

最適化手法を用いた長大吊橋タワー ピアー系の耐震設計

OPTIMUM ASEISMIC DESIGN OF TOWER AND PIER SYSTEMS OF LONG SPAN SUSPENSION BRIDGES

山田 善一*・古川 浩平**

By Yoshikazu YAMADA and Kohei FURUKAWA

1. 緒 言

現在わが国では本州四国連絡橋をはじめ数多くの長大吊橋が計画され、一部はすでに建設に着手されている。これらの長大吊橋に対しては、わが国が世界でも有数の地震国であるため、耐震性への検討が十分になされる必要がある。長大吊橋の耐震設計に関しては従来より数多くの研究がなされてきている。それらの研究によれば¹⁾²⁾、タワーピアー系の固有周期が地震動の卓越周期に近く共振する可能性が大きいと、耐震上の考慮を十分に払う必要のあることが指摘されている。

このように長大吊橋タワーピアー系に対して耐震設計の必要性がいわれ過去に多くの研究がなされているが³⁾⁴⁾、タワーピアー系の耐震性に関する定性的な研究が多く、最適設計といった定量的観点からの研究⁵⁾はほとんどなされていない。タワーピアー系の耐震設計は大きな不確実性をもった地震を外力としているため、一般的に相当な余裕を見込んでなされていると考えられ、最適設計の見地から見直すことによってタワーピアー系の耐震設計をより合理的に、安全に、経済的にすることが可能であると考えられる。また、耐震設計を行うのに際して対象とする構造物の最適状態、すなわち、その構造物を構成するどの部材に関しても少しでも断面を減少させると危険と思われる領域へ入ってしまう一種の極限の状態を知ることが、バランスのとれた耐震構造物を設計するうえで大きな利点があるものと考えられる。そこで本研究においては、長大吊橋タワーピアー系の耐震設計に最適化の手法を適用することにより、耐震設計に関する一つの基礎的な資料を提供しようとするものである。

耐震設計を行う場合、地震動をどのように取り扱うか

が問題となる。地震動の性質は本来不規則現象であるが、地震に関する統計量の不足と確率論的な取り扱い方の複雑さから、主として平均応答スペクトルとモード解析を用いた取り扱い方がなされている。しかし、本来不規則性を有している地震動に対しては、確率論的に取り扱う方がより合理的であろうと考えられる。そこで本研究においては、平均応答スペクトルとモード解析を用いた取り扱い方と、入力地震動のパワースペクトル密度関数を設定し、不規則振動解析・動的信頼性解析より構造物の破壊確率を算出する確率論的な取り扱い方の両者の考え方で定式化し、最適設計を行ってその結果を比較している。

以上のようにタワーピアー系の耐震設計に最適化の手法を適用するのであるが、最適設計にもいろいろな問題があり、タワーピアー系に対しても簡単に適用することは難しい。まず第一に実在する構造物は大規模で複雑なため、考慮すべき設計変数や制約条件の数が非常に多くなるので、計算時間や最適解への収束性が問題となる。これらの原因は主として設計変数が多すぎることに起因するのであるから、なんらかの合理的な方法で設計変数を減らす必要がある。そのためなるべく最適設計を適用しやすい構造物、すなわち比較的形が簡単でかつ建設費が大きいものが対象としては適当である。タワーピアー系はこういった構造物の典型的な例である。このように形が簡単な構造物であってもなお多くの設計変数を有しているために、サブオプティマイゼーション⁷⁾⁸⁾により設計変数を減らす方法が考えられているが、タワーピアー系では構造細部に対する示方書などがいないためサブオプティマイゼーションの適用は難しく、本研究ではタワーの断面に関する変数の関係を仮定した概算的な方法⁹⁾により設計変数の数を減らしている。

本研究で取り上げるタワーピアー系はその構造解析にモード解析・不規則振動解析・動的信頼性解析を用いるため、目的関数・制約条件とも非線形となり、かつ制約

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科

条件は微分することが難しい形になっている。そのため最適化手法としては微分する必要がない Powell の直接探索法を用いた SUMT^{(10),(11)} がもっとも適当と考えられ、この手法を用いて最適化を行った。

なお、本研究はタワーピアースの耐震設計における一つの基礎的な資料を得たいとするものであるから、本研究は大局の見地から解析を行っており、考えられる応答のすべては網羅していない。たとえば、タワーの局部座屈などは考えられていない。また、耐震設計だけに問題を限定しているため実際のタワーピアースの設計とは異なっている点も多いが、タワーピアースの耐震設計に最適化の考えを取り入れることによってのみ、経済性と安全性という相反する要求のバランスをうまくとった耐震設計が可能であると考えられる。

2. タワーピアース系の動的応答解析

(1) 解析モデル

本研究で対象とした長大吊橋タワーピアース系を 図-1 に示す。本研究においては、この系のうち橋軸方向のみを取り扱い、図-2 に示すような構造系に置き換え解析モデルとする。この置き換えにあたり、次の仮定を導入している⁴⁾。

- i) 地盤は弾性体と仮定し、地盤の反力を等価なばねで置換する。付加質量は考えない。
- ii) タワーを曲げ部材からなる多質点のほりに置換する。
- iii) ケーブルによるタワー頂の拘束を鉛直力と適当なばねで置換する。
- iv) ピアースは完全な剛体でロッキング振動するものとする。

(2) 地盤のモデル化

問題の簡略化のため、地盤は弾性体と仮定し地盤の弾性定数を E でもって表現する。過去の研究^{3), 4), 12)}によ

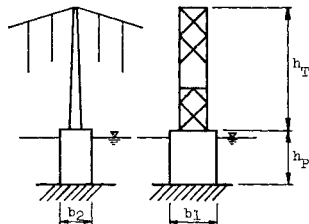


図-1 対象とするタワーピアース系

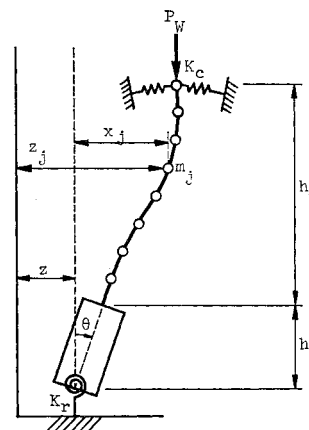


図-2 解析モデル

りタワーピアースでは、地盤条件、ピアース幅、タワー剛性の大きさにより固有振動数が接近したり離反したりする現象の起ることが知られている。図-3 には

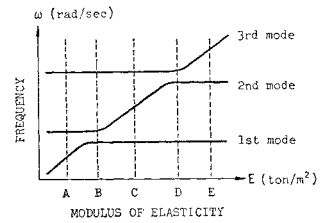


図-3 地盤-振動数曲線

一例として地盤条件による例を示す¹²⁾。しかもこの固有振動数の接近が起る領域 B や領域 D では連成モードが現われ、タワーの振動がピアースの振動に同調した現象が起るので、こういった領域での設計は避けるべきだと考えられている。本研究において想定した地盤は 図-3 の A から E のような現象が起る領域がすべて含まれるように、地盤の弾性定数として $10 \times 10^4 \text{ t/m}^2$ から $300 \times 10^4 \text{ t/m}^2$ までの値を想定した。

