $\{\phi_i\}$ とすると、 $\{x\} = [\{\phi_i\}]\{z(t)\}$ と表わせ、減衰が小さいとき $\{z\}$ として次の独立した n 個の1自由度系の微分方程式の解を用いてもよい。 n は離散化した系の自由度である。

$$z_i + 2h_i\omega_i z_i + \omega_i^2 z_i = \{\phi_i\}^T \{F\} \dots\dots\dots(4)$$

ただし、 $[\{\phi_i\}^T][C][\{\phi_i\}] = 2h_i\omega_i$

$\{F\}$ を時間 dt ごとに離散的に $\{\phi_i\}^T \{F\} = f_i(kdt)$, $k=0 \sim N$ と与え、その間の点は直線補間するとして式(4)を解くと次式のような漸化式が得られる⁹⁾。

$$\begin{Bmatrix} D_{ik+1} \\ V_{ik+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_{ik} \\ V_{ik} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_i(kdt) \\ f_i((k+1)dt) \end{Bmatrix} \dots\dots(5)$$

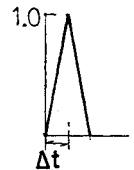
ただし、 D_{ik} , V_{ik} は $t=kdt$ の時の応答変位、応答速度である。

$$a_{11} = e^{-h_i\omega_i dt} \{ \cos(\sqrt{1-h_i^2} \omega_i dt) + h_i \sin(\sqrt{1-h_i^2} \omega_i dt) / \sqrt{1-h_i^2} \}$$

$$\begin{aligned} a_{12} &= e^{-h_i\omega_i dt} \cdot \sin(\sqrt{1-h_i^2} \omega_i dt) / (\omega_i \sqrt{1-h_i^2}) \\ a_{21} &= \omega_i^2 a_{12} \\ a_{22} &= e^{-h_i\omega_i dt} \{ \cos(\sqrt{1-h_i^2} \omega_i dt) - h_i \sin(\sqrt{1-h_i^2} \omega_i dt) / \sqrt{1-h_i^2} \} \\ b_{11} &= (a_{11}-1) / \omega_i^2 - b_{12} \\ b_{12} &= [-\omega_i dt + 2h_i - e^{-h_i\omega_i dt} \cdot \{ 2h_i \cos(\sqrt{1-h_i^2} \omega_i dt) - (1-2h_i^2) \cdot \sin(\sqrt{1-h_i^2} \omega_i dt) / \sqrt{1-h_i^2} \}] / \omega_i^3 dt \\ b_{21} &= -(a_{12} + b_{22}) \\ b_{22} &= (a_{11}-1) / (\omega_i^2 dt) \end{aligned}$$

式(5)により各ステップ間は線形変化するものとして応答は数学的に各ステップごとに求められる。

入力 $F(t) = F(kdt)$ として右図のような三角波形をとり、これに対するモデルの応答(以下衝撃応答とよぶ) $S(kdt)$ を求めると、任意の折線入力波形 $I(kdt)$ に対する応答 $R(kdt)$ は、次のようにして求めることができる。



$$R(kdt) = \sum_{i=0}^k I(i dt) S((k-i) dt) \dots\dots\dots(6)$$

衝撃応答を求めることにより、境界によって反射されずに直接着目点に到達した波動と、境界で反射して着目点に到達した波動との識別が比較的容易になり、これによって反射波動を除去することができる。反射波動を除去した応答波形を式(6)に従って重ね合わせることににより、任意の入力に対する系の応答を算定することができる。

(3) 減衰について

地盤の内部減衰は地盤の剛性の非線形性や粘性などに起因するが、交通荷重によって生ずる振動の振幅は小さいので、この場合は粘性減衰のみを取り扱った。

一般に地盤振動の減衰を表わすのに波動の伝播距離(r)による振動振幅の減少率 $e^{-\alpha r}$ が使用されることが多い。

α と減衰定数 h との間には伝播する波動の波長を λ とすると、

$$\alpha = 2\pi h / (\lambda \sqrt{1-h^2}) \text{ または } h = 1 / \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{\alpha \lambda}\right)^2}$$

の関係がある。

また、波動の減衰を表わすもう一つの量 Q 値と α , h の関係は $Q = \frac{\pi}{\alpha \lambda} = \frac{\sqrt{1-h^2}}{2h}$ で示される。多くの測定例で、 α は振動数に比例しており、したがって、 Q , h は振動数にかかわらず一定値となっている⁵⁾。堆積層において測定された Q と V_S の関係によると、地表面層で一般に考えられる $V_S = 500$ m/s 程度以下においては h は 5% を中心に 2.5% から 10% の間の値になっている⁵⁾。この内部減衰のため波動エネルギーが消散するの

で、境界における反射の影響を無視できるようになるために必要な解析領域の範囲をきめればよい。

なお、本計算法では、波動の種類によって減衰を変えすることはできない。

(4) 解析モデルの検討

a) 解析モデルの離散化

地下鉄道トンネルのように長い地中構造物内を車両が連続して走行するような場合、構造物と直交する断面を取り出して、その断面内の二次元的な動的挙動について検討することが重要であり、解析も容易である。そこで、二次元有限要素法を用いて解析することにした。

解析モデル内に曲げ振動が卓越すると予想される構造物を含む場合、曲げに対しても正確な変位および応力を与えるような要素を採用しなくてはならない。定歪三角形要素を用いて曲げに対してよい精度の解を得るには、非常に多くの要素数を必要とし、数値計算上有利ではない。そこで、ここでは修正ハイブリッド要素⁹⁾を用いて剛性マトリックスを算定した。また、質量マトリックスとしては計算上の理由から集中質量マトリックスを採用した。

b) モデルの寸法と分割

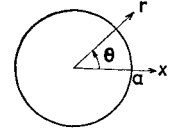
モデルの離散化によって、連続体は有限個の節点で表示されるから、これらの節点で表示し得る波動の波長には限界がある。節点が波動進行方向に対して等間隔 l で配置されている場合、このモデルで表現し得る波長 λ は、もっとも短いもので $\lambda=2l$ であり、もっとも長いものは設定モデルの大きさによって決定される。2. (2)で述べたように、衝撃応答を固有モードの合成として解析する関係上、十分正確な固有値および固有モードを計算する必要がある。離散化されたモデルを用いて連続体の固有値、固有モードを算定する場合、算定し得る固有値の上限値は離散系で表示し得るもっとも短い波長に依存する。また、波長が短いほど、1波長を表現する節点の数は少なくなるので、固有値、固有モードの計算精度は、波長が短くなるほど低下するものと考えられる。上原によれば、はりの場合については一般に $\phi=2\pi \cdot \frac{l}{\lambda} \leq 1$ の場合によい結果が得られる⁷⁾。モデル内部で節点が一樣に離散していないときは、最大隣接節点間距離によって表現しうる最小波長が決定されるので、波動問題を取り扱う場合、節点はできるだけ一樣な間隔にとり、その間隔は対象とする解析波長の最小値によってきめる必要がある。

