

多次元非定常確率過程による地震動シミュレーション

SIMULATION OF MULTI-DIMENSIONAL NONSTATIONARY
EARTHQUAKE ACCELERATIONS

星 谷 勝*・磯 山 龍 二**

By Masaru HOSHIYA and Ryozi ISOYAMA

1. ま え が き

地震動および地震外力を受ける構造物を考える際、これまで多くの場合、1次元的に取り扱われてきた。しかし、実際の地震動および構造物は、空間的なものであり、厳密には3次元直交座標系に時間軸を加えた4次元の座標系で考える必要があろう。特に、最近数多く建設されつつある長大吊橋、パイプライン系構造などの特殊な構造物に対しては、このような解析の必要性が高まっている。この場合、構造物に入力される地震動は、1地点においては互いに相関した水平2成分、垂直1成分として同時に入力されねばならない。また、長大吊橋のような横方向に長い構造物に対しては、各入力点において互いに相関した複数の波形が必要となる。

現在、1地点における地震動の3方向成分記録は、着々と集積されつつあるが、たとえ数多くの記録が収集されようとも、任意地点における構造物の耐震性を検証する場合、特に確率的に評価しようとするならば、集積されたデータをもとにして確率統計的に意味のある人工地震波の作成が大きな意味を持ち、かつ要求される。一方、地震動の特性を考えるならば、これらの人工地震波は、多次元かつ非定常確率過程としてとらえられねばならないであろう。そこで、本研究では、まず地震動の非定常性の表現のしかたについて述べ、さらに星谷によって提案された多次元非定常確率過程の相互スペクトルおよびシミュレーション理論¹⁾を地震動現象に適用することにより、多次元非定常人工地震波を作成することを目的としている。

地震動の非定常性に関しては、これまで多くの論文が発表されている。また、応答解析に際しても非定常性(特に周波数成分での非定常性)が無視できない要素である

ことも指摘されている^{2),3)}。しかし、実用段階で問題となる地震動の非定常特性、すなわち非定常スペクトルの形状、あるいは特徴などについての議論は後藤・北浦⁴⁾による研究のほかはあまりなされていない。これは、非定常スペクトルが複雑な形をしており、一般的な特性がとらえがたい点に問題があると思われる。そこで、本研究では、まず非定常スペクトル構造をとらえるためにVanmarcke^{5),6)}によって提案されたスペクトル定数の概念で非定常スペクトルを要約化することを試みている。さらに、このスペクトル定数をパラメーターとして非定常スペクトルモデルの一提案を行っている。この非定常スペクトルモデルは、6.において3方向人工地震波を作成する際に用いられる。

一方、1地点3方向成分入力に話をもどせば、Kubo, Penzien, 渡部^{7),8)}らは1地点における3方向成分に対して、各成分間の共分散行列を対角化する軸を地震動の主軸とし、この主軸にそって地震動は統計的に独立であるとして、この主軸方向において3方向入力を独立に与えることを提案している。そして、主軸方向において非定常スペクトルを与えることによって3方向非定常人工地震波モデルを作成している⁹⁾。しかし、この主軸の概念では、3つの過程は完全には、独立とはならない。詳しくは、参考文献1)を参照されたい。

松島¹⁰⁾は、地震動を周波数定常として、定常確率過程の相互スペクトル理論を用いることによって、構造物の3次元解析を行っている。そして、各成分間のいわゆる複合作用を十分検討する必要があるとしている。しかし、地震動の非定常性を考えれば、多少のむりがある。一方、上述の非定常相互スペクトル理論を用いることによって、各成分は、独立とする必要もなく、すなわち、主軸の概念を用いることなく、非定常確率過程として取り扱うことが可能である。しかし、多くの3方向記録を解析し、なんらかの特徴を見い出そうとすれば、各地震記録を同じ土俵の上に載せるという意味で、物理的

* 正会員 Ph.D. 武蔵工業大学助教授 土木工学科

** 学生会員 武蔵工業大学大学院修士過程

に意味のある主軸の概念は必要となろう。なお、主軸については、ほかの機会に詳しく述べる。

最後に、吊橋の応答解析や、橋桁の落下に対する検討に必要となる、多入力系の入力地震動に対しても、相互スペクトル理論が適用されることを簡単な例で示す。

2. 地震動の非定常特性の表現

地震動の複雑な非定常スペクトルの特性をとらえやすくするために、また、非定常スペクトルのモデル化のためのパラメーターとして、Vanmarcke^{5),6)}によって提案されたスペクトル定数 (spectral parameters) の概念を Physical Spectrum に対して適用する。特に、Physical Spectrum とは限らないが、一応ここでは、Physical Spectrum として話を進める。

Physical Spectrum $S(\omega, t; W)$ の非定常スペクトル定数 $\alpha_i(t)$ は、次のように定義される (以下、単にスペクトル定数とよぶ)。

$$\alpha_i(t) = \int_0^\infty \omega^i S(\omega, t; W) d\omega \quad \dots\dots\dots(1)$$

Vanmarcke によれば、円振動数 ω の積分範囲は $-\infty \leq \omega \leq \infty$ であるが、ここでは、式 (1) のように $0 \leq \omega \leq \infty$ で定義する。 $i=0$ のとき、式 (1) は、

$$\alpha_0(t) = \int_0^\infty S(\omega, t; W) d\omega \quad \dots\dots\dots(2)$$

となる。 $\alpha_0(t)$ は、時間 t における、正領域円振動数 $\omega \geq 0$ の領域でのスペクトルの面積である。また、次の関係がある¹¹⁾。確率過程を $x(t)$ 、ウィンドウ関数を $W(t)$ として、

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty W^2(t-u) E[x^2(u)] du = \int_0^\infty S(\omega, t; W) d\omega \quad \dots\dots\dots(3)$$

式 (3) で左辺は、 $x(t)$ の瞬間的なパワー $E[x^2(u)]$ を時間 t の近傍で平均したものの 1/2 となり、右辺が $\alpha_0(t)$ と等しいことから、 $\alpha_0(t)$ は、地震動振幅の非定常性を表わすいわゆる形状関数 (shape function) の 2乗の 1/2 と対応する。式 (2) の $\alpha_0(t)$ を時間 t に関し

て積分すれば、非定常確率過程 $x(t)$ の全パワーの 1/2 となる。すなわち、全パワーの 1/2 を P_x として、

$$P_x = \int_{-\infty}^\infty \int_0^\infty S(\omega, t; W) d\omega dt \quad \dots\dots\dots(4)$$

$\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$ は次のように定義される。

$$\omega_1(t) = \frac{\alpha_1(t)}{\alpha_0(t)} = \frac{\int_0^\infty \omega S(\omega, t; W) d\omega}{\int_0^\infty S(\omega, t; W) d\omega} \quad \dots\dots(5)$$

$$\omega_2(t) = \left\{ \frac{\alpha_2(t)}{\alpha_0(t)} \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{\int_0^\infty \omega^2 S(\omega, t; W) d\omega}{\int_0^\infty S(\omega, t; W) d\omega} \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(6)$$

式 (5) より、 $\omega_1(t)$ は各時間におけるスペクトル $S(\omega, t; W)$ の重心位置である。一方、 $\omega_2(t)$ は各時間における $S(\omega, t; W)$ の面積の、点 $(0, t)$ に関する回転 2 次半径になっている。