(3) 地震外力のモデル化

実際の地震外力を簡略化した形でモデル化することは非常に難しい。そのうえ、平均応答スペクトルと、確率論手法で用いるパワースペクトル密度関数を規定した地震波より得られる応答スペクトルとが相似なものである必要がある。残念ながら現状ではそのような両手法における相似な外力モデルはないため、便宜的に次のような外力モデルを考える。

a) 平均応答スペクトルモデル

ここで用いた平均応答スペクトル曲線は本州四国連絡橋の設計に用いているもので、それを 図-4 に示す¹³⁾。図-4 は縦軸が応答倍率になっているが、これは平均応答スペクトルを正規化したものと考えられる。本研究で計算に用いた地震動の最大加速度は、本州四国連絡橋の設計に用いている 180 gal である。

b) パワースペクトルモデル

確率論手法で用いる外力モデルとして、田治見¹⁴⁾の提案したパワースペクトル密度関数を用いる。また、この関数の中の諸数値は Housner¹⁵⁾ が提案したモデルと主要部が一致するようにして求めた数値を用いる。このモデルを 図-5 に示す。また、この外力と比較するため、

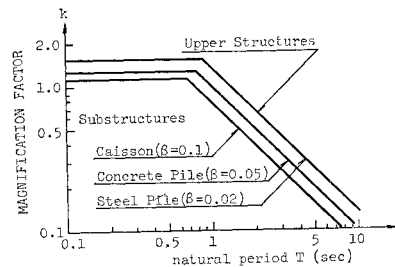


図-4 平均応答スペクトル曲線

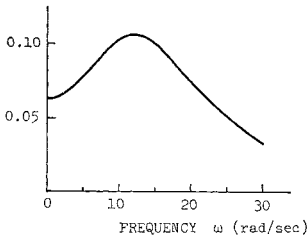


図-5 パワースペクトル密度関数 (田治見のスペクトル)

程と考えて最大値の期待値推定法¹⁶⁾により、加速度の最大値の期待値を 180 gal に合わせてある。

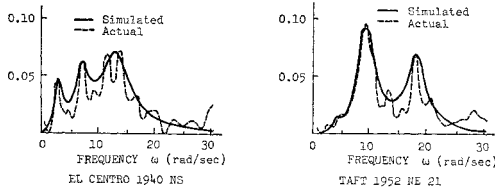


図-6 パワースペクトル密度関数 (実地震に類似したスペクトル)

実在する El Centro 記録¹⁶⁾ や Taft 記録¹⁶⁾ のスペクトル特性に似たパワースペクトル密度をもつ外力モデル¹⁷⁾ (これらを図-6 に示す) やホワイトノイズも用いる。これらの外力は定常確率ガウス過

た i 次モードにおける j 点の相対変位である。 q_i^{\max} は 図-4 の応答スペクトル曲線より次のように求めることができる。

$$q_i^{\max} = k_i \ddot{z}_{\max} / \omega_i^2 \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 k_i は i 次の応答倍率、 \ddot{z}_{\max} は地震動の最大加速度である。同様に、質点 j の最大曲げモーメント $M^{(j)}_{\max}$ は差分法を用いて、

$$M^{(j)}_{\max} = \frac{E_i I_j}{b^2} \sqrt{\sum_i \left(\frac{1}{\omega_i} \Gamma_i A_i(j) q_i^{\max} \right)^2} \dots \dots \dots (5)$$

により求められる。ここに、 E_i は鋼材の弾性定数、 I_j は j 点の断面 2 次モーメント、 b は質点間の距離であり、 $A_i(j)$ は、

$$A_i(j) = \phi_i(j+1) - 2\phi_i(j) + \phi_i(j-1) \dots \dots \dots (6)$$

である。

b) パワースペクトルによる応答解析

式 (1) で表現される多自由度系に平均値 0 の定常確率過程 $\ddot{z}(t)$ が作用した時、構造物は確定系であるとすると j 点の相対変位 $x^{(j)}(t)$ は次のように表わされる。

$$x^{(j)}(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(j) \Gamma_i \int_0^t h_i(t-\tau) \ddot{z}(\tau) d\tau \dots (7)$$

ここに、

$$h_i(t) = \frac{e^{-\beta_i \omega_i t}}{\omega_i \sqrt{1-\beta_i^2}} \sin \omega_i \sqrt{1-\beta_i^2} t \quad t \geq 0, 0 \leq \beta_i < 1 \dots \dots (8)$$

である。時刻 t における $x^{(j)}(t)$ の分散 $\sigma_{x_j^2}(t) = E[x^{(j)}(t)^2]$ は \ddot{z} の自乗平均パワースペクトル密度関数を $S_F(\omega)$ とすれば、 t が十分大きくて定常応答と考えられる場合には、

$$\sigma_{x_j^2} = \sum_i \sum_k \phi_i(j) \phi_k(j) \Gamma_i \Gamma_k \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_F(\omega) H_i(\omega) H_k^*(\omega) d\omega \dots \dots (9)$$

ここに、

$$H_i(\omega) = \frac{1}{\omega_i^2 - \omega^2 + i 2 \beta_i \omega \omega_i} \dots \dots \dots (10)$$

である。 H_k^* は H_k と共役なものである。式 (9) を書き直すと、

$$\sigma_{x_j^2} = \sum_i \phi_i^2(j) \Gamma_i^2 \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(\omega)|^2 S_F(\omega) d\omega + \sum_{i \neq k} \phi_i(j) \phi_k(j) \int_{-\infty}^{\infty} H_i(\omega) H_k^*(\omega) S_F(\omega) d\omega \dots \dots (11)$$

ここで第 2 項の積分の絶対値は、

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} H_i(\omega) H_k^*(\omega) S_F(\omega) d\omega \right| \leq \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(\omega)| |H_k^*(\omega)| S_F(\omega) d\omega \dots \dots (12)$$

であり、もし次の条件を満足する時に上式の右辺の被積分項は小さくなり、式 (11) の第 2 項を省略することが

(4) 動的応答解析

a) 平均応答スペクトルによる応答解析

図-2 に示す解析モデルの振動は次のような多自由度系の運動方程式で表現される^{1), 2), 4)}。減衰を粘性減衰項で代表させると、

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = -[M]\{\ddot{z}\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[C]$ は減衰マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{x\}$ は変位ベクトル、 $\{\ddot{z}\}$ は地震動の加速度ベクトルである。規準化されたモーダルマトリックス $[\Phi]$ および一般化変位ベクトル $\{q\}$ を使い、 $\{x\} = [\Phi]\{q\}$ と変換すると、直交条件により $[\Phi]^T [M] [\Phi]$ と $[\Phi]^T [K] [\Phi]$ は対角化されるが、 $[\Phi]^T [C] [\Phi]$ は一般には対角化されない。がしかし、ここでは問題を簡略化するため比例減衰を考えると、

$$[I]\{\ddot{q}\} + [2\beta_i \omega_i]\{\dot{q}\} + [\omega_i^2]\{q\} = -[\Gamma_i]\{\ddot{z}\} \dots \dots \dots (2)$$

となる。ここに、 $[I]$ は単位マトリックス、 β_i は i 次固有振動数の減衰定数、 ω_i は非減衰時の i 次固有振動数、 Γ_i は i 次の刺激係数である。