モデルの大きさ(領域)は、解析信頼区間をどの程度にとるかで決まってくるが、入射波に対する応答が時間とともに急激に減少して無視できるようになる場合は、入射波と境界端部からの反射波が明瞭に分離できるだけ

の解析信頼区間をとって、モデルの大きさを決定すればよい。

3. 計算例

ここでは2.で述べた計算の例として、無限弾性体中の半径 a の円孔内面に一樣に、調和的に変動する直応力 $\sigma_r(a)$ が作用したときの変位応答を前章の方法で算定し、これと次式で与えられる理論解⁸⁾とを比較する。



$\sigma_r(a) = -\sigma_0 \sin \omega t$ に対する応答変位 u_r は次のようになる。

$$u_r(r,t) = \sigma_0 \{ (R \cdot J_1(\beta r) + I \cdot N_1(\beta r))^2 + (-I \cdot J_1(\beta r) + R \cdot N_1(\beta r))^2 \}^{1/2} \cdot \sin(\omega t - K(\beta r)) / (\mu(R^2 + I^2)) \dots (7)$$

ただし、

$$\tan K(\beta r) = (-I \cdot J_1(\beta r) + R \cdot N_1(\beta r)) / (R \cdot J_1(\beta r) + I \cdot N_1(\beta r)), \quad r \geq a, \quad R = 3\beta J_0(\beta a) - 2J_1(\beta a)/a, \\ I = 3\beta N_0(\beta a) - 2J_1(\beta a)/a, \quad J_n, N_n: \nu \text{ 次のベッセル関数, ノイマン関数, } \beta = \frac{\omega}{V_P}, \quad V_P: P \text{ 波の伝播速度, } \mu = G: \text{せん断弾性定数}$$

(1) 数値モデル

数値モデルは、 $a=3\text{m}$ で中心角 20° の扇形部分を対象とした。この扇形部分の内径を 3m で自由境界とし、外径は 23m で2.で述べた境界条件(I)または(II)の境界とし、モデル内部の節点は半径方向のみに動くものとした。さらに扇形部分のP波速度 V_P 、ポアソン比、単位体積重量 γ をそれぞれ 100m/s 、 0.25 、 1.0gr/cm^3 とした。要素分割にあたってはなるべく全体が一樣になるよう考慮して図-3のように分割した。この図に示す点①~⑤について3種類の入力波形に対する振動をこのモデルの衝撃応答の重ね合わせとして求め、解析解と比較した。

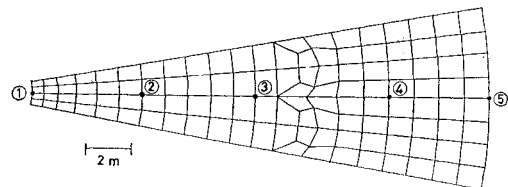


図-3 要素分割図

(2) 数値計算結果と考察

a) 固有値と固有モード

境界条件が(II)の場合の固有値と固有モードの例をパラメーター ϕ とともに示したものが図-4である。こ

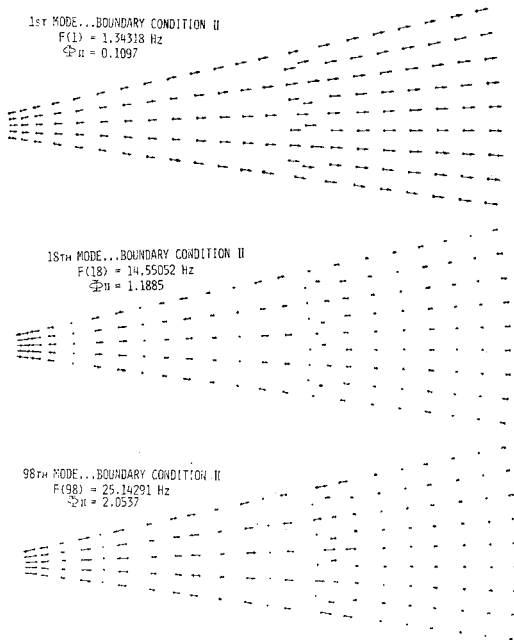


図-4 モード図

ここで要素寸法 l として、波動の進行方向の最大要素寸法を採用している。図で $F(1)$ は1次固有振動数を示し、矢印は節点の変位モードベクトルを示したものである。これを見ると98次のモードの形がやや不規則になっているのがわかる。このとき $\phi = 2.0537$ でやや大きめである。そしてモードが不規則になっている箇所は分割を一樣にするためやむを得ず不規則に分割した領域に対応している。これは高次の振動では要素分割の一樣でないことが解の精度に影響を及ぼすことを示唆しているものと考えられる。しかし、次項の衝撃応答波形には、それほど影響はなかった。

b) 衝撃応答波形

三角形パルスの立ち上がりを $dt = 5/1000$ 秒、最大値から0に至るまで $dt = 5/1000$ 秒、応力の最大値を $\sigma_0 = 3.821 \times 10^{-4} \text{ kg/cm}^2$ とした場合の加振点の応答変位を図-5に示す。これは境界条件(I)に対する計算結果で、 ϕ 値は重ね合わせモードの最高次の波長をとって算定したものである。 $\phi = 4.84$ までのモードを用いた変位波形には、短周期の振動成分が卓越して現われていて、a)で述べたモード計算上の誤差が顕著に現われたものとみられる。このモデルの節点で表現可能な波長に対する ϕ 値は $\phi \leq 2\pi \cdot \frac{l}{2l} = \pi$ であり、この範囲内の $\phi \leq 2.6035$ で計算した波形は $\phi \leq 4.84$ で計算したものよりも著しく平滑化されている。そして ϕ 値が小さいほどより平滑化される傾向を示すが、同時に立ち上がりの鋭さも失われていく。あまり低次までの振動モードしか用いない場合は、モードの重ね合わせ数が少なすぎるため波動の到