次に、重心位置 $\omega_1(t)$ からのスペクトルのばらつき具合を示すものとして次の量を定義する。

$$\omega_3(t) = \sqrt{\omega_2^2(t) - \omega_1^2(t)} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$\omega_3(t)$ は重心位置 $\omega_1(t)$ に関する $S(\omega, t; W)$ の回転 2 次半径となっている。これらの量は、図-1 で説明されている。

これらの諸量を実際の地震記録に対して求めた例は後に 5. で述べるが、本研究では、サンフェルナンド地震における Millikan Library の記録 1 組、3 成分のみしか計算していない。本来ならば、数多くの地震記録についてスペクトル定数を求め、発震機構、地盤状況などを考慮して分類整理すれば、有用な情報が得られるであろうが、時間的制約から、この 3 本のみにとどまった。

そこで本節では、後藤・北浦⁴⁾の非定常スペクトルの視察による分類と上記のスペクトル定数とを対応させて、スペクトル定数の意味を検討してみる。

後藤・北浦は日米の地震記録 14 本について、局所的に定常であるとして、各時間ごとのスペクトルを計算している。そして、各記録について、スペクトルの卓越振動数の時間的变化に着目して、次の 4 つのタイプに分類している。

- (a) 時間とともに高い振動数成分が卓越する (たとえば、Taft SE 69°)。
- (b) 逆に低い成分が優勢となる (十勝沖の青森)。
- (c) 高い成分が卓越したり、低い成分が卓越したりする (El Centro)。
- (d) 卓越振動数は、ほとんど変わらない (十勝沖の室蘭)。

これらの各タイプは、先に述べたスペクトル定数 $\omega_1(t)$ に対応するであろう。(a)~(d) のタイプを $\omega_1(t)$ で表現すれば、およそ 図-2 のようになると考えられる。

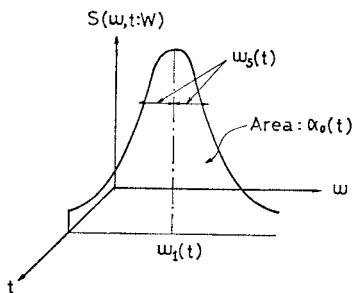


図-1 スペクトル定数

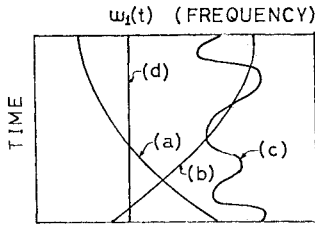


図-2 ω₁(t) の分類

後の 5. で実際に解析される Millikan Library 記録は上記の分類に従えば (b) のタイプとなる。

3. 非定常スペクトルのモデル化

2. で述べたスペクトル定数 α₀(t), ω₁(t), ωₛ(t) は Physical Spectrum の特性を代表する関数であり, α₀(t) は地震動パワーの時間的変化, または形状関数と対応する. ω₁(t) は各時間におけるスペクトルの中心位置, いいかえれば卓越振動数とみなせるかもしれない. また, ωₛ(t) は各時間におけるスペクトルのばらつき具合を示す. したがって, 非定常スペクトルモデルを与える際, これらのスペクトル定数 α₀(t), ω₁(t), ωₛ(t) をスペクトルモデルへのパラメーターとしてスペクトルモデルを作成することが考えられる. すなわち, スペクトルモデルを S_M(ω, t) として,

$$S_M(\omega, t) = f\{\omega, \alpha_0(t), \omega_1(t), \omega_s(t)\}$$

と考えるのである。

α₀(t), ω₁(t), ωₛ(t) を, 多くの地震記録について求め, 分類整理すれば, 任意地点においてスペクトル定数のタイプを推定することは, ある程度可能であろう. ここでは, スペクトル定数が与えられた時の非定常スペクトルモデルを提案する。

各時間でのスペクトルのピークが, ごく大まかにいって 1 つであると仮定して関数 f を正規確率密度関数型と仮定してみる. そうすると, ω₁(t), ωₛ(t) は, おおの平均值, 標準偏差に対応し, 上記のスペクトル定数を用いて, むりなくスペクトルモデルを構成可能である. この仮定は十分検討してみる必要があるが, われわれが過去に行った多くの Physical Spectrum の計算例では, そう間違ったことのように思えない. しかし, Taft 記録, サンフェルナンド地震における Hollywood Storage 記録などは複雑な形状をしており, このような仮定があてはまるとはいえない例である. ここでは f を正規確率密度関数型とし, 次式のように S_M(ω, t) を定める.

$$S_M(\omega, t) = \frac{a(t)}{\sqrt{2\pi} \omega_s(t)} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega - \omega_1(t)}{\omega_s(t)}\right)^2\right\} \dots\dots\dots (8)$$

a(t) は, パワーの時間的変化, すなわち α₀(t) に関係した量となる. a(t) は α₀(t) を用いて次のように定められる. 式 (8) の両辺を ω で積分して, 式 (2) と等しいとおけば,

$$\int_0^\infty S_M(\omega, t) d\omega = \frac{a(t)}{\sqrt{2\pi} \omega_s(t)} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega - \omega_1(t)}{\omega_s(t)}\right)^2\right\} \cdot d\omega = \alpha_0(t) \dots\dots\dots (9)$$

よって,

$$a(t) = \frac{\alpha_0(t)}{\frac{1}{\sqrt{2\pi} \omega_s(t)} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega - \omega_1(t)}{\omega_s(t)}\right)^2\right\} d\omega} \dots\dots\dots (10)$$

もちろん, ω₁(t), ωₛ(t) が平均值, 標準偏差に対応する限りにおいては, 正規確率密度関数以外の他の関数型をあてはめることも考えられよう。

式 (8) で与えられるモデルは, 6. で使われるが, 式 (8) で α₀(t), ω₁(t), ωₛ(t) を任意に与えることにより, さまざまな非定常スペクトルが作成できる. よって, 応答解析などで, sensitivity analysis にこのモデルを使用することも考えられる。

4. 多次元非定常確率過程の相互スペクトルとシミュレーション理論

すでに, 星谷によって発表されている多次元非定常確率過程の相互スペクトルとシミュレーション理論¹⁾ の概略を説明する。

平均値 0 の多次元確率過程 x_i(t) の相互スペクトルを次のように定義する. すなわち,

$$A_i(\omega, t; W) = \int_{-\infty}^\infty W(t-u) x_i(u) e^{-i\omega u} du \dots\dots\dots (11)$$

として, 相互スペクトルは,

$$S_{ij}(\omega, t; W) = E \left[\frac{1}{2\pi} A_i(\omega, t; W) \times A_j^*(\omega, t; W) \right] \begin{matrix} -\infty < \omega < \infty \\ -\infty < t < \infty \end{matrix} \dots\dots\dots (12)$$

ただし, i, j=1, 2, ..., m. また, * は共役複素数を示す. W(t) はウィンドウ関数である。

S_{ij}(ω, t; W) を用いて, 相互スペクトル行列 S(ω, t; W) が構成される. S(ω, t; W) はエルミート行列となり, non-negative definite である¹²⁾. この相互スペクトル行列 S(ω, t; W) を満足する平均値 0 の m 個の多次元非定常確率過程 x_i(t) は, 次式を用いてシミュレートできる。

$$x_i(t) = \sum_{p=1}^i \sum_{k=1}^N b_{ip}(\omega_k, t) \cos\{\omega_k t + \beta_{ip}(\omega_k, t) + \varphi_{pk}\} \quad i=1, 2, \dots, m \dots\dots\dots (13)$$