質点 j の最大変位量 $x^{(j)}_{\max}$ を求めるには、各自モードの自乗平方根法を用い、

$$x^{(j)}_{\max} \approx \sqrt{\sum_i (\Gamma_i \phi_i(j) q_i^{\max})^2} \dots \dots \dots (3)$$

より求めることができる。ここに、 $\phi_i(j)$ は規準化され

できる¹⁹⁾。

i) i 次および k 次の固有振動数が接近した値をとらない。

ii) i 次および k 次の減衰定数は十分に小さい。

iii) 定常確率過程 $\ddot{z}(t)$ は広帯域スペクトルを有する。ここで、ii) と iii) は十分満足されていると考えられる。i) についても後に 図-10 で示すように、固有振動数が接近した領域では応答が大きくなるため、最適化を行った場合には、固有振動数が接近する領域をうまく避けながら最適解に収束することがわかっている。よって i) の条件も満たされるものと考えられる。

まったく同様にして、 j 点の相対速度 $\dot{x}^{(j)}(t)$ の分散 $\sigma_{\dot{x}_j}^2$ は、 t が十分大きくて定常応答と考えられる時、

$$\sigma_{\dot{x}_j}^2 = \sum_i \sum_k \phi_i(j) \phi_k(j) \Gamma_i \Gamma_k \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_F(\omega) H_i(\omega) H_k^*(\omega) d\omega \quad \dots\dots(13)$$

となり、上と同条件の場合、

$$\sigma_{\dot{x}_j}^2 \simeq \sum_i \phi_i^2(j) \Gamma_i^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |H_i(\omega)|^2 S_F(\omega) d\omega \quad \dots\dots(14)$$

となる。

応力の場合も差分法を用いてまったく同様にして、

$$\sigma_{M_j}^2 = \left(\frac{E_t I_j}{b^2} \right)^2 E[(x^{(j+1)} - 2x^{(j)} + x^{(j-1)})^2] \quad \dots\dots(15)$$

$$\sigma_{M_j}^2 = \left(\frac{E_t I_j}{b^2} \right)^2 E[(\dot{x}^{(j+1)} - 2\dot{x}^{(j)} + \dot{x}^{(j-1)})^2] \quad \dots\dots(16)$$

となる。ここに、 $E[\]$ は期待値を表わし、

$$E[x^{(j)} x^{(j-1)}] \simeq \sum_i \phi_i(j) \phi_i(j-1) \Gamma_i^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(\omega)|^2 S_F(\omega) d\omega \quad \dots\dots(17)$$

$$E[\dot{x}^{(j)} \dot{x}^{(j-1)}] \simeq \sum_i \phi_i(j) \phi_i(j-1) \Gamma_i^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |H_i(\omega)|^2 S_F(\omega) d\omega \quad \dots\dots(18)$$

である。

j 点の変位あるいはモーメントを定常確率ガウス過程と仮定し、 r_j で表現するとその r_j があるレベル λ_j と交差する回数の期待値 ν_{λ_j} は次のように求まる。

$$\nu_{\lambda_j} = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_{r_j}}{\sigma_{r_j}} \exp\left(-\frac{\lambda_j^2}{2\sigma_{r_j}^2}\right) \quad \dots\dots(19)$$

λ_j は十分に大きな値と考えると、 r_j と λ_j とが連続的に交差する機会はめったに起こらないと考えられる。したがって、それらは独立に発生する事象と考えられるので、ポアソン分布に従うものとする、一定時間 $(0, T)$ の間で $r_j^{(j)}$ が $\lambda_j, -\lambda_j$ を超過しない確率、すなわち信頼性 $P_s(\lambda_j, -\lambda_j)$ は、

$$P_s(\lambda_j, -\lambda_j) = \exp\left(-\int_0^T \nu_{\lambda_j}(t) dt\right) \quad \dots\dots(20)$$

となる。 $r_j^{(j)}$ は定常確率過程と考えているので、

$$P_s(\lambda_j, -\lambda_j) = \exp(-\nu_{\lambda_j} T) \quad \dots\dots(21)$$

よって破壊確率 $P_f(\lambda_j, -\lambda_j)$ は、

$$P_f(\lambda_j, -\lambda_j) = 1 - P_s(\lambda_j, -\lambda_j) \quad \dots\dots(22)$$

となる。

(5) 系の減衰定数

タワー・ピアー系の振動の減衰性を検討すると、タワーはフレキシブルな鋼構造であるので減衰は小さく、減衰定数として 1~2% 程度の値が考えられるのに対して、ピアーは地盤の影響をうけるため、10~30% 程度の減衰定数をもっていると推測されている。このように著しく不均一な減衰分布をもっているため、このような不均一な減衰分布を表わす減衰マトリックス $[C]$ を用いた場合、モード解析に必要な減衰項の対角化の仮定が成り立つとは限らない。対角化の条件が成り立たないとすると、従来のモード解析では解析できず、複素固有値解析を行わねばならなくなる。しかし、複素固有値解析は計算が非常に複雑で、また計算時間も容量も大きく必要なため、解を得るまでに数百回以上のくりかえし計算を行わねばならない最適設計において用いることは困難である。

筆者の一人と後藤洋三は、かつてタワー・ピアー系の複素固有値解析を行い、次のような結論を得ている。すなわち、タワー・ピアー系ではピアーの振動が卓越したモードにおいてはピアーの減衰が支配的であり、タワーの振動が卓越したモードにおいてはタワーの減衰が支配的であること、さらに固有振動数が接近する 図-3 の領域 B や D では同調振動を起こして連成モードをもち、減衰定数が小さくなることがわかっている。

そこでここでは、減衰項の対角化が成り立つものと仮定し、同一モードではタワー・ピアーを通じて同一の減衰定数をもつものと考え、ピアーが揺れてピアーの影響力が支配的なモードにおいてはピアーの減衰定数 0.10 を、ピアーが揺れていないモードに対してはタワーの減衰定数 0.02 を、さらに 図-3 の領域 B や D のように 2 種のモードでピアーが揺れている場合には、その両方のモードとも減衰定数として 0.05 を用いて計算を行った。

3. 最適設計の定式化

(1) タワー・ピアー系の設計モデル

本研究で最適設計の対象としたタワー・ピアー系はすでに 図-1 に示した。この系において、タワーの高さ h_T 、

ピアの高さ h_p およびピアの橋軸直角方向幅 b_1 は橋の位置する自然環境や計画されている道路幅員などによって決まるため、タワーピア系全体としての設計変数としては、タワーの剛性 I とピアの橋軸方向幅 b_2 になる。タワーピア系ではこれらの変数の組み合わせをうまく選べば耐震設計上有利なものをつくることができるといわれており^{5),12)}、最適設計の対象としては適切な構造物だといえる。

最適設計にかかる計算時間の短縮化および解の信頼性を高めるために、タワーピア系を簡略化して少数の設計変数で表現し、他の変数は関数関係を仮定した概算的な方法⁹⁾によって決定する。

タワー断面に関しては、断面2次モーメント、断面積、断面係数、断面形状など種々の変数が考えられるが、本研究では断面2次モーメントをタワーを代表する設計変数とし、他の変数は断面2次モーメントでもって次のように表現する。

$$A=1.21 I^{0.33} \dots\dots\dots (23)$$

$$Z=0.55 I^{0.75} \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 I はタワーの断面二次モーメント、 A はタワーの断面積、 Z はタワーの断面係数である。なお、これら