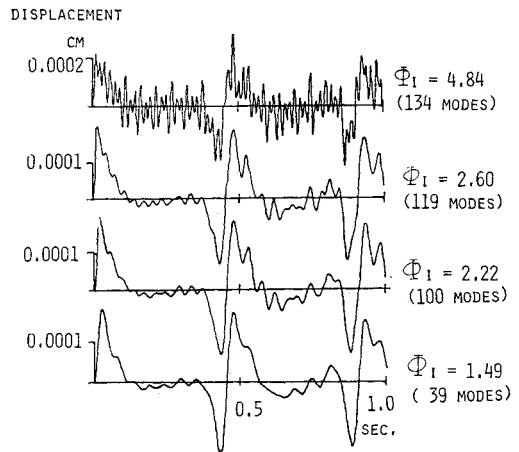


図-5 節点①の衝撃応答波形に及ぼす ϕ の影響

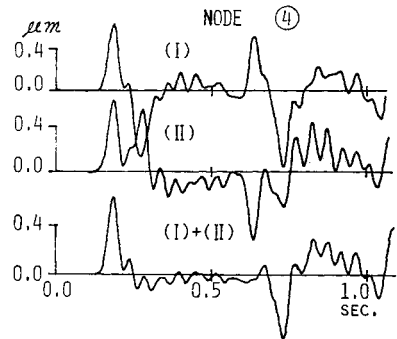


図-6 節点④における設定境界(I),(II)の各モデルおよび変換系の応答

達以前の振動が相殺されずに残り、波動の伝達や反射波の様子が不明瞭になる。そこで次に述べる衝撃応答計算では境界条件(I)および(II)で、それぞれ $\phi_I = 2.22$, $\phi_{II} = 2.08$ までのモード(いずれも100次まで)を用いている。図-6に境界条件(I),(II)のモデルおよび変換系に対する変位応答を④点について示す。境界条件を(I)または(II)としたモデルの変位応答をみると、端部境界からの反射波の発現がはやく入射波と反射波が重なり合ってこれらを分離することは不可能であるが、これらの変位応答を算術平均して得られる変換系の変位応答では、端部境界からの第一反射波が消去され、消去されずに残る第2反射波と入射波とが明瞭に分離されているのが認められる。変換系の衝撃応答を①~⑤の点に対応して並べたものが図-7である。この変換系の応答を重ね合わせて、8.33 Hzの正弦波半波の応力波(最大値は $\sigma_0 = 3.821 \times 10^{-4} \text{ kg/cm}^2$) が加えられた場合の変位応答を算定し、①~⑤の点に対応して図示したものが図-8である。図-7と図-8によって入射波が①,②...と順次伝達していくのがわかる。図-7と図-8の変位波形から波動の走時曲線を描くと図-9のように

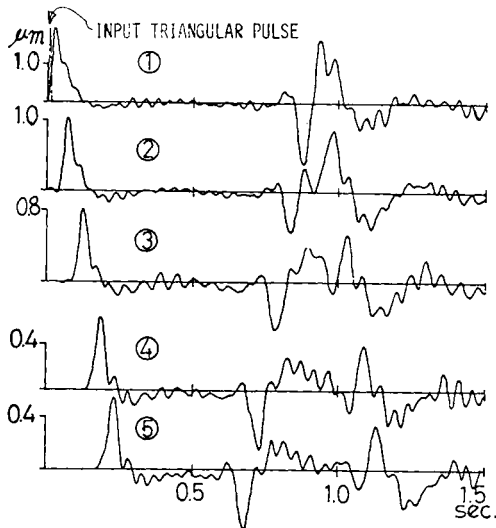


図-7 節点①～⑤の衝撃応答

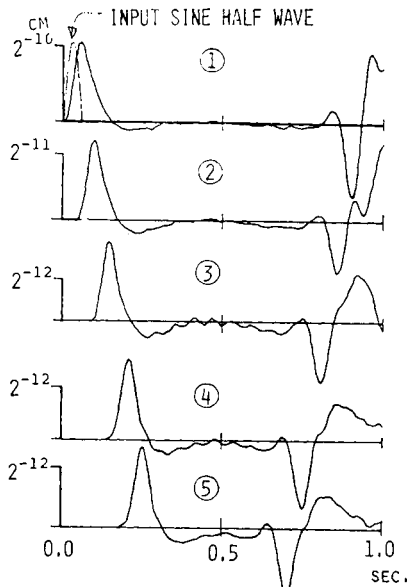


図-8 節点①～⑤の衝撃応答

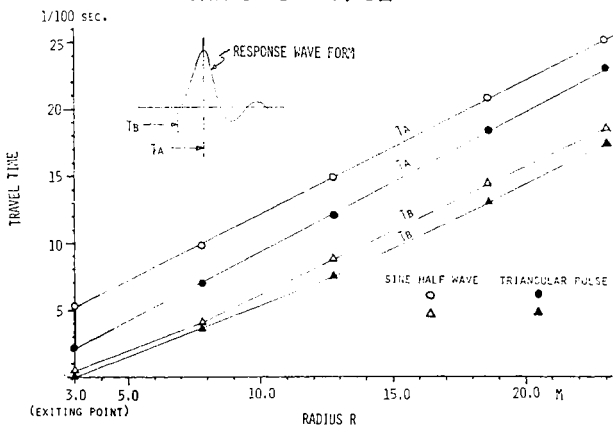


図-9 正弦半波および三角波の入力に対する波動の伝達時間と距離の関係

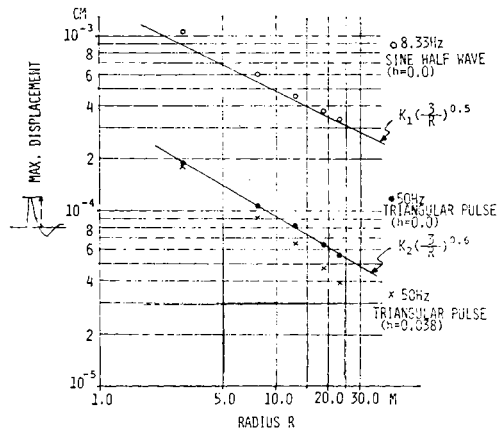


図-10 各種入力波形に対する変換系の距離と最大変位の関係

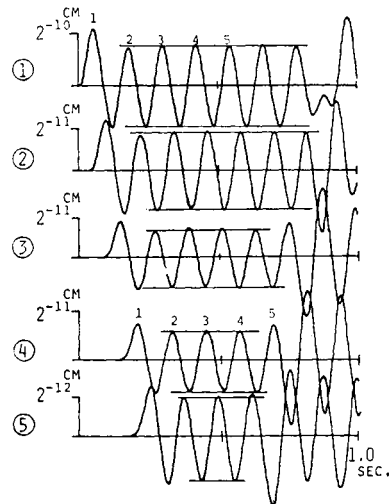
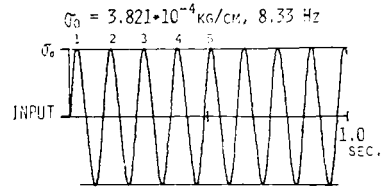


図-11 正弦波形の定常入力に対する各節点の変位応答

なる。図-9で三角印は波形の立ち上がりから読みとった時間で丸印は波形のピークから読みとった時間である。また、白ぬきは正弦波が入力した場合、黒ぬきは三角形パルスが入力した場合に対するものである。応答波形の立ち上がりは重ね合わせたモードの最高次数と入力波形の立ち上がりに依存する。モードの最高次数は前述のように定められているため、立ち上がりが鋭いほど応答の立ち上がりの誤差は大き