上式に関して詳しいことは文献 1) を参照されたい。

なお、式 (12) で相互スペクトルを計算する際、必ず期待値の演算を行わなければならない。もし、期待値の演算を行わなければ、すなわち、生データ 1 組のみで式 (12) を計算したならば、当然のことながら各コヒーレンスの値は、1 となって完全相関となる。しかし、実際には期待値の操作は困難であるので、周波数方向でスムージングを行い、相互スペクトルを推定することが考えられる。

5. 地震動の 3 方向同時シミュレーション (その 1: 検証のための再現)

ここでは、与えられた 3 方向地震動に対して、4. で述べられたシミュレーション理論を適用することによってシミュレーション理論の妥当性を検討する。

使用した地震加速度記録は、1971 年 サンフェルナンド地震における C.I.T., Millikan Library 3 方向記録 (地盤) である。以下波形などというのは、すべて加速度波形をさす。

表-1 に示すように各成分に番号をつける。これは、 $S_{ij}(\omega, t; W)$ で i, j にあたる番号とする。

表-1 解析データ

DATA	No.	Component	Max. Acc. (gal)	E.D. (km)	Location
Millikan Library	1	N 90 E	178.2	40	Basement
	2	N 00 E	206.9		
	3	DOWN	97.0		

データ長は 3 成分とも 20 秒とし、時間きざみは 0.04 秒とした。なお、すべて平均値は 0 としてある。

これらのデータを FFT でフーリエ変換し、 $A_i(\omega, t; W)$ を求めた。この時ウィンドウ関数としては、ガウス型ウィンドウ関数を用い、 $W(t)$ の形状を支配するパラメーター T は過去の例¹³⁾より $T=2.5$ 秒として計算した。FFT により式 (11) を計算する場合、周波数のきざみは、この場合ならば 0.05 Hz と一意的に決まるが、0~10 Hz までを 100 等分として 0.1 Hz 間隔で一つおきに $A_i(\omega, t; W)$ をアウトプットした。これは、多少の問題があるが計算時間の節約のためである。

式 (12) から相互スペクトル $S_{ij}(\omega, t; W)$ の一致推定を得るために平滑化の操作を行った。平滑化は、式 (12) における期待値の演算の近似であり、一致推定を得ようとするものである¹³⁾。平滑化における分解バンド幅の決定は困難であるので¹⁴⁾、Hanning のウィンドウを用いてくり返しスムージングを行い式 (13) が安定して計算されるところ (クロススペクトル・マトリックスを三角行列の積の形に計算可能なところ) でうち切っ

た。この回数は約 5~10 回であるが、ここでは 10 回として行った。この繰り返し回数が大きくなれば、分解バンド幅が大きくなり、10 回以上ならば Pargen のウィンドウと実質的に一致するといわれる¹⁵⁾。もし、上記のようにして計算された

$$\frac{1}{2\pi} A_i(\omega, t; W) \times A_j^*(\omega, t; W)$$

に対してスムージングの操作を行わないならば、すなわち、式 (12) の期待値の演算を行わないならば、4. で述べたように、相互スペクトルマトリックスの小行列式の値は 0 になってしまう。すなわち、コヒーレンス=1 で完全相関となる。このとき、本シミュレーション理論は意味を持たなくなってしまう。

このようにして求めた相互スペクトルの絶対値 $|S_{ij}(\omega, t; W)|$ を図-3~8 に示す。これらの図は、立体的な $|S_{ij}(\omega, t; W)|$ の等高線を描いたものである。実際には、まず、時間方向で 501 個 (20 秒) の $|S_{ij}(\omega, t; W)|$ を 10 個ずつ平均してその平均値 (時間方向で 50 個) を 0~9 に等級づけ ($|S_{ij}(\omega, t; W)|$ の最大値 S_{max} までを 10 等分した)、これをラインプリンターに 0~9 の整数で打ち出し、その奇数番号の等高線を描いたものである。相互スペクトルマトリックスにおける対角要素、すなわち、各成分の Physical Spectrum は図-3~5 に示すが、ここにはおのおのの加速度波形、スペクトル定数 $\omega_0(t)$, $\omega_1(t)$, $\omega_s(t)$ および各成分の全パワーの $1/2: P_x$ を同時に示している。図中、 $\omega_s(t)$ の本来の値は図の $\omega_s(t)$ と $\omega_1(t)$ の線の差であり $\omega_s(t)$ の線は ω 軸とは対応していない。すなわち、 $\omega_1(t)$ を軸として、そこからのばらつき $\omega_s(t)$ を描いたものである。図-6~8 の相互スペクトルマップにおいて、まだら状の部分はコヒーレンス関数 $\tau_{ij}(\omega, t; W)$ の値が 0.8 以上の部分であり、この部分のまわりには、図には描いてないがコヒーレンス=0.6 以上の部分が大きく取り囲んでいる。

波形特性および相互スペクトルの特性 (位相角も含む) に関する議論は他の機会に譲るが、ここでは各成分の Physical Spectrum のスペクトル定数について少々の考察を述べる。各成分とも $\omega_1(t)$ は約 18 秒まで正弦波形状にゆるやかに変化している (このことは、シミュレーション理論における仮定、" $S_{ij}(\omega, t; W)$ は時間方向でゆるやかに変化する"を十分満足していることを示している)。しかし、18 秒以降急激に変化している。このことは、18 秒以降において、波形がそれ以前よりホワイトノイズ的になっており、地震動のなんらかの相を表わすものかもしれない。 $\omega_1(t)$ の変化は全体として、時間とともに高周波数から低周波数へと移行している。これは、2. で述べた後藤らの分類では (b) の型

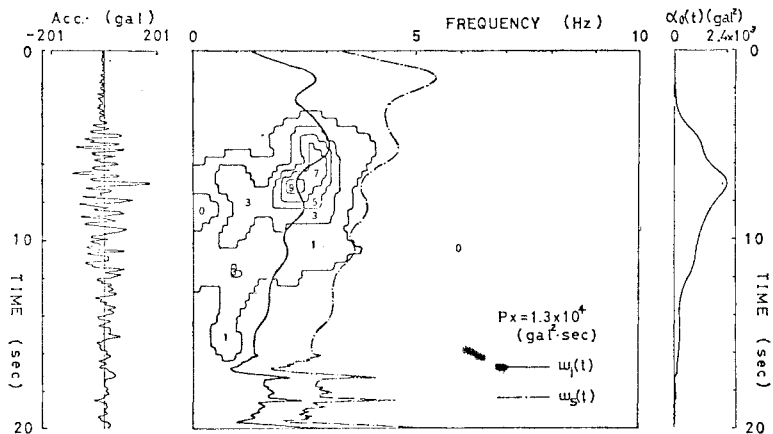


図-3 原波形 (No. 1) とその Physical Spectrum (S_{11})