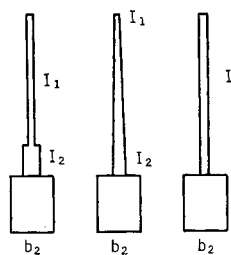


図-7 設計モデル

の定数は過去の設計例より最小自乗法によって求めたものである²⁰⁾。タワーの断面2次モーメントの分布に関しては、下部のみ大きくしたモデル（以下タイプAとよぶ）、高さ方向に線形に変化するモデル（以下タイプBとよぶ）と制約条件などの図示がしやすいよう

に、タワーの断面二次モーメントが一定でタワーに関する設計変数が1つだけのモデル（以下タイプCとよぶ）の3種のモデルを考えた。ピアに関しては、橋軸方向幅 b_2 を設計変数として選ぶ。こうして得られた設計モデルを 図-7 に示す。

(2) 目的関数

タワーピア系は鋼より作られるタワーと、コンクリートより作られるピアとが一体となった構造物であり、鋼とコンクリートとの間にコストに差があるため、目的関数としては全重量をとるより総コストを用いた方が現実的である。そこで本研究では目的関数として、鋼材の重量に換算した

$$W=W_T+\kappa W_P \dots\dots\dots (25)$$

を用いる。ここに、 W は目的関数、 W_T はタワーの重量、 W_P はピアの重量、 κ はタワーとピアの単位重

量当りのコスト比である。

(3) 制約条件

制約条件として以下の4条件を考える。

- i) 地震時におけるタワーの縁応力
- ii) 地震時におけるピア頂変位
- iii) タワーの全体座屈
- iv) 底面における自重と地震力の合力の位置（以下これをピア転倒規準とする）

これらに対して、入力として平均応答スペクトルを用いた場合は、式(3)および式(5)より求めた各点における応答値が与えられた許容値を越えないように制約条件 i), ii) を定める。入力としてパワースペクトル密度関数を用いた確率論手法においては、式(22)により各点において求めた破壊確率が与えられた許容破壊確率を越えないように制約条件 i), ii) を定める。このように制約条件 i), ii) が動的な応答に関する制約である。

これに対し、制約 iii) はタワーの全体座屈であり、座屈荷重を P_{cr} とし、タワーの座屈安全率を SF とすると、

$$P_W - P_{cr}/SF \leq 0 \dots\dots\dots (26)$$

として表わされる。ここに、 P_W はタワー頂の鉛直荷重である。このようにこの制約 iii) は動的応答とは関係がなく、タワーに関する一種の寸法制約といえるものである。制約条件 iv) は自重と地震力の合力が底面の2/3の核内に入ることより、

$$z_{max}/g - 2b_2/(3h_p) \leq 0 \dots\dots\dots (27)$$

として表わされる。ここに、 g は重力の加速度、 h_p はピアの高さである。この制約条件 iv) も動的応答ではなく、ピアに関する一種の寸法制約となっている。よってこれらの制約条件 iii), iv) については、両方の取り扱い方も同一の制約条件式を用いている。

(4) 最適化手法

以上のように最適設計の定式化を行うと、目的関数、制約条件ともに非線形となり、特に制約条件は微分が難しい形となっている。よって制約条件の影響係数や探索方法を定めるのに微分を必要とせず、かつなるべくグローバルな最適解に収束すると思われる手法を選ぶ必要がある。Powellの直接探索法を用いたSUMT^{10),11)}はまったく微分を必要としないため、タワーピア系のような特殊な動的特性をもった構造物に対しても容易に適用でき、しかもグローバルな最適解に収束する可能性が大きいためもっとも適していると考えられる。よって、本研究ではPowellの直接探索法を用いたSUMTを用いて計算を行った。

図-8に最適設計のフローチャートを示す。図中左側

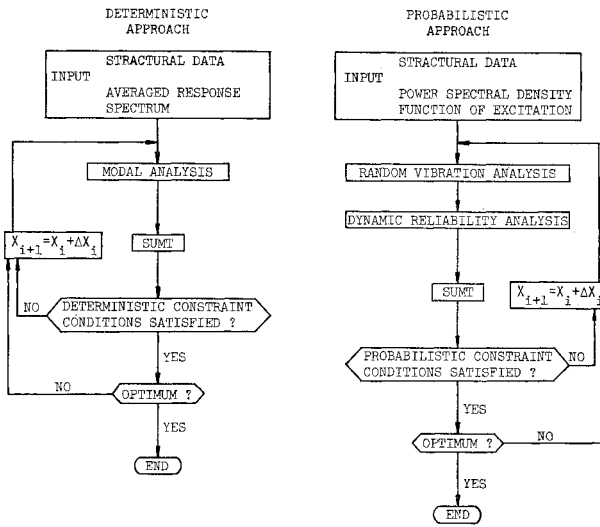


図-8 最適設計フローチャート

が確定論手法*を用いた場合であり、右側が確率論手法の場合である。確定論手法の場合、モード解析によって得られた応答が与えられた制約を満足しつつ SUMT によって最適化を行う。確率論手法の場合は、不規則振動解析と動的信頼性解析によって得られた破壊確率が与えられた制約を満足しつつ SUMT によって最適化を行う。なお、この SUMT はすでに鋼床版床組の最適設計²¹⁾などに適用してよい結果が得られている。

4. 数値計算結果および考察

数値計算例として、図-9 に示すタワーピアースを考へ、平均応答スペクトルを用いた確定論手法と、パワースペクトル密度関数を用いた確率論手法によって最適設計を行った結果を図-10 と表-1 から表-9 に示す。図-10 と表-1 から表-4 は確定論手法による最適設計の結果であり、表-5 から表-9 は確率論手法による結果である。表で○印のついているところがクリティ

カルになった制約を示している。

図-10 は確定論手法を用いて、制約条件、目的関数の形と SUMT による収束の状態を示している。この場合図示できるように設計変数が2つしかない

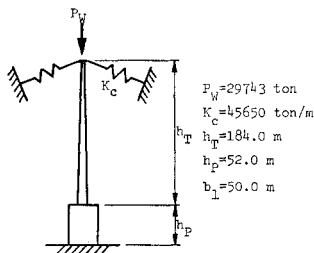


図-9 数値計算例として用いたタワーピアース

7 のタイプ C の設計モデルを用い、縦軸にタワーの断面 2 次モーメントを、横軸にピアースの橋軸方向幅をとっている。また、計算においては、地盤の弾性定数 E として $10 \times 10^4 \text{ t/m}^2$ 、タワーの断面 2 次モーメントの初期値 $I^* = 10.0 \text{ m}^4$ 、ピアースの橋軸方向幅の初期値 $b_2^* = 100.0 \text{ m}$ 、SUMT における制約の効き具合を調節する変数 R の初期値 $R^* = 1000.0$ を用いている。図-10 の中で制約条件として表われているのは、ピアース頂変位制約とタワー座屈制約のみである。タワー各点の動的応力はいずれも許容値より小さいため、図-10 には制約として表われていない。また、ピアース転倒制約はこの例の場合ピアース頂変位制約よりかなり小さいため、やはり図-10 には表われていない。