くなる。ピークの伝播から読みとった値は三角波の場合 95.9 m/s, 正弦波の場合 101.5 m/s となり, 設定した弾性体の P 波速度 100 m/s とよく一致している。また, これらの応答波形の最大値を半径 r に対してプロットすると 図-10 のようになる。この図より正弦波半波の応力を加えた場合は半径 r の増大とともに $r^{-0.5}$ の減衰に漸近していくことがわかる。また, 三角波の入力に対する変位応答は波動エネルギーの拡散から考えられる幾何減衰よりわずかに大きな減衰 $r^{-0.6}$ を示している。

e) 定常正弦波形加振に対する応答振幅

次に衝撃応答の重ね合わせにより定常正弦波加振に対する変位応答を算定し, この応答値と式 (7) で与えられる理論値とを比較する。図-11 は振動数 8.33 Hz ($\phi = 0.681$) で, 振幅 $\sigma_0 = 3.821 \times 10^{-4}$ kg/cm² の正弦波形で加振した場合の加振波形と, 節点 ①~⑤ における変位応答を示したものである。この図より応答波形は短時間で定常状態になり, その後, 反射波の影響が現われていることがわかる。そこで反射波が到達する前のほぼ定常状態の変位の全振幅と位相差を読みとって○印で図示したものが 図-12 である。図中実線は理論解を示している。8.33 Hz に対する理論解と本計算法で求めた解とはよく一致している。また, 図-12 には 16.67 Hz ($\phi = 1.362$) に対する解が●印で示されていて, 理論解とほぼ一致しているのがわかる。

d) 距離減衰

次に弾性体の内部減衰が粘性減衰によるものとして行った計算例を示す。入力正弦波の振動数が 8.33 Hz のとき距離減衰係数 α を 0.02 (1/m) とした場合, 減衰定数 h は 0.038 になる。この h を用いて三角パルス入射に対して計算した ①~⑤ 点の変換系の衝撃応答波形を 図-13 に示す。各点の変位応答が 図-10 に×印で示されている。このときの変換系の衝撃応答波形をみると減衰のない場合の応答波形 (図-7) でみられた高周波成分が減少し, また, 消去されずに残る第二反射波の影響がかなり小さくなっていることがわかる。この衝撃応答を重

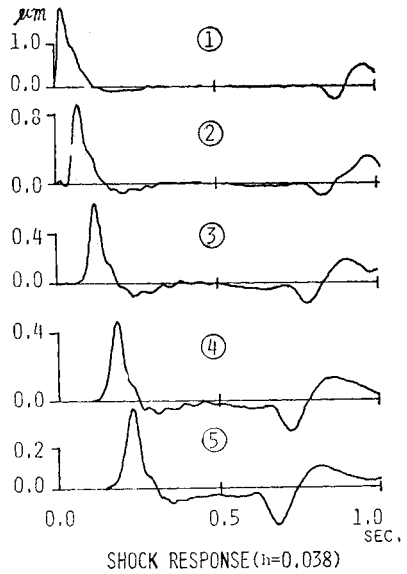


図-13 減衰定数 $h=0.038$ としたときの衝撃に対する各節点の変位応答

ね合わせて 8.33 Hz の正弦波に対する応答を求めて得られた各点の全振幅および位相が 図-12 に×印で示されている。図中の点線は式 (7) で求めた理論解に粘性による距離減衰として $e^{-\alpha(r-t)}$ を乗じたもので計算値とよく一致している。

このように, 減衰を設定すると, 誤差の比較的大きな高周波成分が減少し, また, 消去されずに残る第二反射波の影響が小さくなって, 入射波と反射波の分離が改善される。

4. 落錘実験とそのシミュレーション

ここでは, 施工途中の鉄道トンネル内で実施した落錘実験の概要と, 2. で検討した計算方法を用いて行った実測波形のシミュレーションの結果を述べる。

(1) 地形, 地盤およびトンネルの概要

測定点付近の断面図, 平面図ならびに土質柱状図を 図-14 に示す。実験を行ったトンネルはルーフシールド構造で全長は約 100 m である。トンネルは山嘴を貫通していて, 地表面は全体的に傾斜している。さらに測定点周辺の地形には高さ 2 m 程度の崖や池, 築山など小規模の工事が加えられている。土被厚は場所により変わり 2~6 m であり, 測定点近傍における土被厚は約 6 m である。

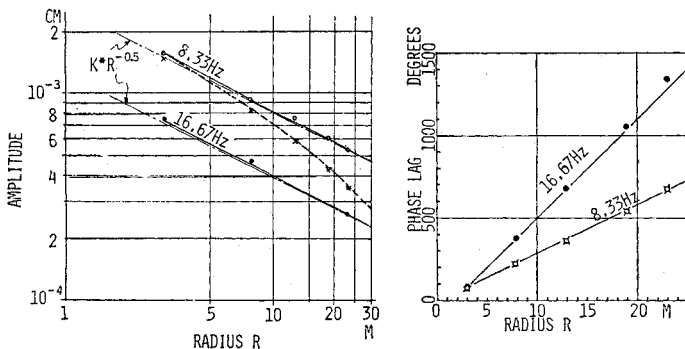
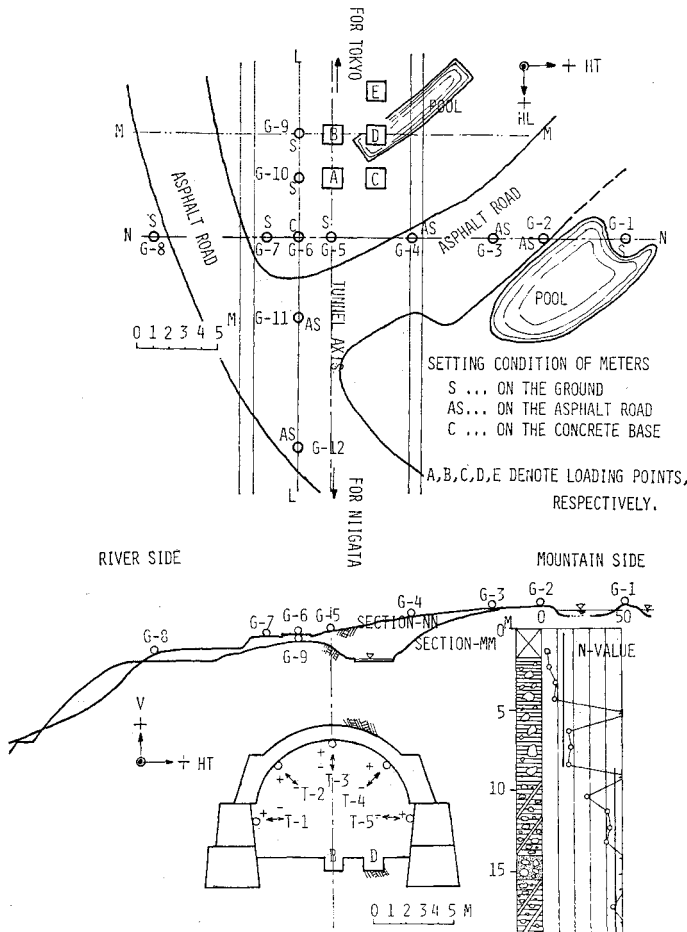