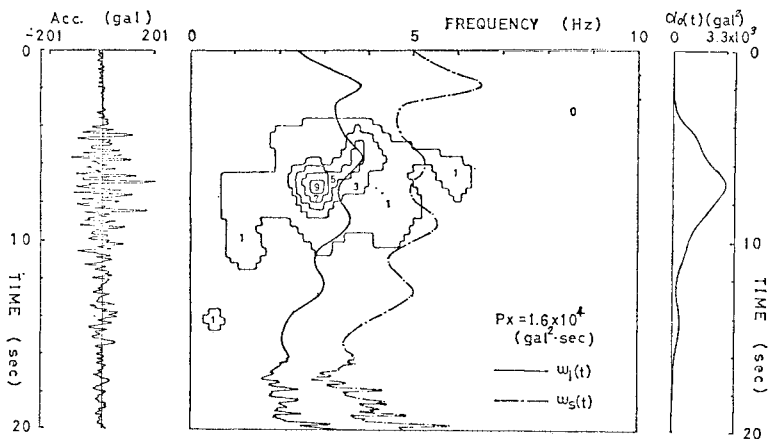


図-4 原波形 (No. 2) とその Physical Spectrum (S_{22})

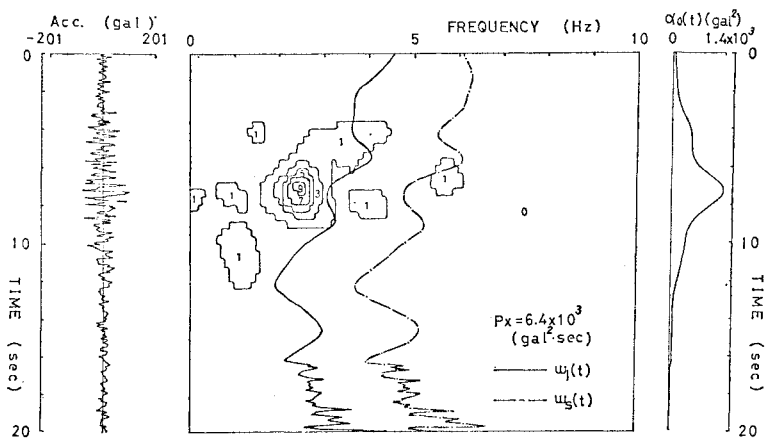


図-5 原波形 (No. 3) とその Physical Spectrum (S_{33})

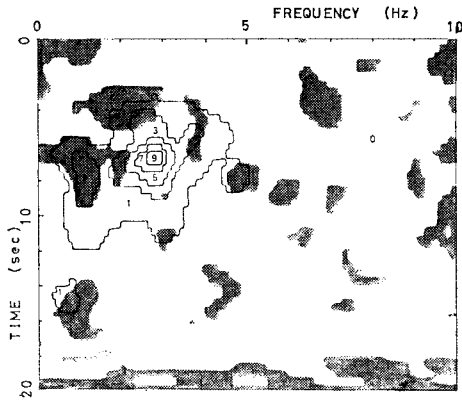


図-6 原波形の相互スペクトル ($|S_{12}|$) と
コヒーレンス (γ_{12})

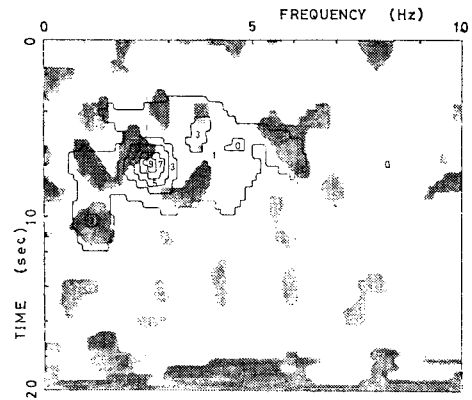


図-8 原波形の相互スペクトル ($|S_{23}|$) と
コヒーレンス (γ_{23})

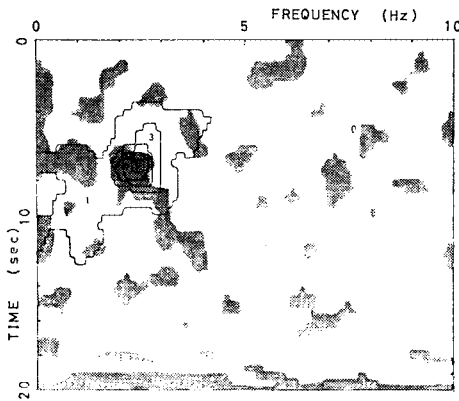


図-7 原波形の相互スペクトル ($|S_{13}|$) と
コヒーレンス (γ_{13})

に対応するであろう。 $\omega_s(t)$ の変化は、全時間でほとんど変わらないが、上下動の $\omega_s(t)$ は他と比較して大きい。

これらの相互スペクトルを用いて式 (13) によりサンプル波形のシミュレーションを行った。上述のように、 $\Delta t=0.04$ 秒、周波数方向では $0\sim 10$ Hz を 100 等分して行った。すなわち、式 (13) で $N=100$ であり、このくらいの N ならば十分安定したサンプル波形が得られる。結果は 図-9~14 に原波形のものと同様の形式で示す。シミュレートされたものにはダッシュをつけて表わす。シミュレートされた波形、その相互スペクトルの絶対値、パワー、スペクトル定数は、原波形のものと同様の傾向を示していると思われる。ここでは位相角は載せていないが、これもほぼ原波形と同様の傾向を示している。しかし、シミュレートされた上下動のスペクトル ($S_{33}'(\omega, t; W)$) において約 8 秒、0.2 Hz 付近で原波形スペクトルに見られないピークが表われているが、これは長周期成分における計算エラーの集積の結果、あるいは乱数のためではないかと思われる。また、

スペクトル定数 $\omega_1(t)$ は 18 秒以降もなだらかに変化している。これはシミュレーション理論において、 $S_{ij}(\omega, t; W)$ がなだらかに変化するという仮定を、入力した 18 秒以降の $S_{ij}(\omega, t; W)$ が満足していないからである。また、シミュレートされた波形のスペクトルは原波形のそれよりもピークが鋭く出る傾向があるように思われる。

以上により、18 秒以降の特殊な部分を除けば、またここで計算したものが 1 サンプルであることを考えれば、本シミュレーション理論の妥当性は、ほぼ検証されたと見てよいであろう。

6. 地震動の 3 方向成分同時シミュレーション (その 2: 相互スペクトルモデルを与えたとき)

4. で与えられたシミュレーション理論は、5. で検証された。よって、理想としては、構造物の建設予定地点において、その地点に見合った相互スペクトルモデルが与えられればよいことになる。この相互スペクトルモデルには、発震機構あるいは地盤種別など複雑な要因が関与してくると思われる。したがって、多くの 3 方向記録を解析し、統計的に相互スペクトル特性を分類し、任意地点における相互スペクトルモデルを推定することが必要になるであろう。しかし、3 方向地震動の相互スペクトル特性は、現時点においては明らかでない。これは今後究明されねばならないものであろう。本節では、大胆な仮定を用いて相互スペクトルモデルを作成し、4. のシミュレーション理論によって 3 方向地震動の同時シミュレーションを試みる。