図-10 からただちにわかるように、ピアース頂変位制約が右上の許容領域の方へ突き出ていることである。この突き出た部分は図-3 の B 領域にあっており、こういった 2 種のモードの固有値が接近したところではタワーとピアースが連成した応答を示し、その応答値も大きくなっている。SUMT による収束状態をみると、こういった応答が大きくなる部分をうまく避けて図-3 の C 領域にある最適値に収束している。このようにタワーピアース系のように複雑な動的特性をもつ構造物に対しても、Powell の直接探索法を用いた SUMT は有効に機能することがわかる。

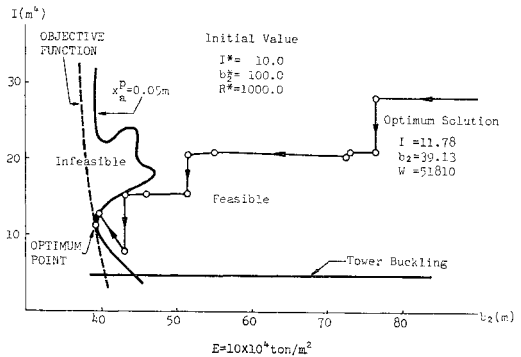


図-10 SUMT による収束例

図-10 の最適解はピアース頂変位制約のみで決まっている。タワーの動的応力の制約は図のすべての許容領域で余裕がある。タワーの動的応力に余裕があるからといってタワーの断面 2 次モーメントをこれ以上減少させることはできない。タワーの断面 2 次モーメントを減少させるためには、ピアース幅をかなり増大させなければピアース頂変位制約を越えてしまい、これは結果的に目的関数を大きくしてしまうため最適解とはならない。このことは図-10 で目的関数に沿って最適解を下に移動させよう

* 以下、確定論手法とは、外力として平均応答スペクトルを用い、制約条件にも確率を含まない手法をいう。

とするとピアー頂変位制約を越えてしまうことで理解できるであろう。図-10 のピアー頂変位制約とタワー座屈制約の交点はタワーとピアーの両方の制約を満たすところではあるが最適解でないことは以上の考察から明らかであろう。この例に示したようにタワーピアー系はタワーとピアーとが密切に関係した構造物であり、タワーピアー系の耐震設計に際して、タワーとピアーとを分離して解析・設計をしたのでは最適な設計を行うことは難しいことがわかる。

(1) 確定論手法による計算結果と考察

表-1 は確定論手法を用い、図-7 のタイプAの設計モデルで計算を行った結果である。制約条件中のタワーの動的応力は 図-2 に示す各質点とタワー基部における応力の値である。計算にあたっては、入力地震動の最大加速度 $\ddot{z}_{max}=180 \text{ gal}$ 、ピアー頂許容変位 $x_a^P=0.042 \text{ m}$ 、鋼材として SM 58 を用いるものとし、その許容応力 $\sigma_a=37700 \text{ t/m}^2$ 、タワーとピアーの単位重量あたりのコスト比 $\kappa=0.2$ 、タワーの座屈安全率として 2.0 を用いている。地震時の鋼材の許容応力は本四連絡橋の設計に用いている平常時の許容応力の 45% 増の値を採用し、ピアー頂許容変位は本四連絡橋の設計案²³⁾より計算して求めた値を用いている。コスト比 κ は、材料費だけでなく施工費なども含めた全体としてのおおまかなコスト比であり、このコスト比 κ の値が少々変動しても最適解はほとんど変化しないことを確認したうえで $\kappa=0.2$ という値を用いている。

表-1 から次のことがいえる。

① 地盤の弾性定数が小さいところでは、ピアー頂変位の制約で設計が決まり、 E が大きくなると、ピアー転倒とタワー座屈の制約で設計が決まる。また、ピアーの橋軸方向幅や目的関数の値についても E に大きく影響されている。このように E が小さいところと大きいところで最適解がまったく異なっているので、両者は別々に考察を加える必要がある。

② 地盤の弾性定数 E が小さなおとこでは、ピアー頂変位制約のみがクリティカルになっている。これは E が小さいところでは地盤の回転ばね K_r も小さく、そのためピアーの回転角 θ が大きくなるので、ピアー頂変位制約が効いてくるからである。それゆえ、ピアー頂変位を制約内に留めるためにはピアー橋軸方向幅が大きくなる必要があり、 E が小さいところほどその影響

表-1

地盤の弾性定数 (10^4 t/m^2)	最適解		ピアー幅 (m)	目的関数 (t)	制約条件							
	タワー断面二次モーメント (m^4)				タワー		動的応力		座屈			
	上部	下部			変位点	転倒	(頂部)	(基部)	座屈			
10	8.20	34.91	47.32	61 780	○							
30	7.80	39.43	24.69	34 120	○							
50	7.00	34.30	17.80	25 550	○							
70	6.36	25.21	14.36	21 160	○							
150	4.75	4.76	14.33	20 460		○						○
300	4.75	4.76	14.33	20 460		○						○

$\ddot{z}_{max}=180 \text{ gal}$
 $x_a^P=0.042 \text{ m}$
 $\sigma_a=37700 \text{ t/m}^2$
 $\kappa=0.2$

が大き。また、それに伴って目的関数の値も影響されている。この時タワー断面の動的応力についてはまだ余裕があるが、図-10 で考察したように、ピアー頂変位制約を越えないようにタワーの断面 2 次モーメントを減少させるには、ピアー幅をかなり大きくしなければならず、目的関数を増大させるため、これ以上タワーの断面 2 次モーメントを減少させることはできない。

③ 地盤の弾性定数 E が大きなおとこでは、ピアー転倒とタワー座屈の制約で最適解が得られている。これらの制約はすでに 3.(3) でも述べたように、動的な応答ではなくタワーピアー系の一の寸法制約である。 E が大きくなると K_r も大きくなるため、 E が小さいところでは効いていたピアー頂変位の制約が効かなくなるからである。このように E が大きいところにおいて動的応答の制約で設計が決まらないということは、こういったところではタワーピアー系の耐震設計の必要性について別の観点から検討を加える必要のあることを示している。

表-2 にタイプBの設計モデルを用いた場合の計算結果を示す。他の条件は表-1 とまったく同じである。表-1 と比べあわせてみるとわかるように、表-1 より得られた考察とほぼ同じことがこの表-2 についてもいえる。目的関数の大きさを比べてみると、いずれも表-2 の方が少しずつ大きくなっている。また、表-2 の $E=30 \times 10^4 \text{ t/m}^2$ と $50 \times 10^4 \text{ t/m}^2$ ではタワー頂の断面 2 次モーメントが非常に小さい値となっており、工学的見地からみて妥当でない。これはタワー部における動的応力分布がタワーの中心部あたりと下端にピークがあり、かつこのタワー下端の応力が大きいためこのような解になったものと推測される。こういった動的応力分布の形と目的関数の大きさを考え合わせると、本研究で計算例として用いる設計モデルとしてはタイプAの方がタイプBより目的がかなっていると考えられ、以下の計算では設計モデルとしてすべてタイプAを用いた。

表-2 タイプBの設計モデルを用いた場合
(ほかは表-1と同じ)