図-12 距離と振幅ならびに位相の関係



図一四 トンネル、地盤状況および測定位置

トンネルの道床部は実験時には未施工になっており、地盤が露出している。地質は深さ 9 m までれき混り粘土、これより深いところはれき混り固結粘土である。その N 値は深さ 4~5 m まで 4~9、これより 8~9 m までは 17~18、8~9 m より深いところは 30~50 である。深度 15 m 程度までは、かなり大きな径の転石が存在していることが確認されており、 N 値の分布で深さ 5 m および 9 m 付近で N 値が急に大きくなっているのは、この転石のためと考えられている。

(2) 実験概要

a) 加振方法

トンネル内の加振には、重錘を自然落下させてその衝撃を道床部に加える方法を採用した。

重錘の形状は逆円すい台で、上端の外径は 80 cm、下端の外径は 40 cm、高さは 80 cm である。この外殻は鉄製で、内部はコンクリートを充填しており、重量は 520 kg である。重錘の落下受け台は、剛性の変化に伴

う衝撃力の変化、応答値の変化を調査するため、3種類の受け台を使用した。落下受け台の設置位置は図一四に A, B, C, D, E で図示してある。B, D の受け台は自然地盤そのままである。A, E および C には受け台として 120 cm × 120 cm の大きさの RC 床版を打設して、その厚さは、A, C が 25 cm, E が 100 cm である。B, D の落下面および A, E, C の床版底面は道床面の高さに設定した。RC 床版の保護および重錘底面と床版のなじみをよくするなどのために、重錘と RC 床版との衝突面に一边 50 cm、厚さ 12 mm の正方形の防水ベニヤ版を 1~3 枚そう入した。重錘の落下高は 25 cm, 50 cm, 100 cm, 150 cm の 4 種である。

b) 測定方法

重錘、受け台および受け台周辺地盤、トンネル壁面、地表面において、落下時の衝撃を加速度で測定した(図一四)。

受け台および受け台周辺地盤には、重錘落下位置を取り囲むような配置で鉛直方向にゲージ型加速度計(UA-50-120, UA-5-120, いずれも新興通信工業(株)製)を取り付けた。地表にはトンネル軸に沿う方向と直交する方向にそれぞれ測線 L-L, N-N を設けている。測定方向は、トンネル軸方向および直交方向の水平 2 方向と鉛直方向の計 3 方向とした。トンネル壁面と地表

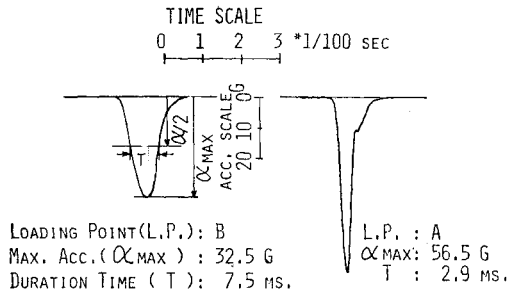
の測定に用いた加速度計は圧電型加速度計(PVO 9 A, リオン(株)製)である。加速度波形はデータレコーダーを用い、3.75 ips のテープ走行速度(FM 方式: 記録可能振動数範囲 0~625 Hz)で記録した。

(3) 測定結果と考察

a) 落錘の加速度

図一五は 25 cm の高さから落下させた場合の落錘の衝撃時の加速度波形の例で (a) および (b) はそれぞれ落下位置が図一四の B および A の場合である。図一五より落下衝撃によって重錘に生ずる加速度波形は三角波ないし正弦半波に近いものであり、また、受け台の剛性が高くなると波形の継続時間が短くなり、最大加速度が大きくなるのがわかる。

図一六は B および D に重錘を落下させたときの落錘の加速度波形の面積から計算される衝突前後の速度変化 v を高さ H から落下させたときの落下速度 $v_0 = \sqrt{2gH}$ に対して示したものである。図には B 位置に落下させた



図一15 AおよびB点に錘を落下した場合の錘の衝撃加速度波形

場合の重錘の反撥による第2回目の打撃波形に対するものも二重丸で示してある。2回目の打撃の落下速度 v_0 は、1回目と2回目の打撃の時間間隔 t を用いて $v_0 = gt/2$ から推算した値をとった。この図よりB位置落下の場合には $v_0 = 300$ cm/sec 程度まで、D位置落下の場合には $v_0 = 450$ cm/sec 程度まで v と v_0 とはほぼ比例関係にあり、その傾きは 1:1 かまたはわずかに v が v_0 に比べて大きくなっている。しかし、 v_0 の値が上記の値以上の場合は v の値が次第に v_0 に比例しなくなり、相対的に減少する傾向がある。 v が v_0 より大きな値を示すのは落錘の反撥によるものである。 v_0 が前述の速度を越えると v が相対的に小さくなるのは地盤の動特性によるものと考えられる。

図一17 は、落錘の最大加速度 α_{max} と継続時間 T ($\alpha_{max}/2$ を越える加速度の継続時間) を v に対して示したものである。これによると α_{max} は、BおよびDの場合とも v が 400~500 cm/sec までは衝突の際の速度変化 v にほぼ比例している。したがって、前述の v_0 の速度までは α_{max} は v_0 に比例して増加していることがわかる。

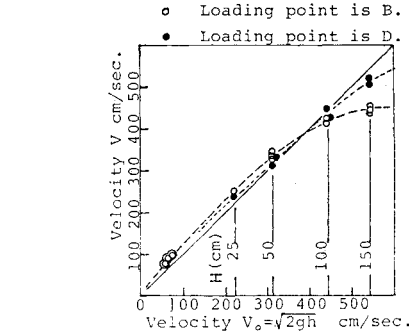
継続時間 T は v が大きくなるにつれて減少し、 $v = 200$ cm/sec 以上ではほぼ一定の値となっている。この一定値はB位置、D位置の場合に対してそれぞれ 7.5 ms, 8.5 ms で、B位置の場合の方が短かく、また、同じ v に対する α_{max} の値もB位置の方が大きい。このことは地盤の剛性がD位置よりB位置の方が大きいことを示しているものと考えられる。

図一18 は落下位置が B, D の場合に落下高の変化に伴う落錘の衝撃加速度波形の変化を示したもので、落下高の増大とともに正弦波的な波形の頂部がつぶれていくのがわかる。この変化は前述の v_0 の速度を越えると著しくなる。