松島¹⁰⁾ は地震動を周波数定常とみなして、定常の相互スペクトルモデルを作成しているが、ここでもほぼ同様の仮定を用いてスペクトルモデルを作成する。松島用の

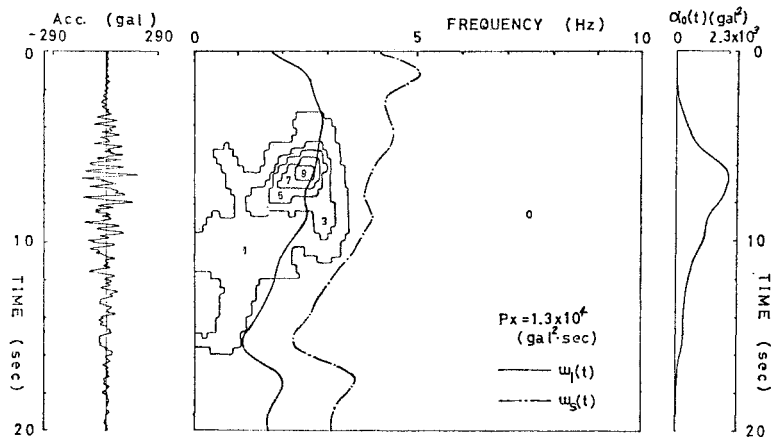


図-9 シミュレートされた波形 (No. 1') とその Physical Spectrum (S_{11}')

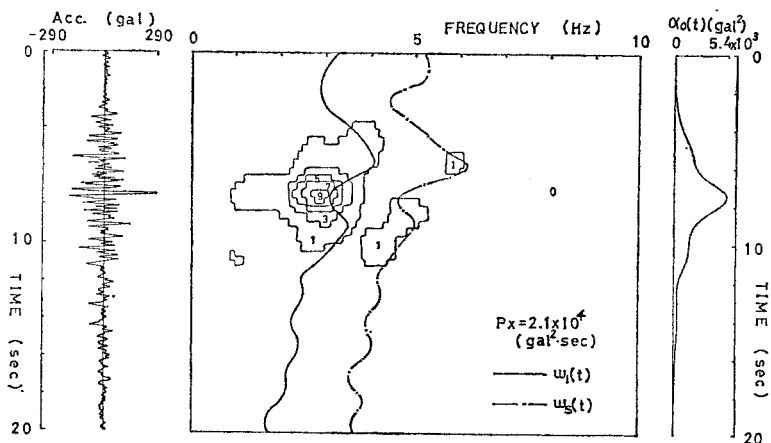


図-10 シミュレートされた波形 (No. 2') とその Physical Spectrum (S_{22}')

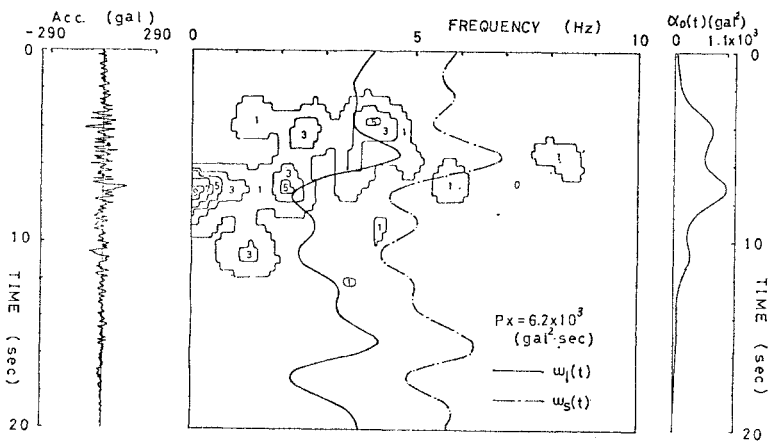


図-11 シミュレートされた波形 (No. 3') とその Physical Spectrum (S_{33}')

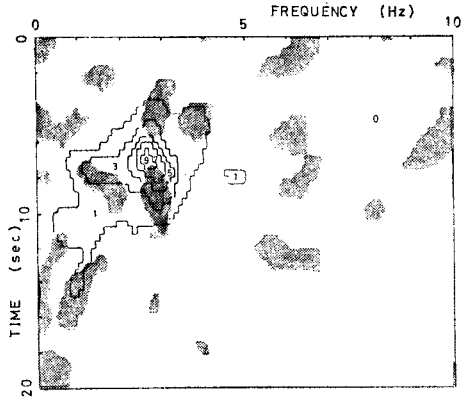


図-12 シミュレートされた波形の相互スペクトル ($|S_{12}'|$) とコヒーレンス (γ_{12}')

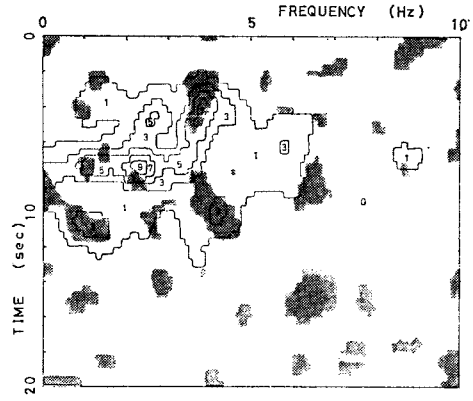


図-14 シミュレートされた波形の相互スペクトル ($|S_{23}'|$) とコヒーレンス (γ_{23}')

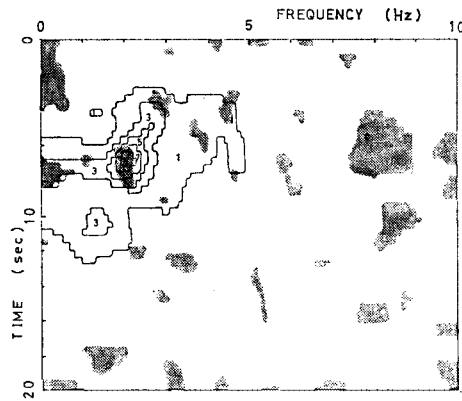


図-13 シミュレートされた波形の相互スペクトル ($|S_{13}'|$) とコヒーレンス (γ_{13}')

いた仮定は、

- 1) 位相角はランダムに変動するのでこれを考慮しない。
- 2) コヒーレンスは、ほぼ一定とみなせる。

以上の仮定は、必ずしも正確ではない。位相角 $\theta_{ij}(\omega, t; W)$ は、ランダムに変動しているとはいえない。むしろ、地震動のある (ω, t) の部分では、特徴のある動きを示していることが考えられる。また、コヒーレンス

もなんらかの特徴がありそうに思える。しかし、前に述べたように、現時点においては明確ではない。そこで本論では、次のように仮定する。

- 1) 位相角はある特徴をもって変動しているようであるが、ここでは一応考慮しない。
- 2) コヒーレンスは相互スペクトルのパワーの強い所では比較的高い傾向があるようである。そこで、Millikan Library 記録の相互スペクトルを参照しておおの図-15~17 の範囲で一定であるとする。コヒーレンスの値は図に示すようにする。

各成分の Physical Spectrum モデルは、3. と同様の方法で作成した。このとき、スペクトル定数 $a_i(t)$, $\omega_i(t)$, $\omega_s(t)$ は、Millikan Library 記録のものを各成分そのまま使用し、式 (8) で Physical Spectrum モデル $S_{Mij}(\omega, t)$ を与えた。

以上まとめて書けば、

Physical Spectrum モデルは、

$$S_{Mii}(\omega, t) = \frac{a_i(t)}{\sqrt{2\pi\omega_{si}(t)}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega - \omega_{ii}(t)}{\omega_{si}(t)}\right)^2\right\} \dots\dots\dots(14)$$