地盤の 弾性定数 (10^4 t/m ²)	最適解			目的 関数 (t)	制 約 条 件												
	タワー断面二次 モーメント(m ⁴)		ピア- 幅 (m)		タ ワ ー												
	タワー 上 部	タワー 下 部			変頂 位点	転 倒	(頂 部) 動 的 応 力	(基 部)	座 屈								
10	14.87	16.72	47.43	62 360	○												
30	0.30	30.80	24.71	34 360	○												
50	0.28	27.49	17.81	25 770	○												
70	3.60	6.08	15.36	21 730	○												○
150	4.53	5.00	14.33	20 470		○											○
300	3.89	5.72	14.33	20 470		○											○

表-3 ピア-頂変位の制約を緩めた場合
(ほかは表-1と同じ)

地盤の 弾性定数 (10^4 t/m ²)	最適解			目的 関数 (t)	制 約 条 件												
	タワー断面二次 モーメント(m ⁴)		ピア- 幅 (m)		タ ワ ー												
	タワー 上 部	タワー 下 部			変頂 位点	転 倒	(頂 部) 動 的 応 力	(基 部)	座 屈								
10	6.56	22.73	39.07	51 330	○												
30	5.32	27.08	19.93	27 830	○												
50	4.75	8.94	15.16	21 600	○												
70	4.75	4.76	14.33	20 460		○											○
150	4.75	4.76	14.33	20 460		○											○
300	4.75	4.76	14.33	20 460		○											○

$x_a P = 0.05$ m

表-1 からただちにわかるように、地盤の弾性定数 E が小さいところでは、ピア-頂変位の制約が設計において支配的な影響をもっている。だがこのピア-頂変位の許容値については厳密な安定計算より求まった値もなく、本四連絡橋の設計案²²⁾の場合では、中央支間長の関数となっている。この値を越える時は橋梁全体の構造上支障のないことをさらに確認しなければならないとされており、この許容値は橋梁全体の安全性さえ保証されれば緩めても問題はないと思われる。このことからこの制約を 0.05 m に緩めた場合の計算結果を表-3 に示す。他の条件は表-1 の場合とまったく同じである。この表-3 から次のことがいえる。

① 地盤の弾性定数 E が小さいところでは、ピア-頂変位制約を少し緩めただけで、タワー断面 2 次モーメント、ピア-幅ともに減少し、当然の結果として目的関数も減少し、 E がより小さいほどこの傾向が著しい。このことは E が小さいところでは、ピア-頂変位の許容値の決め方がタワーピア-系の耐震設計において非常に重要な影響を与えることを示している。

② 地盤の弾性定数 E が大きいところでは、ピア-頂変位制約を緩めた影響は出ていない。もともとピア-頂変位制約が効いてい

ないから当然のことであろう。

表-1 から表-3 まではタワーの鋼材として SM 58 を使い、しかもその地震時の許容応力値として平常時の許容応力値の 45% 増をとっていたため、タワーの動的応力の制約は図-10 や表-1 から表-3 をみてもわかるようにまったく効いていない。これはタワーの動的応力に余裕があるため、SM 58 より許容応力が低い鋼材を用いた方がより経済的ではないかということが考えられる。よってタワーの鋼材として SM 58 より許容応力の低い SS 41 を用いた場合の計算結果を表-4 に示す。SS 41 の地震時の許容応力は平常時の 45% 増として $\sigma_a = 20\ 300$ t/m² となり、他の条件は表-1 と同じである。

表-4 をみるとすべてのケースでタワーの動的応力の制約が効いている。タワー上部の断面 2 次モーメントが表-1 よりすべてのケースで大きくなっているにもかかわらず、タワー頂より 4 番目の質点のところで動的応力制約がクリティカルになっている。また、表-1 では動的応答の制約がまったく効いていなかった E が大きいところでも、タワー上下部ともに断面 2 次モーメントが大きくなっているにもかかわらず、タワーの動的応力制約が効いている。目的関数の値も表-4 の方が表-1 よりすべてのケースで大きくなっている。SM 58 より SS 41 の方が鋼材のコストは低いがこの計算ではその点を考慮に入れず等コストだとして同じ $\kappa = 0.2$ を用いている。そのため表-1 と表-4 の目的関数は直接的に比較することは難しいが、その点を割り引いて考えたとしても、SM 58 から SS 41 へ鋼材を変更することにより動的応答がより複雑になり、

表-4 タワーの鋼材として SS 41 を用いた場合
(ほかは表-1と同じ)

地盤の 弾性定数 (10^4 t/m ²)	最適解			目的 関数 (t)	制 約 条 件												
	タワー断面二次 モーメント(m ⁴)		ピア- 幅 (m)		タ ワ ー												
	タワー 上 部	タワー 下 部			変頂 位点	転 倒	(頂 部) 動 的 応 力	(基 部)	座 屈								
10	19.90	59.49	47.20	62 830	○												
30	13.14	23.58	27.32	37 680	○												
50	12.23	21.09	18.02	26 200	○												
70	9.99	16.12	14.46	21 570	○												
150	7.21	10.85	14.33	21 000		○											
300	5.51	8.02	14.33	20 760		○											

$\sigma_a = 20\ 300$ t/m²

クリティカルな制約が増えることは耐震安全性や信頼性、さらには設計における自由度を小さくするものであり、タワー応力の制約がクリティカルになっていないからといって、より許容応力の低い鋼材を用いることに対しては、十分な検討が必要である。

(2) 確率論手法による計算結果と考察

表-5 から表-9 は入力としてパワースペクトル密度関数を用いた確率論手法によって最適設計を行った結果である。表-5 の計算にあたっては、図-4 の田治見のスペクトルを用い、入力地震動の最大加速度の期待値 $E[\ddot{z}_{max}] = 180 \text{ gal}$ 、許容破壊確率 $P_f = 0.001$ 、タワーの鋼材として SM 58 を用いるものとし、その降伏応力 $\sigma_f = 46000 \text{ t/m}^2$ 、ピアー頂変位限界 $x_f^P = 0.10 \text{ m}$ 、 $\kappa = 0.2$ 、タワーの座屈安全率 $SF = 2.0$ 、地震における定常応答の継続時間 $T = 16 \text{ sec}$ を用いている。なおこれらの値を決めるのに際し、確定論手法と同じ数値を用いることができる $E[\ddot{z}_{max}]$ 、 κ 、 SF はその数値を用い、確定論手法とは異なった値をとるものについては次のように考えた。許容破壊確率に関しては、現行の示方書に従って設計された構造物は $10^{-3} \sim 10^{-6}$ 程度の破壊確率をもっていると推定されており²³⁾、これらの値から動的な許容破壊確率として 10^{-3} をとった。降伏応力としては示方書に規定してある数値を用い、ピアー頂変位限界としては、ここまで変位すると破壊するというレベルであるためかなり大きな値を考え、かつ確定論手法の結果と比べてあまりに異なった値にはならない程度の値として 0.10 m を用いた。

表-5 から次のことがいえる。表-1 と比べてみると、外力、解析方法、制約の取り方やその値などの違い

表-6 ピアー頂変位限界を緩めた場合 (ほかは表-5と同じ)