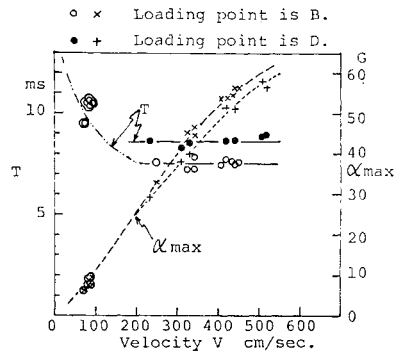
なお、落錘時の衝撃力は重錘の加速度波形と重錘の質量 M を乗じて算定した。

b) 地表加速度およびトンネル壁面加速度

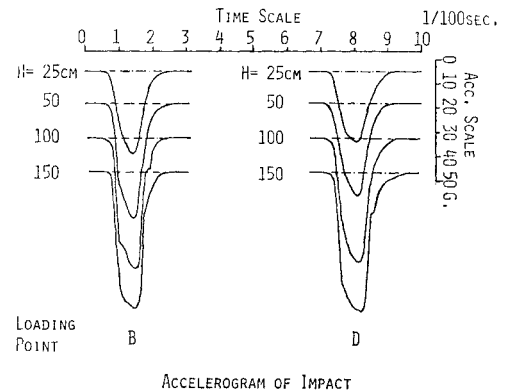
図一19 はB位置に重錘を 50 cm の高さから自然落下



図一16 高さ H から錘を落下したときの理論速度 (V_0) と錘の加速度波形から算定した速度 (V) との関係

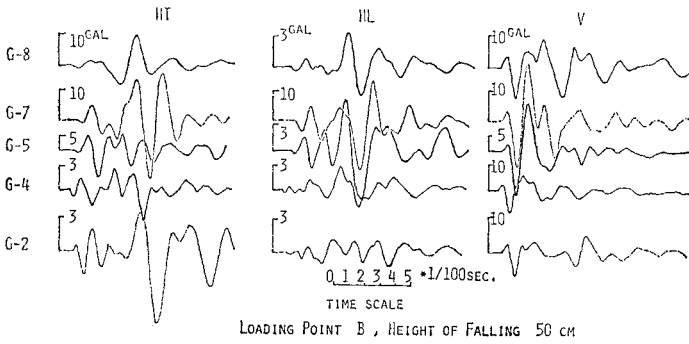


図一17 錘の加速度波形から算定した速度 (V) と錘の最大加速度 (α_{max}) および錘の加速度がその最大加速度の 1/2 以上の値を示す時間 (T) との関係

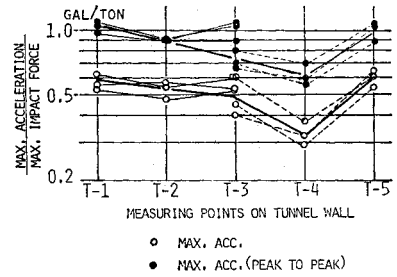


図一18 B, D 点で各種の高さから錘を落下させた場合の錘の衝撃加速度波形

させたとき測線 N-N 上の測点で記録した地表加速度波形の一例である。図中 HL, HT, V はそれぞれトンネル軸方向水平、トンネル軸直交方向水平および鉛直方向を表わしている。これらの波形にはおおむね波動の到達後 2/100~4/100 秒間に比較的高い振動数を持ち、振幅が相対的に小さい波群が卓越してみられ、ついでこれより振動数が低くなめらかな波形をした相対的に大きな振幅の



図一十九 B 点で $H=50$ cm の高さから錘を落下したとき、測線 N-N 上で記録した加速度波形



図一十 B 点に錘を落下したときのトンネル壁上の最大加速度の分布

図一二十に示すトンネル壁面法線方向の最大加速度値の分布をみると川側の方が大きな値となっており、測線 N-N に沿う地表の最大加速度の振幅分布とその傾向が一致している。このことから地表の加速度分布はトンネル壁面の加速度分布と密接な関係にあることが推測される。このことは、トンネル構築からの波面の広がりを見れば理解される⁹⁾。

図一十九、二十に示した測線 L-L、N-N の測点の上下方向加速度波形をみると、いずれの測点の波形も第 3 ピーク付近までは波形が幾何学的に相似しているが、それ以降の波形については各測点で異なっており、地表の影響などが現われたものと推測される。

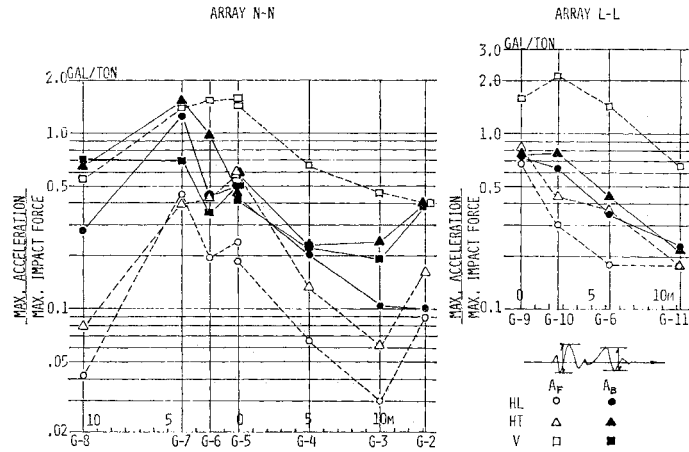
図一二十に示した A_F と A_B の大きさを比較した場合、上下方向においては A_F が卓越し、水平方向においては A_B が卓越していることがわかる。 A_F と A_B の相違は、後述する波動の伝播速度から推測して、波動の種類によるものと考えられる。

(4) 応答波形のシミュレーション

ここでは、2. で述べた計算方法を適用して加振点直上の地表付近の上下方向の加速度波形のシミュレーションを試みる。本実験は落錘による点加振実験であり、現象は三次元的であるのに対し、2. で述べた計算方法は二次元であるため次に述べる方法で測定値を二次元の場合の値に変換した。

a) 線加振に対する応答加速度波形の推定

図一二十二は測線 L-L 上の上下方向加速度波形の実測結果を示したもので、B 位置で重錘を 50 cm の高さから落下させたときのものである。これによると初動部分の波形はいずれもよく似ており、波動の発現時刻もほとんど同時である。この事実に基づいて加振点の直上の地上点からトンネル軸方向に x m 離れた地点 (x) の応答加速



図一二十 B 点で $H=50$ cm の高さから錘を落下した場合の、各測線上の最大加速度 (A_F , A_B) の分布

波群が到達している。この傾向は HT の場合特に明瞭で波動の性質の差異によるものと考えられる。そこで前部の波形の全振幅を A_F 、後部の波形の全振幅を A_B としてそれぞれの値を落錘による衝撃力による最大値 1 トン当りの加速度の値に換算し、これを測線 L-L、N-N に沿って図示したのが 図一二十 である。これによると地表の最大加速度は測線 L-L 上では加振点より離れるに従って方向に関係なくほぼ単調に減少していることがわかる。測線 N-N に沿う加速度分布をみると、上下方向を除いておおむね、トンネル軸上の地表測点 G-5 およびこの地点よりやや川側に寄った地点 G-7 の地点に加速度振幅の極大がみられ、また、G-2 では増加傾向を示している。加速度最大振幅 A_F については、いずれの測点でも上下方向 (V) の加速度が水平 2 方向に比べてかなり大きく、水平 2 方向のうちではトンネル軸直交方向 (HT) の方がやや大きい値となっている。