相互スペクトルモデルは、

$$S_{Mij}(\omega, t) = \sqrt{S_{Mii}(\omega, t) \cdot S_{Mjj}(\omega, t)}$$

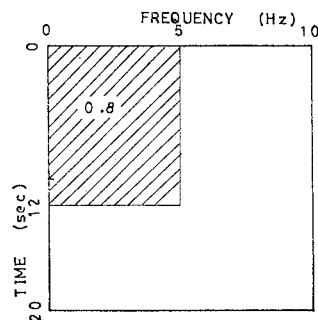


図-15 コヒーレンスモデル γ_{M12}

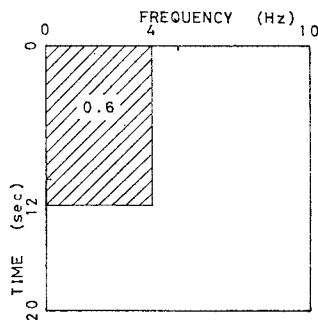


図-16 コヒーレンスモデル γ_{M13}

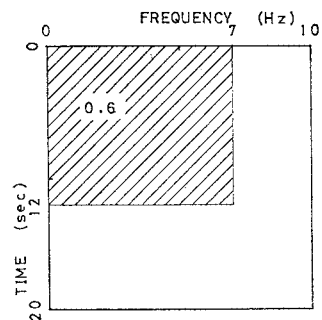


図-17 コヒーレンスモデル γ_{M23}

$$\cdot \tau_{Mij}(\omega, t) \quad i, j=1, 2, 3 \dots (15)$$

$a_i(t)$, $\omega_{ij}(t)$, $\omega_{si}(t)$ などは、おのおのの成分のスペクトル定数をさし、おのおの 図-3~5 のスペクトル定数である。

これらのスペクトルマップを 図-18~23 に示す。

図-24~26 は、スペクトルモデルによりシミュレートされた一組のサンプル波形である。

このモデルは位相角を考慮していないので、今後位相角の情報が得られるならば、さらに発展したモデルが得られるであろう。

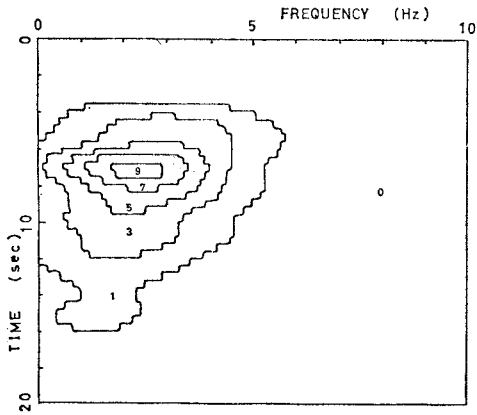


図-18 Physical Spectrum モデル S_{M11}

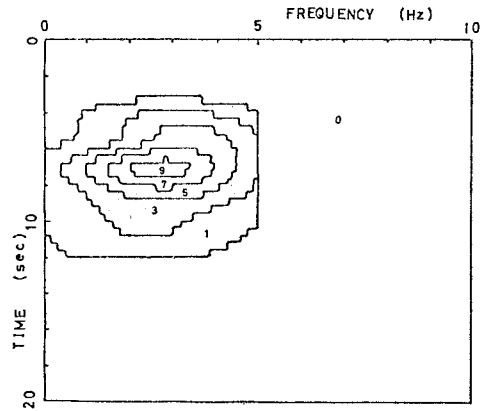


図-21 相互スペクトルモデル S_{M12}

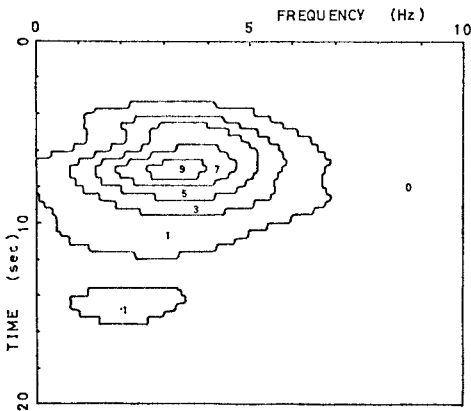


図-19 Physical Spectrum モデル S_{M22}

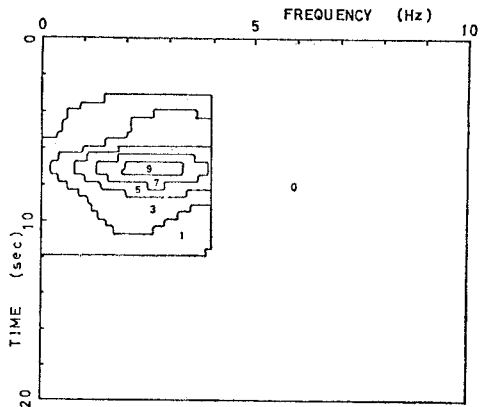


図-22 相互スペクトルモデル S_{M13}

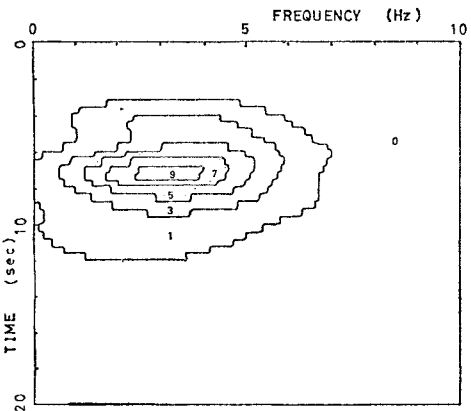


図-20 Physical Spectrum モデル S_{M33}

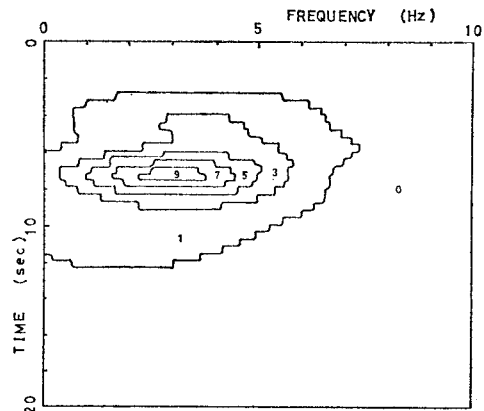


図-23 相互スペクトルモデル S_{M23}

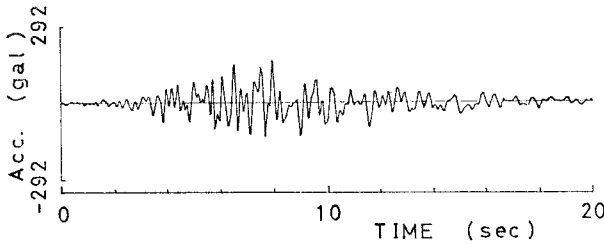


図-24 相互スペクトルモデルによりシミュレートされた波形 (No. 1)

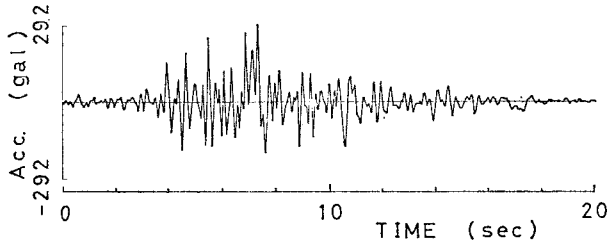


図-25 相互スペクトルモデルによりシミュレートされた波形 (No. 2)

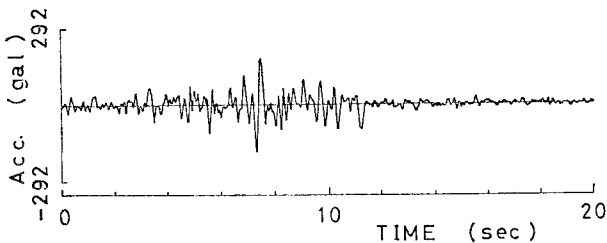


図-26 相互スペクトルモデルによりシミュレートされた波形 (No. 3)