地盤の 弾性定数 (10^4 t/m^2)	最適解		目的 関数 (t)	制約条件										
	タワー断面二次 モーメント (m^4)			ピアー 幅 (m)	ピアー		タワ-				(基部) 座屈			
	タワー 上部	タワー 下部			変頂 位点	転倒	動的応力							
10	16.82	40.75	38.14	51 380	○									
30	5.38	13.02	19.15	26 660	○									
50	4.75	6.58	14.33	20 510		○							○	○
70	4.78	5.50	14.33	20 480		○							○	○
150	4.93	8.82	14.33	20 610		○							○	○
300	4.75	4.76	14.33	20 460		○							○	○

$x_f^P = 0.12 \text{ m}$

があるため最適解や目的関数の値は異なっているが、表-1 と定性的にはほぼ同じ傾向のあることがわかる。つまり地盤の弾性定数 E が小さいところではピアー頂変位の破壊確率の制約で設計が決まること、ピアー幅および目的関数と E とが非常に密接な関係にあることである。ただ E が大きいところでピアー転倒とタワー座屈制約だけでなく、タワー基部の動的応力の破壊確率の制約が効いていることが表-1 と異なっている。これは表-1 においては、 E が大きいところでタワーの動的応力はクリティカルな制約にはなっていないが、タワーの断面二次モーメントは小さいため応力に対する余裕があまりなかったのに、確定論手法と確率論手法との動的応力の許容値が、 $\sigma_a = 37700 \text{ t/m}^2$ から $\sigma_f = 46000 \text{ t/m}^2$ へとわずかに2割余しか大きくなっていないために、動的応力の破壊確率制約がクリティカルになったものと思われる。

表-5 においても表-1 と同様 E が小さいところではピアー頂変位の破壊確率の制約が設計において支配的な影響をもっているため、この制約の許容値を 0.12 m に緩めた場合の結果を表-6 に示す。他の制約は表-5 と同じである。表-1 と表-3 について加えた考察と同じことがこの表-5 と表-6 についてもいえる。このように確率論手法によって最適設計を行った場合においても、確定論手法によって計算を行った場合とほぼ同じことがいえる。

表-7 と表-8 はおのおの入力のスペクトルとして El Centro 1940 NS, Taft 1952 NE 21 に類似したスペクトルを用いて計算した結果である。他の制約は表-5 と同じである。表-5 とこれらと比べてみれば、表-7 で得られた結果は最適解、目的関数とも表-5 の結果より大きくなっている。逆に表-8 の結果は表-5 の

表-5

地盤の 弾性定数 (10^4 t/m^2)	最適解		目的 関数 (t)	制約条件										
	タワー断面二次 モーメント (m^4)			ピアー 幅 (m)	ピアー		タワ-				(基部) 座屈			
	タワー 上部	タワー 下部			変頂 位点	転倒	動的応力							
10	27.06	40.18	45.20	60 620	○									
30	7.26	11.66	23.07	31 690	○									
50	4.75	9.45	16.65	23 430	○									
70	4.75	5.53	14.33	20 480		○							○	○
150	4.75	6.73	14.33	20 510		○							○	○
300	4.75	4.75	14.33	20 460		○							○	○

$E[\ddot{z}_{max}] = 180 \text{ gal}$
 $x_f^P = 0.10 \text{ m}$
 $\sigma_f = 46000 \text{ t/m}^2$
 $\kappa = 0.2$
 $P_f = 0.001$

表-7 入力として El Centro 1940 NS を用いた場合
(ほかは 表-5 と同じ)

地盤の 弾性定数 (10^4 t/m^2)	最適解			目的 関数 (t)	制 約 条 件										
	タワー断面二次 モーメント (m^4)		ピア- 幅 (m)		ピア- 変 位 点	ピア- 転 倒	(頂 部)	タ ワ ー				(基 部)	座 屈		
	タワ- 上 部	タワ- 下 部						動 的 応 力							
10	11.17	19.30	58.77	75 860	○										
30	13.81	38.08	29.93	41 090	○										
50	9.57	42.85	21.60	30 570	○										
70	9.32	17.73	17.91	25 730	○										
150	4.75	4.75	20.42	27 890										○	○
300	4.75	4.75	14.33	20 460		○									○

表-8 入力として Taft 1952 NE 21 を用いた場合
(ほかは 表-5 と同じ)

地盤の 弾性定数 (10^4 t/m^2)	最適解			目的 関数 (t)	制 約 条 件										
	タワー断面二次 モーメント (m^4)		ピア- 幅 (m)		ピア- 変 位 点	ピア- 転 倒	(頂 部)	タ ワ ー				(基 部)	座 屈		
	タワ- 上 部	タワ- 下 部						動 的 応 力							
10	6.46	13.14	36.37	47 860	○										
30	4.86	15.97	18.66	26 040	○										
50	4.76	7.61	14.35	20 570	○		○								○
70	4.75	4.75	14.33	20 460			○								○
150	4.75	4.75	14.33	20 460			○								○
300	4.75	4.75	14.33	20 460			○								○

表-9 入力としてホワイトノイズを用いた場合
(ほかは 表-5 と同じ)

地盤の 弾性定数 (10^4 t/m^2)	最適解			目的 関数 (t)	制 約 条 件										
	タワー断面二次 モーメント (m^4)		ピア- 幅 (m)		ピア- 変 位 点	ピア- 転 倒	(頂 部)	タ ワ ー				(基 部)	座 屈		
	タワ- 上 部	タワ- 下 部						動 的 応 力							
10	7.64	15.01	41.35	54 140	○										
30	5.19	14.14	20.67	28 510	○										
50	4.75	6.72	14.98	21 310	○										
70	4.76	4.82	14.33	20 460			○								○
150	4.75	5.28	14.33	20 470			○								○
300	4.75	4.75	14.33	20 460			○								○

結果より小さくなっている。これはタワーピア-系では1次の固有振動数が5 rad/secより小さい値をとり、図-6に示すように El Centro 1940 NS では5 rad/secより小さい領域でスペクトルにピークがあるのに対して、Taft 1952 NE 21 では5 rad/secより小さい領域でこういったピークがなく、スペクトルの値が小さいことに起因するものと思われる。ちなみに、El Centro 1940 NS と Taft 1952 NE 21 のスペクトルの入力加速度の最大値の期待値を5 rad/secまでの間で等しくして最適設計を行った結果は両者がほぼ同一の解を示すことを確認した。

このように入力地震動のパワースペクトルの卓越振動数の違いにより計算された結果が大きく異なるため、卓越振動数がまったくないホワイトノイズを用いた場合の結果を表-9に示す。他の制約は表-5と同じである。この場合ホワイトノイズレベル S_0 としては、タワー

ピア-系の動的特性を考慮して50 rad/secまでのパワースペクトルの面積とホワイトノイズの面積がほぼ等しくなる $S_0=0.003 \text{ m}^2/\text{sec}^4/\text{rad}/\text{sec}$ を用いている。表-5と比べた場合入力スペクトルが異なるため結果も少しは違っているが、その傾向はほとんど同じであって、表-5の場合と同様のことがいえる。