測線 N-N について G-5 を中心として川側、山側に分けて視察すると最大値は方向に無関係に川側の方が大きな値を示している。

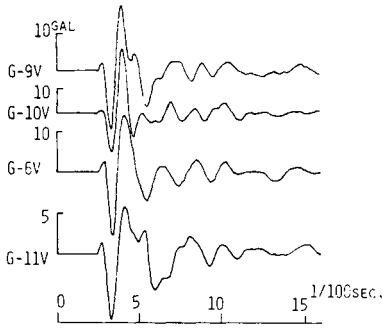


図-22 B 点で $H=50\text{ cm}$ の高さから錘を落下したとき測線 L-L 上で記録した上下方向加速度波形

度波形 $y(x, t)$ は $y(x, t) = A(x) \cdot Y(t)$ とおけるものとする。 $Y(t)$ にはトンネル軸線上にある地表測点で得られる代表的な波形をとるものとし、ここでは G-10 点の波形を $Y(t)$ として採用した。

トンネル軸方向ではトンネル構造および地盤の性質は不変であると想定すれば、G-9 点直下の道床地盤を加振したときの x 点の応答と x 点直下の道床地盤を加振したときの G-9 点の応答は同じである。このことにより、実験値を線状加振の場合の結果に変換することができる。

x 点直下の道床地盤を加振したときの G-9 点の振動エネルギーは比例定数を K として、

$$KA^2(x) \left\{ \int_0^\infty Y^2(t) dt \right\}$$

と表わすことができる。したがって、トンネル軸線に沿って $4x\text{ m}$ の間隔で道床地盤を加振したときの G-9 点の振動エネルギーは

$$K \sum_{k=-\infty}^{\infty} A^2(k\Delta x) \left\{ \int_0^\infty Y^2(t) dt \right\}$$

となる。加振は $4x\text{ m}$ ごとの重錘落下によって与えられているから、トンネル軸に沿った 1 m 当りの入力エネルギーは重錘の質量を M 、落下高を H とすれば $MgH/4x$ で表わされる。したがって、 1 m 当りの単位のエネルギーが加えられたときの G-9 点の振動エネルギー E は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} E &= K(\Delta x/MgH) \sum_{k=-\infty}^{\infty} A^2(k\Delta x) \left\{ \int_0^\infty Y^2(t) dt \right\} \\ &= K \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} A^2(k\Delta x) \Delta x \right\} \left\{ \int_0^\infty Y^2(t) dt \right\} / MgH \end{aligned} \quad (8)$$

図-23 は落錘実験における G-9, G-10, G-6, G-11, G-12 の各点の加速度波形の第 2 ピークの振幅を読みとり、G-10 を基準として測点位置に対応して示したもので、これを $A(x)$ と x の関係を示す曲線に採用した。第 2 ピークを選んだのは 図-22 に示されているようにこのピークが各波形に共通な主要ピークであるためである。 図-23 から、

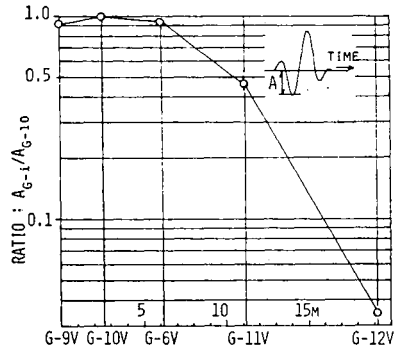


図-23 B 点で $H=50\text{ cm}$ の高さから錘を落下したときに測線 L-L 上で記録した上下方向加速度の振幅分布

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} A^2(k\Delta x) \Delta x \approx 18.9$$

が得られる。

実験では落下高 50 cm のときの最大加振力は重錘底面の長さ 0.4 m 当り 23.4 ton であり、この時は入力エネルギーは加振力の自乗に比例すると考えられるから最大加振力が 1 m 当り 1 ton のときの入力エネルギー E_0 は、
 $E_0 = MgH(0.4/23.4)^2$
 となる。

したがって、この場合の応答加速度 $\bar{Y}(t)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{Y}(t) &= \left\{ \frac{E_0}{MgH} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A^2(k\Delta x) \Delta x \right\}^{1/2} Y(t) \\ &\approx \left\{ \frac{1}{MgH} MgH(0.4/23.4)^2 \times 18.9 \right\}^{1/2} Y(t) \\ &\approx 0.0743 Y(t) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

b) 数値モデルと弾性定数

地盤モデルは地質図に基いて深度 22 m のところに基盤を仮定し、その上に深さ 8 m を境とした 2 層からなる地表層を設定した。また、測定地点の横断面の形状はトンネル中心軸に対して対称ではないが、ここでは計算を容易にするため対称としてモデル化した。要素分割は 図-

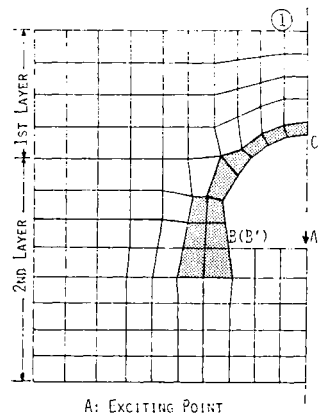


図-24 数値解析のための要素分割

24 のようであり地盤要素の最大辺長は 2.0 m である。

トンネル構築コンクリートのテストピースの動弾性係数は $3.4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ であったので、数値モデルではこの値を包含するようにトンネルの弾性係数として、 $3.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ および $4.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ を採用した。また、地盤中の波動伝播速度については SI モデルでは N 値を参考にして第一層、第二層の S 波伝播速度 V_S をそれぞれ 200 m/s, 330 m/s とし、各層の単位体積重量をそれぞれ 1.6 g/cm^3 , 1.8 g/cm^3 , ポアソン比を各地層とも 0.45 と仮定した。

SI モデルでは SI モデルの計算結果を検討して第一層、第二層の V_S をそれぞれ 350 m/s, 500 m/s, 単位体積重量をそれぞれ 1.8 g/cm^3 , 2.0 g/cm^3 , ポアソン比を各層とも 0.4 として計算した。

入力波形として、実験で得られた重錘の加速度波形を最大加振力 1/m に規格化したものを、図-24 の加振点 A に加えた。

地表の上下方向の応答加速度波形は、実測時の測線 L-L にほぼ対応する節点 ① について算定した。

c) 計算結果と考察

SI モデルの節点 ① の加速度応答を減衰定数 10% として算定した結果が図-25 である。図中に示された \leftrightarrow 印は解析信頼区間を表わす。計算波形は実測波形と幾何学的形状が相似しているが、時間軸が実測に比べて 50% 程度引き伸ばされた形になっている。この実測値と計算結果の相違は、仮定した地盤の波動伝播速度が適切でなかったことにおもな理由があるとみられる。そこで実測結果より地盤の波動伝播速度を推定することを試みた。