7. 2 地点間シミュレーション

長大橋梁やパイプライン系構造などの耐震性を検討するには、多地点間にわたる複数の入力波形が必要となる。この場合、これらの複数の波形は当然のことながら、互いにある相関性を有するものでなければならない。多入力系の応答解析に際しては、従来、ある入力地点1で適当な入力波形を与え、波の進行方向にそった別の入力点2では、地点1の波形を波の到着の時間おくれを考慮して、ある一定の位相だけずらしたものが使用されてきた。しかし、これは簡易的な手段であり、地震動が複合波であり各成分波が独自の伝播速度を持つものとするれば択一的な処理は必ずしも現象に忠実でなく、よりきめのこまかい検討が必要と思われる。

本論のシミュレーション理論を用いる場合は、地点1および地点2の波形の相互スペクトルマトリックスが与えられるならば、シミュレーションは可能である。また、実際の観点からいえば、地点1における Physical

Point 1

Point 2

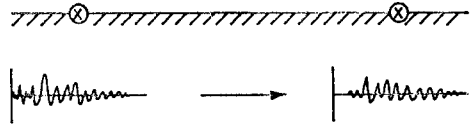


図-27

Spectrum および地点1, 地点2の波形の間の相互スペクトルが規定されるならば、地点2における波形はシミュレート可能である。しかし、現時点においては同一地震において多地点間にわたって記録が得られている例は少なく、データ解析はできなかった。

そこで、本節では簡単ではあるが、各成分波の伝播特性を考慮したモデルを想定し、シミュレーション理論を適用してみる。

図-27のように距離 l だけ離れた地点1および地点2を考える。距離 l は相互スペクトル理論において相関特性をカバーできる距離、すなわちウィンドウ関数の幅によって制限されるものであり、後に詳しく述べる。地震動は地点1から地点2の方向に地表面にそって伝播するものとする。なお、ここで考える地震動成分は、波の進行方向にそった1方向のみである。

4. の式(13)をこの問題に適用するために、 $i=2$ のときについて、コヒーレンス関数 $r_{ij}(\omega, t)^{1)}$ を用いて書き下してみると次のようになる。

$$x_1(t) = \sum_{k=1}^N \sqrt{4 S_{11}(\omega_k, t) d\omega} \cos(\omega_k t + \phi_{1k}) \dots \dots \dots (16)$$

$$x_2(t) = \sum_{k=1}^N [\sqrt{4 S_{22}(\omega_k, t) d\omega} \times \sqrt{1 + 2 r_{12}(\omega_k, t) \sqrt{1 - r_{12}^2(\omega_k, t)} \cos\{\varphi_{2k} - \varphi_{1k} + \theta_{12}(\omega_k, t)\}} \times \cos\{\omega_k t + \varphi_{1k} + \phi_{12}(\omega_k, t)\}] \dots \dots \dots (17)$$

ここで、

$$\tan \phi_{12}(\omega_k, t) = \frac{r_{12}(\omega_k, t) \sin\{-\theta_{12}(\omega_k, t)\}}{r_{12}(\omega_k, t) \cos\{-\theta_{12}(\omega_k, t)\}} * \frac{+ \sqrt{1 - r_{12}^2(\omega_k, t)} \sin(\varphi_{2k} - \varphi_{1k})}{+ \sqrt{1 - r_{12}^2(\omega_k, t)} \cos(\varphi_{2k} - \varphi_{1k})} \dots \dots \dots (18)$$

式(16), (17)は、石井のモデルと本質的に一致する¹⁰⁾。もし、 $x_1(t)$ と $x_2(t)$ が完全相関しているとき、すなわち、 $r_{12}(\omega_k, t) = 1$ のとき式(16), (17)は次のようになる。

$$x_1(t) = \sum_{k=1}^N \sqrt{4 S_{11}(\omega_k, t) d\omega} \cos(\omega_k t + \varphi_{1k}) \dots \dots \dots (19)$$

$$x_2(t) = \sum_{k=1}^N \sqrt{4 S_{22}(\omega_k, t)} \cos\{\omega_k t + \varphi_{1k} - \theta_{12}(\omega_k, t)\} \dots\dots\dots(20)$$

このモデルの場合、すなわち、波動が地点1から地点2に伝播する場合、地震動の比較的長周期成分に着目して、この周波数領域においては長周期成分が比較的減衰しにくいことから、近似的に両地点の波形間のコヒーレンス： $r_{12}(\omega, t) = 1$ であると仮定する。すなわち、両地点の波形は、この周波数領域で関数関係になっており、位相ずれ $\theta_{12}(\omega, t)$ で完全相関している場合を考えるのである。このとき、式(19)、(20)を用いてシミュレーションを行うことができる。地点2においては、各円振動数成分の波動の伝播速度を v_k として $dt = l/v_k$ だけ時間ずれが生じることとする。すなわち、位相角 $\theta_{12}(\omega_k, t) = l\omega_k/v_k$ となる。この θ_{12} は円振動数のみの関数となる。このとき、 $S_{22}(\omega_k, t)$ は $S_{11}(\omega_k, t - l/v_k)$ と書くことができるであろう。以上の仮定によって、式(19)(20)を書くと、地点1および2における波形は、

$$x_1(t) = \sum_{k=1}^N \sqrt{4 S_{11}(\omega_k, t)} \cos(\omega_k t + \varphi_{1k}) \dots\dots\dots(21)$$

$$x_2(t) = \sum_{k=1}^N \sqrt{4 S_{11}\left(\omega_k, t - \frac{l}{v_k}\right)} \cos\left(\omega_k t + \varphi_{1k} - \frac{l\omega_k}{v_k}\right) \dots\dots\dots(22)$$

式(21)、(22)から、地点2では \cos 項における $l\omega_k/v_k$ の位相ずれのほかに、Physical Spectrum もせん断されるようにゆがめられることがわかる。

式(22)を計算するとき、各周波数成分の波動の速度 v_k が問題になる。波動の伝播速度は、波形(振動)の周期に依存することはすでに指摘されている¹⁷⁾。土岐は¹⁷⁾、サンフェルナンド地震において、約3.2 km離れた二地点において別々に観測された二つの水平成分記録から、周期と phase delay time の間の関係を求めている。これによれば、周期が小さくなるほど phase delay time が大きくなる傾向がある(すなわち、伝播速度が小さくなる)。これは、2 Hz 程度までの周波数成分に及ぶことであり、2 Hz 以上の成分波は、観測地点近傍で局所的に増幅されたものと考えられ、この関係はいえない。そこで解析する周波数の範囲は、0.25 Hz から 2 Hz までとし、この領域で v_k を求めシミュレーションを行う。

土岐の論文を参照して¹⁷⁾、 $f = 0.25$ Hz のとき伝播速度は $v = 3$ km/sec、 $f = 2$ Hz で $v = 1$ km/sec として、この間を直線で近似すれば、

$$v_k = -1.2 \times f_k + 3.3; k = 1, 2, \dots \dots\dots(23)$$

となる。 v_k の単位は km/sec である。なお、式(23)の関係はサンフェルナンド地震における値を近似的に示

したものであり、他の地域では当然異なると考えられる。

二地点間の距離 l は、相互スペクトル理論において相関をカバーできる範囲、すなわち、ウィンドウ関数 $W(t)$ の幅によって制限される。このウィンドウの幅は $T = 2.5$ 秒のときは約4秒前後と考えられ、 $v = 1$ km/sec とすれば、二地点間の距離は $l = 4$ km が上限であろう。ここでは時間ずれを見やすくするために、 $l = 3$ km とし計算した。