表-5と表-7, 8とを比べると、表-5は表-7と表-8の間の解を示しており、こういった田治見のモデルによってパワースペクトル密度関数を表現すれば、ほぼ平均的な応答が得られるのではなからうかと推測される。さらに、表-5と表-9の解の傾向がだいたい同じことから、ホワイトノイズレベル S_0 を適当に決めることによって、入力パワースペクトルをホワイトノイズで代用することも可能であろう。上での計算例にあてはめると、ホワイトノイズレベル S_0 として、 $0.002 \sim 0.006 \text{ m}^2/\text{sec}^4/\text{rad}/\text{sec}$ 程度の値を用いることによって、これらのいくつかのパワースペクトル密度関数を用いた場合とほぼ同等の解が得られる。

5. 結 論

本研究は地震外力をうける長大吊橋タワーピア-系に最適化手法を適用し、タワーピア-系の耐震設計をより合理的にするために役立てようとするものである。本研究の結果得られた結論は次のようにまとめられる。

(1) 入力として平均応答スペクトルを用いた確定論手法、パワースペクトル密度関数を用いた確率論手法の両手法を用いて最適設計を行い、どちらの手法を用いてもほぼ同様な最適解が得られた。

(2) タワーピア-系の最適な耐震設計は、タワーピア-系が建設される地盤の弾性定数の値に大きく影響される。地盤の弾性定数が小さいところではピア-頂変位制約で、地盤の弾性定数が大きいところでは主としてピア-転倒とタワー座屈制約で設計が決まるので、設計を行う前の地盤の調査が非常に重要である。

(3) 地盤の弾性定数が小さいところでは、ピアー頂変位の許容値によって建設コストが大きく影響される。よってピアー頂変位制約の必要性やその許容値の大きさに関しては、タワーピアー系の安全性と経済性を考慮に入れて、より詳しく検討を加える必要があろう。

(4) 地盤の弾性定数が大きいところでは動的応答の影響が小さくなり、動的応答が制約にならないこともありうる。このことは地盤の弾性定数が十分大きいところでは、タワーピアー系の耐震設計の必要性について別の観点から検討を加える必要のあることを示している。

本研究において、タワーピアー系の橋軸方向の耐震設計に最適化手法を適用したのであるが、実際の耐震設計を行う場合、橋軸方向だけでなく橋軸直角方向についても同様に考える必要がある。曲げをうける一本のはりとしてモデル化できる橋軸方向に対し、橋軸直角方向に関してはタワーの形式により動的応答が大きく異なる^{24), 25)}ため同一に取り扱うことが難しく、本研究では取り上げなかったが、この点に関しては現在研究を進めており、後日発表したいと考えている。

最後に本文投稿にあたり、貴重な助言をいただいた岡山大学の竹宮宏和助教授、京都大学の家村浩和講師に感謝の意を表する次第である。また、本州四国連絡橋公団からも資料その他多大の援助を得た。なお本研究の一部は文部省科学研究費の補助を受けて行ったものであり、計算は京都大学大型計算機センターの M 190 により行ったことを付記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Konishi, I. and Y. Yamada : Earthquake Responses of a Long Span Suspension Bridge, Proc. of Second W.C.E.E., Vol. II, pp. 863~878, 1960.
- 2) Konishi, I. and Y. Yamada : Earthquake Response and Earthquake Resistant Design of Long Span Suspension Bridges, Proc. of Third W.C.E.E., Vol. III, pp. IV 312~IV 323, 1965.
- 3) 山田善一・竹宮宏和 : 不規則外力による多自由度系の応答解析とその長大つり橋タワーピアー系の耐震解析への応用, 土木学会論文報告集, 第 163 号, pp. 17~27, 1969 年 3 月.
- 4) 山田善一・後藤洋三 : 長大つり橋主塔橋脚の振動特性と地震応答解析に関する諸考察, 土木学会論文報告集, 第 207 号, pp. 1~12, 1972 年 11 月.
- 5) 高岡宜善・佐藤猶治 : 主塔基礎工のロッキングを考慮した長大つり橋主塔の地震応答について, 土木学会論文報告集, 第 172 号, pp. 58~62, 1969 年 12 月.
- 6) Yamada, Y. and K. Furukawa : Earthquake-Resistant Design of the Tower and Pier System of Suspension Bridges, The Preliminary Report of 10th Congress of IABSE, pp. 183~188, 1976.
- 7) 杉本博之 : トラス構造物の実用的最適設計に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 208 号, pp. 23~31, 1972 年 12 月.
- 8) 奥村敏恵・大久保禎二 : Suboptimization による鋼連続桁の最適設計, 土木学会論文報告集, 第 215 号, pp. 1~14, 1973 年 7 月.
- 9) Templeman, A.B. : Optimization Concepts and Techniques in Structural Design, Introductory Report of Tenth Congress of IABSE, 1975.
- 10) Kowalik, J. : Nonlinear Programming Procedures and Design Optimization, ACTA Polytechnica Scandinavica, Mathematics and Computing Machinery Series No. 13, Trondheim, Norway, 1966.
- 11) 日本鋼構造協会技術委員会 : SUMT による構造の最適設計について, JSSC, Vol. 7, No. 66, pp. 47~69, 1971 年 6 月.
- 12) 山田善一・古川浩平 : 耐震設計におけるグラフィック・ディスプレイの応用, 第 12 回地震工学研究発表会講演概要, pp. 79~82, 1972 年 7 月.
- 13) 土木学会耐震工学委員会本州四国連絡橋耐震合同研究会 : 本州四国連絡橋耐震合同研究会研究成果の概要, 昭和 46 年 6 月.
- 14) Tajimi, H. : A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure During an Earthquake, Proc. of Second W.C.E.E., Vol. II, pp. 781~797, 1960.
- 15) Housner, G.W. and Jennings, P.C. : Generation of Artificial Earthquakes, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 90, No. EM 1, 1964.
- 16) Earthquake Engineering Research Laboratory : Strong Motion Earthquake Accelerograms, Vol. II, Part A, EERL 71-50, California Institute of Technology, September, 1971.
- 17) 山田善一・竹宮宏和 : 地震動による構造物の最大応答の統計的推定法について, 土木学会論文報告集, 第 182 号, pp. 115~132, 1970 年 10 月.
- 18) Davenport, A.G. : Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading, Proceedings, Institution of Civil Engineers, Vol. 28, pp. 187~196, June, 1964.
- 19) 星谷 勝 : 確率論手法による構造解析, pp. 75~79, 鹿島出版会, 昭和 48 年.
- 20) 大石 博 : 動的応答を考慮した吊橋タワーピアー系の最適設計, 京都大学修士論文, 1974 年.
- 21) 山田善一・大宮司尚 : 鋼床版床組の最適設計の実用化に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 233 号, pp. 35~43, 1975 年 1 月.
- 22) 本州四国連絡橋公団 : 本州四国連絡橋下部構造設計示方書(案), pp. 22~23, 昭和 47 年 12 月.
- 23) 星谷 勝 : 確率論手法による構造解析, pp. 120, 鹿島出版会, 昭和 48 年.
- 24) 古川浩平・山田善一・浜之上純 : 地震荷重をうけるタワーピアー系橋軸直角方向の最適設計, 土木学会第 31 回年次学術講演会講演概要集 第 1 部, p. 571, 昭和 51 年 10 月.
- 25) 山田善一・古川浩平・浜之上純 : 吊橋主塔の形状を考慮した最適設計に関する一研究, 昭和 52 年度関西支部年次学術講演会講演概要, pp. I-21-1~I-21-2, 昭和 52 年 4 月.