図-26 は、B 位置落下のときの地表測線 N-N 上の上下加速度波形から各測点への波動の伝達時間を読みと

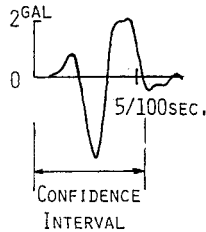


図-25 SI モデルの節点 ① の応答波形 ($h=10\%$)

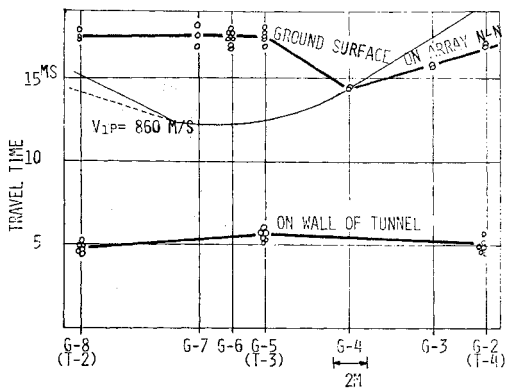


図-26 B 点に錘を落下したときの走時曲線の例

り、測点位置に対して図示したもので、伝達時間は落下受台近傍にある測点を基準にしている。また、この図には、トンネル測点への波動の伝達時間も合せて示している。これを図示した位置は、トンネル測点より地盤に伝達された波動が地表に達すると考えられる地表点位置である。この図をみると、トンネル直上付近の G-5~G-7 測点には G-2~G-4 測点より遅れて波動が到達していることがわかる。G-2~G-4 測点はアスファルト道路上にあり、G-4 から G-2 へのみかけの速度が約 3000 m/s となっているのは、アスファルト中を表面に沿って伝わる波動によるものと推測される。G-4 測点はアスファルト道路の端にあって、この点への波動伝達時間はほぼトンネルからの直接波によるものを表わしていると考えられる。そこで、トンネル壁面から G-4 測点への波動の伝達時間と伝達距離から第 1 層の P 波速度を約 860 m/s と推定した。この推定速度をもとに地表への伝達時間を推定したものが図中の細線である。実測による G-5~G-7 測点への波動の伝達がかれより遅れるのは、これらの測点が築山された軟弱な地層上にあるためと考えられる。なぜならば、地表近くに波動伝達速度の小さい軟弱層がわずかに存在するだけで地表に達する波動伝達時間は数 ms. 伸びるからである。この軟弱層の P 波速度を 200 m/s とし、この層厚を計算すると 1.4 m 程度となる。

図-27 は、トンネル内測点 F-3~F-5 への波動伝達時間を測点位置に対して図示したもので基準測点も示している。この図からトンネル壁中の波動伝達速度および第 2 層地盤中の P 波速度を推定するとそれぞれ約 3600 m/s, 約 1400 m/s となる。各層の S 波速度を実測波形から求めるのは困難であったので、SI モデルの計算結

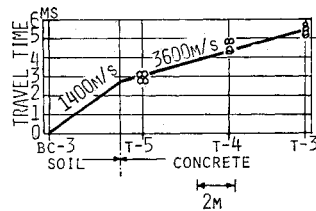


図-27 B 加振点からトンネル壁上の測点到伝達するまでの走時曲線

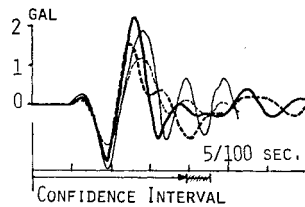


図-28 実験結果から算定した加速度応答波形と数値解析から得られた加速度波形との比較

果を考慮して、ポアソン比を 0.4 とし、 N 値のデータなども検討して SII モデルの条件を決定している。

図-28 は SII モデルの節点 ① の加速度応答波形と実測から推定した波形を示したものである。

細実線および細破線はそれぞれ減衰定数 5%, 10% のときの計算波形を示し、太実線および太破線はそれぞれ G-10, G-9 点の実測波形をもとにして 4. (4), a) の方法で推定した波形である。実測から推定した 2 つの波形を比べると第 3 ピークまではほとんど一致しているが、これ以降やや異なっている。この相違はそれぞれの測点の地表条件の相違などによって生じたものとみられる。第 3 ピークまでについては SII モデルの応答波形はこれらの推定波形とよい一致を示している。また、この波形から本実験で得られた結果は地盤モデルの減衰定数を 5% および 10% とした場合の計算結果の間にあるものと考えられる。

5. 結 論

本論文では交通機関等によって発生する地盤の振動を解析するための新しい振動モデルを提案し、これを実トンネルで行った実験の結果の解析に適用しその有用性を検討したものである。なおいくつかの究明すべき点が残されているが、この研究で次の諸点が明らかとなった。

(1) 本振動モデルは有限要素法を用いて容易に組立てられ、その境界条件は簡単に与えられる。

(2) 地盤で、局部的に発生する比較的高い振動数の振動、衝撃の解析に有効である。

(3) 地盤ならびに構造部材の波動伝達速度、減衰定数を的確に決めることにより、実際の地盤振動を推算することができる。

本モデルを用いて、現在さらに実地盤における振動の解析と実験を進めている。

最後にこの研究に貴重な助言を与えられた岡本舜三東京大学名誉教授ならびに久保慶三郎東京大学教授に対し謝意を表すとともに実験・測定のよき協力者であった森地重暉東京理科大学助教授ならびにおもに実験に当り援助と協力を与えられた帝都高速度交通営団および日本鉄道建設公団の諸賢に感謝します。

参 考 文 献

- 1) Lysmer, J., R.L. Kuhlemeyer : Finite Dynamic Model for Infinite Media, ASCE. EM 4. August 1969.
- 2) Wong, H.L., P.C. Jennings : Effects of Canyon Topography on Strong Motion, Bulletin of the Seismological Society of America Vol. 65, No. 5, 1975.
- 3) Toki, K., T. Sato : Seismic Response Analysis of Surface Layer with Irregular Boundaries, Preprint of 6th World Conference on Earthquake Engineering, Section 2, 1977.
- 4) Nigam, N.C., P.C. Jennings : Calculation of Response Spectra from Strong-Motion Earthquake Records, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 59, No. 2, 1969.
- 5) 地震探鉱実験グループ : 地震波の生成・伝播に関する実験, 1976.
- 6) Cook, R.D. : Improved Two-Dimensional Finite Element, ASCE. ST 9. Sept. 1974.
- 7) 上原七司 : 骨組構造に関する有限要素法の計算的側面, 土木学会論文報告集, 第 201 号・1972 年 5 月
- 8) Karl F. Graff : Wave Motion in Elastic Solids (§ 5.3.4), Ohio State.
- 9) 森地重暉 : マツシブな構造物の動特性に対する模型実験解析方法とその応用性に関する研究 (§ 5.3.2), 東京大学博士論文, 1977.
- 10) 田村重四郎・中村 豊 : 波動エネルギーの地下逸散を考慮した地盤振動の一解析方法, 生産研究, Vol. 28, No. 8, 1976.

(1978.2.3・受付)