まず、松代地震における落合橋の加速度記録から、 $0.25 \leq f \leq 1.95$ Hz の範囲で Physical Spectrum を求

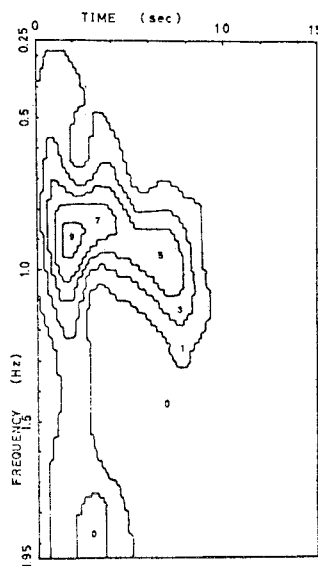


図-28 地点1での Physical Spectrum

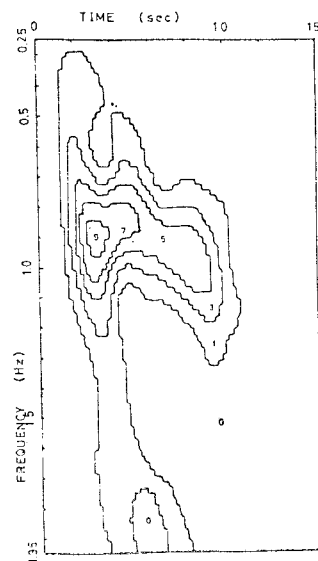


図-29 地点2での Physical Spectrum

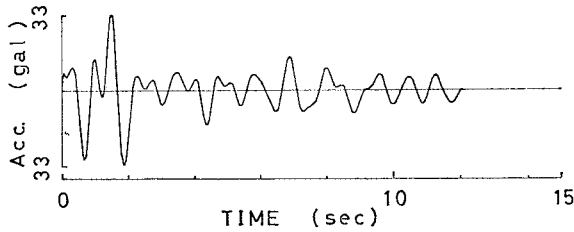


図-30 地点1でシミュレートされた波形

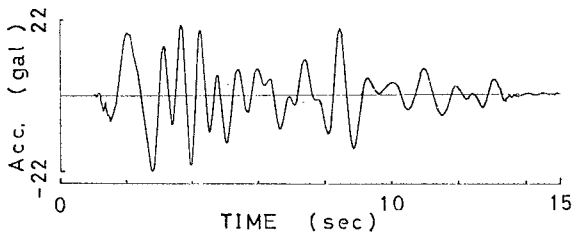


図-31 地点2でシミュレートされた波形

め、これを地点1での Physical Spectrum モデルとした。なお、この地震記録を選んだ特別の理由はない。時間きざみは 0.04 秒であり、周波数のきざみは 0.02 Hz である。

この physical Spectrum を図-28 に地点1での Physical Spectrum として示す。地点2の Physical Spectrum は前述のように、 $S_{11}(\omega_k, t-l/v_k)$ で与えられ、これを図-29 に示す。図-29 では少しわかりにくい、実際には Physical Spectrum の形が、時間方向にせん断されたようになっている。これらの Physical Spectrum によって、式 (21), (22) を計算したものがおのおの図-30, 31 である。すぐわかるように、地点2の波形が時間ずれをもって到着しており、多少ではあるが、長周期成分が早く到着している傾向もうかがえる。図-30, 31 は一組のサンプル波形であり、乱数を変えることによって、いくらでもサンプル波形をシミュレートできる。

8. あとがき

本研究は、多次元非定常確率過程の理論による、多次元非定常人工地震波の作成を目的としたものであり、次のようなことがいえる。

(1) 地震動の非定常スペクトルの特徴をとらえるのに、スペクトル定数が有用であることを示した。

(2) スペクトル定数を用いることによって、非定常スペクトルモデルの一提案を行った。

(3) 星谷によって提案された多次元非定常確率過程の相互スペクトルとシミュレーション理論は、実際の地

震動現象に適用され、十分使えることが確かめられた。

(4) (2) のモデルおよびコヒーレンスモデルを与えることによって、相互スペクトルモデルによるシミュレーションの方法を示した。

(5) 2地点間において、簡単なモデルを与えることにより、多入力系の入力波形をシミュレートした。

以上であるが、今後3方向あるいは多地点間にわたる記録を解析することによって、相互スペクトル特性が少しずつ解明されるならば、本論で示した方法により、十分使える多次元人工地震波を作成することが可能であると考えられる。

参考文献

- 1) 星谷：多次元非定常確率過程の相互スペクトルとシミュレーション理論，土木学会論文報告集，第253号，1976年9月。
- 2) 新谷・北浦・亀田：時間とともに変化するスペクトル密度を有する地震動が構造物の応答に与える影響について，昭和48年度関西支部年次学術講演会講演概要，昭和48年6月。
- 3) 北浦・新谷：地震動スペクトルの時間的変化が非線形構造物の応答に及ぼす影響，第28回年次学術講演会講演概要集第1部，昭和48年10月。
- 4) 後藤・北浦：地震動の非定常スペクトル密度とその模式化，土木学会論文報告集，第236号，1975年4月。
- 5) Vanmarcke, E.H.: Parameters of the Spectral Density Function: Their Significance in the Time and Frequency Domains, MIT Civil Eng. Tech. Report, R 70-58, Oct., 1970.
- 6) 星谷：確率論手法による振動解析，鹿島出版会，1974年。
- 7) Kubo, T. and Penzien, J.: Characteristics of Three-Dimensional Ground Motions, San Fernando Earthquake, Japan-U.S. Seminar, Hawaii, Aug., 1975.
- 8) 渡部：3次元強震地動のシミュレーション，昭和49年度建築研究所年報。
- 9) Kubo, T. and Penzien, J.: Characteristics of Three-Dimensional Ground Motions Along Principal Axes, San Fernando Earthquake, 6th WCEE, New Delhi, India, Jan., 1977.
- 10) 松島：3方向地震入力による構造物の確率的応答，日本建築学会論文報告集，第217号，昭和49年3月。
- 11) 星谷・千葉・草野：地震加速度波の非定常特性とシミュレーション，土木学会論文報告集，第245号，1976年1月。
- 12) M. Shinozuka and C.-M. Jan: Simulation of Multivariate and Multidimensional Processes II, Tech. Report. No. 12, Columbia Univ. April, 1971.
- 13) J.S. ベンダット, A.G. ピアソル：ランダムデータの統計的処理，培風館，昭和51年。
- 14) 岡内 功：振動に関する情報とその処理法，② データ処理・解析，土木学会誌，1977, Vol. 62-3.
- 15) 大崎順彦：地震動のスペクトル解析，鹿島出版会。
- 16) 石井：相互相関を有する非定常人工地震波の作成，土木学会論文報告集，第259号，1977年3月。
- 17) 土岐：強震加速度記録による位相速度の検出，第4回日本地震工学シンポジウム(1975)講演集，1975年11月。(1977.4.18・受付)